UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

FoDAMI
FORO DOCENTE DEL ÁREA MECÁNICA DE LAS INGENIERIAS

TRABAJOS

III CAIM 2012

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica

Plaun, Leonardo
Trabajos CAIM 2012 : CAD-CAD-CAE-CIM y Simulación Numerica - Mecanica Computacional . - 1a ed. - Buenos Aires :Centro de Estudiantes de Ingeniería Tecnológica - CEIT, 2013.

E-Book. ISBN 978-987-1978-07-6

1. Ingeniería Mecánica. 2. Actas de Congresos. I. Título CDD 621

Fecha de catalogación: 06/06/2013

AREA TEMATICA E-K-N

CAD-CAM-CAE-CIM
SIMULACION NUMERICA
MECANICA COMPUTACIONAL

III CAIM 2012
Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica

XXV REUNIÓN CIENTÍFICA ACADÉMICA del FoDAMI

			E CAD-CAM-CAE-CIM	
N	CODIGO		TITULO DEL TRABAJO	1er AUTOR
1	E-	001	METODOLOGIA PARA LA GENERACION DEL MODELO TRIDIMENSIONAL DE UNA MANO ROBÓTICA A PARTIR DE IMÁGENES TOMOGRÁFICAS COMPUTARIZADAS	Perez-Romero, Mauricio
2	E-	003	DISEÑO DE UN DINAMÓMETRO COMPACTO PARA MEDICIÓN DE FUERZA EN UN TORNO CNC	Ramirez, Luis Pablo
3	E-	004	NUEVAS TÉCNICAS DE RELEVAMIENTO PARA APLICACIONES	Defranco, Gabriel

			K SIMULACION NUMERICA	
N	CODIGO		TITULO DEL TRABAJO	1er AUTOR
1	K-	001	AVALIAÇÃO DA TEMPERATURA CENTRAL DO COMBUSTÍVEL NUCLEAR UTILIZANDO NOVOS MODELOS DE CONDUTIVIDADE TÉRMICA DO UO2	Palma, Daniel Artur
2	K-	007	MODELIZACIÓN DE LA MEZCLA AIRE-SEMILLAS EN DISTRIBUIDORES DE SEMBRADORAS AIR DRILL	Bourges, G
3	K-	008	DISEÑO AERODINÁMICO DE LA CARROCERIA DE UN AUTO SOLAR DE COMPETICIÓN	Albrecht, Rafael
4	K-	009	DISEÑO Y CÁLCULO DE CHASIS TUBULAR PARA AUTO SOLAR DE COMPETICIÓN	Albrecht, Rafael
5	K-	010	SOLUÇOES OTIMIZADAS EM GRADES DE TURBOMAQUINAS AXIAIS	Castilho, Lorena
6	K-	012	SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA MECANICA DE FLUIDOS APLICADA A PROBLEMAS DE LA INDUSTRIA SIERURGICA	Ramajo, Damián
7	K-	014	EVALUACIÓN NUMÉRICA PARA CARACTERIZAR FÉMUR PORCINO POR MEDIO DEL MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO	Fuerte-Hernández, Ariel
8	K-	015	MODELADO FÍSICO-MATEMÁTICO DE UN COLECTOR SOLAR DEL TIPO PLACA PLANA CON INERCIA TÉRMICA	Lucchini, Juan
9	K-	017	MODELAMIENTO Y ANALISIS DE SECADEROS CON APLICACIONES A FUENTES DE ENERGIAS ALTERNATIVAS UTILIZANDO PROGRAMAS DE SIMULACION	Delgado, Emérita
10	K-	018	ESTUDO NUMÉRICO DA CONDUÇÃO DE CALOR PERMANENTE UTILIZANDO FUNÇÕES DE BASE RADIAL	Correa Vilela, Marcia Suely
11	K-	019	ESTUDO DO COMPORTAMENTO DAS FUNÇÕES DE BASE RADIAL DE SUPORTE COMPACTO PARA A CONSTRUÇÃO DE SUPERFÍCIES	Correa Vilela, Marcia Suely
12	K-	020	OTIMIZAÇÃO DE VENTILADORES CENTRÍFUGOS COM PÁS AUXILIARES UTILIZANDO TÉCNICAS DE DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL E ALGORITMO DE BUSCA ALEATÓRIA CONTROLADA (CRSA)	Silva, Carina
13	K-	021	SELECCIÓN, ADAPTACION Y VALIDACION DE UN ENTORNO DE SIMULACION COMPUTARIZADO PARA EL MODELADO Y ANALISIS DEL COMPORT!MIENTO DIN!MICO DE SISTEM!S MEC!TRONICOS EN ROBOT's MOVILES COMPLEJOS	Bauer, Jorge
14	K-	022	APLICACIÓN DEL MODELO ISCSCT3 PARA LA EVALUACION DE LA DISPERSION DE CONTAMINANTES PRODUCTO A LA OPERACIÓN DE CENTRALES TERMOELECTRICAS EN LA CIUDAD DE GUAYAQUIL	Peralta, Juan
15	K-	023	SIMULACIÓN NUMÉRICA Y ENSAYO EXPERIMENTAL DE UN TANQUE AUXILIAR DE COMBUSTIBLE SEGÚN RESOLUCIÓN ST 553/2006	Arrien, Luis
16	K-	024	SIMULACIÓN COMPUTACIONAL PARA EL DISEÑO ESTRUCTURAL DE UN VEHÍCULO HÍBRIDO EXPERIMENTAL	Ciancio, Patricia
17	K-	025	DISEÑO FLUIDO DINÁMICO DE UN ROTOR DE TURBINA DE PASO CON FLUJO AXIAL (WCT: WATER CURRENT TURBINE), MEDIANTE EL USO DE MÉTODOS NUMÉRICOS (CFD)	Oller, Sergio
18	K-	026	SIMULACION NUMÉRICA MEDIANTE EL USO DE MEF PARA PROBLEMAS DE CAMPO ACOPLADO DE MAQUINAS ELECTRICAS ROTATIVAS CON MATERIALES PIEZOELECTRICOS	Avila, Jair
19	K-	029	MODELO COMPUTACIONAL DEL ENSAYO DE SISTEMAS ANTIEMPOTRAMIENTO TRASEROS	Cazzola, Gustavo
20	K-	031	VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE ELEMENTOS DE BOGIE DE FERROCARRIL DISEÑADOS UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	Ruiz, Miguel
21	K-	032	EFECTO DE LA CONCENTRACIÓN DE POLVO Y DE LA TEMPERATURA SOBRE LA EFICIENCIA DE UN CICLÓN	Pico, Leonel
22	K-	033	ANÁLISIS NUMÉRICO DEL EFECTO DEL ENDURECIMIENTO POR DEFORMACIÓN EN EL PROCESO DE GRANALLADO	Molina Ballina, Arafat
23	K-	034	ANALISIS DE ESTRUCTURAS CROSS ROPE MEDIANTE EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	Echarri, Tomas
24	K-	037	MODELIZACIÓN DEL TEMPLE DE ACEROS 16MNCR5 MEDIANTE EL METODO DE KUYUCAK	Agaliotis, Eliana
25	K-	041	SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE ASPERSÃO DE FLUIDO DE CORTE NO PROCESSO DE TORNEAMENTO	Amorim, Caetano
26	K-	043	METODOLOGIA PARA DESENVOLVIMENTO DE RODAS PARA UM VEÍCULO AÉREO NÃO TRIPULADO ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E ALGORITMOS GENÉTICOS	Amorim, Caetano
27	K-	045	ALGORITMO DE GUIADO DE PEQUEÑOS UAV A TRAVES DE WAYPOINTS CON VIENTO	Fortin, Daniel
28	K-	046	MODELO DISTRIBUÍDO PARA ANÁLISE DO DESEMPENHO DE EVAPORADORES ROLL-BOND USADOS EM REFRIGERADORES DOMÉSTICOS	Suguimoto, Fabio Kenji
29	K-	047	ESTUDIO COMPARATIVO DEL CICLO INDICADO DE UN MOTOR DIESEL MEDIANTE SIMULACIÓN CFD Y DATOS EXPERIMENTALES	Olmos, Luis
30	K-	048	MICRO-VEHÍCULOS AÉREOS DE ALAS BATIENTES: INFLUENCIA DE LA MECANICA ESTRUCTURAL DE LAS ALAS EN LA AERODINAMICA DEL SISTEMA	Roccia, Bruno
31	K-	051	A INFLUÊNCIA DA MALHA NO DESEMPENHO MECÂNICO DE UMA RODA SEGUNDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS E A MEDOTOLOGIA DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA (RSM)	Cerávolo Carvalho, André

			N MECANICA COMPUTACIONAL	
N	CODIGO		TITULO DEL TRABAJO	1er AUTOR
1	N-	001	SIMULAÇÕES SUPERSÔNICAS E HIPERSÔNICAS EM TRÊS DIMENSÕES - TEORIA	Edisson Savio de Goes
2	N-	002	SIMULAÇÕES SUPERSÔNICAS E HIPERSÔNICAS EM TRÊS DIMENSÕES – RESULTADOS I	Edisson Savio de Goes
3	N-	003	SIMULAÇÕES SUPERSÔNICAS E HIPERSÔNICAS EM TRÊS DIMENSÕES – RESULTADOS II	Edisson Savio de Goes
4	N-	004	DISEÑO DE LA PLACA DE REFRIGERACIÓN PARA UN EQUIPO DE MEDICIÓN DE RESISTENCIA TÉRMICA DE BLOQUES UTILIZADOS EN LA CONSTRUCCIÓN DE VIVIENDAS	Torres, José Luis
5	N-	005	SIMULACION COMPUTACIONAL DE ESTRATEGIA PARA ALIVIO DE TENSIONES DE DUCTOS ENTERRADOS	Kunert, Hernán
6	N-	006	ANÁLISIS NO LINEAL PARA CÁLCULO DE CONTENEDORES DE CARAS PLANAS	Luengo, César
7	N-	010	ESTABILIDAD DE UNA COLUMNA DE SECCIÓN NO UNIFORME, EN PRESENCIA DE UNA CARGA AXIAL Y CONSIDERANDO EL PESO PROPIO, UTILIZANDO CDM	De Rosa, M.A
8	N-	012	UN ELEMENTO FINITO VIGA APTO PARA MODELAR SOLIDOS HETEROGENEOS CON ANISÓTROPIA GENERAL	Echarri, Tomas
9	N-	013	EFECTO DE EXPLOSIÓNES EN ESTRUCTURAS DE CONTENCIÓN	Cuesta, Juan H.
10	N-	014	ADSORCION DE MONOXIDO DE CARBONO EN SUPERFICIE HIERRO NICKEL. ESTUDIO COMPUTACIONAL DE LA ESTRUCTURA ELECTRONICA Y EL ENLACE QUIMICO	Simonetti, Sandra

ÁREA TEMÁTICA **E**

CAD-CAM-CAE-CIM

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Metodología para la generación del modelo tridimensional de una mano robótica a partir de imágenes tomográficas computarizadas

Pérez-Romero, Mauricio A[*], Urriolagoitia-Calderón, Guillermo, Velázquez-Sánchez, Alejandro T y Torres-San Miguel, Christopher R.

[*]Instituto Politécnico Nacional, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Adolfo López Mateos.

Av. IPN s/n, San Pedro Zacatenco, Gustavo A. Madero, C.P. 07738, Distrito Federal, México.
Correo electrónico: prma@live.com.mx, urrio332@hotmail.com, alexrobsis@hotmail.com, ctorres@ipn.mx

RESUMEN

En la actualidad, existen diversas técnicas que se han aplicado para obtener dimensiones externas e internas de diferentes partes del cuerpo, incluyéndose la obtención de parámetros iníciales los cuales pueden ser utilizados como valores cinemáticos, mismos que son requeridos para el diseño y síntesis de mecanismos. Aunado a lo anterior, este trabajo describe la metodología utilizada para obtener el modelado tridimensional de una mano robótica considerando características antropométricas, a partir del análisis y procesamiento de imágenes Tomográficas Computarizadas (TC), que aportan valores para el desarrollo del estudio analítico de la síntesis de un mecanismo sub-actuado de cuatro barras, adecuado para la generación de trayectorias óptimas para la sujeción de objetos. En este sentido, la relevancia científica y tecnológica que se obtiene de este escrito, se basa en establecer la factibilidad de aplicación de herramientas computacionales como la TC, para la generación de prototipos robóticos con características antropométricas y antropomorfas, destinados al diseño de sustitutos artificiales, que tomando en cuenta la funcionalidad del sistema, incluyen también apariencia y simetría del cuerpo humano.

Palabras Claves: Antropometría, imágenes TC, robótica, prótesis.

1. INTRODUCCIÓN

Diversas técnicas se han utilizado para obtener dimensiones externas e internas de diferentes partes del cuerpo, tal es el caso del análisis de radiografías, movimiento por vídeo, aplicación de dispositivos magnéticos para seguimiento de trayectorias, elementos sónicos y reconstrucciones tridimensionales a partir de tomografías [1]. Actualmente el modelado en 3 dimensiones se torna como un estudio indispensable en diversas etapas del análisis y diseño de sustitutos artificiales. Además, es una técnica que consiste en regenerar y posteriormente caracterizar un sistema real para estudiar su comportamiento sin necesidad de perturbar el sistema original [2].

En biomecánica, se han desarrollado múltiples estudios experimentales a partir de imágenes TC, con la finalidad de realizar análisis de la fisiología humana y restauración de funciones en traumatología y ortopedia [3]. Es importante hacer mención que el estudio de la biomecánica puede abarcar diversas etapas del sistema músculo-esquelético, teoría, modelado, experimentación y validación de resultados [4].

La tomografía computarizada (TC), también denominada escáner, es una técnica de imagen médica que utiliza radiación X para obtener imágenes representativas de secciones anatómicas con fines diagnósticos [5]. La TC puede medir la atenuación o absorción del haz de rayos cuando pasa a través de secciones de un organismo y lo hace desde diferentes ángulos. Con estas mediciones los equipos de cómputo pueden reconstruir imágenes del interior del cuerpo [6]. En este sentido, es relevante mencionar que la capacidad de visualizar con mejor forma, mayor precisión y con menor invasión el interior de un ser vivo se debe en su totalidad a la invención de la TC. La aplicación de TC no sólo constituye diagnósticos o prevención de enfermedades, además, puede ser utilizada como interfaz previa para desarrollar otro tipo de análisis aplicados en Ingeniería. Tal y como se muestra en la investigación desarrollada en [7], se describe el diseño de una prótesis transtibial de miembro inferior partiendo de un análisis por TC, donde se obtuvieron condiciones iníciales del paciente para posteriormente realizar un estudio mediante el *Método de Elementos Finitos* (MEF), lo que permitió describir el comportamiento mecánico de los componentes que integran el dispositivo y a la postre determinar las cargas máximas a las cuales el modelo puede ser estudiado; este trabajo fue desarrollado con la finalidad de generar soluciones a los sistemas protésicos que actualmente existen.

De forma similar en [8] se desarrolló un estudio para analizar vertebras porcinas, donde el proceso para la generación del modelo inicia con la obtención imágenes TC, que posteriormente serian procesadas mediante un paquete de cómputo especializado y finalmente analizados por MEF (Figura 1). Los resultados encontrados en las investigaciones antes mencionadas, establecen que los datos obtenidos de forma analítica, numérica y experimental, son cercanos entre sí, lo que implica grandes ventajas en cuanto a tiempo, dinero y reducción de experimentos invasivos gracias a la aplicación de imágenes TC. En este sentido, el objetivo de este trabajo es describir la metodología utilizada para obtener el modelado en CAD (*Computer Aided Design)*, de una mano robótica considerando características antropométricas a partir del análisis y procesamiento de imágenes TC, estableciendo de cierto modo la factibilidad de aplicación de herramientas computacionales para la generar prototipos robóticos con características antropométricas destinadas al diseño de sustitutos artificiales.

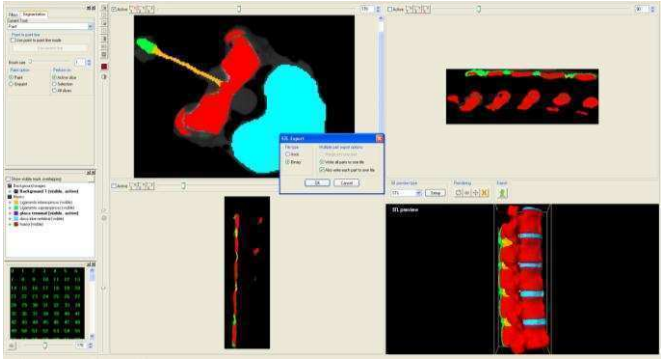


Figura 1 *Análisis de vertebras porcinas a partir de imágenes TC [8].*

2. METODOLOGÍA

La construcción de un modelo computacional requiere que la información digitalizada de la TC esté dada en formato compatible para su procesamiento con algoritmos numéricos [8]. En este sentido, la metodología se puede simplificar en 5 pasos: obtención de la tomografía, procesamiento de imágenes y generación de archivos DICOM (*Digital Imaging and Communication in Medicine*), generación de modelos primarios con un equipo de computo especializado, la síntesis y acoplamiento de un mecanismo y por último la construcción de un modelo en CAD (Figura 2).

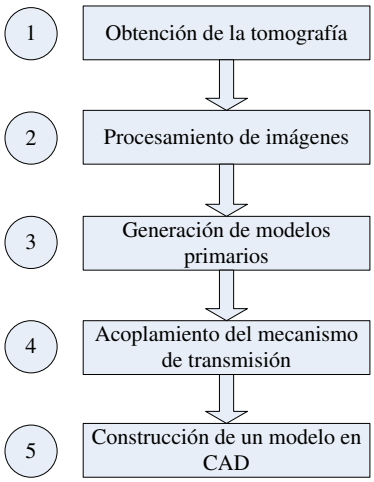


Figura 2 *Esquema general de la metodología*.

2.1. Obtención de la tomografía

Dada la breve descripción metodológica anterior, en primera instancia se obtuvo la tomografía de la mano derecha (dominante) de un varón de 28 años de edad, 1.71 m de altura y 76 Kg de peso, estudio realizado en un tomógrafo con 16 detectores que entregó como resultado 289 cortes de 1 mm de espesor (Figura 3). Al generarse tomografía se crean los archivos DICOM en una estación de trabajo computarizada, los cuales son utilizados para el intercambio, almacenamiento, impresión y transmisión de imágenes médicas que permiten la interacción con estaciones de trabajo, impresoras y hardware de red, lo que permite guardar dicho estudio en formato DVD (*Digital Versatile Disc*) para su fácil manipulación. En este punto se pueden identificar algunas dimensiones en la plataforma del archivo, tal es el caso de las longitudes de metacarpos, falanges, y arcos.

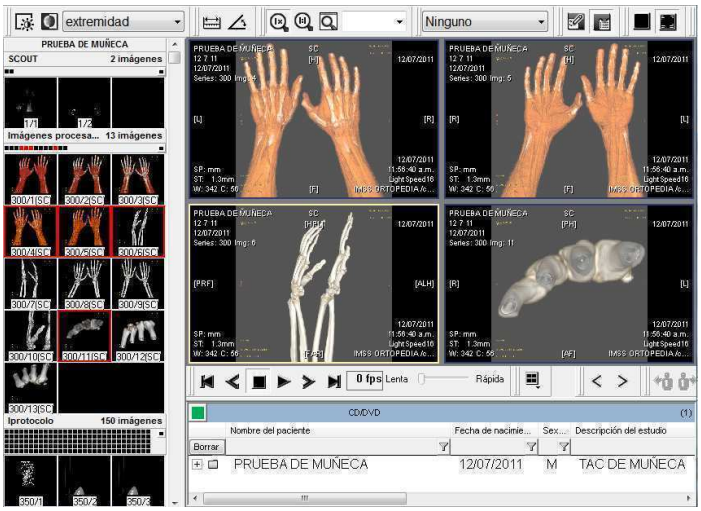


Figura 3 *Tomografía parcial del miembro superior.*

2.2. Procesamiento de imágenes

Ya obtenidas las imágenes de la tomografía en formato de disco DVD, se importaron los archivos contenidos en dicho disco al programa especializado *ScanIP* ® (Figura 4 a), software que posee características especiales para segmentar imágenes, en este caso las obtenidas en la tomografía como archivos DICOM. Este paquete de cómputo ofrece una amplia selección de herramientas de procesamiento para ayudar en la visualización de regiones de interés en los datos volumétricos en 3 dimensiones. Al momento de la apertura de archivos DICOM, se generan en el programa de cómputo los planos sagital, coronal y axial, donde posteriormente se eligió uno para procesar y delimitar las secciones de interés en las imágenes (Figura 4 b).

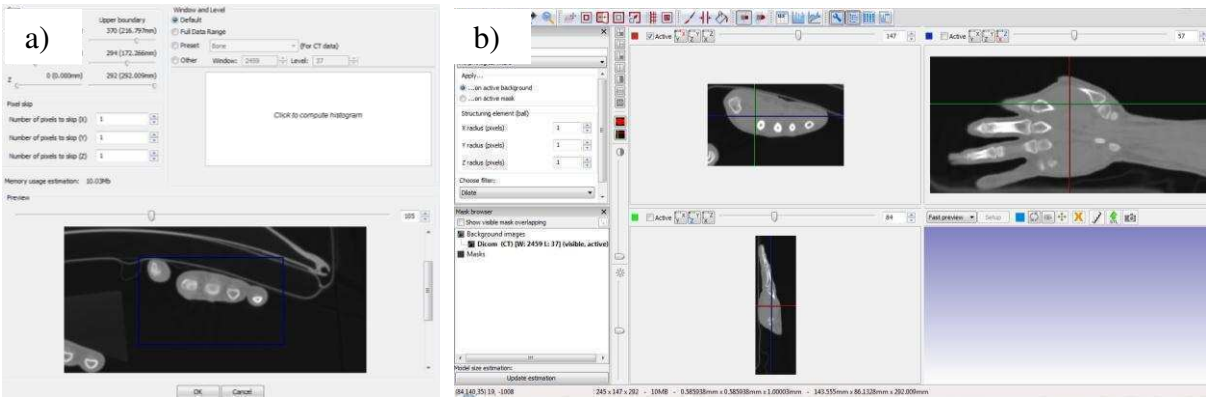


Figura 4 *a) Importación de archivos DICOM y b) Generación de planos: sagital, coronal y axial.*

La plataforma utilizada en este punto del procesamiento de imágenes, permite ir seleccionando milímetro por milímetro en los planos sagital, coronal y axial, lo que admite una elección adecuada de las partes que conformarán los modelos primarios en 3 dimensiones.

2.3. Generación de modelos primarios

Ya con los archivos DICOM introducidos en *ScanIP* ®, se definió la parte ósea de la extremidad corte por corte (sección milimétrica en los planos antes mencionados). Lo anterior se realizó para poder generar un modelo de los huesos que componen la mano, con la finalidad de obtener las distancias entre articulaciones cuando el modelo primario se exporte a CAD (Figura 5). Una vez generado el modelo es conveniente realizar un rectificado de la imagen tridimensional para homogeneizar la superficie, esto se realizó utilizando el comando *render* de la plataforma.

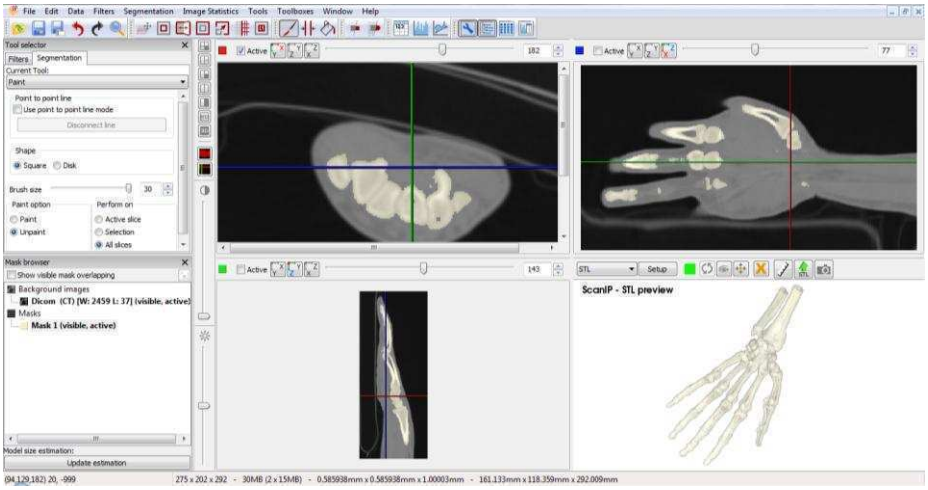


Figura 5 *Modelo tridimensional parte ósea.*

Por otra parte, fue conveniente generar otra imagen en 3 dimensiones pero ahora para el exterior de la extremidad, lo que permitió a la postre, obtener dimensiones de la palma, eminencias y longitudes externas de los dedos (Figura 6).

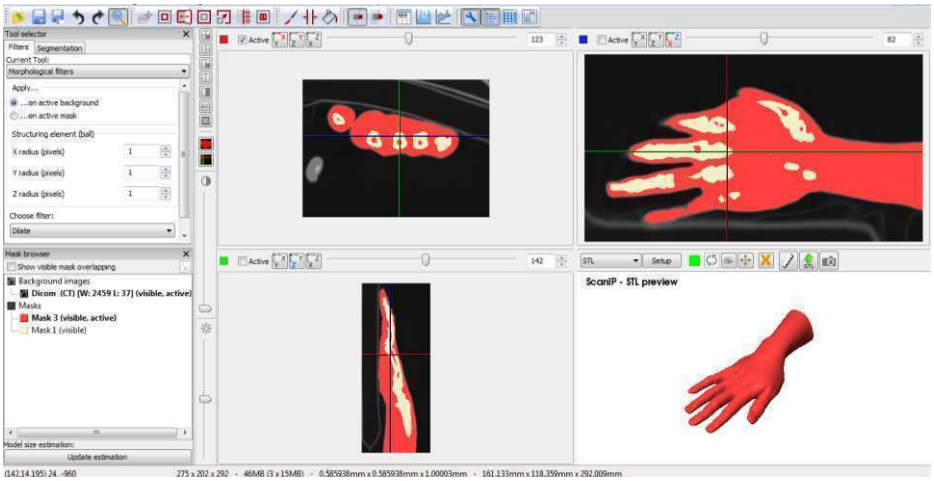


Figura 6 *Modelo tridimensional exterior de la mano.*

De igual forma se generó un modelo en conjunto (parte ósea y exterior de la mano), lo que permitió identificar las distancias entre el sistema óseo y los extremos de la superficie con el auxilio de un paquete de cómputo en CAD (Figura 7).

Figura 7 *Obtención del modelo externo e interno de la mano.*

Es importante resaltar que los modelos primarios obtenidos mediante el programa de segmentación de imágenes, no permiten obtener dimensiones de las distancias deseadas, sin embargo estas imágenes segmentadas acopladas en modelos tridimensionales pueden ser exportadas como archivos STL (*STereoLithography*) o IGES (*Initial Graphics Exchange Specification*), extensiones de archivos adecuados para el análisis mediante programas de CAD. Por otra parte, estos archivos también pueden ser importados directamente a los programas comerciales de MEF.

Aunado al párrafo anterior, cuando se exportaron los modelos primarios a un paquete de CAD (se utilizó *SolidWorks* ®), donde fue posible obtener dimensiones de los modelos e incluso realizar modificaciones tales como cortes y extruidos. Sin embargo, en el caso de esta investigación, al momento de exportar los modelos primarios fue posible encontrar las dimensiones faltantes que no se obtuvieron al momento de utilizar el equipo de cómputo en la obtención de la tomografía, tal es el caso de longitudes de hueso, distancia entre articulaciones, dimensiones de los arcos de la palma etc. Por consiguiente las dimensiones obtenidas a raíz del procesamiento de imágenes, pueden estudiarse a detalle cómo se presenta en [9]. Con las dimensiones obtenidas se desarrolló un modelo secundario además del análisis necesario para adaptar barras de transmisión a una estructura final en CAD. En este sentido, las barras de transmisión utilizadas en este prototipo, están basadas en el mecanismo de *4 barras*.

2.4. Mecanismo de transmisión

Ya obtenidas las dimensiones entre las articulaciones, así como distancias entre el sistema óseo y el exterior de la mano, se resolvió la síntesis de un mecanismo partiendo del estudio de los mecanismos de 4 barras, para esto, se estipuló utilizar 2 eslabones o barras de transmisión (Figura 8), para los cuales se determinó su longitud y posición de modo que cumplieran con la trayectoria adecuada.

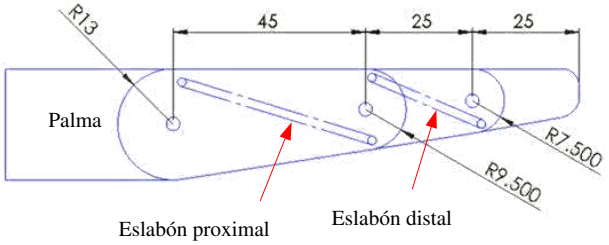


Figura 8 *Esquema propuesto de las barras de transmisión [10]*

Lo anterior se realizó en primera instancia, partiendo de la cinemática directa e inversa utilizando los parámetros de *Denavit-Hartenberg* (*D-H*); con lo que fue posible determinar una relación entre las posiciones, velocidades y aceleraciones de contacto que actúan en los dedos, estudiando las condiciones bajo las cuales se requiere manipular un objeto de forma estable [11].

El primer paso para realizar la síntesis, corresponde a la asignación de coordenadas en cada una de las articulaciones. Para describir la relación de traslación y rotación entre los elementos de una cadena cinemática, se obtuvo la representación *D-H* de un cuerpo rígido en función de cuatro parámetros geométricos asociados a cada elemento, los cuales describen la relación espacial entre sistemas de coordenadas y concuerdan con los obtenidos por [12].

Conforme a los parámetros anteriores, se obtuvo la matriz de transformación homogénea 4X4 que describe la relación entre el sistema de coordenadas de cada eslabón, con respecto al sistema de coordenadas previo; con esto se expresa la orientación y posición del extremo del sistema robótico en función de sus coordenadas articulares, con lo que se resuelve el problema cinemática directo.

El problema cinemático inverso se resolvió para obtener los valores que deberán adoptar las coordenadas articulares para que el extremo se oriente y posicione de acuerdo a una localización determinada. Luego de obtener la cinemática inversa del sistema, fue necesario simplificar el modelo estimado del mecanismo propuesto, entendiéndose que son 2 eslabones con diferentes puntos fijos y se pueden analizar de forma individual [11].

Al obtenerse la síntesis del mecanismo, es decir, las longitudes y posiciones de las barras de transmisión, se procedió a realizar la construcción del modelo final (en CAD), teniéndose ya en consideración las dimensiones internas y externas del prototipo, además de los parámetros dimensionales de los actuadores y demás dispositivos como motores, engranes, ejes, cableado, sistema embebido, batería etc.

2.5. Construcción de un modelo en CAD

Habiéndose obtenido la síntesis del mecanismo, se realizó el dibujo de las piezas para construir un modelo de cada falange hasta completar una estructura final. El modelo en CAD fue realizado mediante una serie de cortes, extrusiones y revoluciones que se basan en figuras geométricas primarias (Figura 9), las cuales permiten la adaptación de las barras de transmisión así como los elementos complementarios (motores, cableado, engranes etc.). La extensión del archivo CAD utilizada de inicio es LDPRT, sin embargo los programas comerciales de CAD poseen la capacidad de guardar cualquier dibujo tridimensional en extensión STL, que permite realizar impresiones en 3 dimensiones mediante estereolitografía.

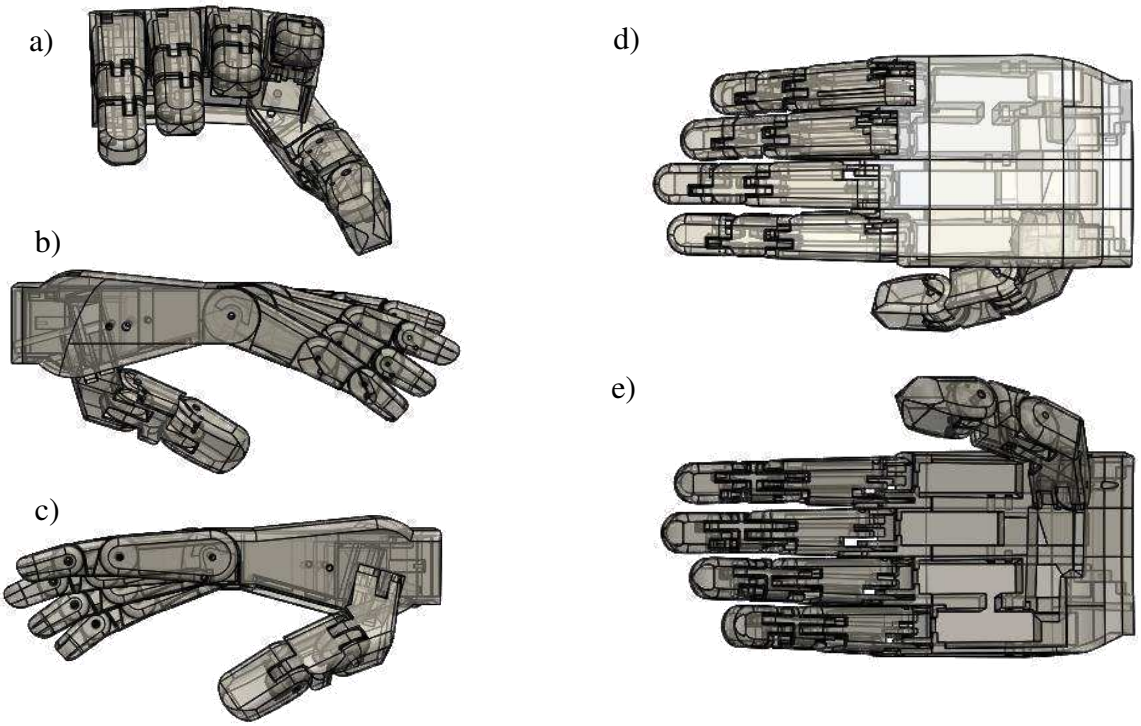


Figura 9 Vistas del modelo final en CAD: a) Frontal, b) Lateral exterior, c) Lateral interior, d) Dorsal y e) Palmar

Es importante resaltar que el modelo obtenido a raíz del procesamiento de imágenes tomográficas, posee un elevado nivel antropométrico y antropomorfo (Figura 10), sin embargo existen geometrías que fueron dibujadas en base a figuras simples, lo anterior con el fin de que posteriormente se fabrique en cualquier centro de maquinado convencional sin necesitar herramientas especiales.

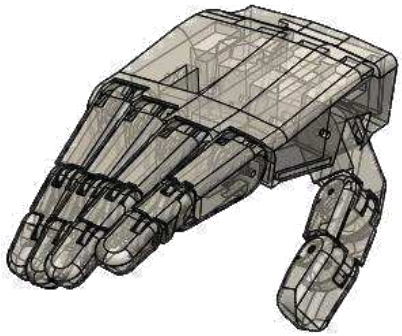


Figura 10 *Modelo en CAD con dimensiones antropométricas [11]*

3. DISCUCIONES.

Para la aplicación de imágenes tomográficas en el diseño de modelos tridimensionales, no basta con tener conocimientos de CAD, también es necesario realizar estudios analíticos y numéricos referentes a la mecánica de la mano. Lo anterior incluye estudios cinemáticos de la estructura del mecanismo, ya que la mano es capaz de sujetar y manipular objetos a placer, lo cual es funcionalmente muy difícil de imitar si se considera que la mano contiene más de 20 grados de libertad, la arquitectura y los movimientos de ésta son muy complejos. Es evidente que se puede lograr un elevado nivel antropométrico, sin embargo es necesario mantener un equilibrio entre la apariencia y la funcionalidad del sistema diseñado. En este contexto, el nivel de similitud que posee el prototipo con respecto al sistema natural puede ser afectado por los métodos de manufactura, es decir, que si bien existen métodos para fabricar piezas con elevada complejidad, estos tienden a aumentar costos de manera considerable.

Los avances en el procesamiento de imágenes, han sido posibles gracias a los avances tecnológicos y por supuesto a la generación de nuevos algoritmos para la reconstrucción total o parcial de imágenes. En este contexto, las imágenes TC son un método eficaz para diferentes aplicaciones y es una herramienta adecuada para aplicación a estudios biomecánicos y el diseño y manufactura de dispositivos que posteriormente deban ser analizados por MEF. De igual forma, está claro que el uso de estos paquetes de software son un gran apoyo para generar sistemas con elevado nivel antropométrico y antropomorfo, donde una de las ventajas al aplicar este tipo de técnicas, es el hecho de que no se tienen que hacer estudios destructivos, lo cual hace posible utilizar los especímenes físicos para otro tipo de pruebas experimentales.

4. CONCLUSIONES.

Fue posible obtener formas dimensionales similares al sistema natural, sin embargo todavía es notable la diferencia en la forma del conjunto. Se requiere desarrollar más trabajo con objeto de refinar la forma de los distintos elementos para replicar la apariencia del sistema sin pérdida de capacidad funcional.

No obstante que, para la realización de este trabajo se requirió reducir el número de grados de libertad que tiene el sistema completo de la mano a 15 grados de libertad, con los mecanismos propuestos para cada dedo, fue posible reproducir los movimientos de flexión, extensión e hiperextensión; se omitieron los movimientos de abducción y aducción de los dedos y muñeca. No obstante lo anterior, se puede afirmar que el prototipo obtenido tiene una capacidad de operación del 70% en comparación con la mano del ser humano. El porcentaje de pérdida puede afectar mayormente al manejo de objetos grandes, sin embargo al sistema desarrollado le es posible aplicar la sujeción de objetos en forma puntual, palmar, lateral, cilíndrica y esférica que se requieren para los agarres de precisión.

4. REFERENCIAS.

[1] Pfaeffle, J., Blankenhorn, B., Stabile, K., Imbriglia, J., Goitz, R. y Robertson, D. (2005). “Development and validation of a computed tomography-based methodology to measure carpal kinematics”, *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 127, pp. 541-548.

[2] Ruíz-Muñoz, E. R., Beltrán-Fernández, J. A., Rodríguez-Cañizo, R. G., Hernández-Gómez, L. H., Urriolagoitia-Sosa, G. y Urriolagoitia-Calderón, G. (2009). “Técnicas de modelado en 3D aplicado a casos de vértebras porcinas por medio de un escáner 3D y tomografías”, *XXV Congreso Nacional de Investigación Biomédica*, México.

[3] Müller-Karger, C. M., Cerrolaza, M. (2001) “Un nuevo método para la simulación de la estructura ósea mediante la versión P de elementos finitos”, *IMME*, Vol. 39, No.3, pp. 23-54.

[4] Buroni, F. C., Commisso, P. E., Cisilino, A. P. y Sammartino, M. (2004). “Determinación de las constantes elásticas anisótropas del tejido óseo utilizando tomografías computadas. Aplicación a la construcción de modelos de elementos finitos”, *Mecánica Computacional*, Vol. 23, No. 28, pp. 3009-3032, Argentina.

[5] Álvarez-Lugo, A. E., Arámbula-Mercado E. y Caro-Spinel, S. (2008). "Tomografía computarizada con rayos-x y sistema de imágenes de agregados (AIMS) para el estudio de mezclas asfálticas y agregados", *Revista Ingeniería e Investigación*, Vol. 28, No. 2, pp. 142-151. Colombia.

[6] Bosch, E. (2004). "Sir Godfrey Newbold Hounsfield y la tomografía computada, su contribución a la medicina moderna", *Revista Chilena de Radiología*, Vol. 20, No. 4, pp. 183-185, Chile.

[7] Cely-Bautista, M. M. y Díaz-Chavez, A. (2007). Diseño y análisis por el método de los elementos finitos y tomografía computarizada de una prótesis transtibial, *Scientia et Technica*, 743-748, México.

[8] Fuerte-Hernández, A. (2010). *Caracterización de vértebras porcinas para su uso en aplicaciones biomecánicas, Tesis de Maestría*, SEPI ESIME IPN, México.

[9] Cisilino, A., D'Amico, D., Buroni, F., Commisso, P., Sammartino, M. y Capiel, C. (2008). "Construcción de modelos computacionales para el análisis de esfuerzos mecánicos de piezas óseas utilizando imágenes de TC: aplicación a la articulación gleno-humeral", *Revista Argentina de Radiología*, Vol. 72, No. 4, pp. 443-448, Argentina.

[10] Velázquez-Sánchez, A. T. (2008). *Caracterización cinemática e implementación de una mano robótica multi-articulada*, Tesis de Doctorado, SEPI ESIME IPN, México.

[11] Pérez-Romero, M. A. (2011). *Análisis cinemático e implementación de una mano robótica servo-articulada aplicable como prótesis*, Tesis de Maestría, SEPI ESIME IPN, México.

[12] Fu, K. S., González, R. C., Lee, K. S. G., (1990). *Robótica: Control, Detección, Visión e Inteligencia,* McGraw Hill, México.

AGRADECIMIENTOS.

Los autores de este trabajo agradecemos por el apoyo proporcionado para el desarrollo de este trabajo al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), al Instituto de Ciencia y Tecnología del Distrito Federal (ICyTDF) por el proyecto PIC-SAII-44 y al Instituto Politécnico Nacional (IPN) mediante la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (SEPI-ESIME), Unidad Profesional Adolfo López Mateos, México.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

DISEÑO DE UN DINAMÓMETRO COMPACTO PARA MEDICIÓN DE FUERZA EN UN TORNO CNC

Remirez, Luis Pablo[1], Flores, Gustavo Marcelo[1], Hecker, Rogelio Lorenzo[1,2]

[1] Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería.
Calle 110 esq 9, General Pico (6360), La Pampa, Argentina.
pabloremirez@ing.unlpam.edu.ar
[2] CONICET

RESUMEN.

Mayores requerimientos de calidad, nivel de producción y reducción de costos junto a la globalización de los mercados exigen una mejora continua de los procesos de fabricación. Particularmente en los procesos de mecanizado, ampliamente utilizados en la industria metalmecánica, estos pueden mejorarse a partir del conocimiento en tiempo real de las variables del proceso (fuerza, temperatura del filo, desgaste de la herramienta, etc.). El conocimiento de la fuerza de corte permite inferir entre otros, el estado de desgaste de la herramienta además de implementar técnicas de control correctivo o un nivel de supervisión. Esta fuerza se puede medir en forma directa a través de un dinamómetro utilizando transductores piezoeléctricos, o galgas extensiométricas.
Este trabajo presenta el diseño de un dinamómetro compacto para ser montado en un torno de control numérico. El mismo está compuesto de anillos octogonales, donde las fuerzas se miden a partir de la deformación captada por galgas extensiométricas pegadas sobre ellos. Sus medidas son muy reducidas y es capaz de medir las tres componentes ortogonales de una fuerza orientada en el espacio. La rigidez teórica alcanzada es de 67N/µm en la dirección de corte y mediciones teórica de fuerza a partir de los 0,81N.
En este trabajo además se muestra un análisis detallado del comportamiento de los octógonos sometido a esfuerzos y las ecuaciones que permiten definir las dimensiones más apropiadas en función de los requerimientos de diseño.
El estudio y el diseño realizado se llevaron a cabo con el software I-DEAS (Integrated Desing Engineering Análisis Software) que utiliza el método de cálculo por elemento finito.

Palabras Claves: Strain Gauges, Rigidez, Sensibilidad, Sensibilidad Cruzada.

1. INTRODUCCIÓN.

En un proceso de mecanizado el acabado superficial y las dimensiones de una pieza están estrechamente vinculados con el estado de la herramienta de corte. Por tal motivo es importante determinar con precisión el estado del filo de corte y de esta forma garantizar en los procesos de mecanizado el correcto desempeño de la herramienta, además de permitir un monitoreo y control de su desgaste, indicando el momento adecuado para el reemplazo.

Las industrias manufactureras durante mucho tiempo han intentado estimar de manera confiable la duración de las herramientas de corte y de esta manera programar el momento de su reemplazo, incluso si las condiciones de la herramienta son las adecuadas.

El conocimiento de la fuerza de mecanizado, en tiempo real, nos posibilita inferir el estado del desgaste de la herramienta de corte y además permite implementar nuevas técnicas de control o de supervisión. Es decir, que conociendo el desgaste de la herramienta se pueden ajustar los parámetros de corte para que la pieza a mecanizar no vea afectada sus tolerancias, o también hallar una correlación entre el desgaste y el acabado superficial [1].

Las fuerzas de corte generadas durante los procesos de mecanizado tienen una influencia directa sobre la generación de calor, el desgaste de la herramienta, la calidad de la superficie mecanizada y en las tolerancias dimensionales [2]. Dado que los resultados teóricos para determinar las fuerzas de corte producen resultados imprecisos, las mediciones experimentales resultan imprescindibles. Por este motivo muchos instrumentos de medición han sido desarrollados [3].

La fuerza de corte mencionada se puede medir mediante métodos directos y métodos indirectos. Los métodos directos son a través de dispositivos tales como los dinamómetros, los cuales pueden ser de elementos deformables o de transductores piezoeléctricos. Los métodos indirectos son aquellos en que no se mide directamente la fuerza, sino que se la calcula, como por ejemplo a través del consumo de potencia.

El presente trabajo muestra una serie de estudios que arriban al diseño de un dinamómetro, compuesto por elementos deformables del tipo anillo octogonal, el cual es capaz de medir fuerzas en las tres direcciones ortogonales, en tiempo real, que se encuentran en los procesos de torneado. Tales fuerzas son la fuerza de corte, la fuerza de avance y la fuerza de empuje radial. Las mediciones de las fuerzas se realizan por medio de transductores del tipo strain gauge (SG). Este dispositivo se diseñó para ser colocado en la torreta porta herramienta de un torno CNC, donde los espacios son muy reducidos.

Para lograr un buen mecanizado de las piezas el dinamómetro debe tener una rigidez elevada, ya que de lo contrario se afecta el proceso de mecanizado, se modifican los parámetros de corte (como el avance, la profundidad de corte, etc.), la pieza puede salir de tolerancias, se inducen vibraciones y se afecta el acabado superficial. Además, el dinamómetro debe poseer una rigidez tal que cumpla con las especificaciones mencionadas pero que a la vez tenga la suficiente sensibilidad como para lograr efectuar pequeñas mediciones de fuerza. Esto es algo difícil de conseguir, planteándose una situación de compromiso entre los factores de rigidez y sensibilidad por estar en oposición, es decir, que a mayor valor de rigidez se pierde sensibilidad, y a menor rigidez la sensibilidad aumenta.

El dinamómetro además debe poder diferenciar las tres componentes de una fuerza en el espacio, o sea, las mediciones de fuerza en una dirección no deben ser influenciadas por las fuerzas en las restantes direcciones ortogonales. A esto se le conoce como sensibilidad cruzada, y es la capacidad del instrumento de diferenciar fuerzas en sus distintas direcciones de aplicación.

En este trabajo se realizó un estudio detallado de los anillos octogonales sometidos a esfuerzos. Se analizó la sensibilidad cruzada del octógono a través de las variaciones de deformación sobre las caras de los octógonos. Se obtuvieron ecuaciones que relacionan las fuerzas involucradas con los desplazamientos, con las deformaciones y con la rigidez. Estas ecuaciones permiten dimensionar a los octógonos para que cumplan con los requerimientos de rigidez, dimensiones del SG, sensibilidad cruzada, etc.

El diseño de este instrumento se realizó íntegramente con el software I-DEAS (Integrated Desing Engineering Analysis Software) que utiliza el método de cálculo por elemento finito.

2. DINAMÓMETRO DE ELEMENTOS DEFORMABLES.

Estos dinamómetros son instrumentos que sirven para medir fuerzas, y basan su funcionamiento en las deformaciones elásticas sufridas en sus elementos deformables. Existen diferentes tipos de elementos deformables, como por ejemplo de anillos circulares, anillos octogonales y tipo C.
La publicación [4] presenta un dinamómetro compuesto por cuatro anillos octogonales, usando 4 transductores del tipo SG por cada anillo, y cuya dimensión total es de 100x100x64mm. Este dinamómetro presentó problemas de vibración debido principalmente a la fijación de los octógonos. En la publicación [5] se muestra un dinamómetro de similares características.
También existen dinamómetros compuestos por un solo bloque de material [6] capaz de medir deformaciones mediante la utilización de dos SG correctamente instalados. Las deformaciones que sufre el bloque de material son de ordenes muy pequeños. El diseño de bloque permite medir fuerzas en solo dos direcciones, y aunque posee un diseño sencillo y económico, no ofrece confiabilidad en las lecturas.

2.1. Elemento deformable del tipo Anillo Octogonal.

La mayoría de las publicaciones y trabajos sobre diseño y fabricación de dinamómetros hacen hincapié en el diseño global del instrumento. Mientras que aquí, además, se muestra un análisis detallado de los anillos octogonales que componen el dispositivo, por considerar que son el pilar de este tipo de instrumento.
Se realizó un estudio de estos elementos cuando son sometidos a fuerzas y como resultado se obtuvieron ecuaciones de desplazamiento, de rigidez y de deformación. Estas ecuaciones permiten dimensionar al octógono para diferentes requisitos tales como rigidez y tamaño. Además, se obtuvo el perfil de las deformaciones sobre las caras del anillo producidas por las fuerzas aplicadas. La Figura 1 muestra la geometría del anillo octogonal y sus parámetros dimensionales.

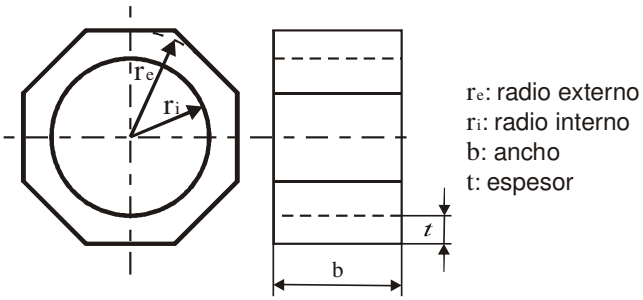


Figura 1: Geometría del anillo octogonal.

La Figura 2 muestra la condición de contorno utilizada en el software para una fuerza vertical y las deformaciones que se generan sobre toda la superficie del octógono. En este caso se considera que el octógono está perfectamente empotrado, es decir que no existe deslizamiento en el apoyo.

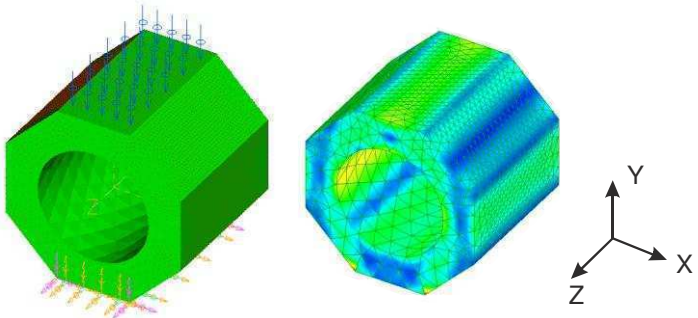


Figura 2: Izq. Condiciones de contorno para una fuerza vertical. Der. Deformaciones producidas.

En el trabajo [7] se muestra un dinamómetro compuestos por octógonos de 18mm de ancho, que presentó problemas de vibración, y una de las posibles causantes de la vibración puede ser a causa de la sujeción de los octógonos debido al deslizamiento relativo entre las placas y los octógonos.
En nuestro diseño se consideró la posibilidad de colocar sobre los octógonos pernos de fijación y evitar de esta manera los problemas de sujeción, esto hace que deba incrementarse el ancho del anillo. De acuerdo a esto, se evaluó a anillos de diferente ancho cuando son sometidos a fuerzas y se analizó como varían las deformaciones sobre las caras de los octógonos, tanto en las caras verticales como en las caras inclinadas; los demás parámetros dimensionales como el radio externo y el espesor se mantuvieron constantes.

2.1.1 Deformaciones sobre las caras verticales.

De manera de saber cómo afectan las fuerzas sobre las caras de los octógonos, se aplicaron de manera independiente fuerzas de igual magnitud en la dirección vertical y horizontal del octógono. La Figura 3 muestra las deformaciones ocurridas en la cara vertical en función de la fuerza aplicada. Con FV indicamos que se trata de una fuerza vertical y con FH una fuerza horizontal. El cero se ubica en el centro geométrico de la cara y cada par de líneas del mismo color indica que se trata del mismo octógono. La prueba se hizo para octógonos de diferente ancho (20mm, 25mm y 30mm), t=4,4 y r_e=16,31mm. Para la fuerza vertical las deformaciones son iguales sobre ambas caras verticales.

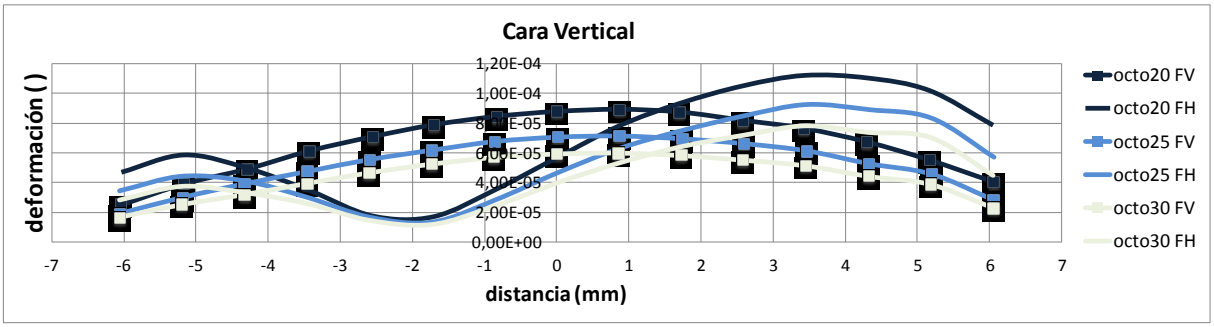


Figura 3: Variación de deformación a lo largo de la cara vertical del octógono.

El punto de mínima interferencia es aquel en que la diferencia entre la deformación provocada por una fuerza vertical y la deformación provocada por una fuerza horizontal es máxima. La sensibilidad cruzada está dada por esta diferencia de entre las deformaciones, y es una medida de la capacidad de diferenciar las direcciones de las fuerzas aplicadas.
El punto de -2mm en la Figura 3 muestra que las deformaciones provocadas por la fuerza horizontal son muy bajas comparadas con las provocadas por la fuerza vertical. Siendo este el lugar a colocar el strain gauge para medir la fuerza en la dirección vertical.
Otra cosa interesante a notar es que a medida de que el ancho aumenta las deformaciones son de menor magnitud, la rigidez aumenta, pero la sensibilidad cruzada empeora. Se puede inferir que la sensibilidad cruzada en un octógono inferior a 20mm de ancho posee una mejor sensibilidad cruzada, pero posee un área menor para sujetar al octógono y los problemas que esto acarrea.

2.1.2 Deformaciones sobre las caras inclinadas.

La Figura 4 muestra las deformaciones sobre la cara inclinada superior derecha en función de la fuerza aplicada. El cero se ubica en el centro geométrico de la cara y cada par de líneas del mismo color indica que se trata del mismo octógono. Por condiciones de simetría, este patrón de deformaciones es el mismo al de su cara paralela.
Al igual que en el caso de la cara vertical, claramente se ve que el anillo de 20 mm de ancho posee una menor sensibilidad cruzada que el anillo de 30mm. El lugar de mínima interferencia ocurre cerca del centro geométrico de la cara del octógono, siendo este el lugar a colocar el strain gauge para medir la fuerza horizontal.

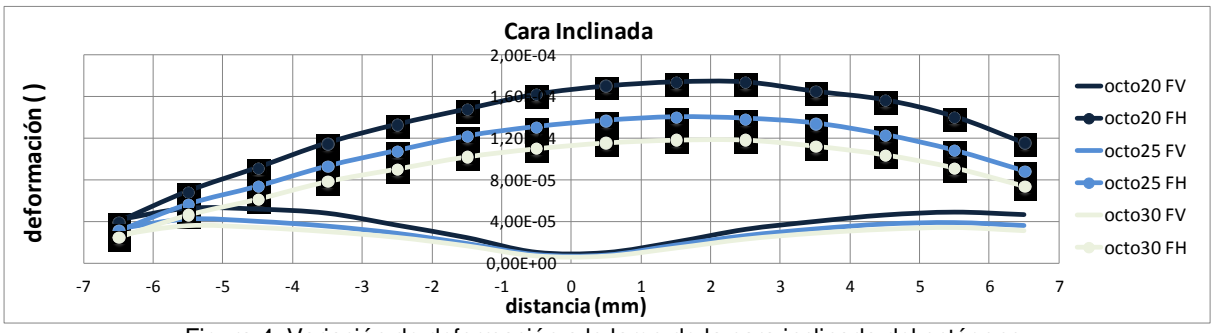


Figura 4: Variación de deformación a lo largo de la cara inclinada del octógono.

Todas las referencias estudiadas de dinamómetros de octógonos de los diferentes autores muestran que la zona a colocar los SG es en el centro geométrico de la cara de los octógonos, tanto la vertical como la inclinada, ya que lo que se pretende es medir la máxima deformación para determinada dirección. Los resultados aquí encontrados muestran que este no es el lugar de mínima interferencia entre las fuerzas.
Algo importante a notar es como varían las deformaciones, se ve que en la zona del centro de la cara tenemos una longitud de 1,5mm en donde las deformaciones causadas por la fuerza vertical son muy bajas y donde la variación de las deformaciones causadas por la fuerza horizontal ronda el 2%, esto servirá al momento de definir el radio externo del octógono, en el que podemos hacer coincidir la longitud del strain gauge con la zona indicada.
De la Figura 3 y la Figura 4, tenemos que para la cara inclinada la interferencia entre las fuerzas se hacen mínimas al 3% de la longitud de la cara por encima de la línea media, y para la cara vertical tenemos que la mínima interferencia ocurre en un 15% de la longitud de la cara por debajo de la línea media, Figura 5.

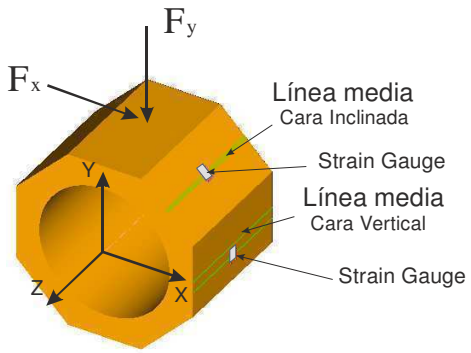


Figura 5: Zona de pegado de los strain gauges sobre la cara inclinada y vertical.

Una de las preguntas que surge es, si se invierte el sentido de la fuerza aplicada, en el punto de señalado de mínima interferencia para la cara vertical ¿estaríamos midiendo ahora con mayor proporción la fuerza horizontal y no la fuerza vertical? La respuesta es sí, pero este dispositivo se diseña para medir fuerzas para un solo sentido, por lo que este es el lugar adecuado a nuestro modelo para medir fuerzas.

2.2. Sistema de Ecuaciones.

Si bien hay ecuaciones aproximadas de desplazamiento y deformación para anillos octogonales [3], el autor indica que no son confiables y que sólo 1/2 o 1/3 de la rigidez teórica es la obtenida, debido a causas de sujeción. Estas ecuaciones se obtuvieron mediante una aproximación de la geometría del anillo circular al anillo octogonal, válido para anillos octogonales lo suficientemente delgados.
Esto motivó al desarrollo de un sistema de ecuaciones en el que se obtengan los valores de desplazamiento, rigidez y deformación. El resultado fue que se hallaron ecuaciones de la misma forma que las presentadas en [3], con la diferencia de que el valor de las constantes se halló mediante simulaciones en el software.

Si bien a través del software tenemos el valor de deformación y desplazamiento sobre cada punto del anillo, parecería que no tiene sentido el desarrollo de ecuaciones. El hecho consiste en dimensionar al anillo para que cumpla con determinadas características, y es a partir de las ecuaciones que dimensionamos al anillo para tal fin. Reduciendo así en un número importante la cantidad de iteraciones hasta obtener los resultados deseados, lo que demanda una gran cantidad de tiempo en simulaciones, además de ser innecesario.

2.2.1 Ecuaciones de desplazamiento.

Estas ecuaciones brindan el desplazamiento máximo del anillo para las direcciones de aplicación de los esfuerzos. La Ecuación (2) y la Ecuación (3) dan el desplazamiento máximo para una fuerza en la dirección vertical y horizontal respectivamente. Estas ecuaciones están en función de los parámetros dimensionales del octógono, como el radio externo r_e, el ancho b y el espesor t, como así también del módulo de elasticidad del material E. Los valores de las constantes 0,78 y 6,4 se obtuvieron mediante las simulaciones con el software.

$$\delta_y = 0{,}78 \cdot \frac{F_y \cdot r_e^3}{E \cdot b \cdot t^3} \tag{2}$$

$$\delta_x = 6{,}4 \cdot \frac{F_x \cdot r_e^3}{E \cdot b \cdot t^3} \tag{3}$$

2.2.2 Ecuaciones de Rigidez.

A partir de la Ecuación (2) y la Ecuación (3), calculamos la rigidez haciendo el cociente entre fuerza y desplazamiento, la Ecuación (4) y la Ecuación (5) dan la rigidez del octógono en la dirección vertical y horizontal respectivamente. La rigidez deseada para cada anillo octogonal se puede calcular mediante estas ecuaciones, es decir, si fijamos un valor de rigidez a cumplir podemos despejar los parámetros dimensionales restantes en el octógono.

$$R_y = \frac{F_y}{\delta_y} = 1{,}28 \cdot \frac{E \cdot b \cdot t^3}{r_e^3} \tag{4}$$

$$R_x = \frac{F_x}{\delta_x} = 0{,}16 \cdot \frac{E \cdot b \cdot t^3}{r_e^3} \tag{5}$$

2.2.3 Ecuación de deformación sobre la cara inclinada inferior y vertical.

Estas ecuaciones dan el valor de deformación sobre la cara inclinada inferior y sobre la cara vertical del octógono. La Ecuación (6) da la deformación en el punto de mínima interferencia sobre la cara inclinada inferior ante una fuerza horizontal. La Ecuación (7) da la deformación en el punto de mínima interferencia sobre la cara vertical ante una fuerza vertical.

$$\varepsilon_x = 0{,}94 \cdot \frac{F_x \cdot r}{E \cdot b \cdot t^2} \tag{6}$$

$$\varepsilon_y = 0{,}37 \cdot \frac{F_y \cdot r}{E \cdot b \cdot t^2} \tag{7}$$

Donde r es la distancia desde el centro del octógono hasta el punto de mínima interferencia.
Teniendo definidas las dimensiones del octógono podemos conocer el valor de deformación que tendremos sobre la cara para diferentes valores de fuerza, y esto nos permitirá evaluar si los valores de deformación son apreciables a partir de determinado valor de fuerza.

2.2.4 Relación entre desplazamiento y deformación.

Debido a que se está trabajando con anillos de dimensiones muy reducidas podemos decir que, según muestra la Figura 6, la distancia desde el centro del octógono hasta el punto de mínima interferencia sobre la cara del octógono es aproximadamente igual al radio externo del octógono. Tomando las deformaciones que ocurren en la zona de mínima interferencia podemos relacionar las deformaciones sufridas con el desplazamiento del anillo. Así, al hacer el cociente entre la Ecuación (3) y (6), obtenemos la Ecuación (8)

$$\delta_x = 6{,}81 \cdot \varepsilon_x \cdot \frac{r_e^2}{t} \tag{8}$$

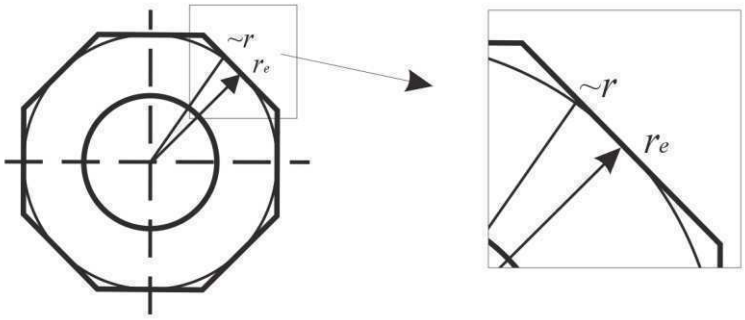


Figura 6: Aproximación de la distancia del punto de mínima interferencia al radio externo del octógono.

Con la Ecuación (8) no se puede dimensionar al octógono estableciendo una deformación y un radio determinado, sino que dadas las dimensiones y un valor de fuerza se procede al cálculo de deformación mediante la Ecuación (6), y luego mediante la Ecuación (8) el valor de desplazamiento que se obtendría. De esta manera podemos dimensionar al anillo para determinado valor de rigidez y saber si el valor de deformación que se obtiene es captado por el sistema de lectura.
En cierto modo, esta ecuación brinda una relación entre sensibilidad y rigidez en función de las dimensiones del octógono. A medida que el radio externo es menor y el espesor es mayor, la rigidez aumenta y las deformaciones son menores.

3. DISEÑO DEL DINAMÓMETRO.

Las consideraciones más importantes a tener en cuenta para el diseño de este dinamómetro son sus dimensiones, rigidez, sensibilidad, sensibilidad cruzada, tipos de material a mecanizar y tamaño de los octógonos. En cuanto al material seleccionado a utilizar en el diseño del dinamómetro se tuvieron en cuenta factores como corrosión, conductividad del calor, dureza y elasticidad. De acuerdo a estas consideraciones y por tener un alto valor de resistencia a la fluencia, el material seleccionado es acero AISI 4140. El rango de fuerzas al que estará sometido el dinamómetro varía entre un mínimo de 300N hasta un máximo de 1900N, calculadas a partir de diferentes tipos de materiales a mecanizar (tales como fundición gris y aceros) y diferentes condiciones de mecanizado (avance de 1mm y velocidad de avance de 0,2mm/rev).
A diferencia de otros dinamómetros, referencia [5, 7, 8], aquí se llega a un diseño compacto de un dinamómetro compuesto por dos octógonos. En el trabajo [7] se realizó un dinamómetro cuya rigidez en la dirección de corte de poco más de 60N/µm no presentó interferencias apreciables en el proceso de mecanizado. A partir de esto adoptamos este valor como el mínimo valor de rigidez a cumplir para diseñar nuestro dinamómetro.
En la Figura 7 se muestra un diseño de dinamómetro compuesto por dos anillos octogonales dispuestos de manera transversal uno del otro, con las placas que los sujetan y el porta herramienta. Llamemos octógono 1 al anillo que se coloca con su eje circular en la dirección Z y llamemos octógono 2 al anillo que se coloca con su eje circular en la dirección Y. Los octógonos se encuentran sujetados a la Placa Fija y la Placa Móvil. La Placa Fija se sujeta a la torreta porta herramienta del torno CNC y a la Placa Móvil se le sujeta él porta herramienta.

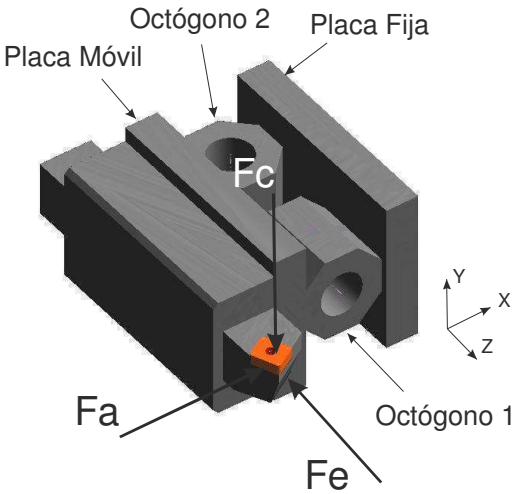


Figura 7: Direcciones de las fuerzas en un proceso de mecanizado.

Dada la disposición de los anillos, el octógono 1 es el que sufre el mayor valor de desplazamiento en la dirección vertical ante una fuerza vertical, esto indica que el valor de rigidez del octógono (en su dirección horizontal) es el que tendrá mayor influencia en la rigidez vertical del dinamómetro.
Para dimensionar a los octógonos se toma un valor de rigidez en la dirección horizontal del octógono que supere una rigidez de 60N/µm, y además, que posea un ancho necesario que asegure una adecuada fijación, como por ejemplo lugar suficiente para colocar pernos de fijación. De acuerdo a esto se toma un ancho b=25mm dejando espacio suficiente para colocar tornillos y hasta 2 pernos de fijación. Para calcular el radio externo hacemos coincidir la longitud del strain gauge con la zona de mínima interferencia donde las deformaciones (sobre la cara inclinada) no superen el 2% de variación, de acuerdo a esto para una longitud de strain gauge de 1,5mm tenemos un radio externo de r_e=12,5mm. Para calcular el espesor tomamos un valor de rigidez en la dirección vertical de 94N/µm y reemplazamos en la Ecuación (4), despejando tenemos t=6mm. Las dimensiones de las placas las tomamos de acuerdo a las dimensiones de los octógonos para que permitan su adecuada fijación, y lugar suficiente para colocar el porta-herramienta, adoptamos los valores de 45mmx10mmx65mm. El tamaño total del dinamómetro es de 45mmx45mmx65mm.

3.1. Simulaciones y Análisis del Dinamómetro.
De manera de estudiar el comportamiento del dinamómetro se hicieron simulaciones para fuerzas con una única componente en el espacio, y con las tres componentes ortogonales de una fuerza, y se determinaron las deformaciones que ocurrían en tales casos.
Se hizo una simplificación en las condiciones de borde, en que los anillos octogonales se encuentran en una perfecta adhesión a las placas que los sujetan, quitando todo tipo de problema tales como vibración y deslizamiento relativo entre los octógonos las placas. Por esto, los resultados de rigidez obtenidos son los máximos teóricos esperados para este diseño. La Figura 8 muestra la versión simplificada de las condiciones de borde para la fuerza de corte y los desplazamientos originados. Los colores indican mínimos o nulos desplazamientos con el verde y los mayores desplazamientos con color azul. Estos desplazamientos son los que ocurren en la dirección vertical.

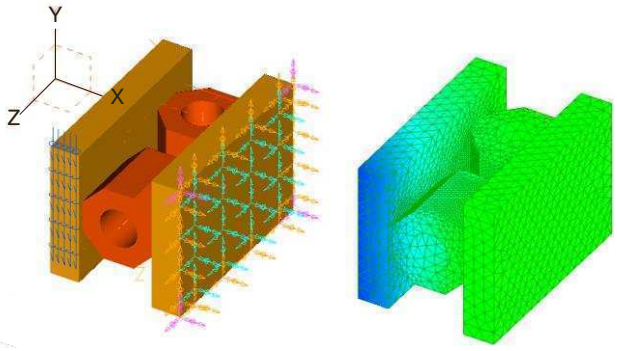


Figura 8: Izq. Fuerza de corte aplicada. Der. Desplazamientos originados por la fuerza de corte.

Haciendo el cociente entre fuerza y desplazamiento se obtuvieron los valores de rigidez teóricos. En la dirección de la fuerza de avance (eje X) la rigidez es de 331N/µm, en la dirección de la fuerza de empuje radial (eje Z) es de 282N/µm y en la dirección de la fuerza de corte (eje Y) es de 67N/µm.
Para determinar el valor de tensión máximo a las que está sometido el dinamómetro se aplicó el valor máximo de fuerza de corte esperado, de 1900N, y tenemos una tensión máxima de 300N/mm^2, valor que está por debajo del límite elástico del material a utilizar de 550-900N/mm^2, lo que da un buen margen de seguridad de trabajo.

3.1.1 Determinación de la sensibilidad cruzada.

La zona de pegado de los SG se define de acuerdo a la dirección del esfuerzo a medir y a su vez que la interferencia con respecto a los demás esfuerzos sea la menor posible. De acuerdo al equipamiento disponible en la facultad [9], los valores teóricos de mediciones aceptables con un puente de Wheatstone de dos SG con valor de resistencia de 350 ohm y un gage factor de 2, son valores de deformación entre 1,79E-7 y 1,47E-3. Si bien las dimensiones de los SG aquí utilizados son menores, los valores de resistencia y gage factor son los mismos, lo que es de esperar que el rango de mediciones sea el mismo.
La Figura 9 muestra la ubicación de los SG sobre las caras de los octógonos. En total se usan 6 SG. Los SG 1 y 2 medirán la fuerza de avance (eje X). Los SG 3 y 4 medirán la fuerza de corte (eje Y). Los SG 5 y 6 medirán la fuerza de empuje radial (eje Z). Todos los SG se colocarán en el punto de mínima interferencia, considerándose la dirección de las fuerzas de aplicación.

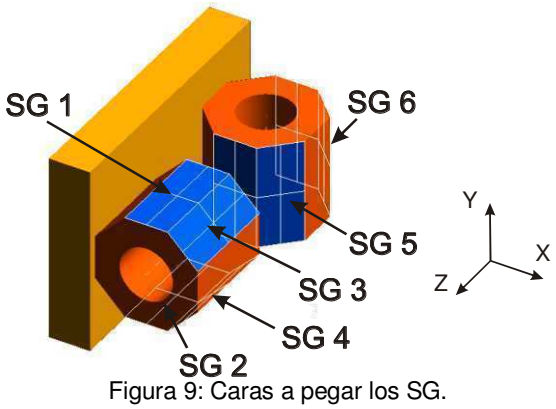


Figura 9: Caras a pegar los SG.

Para analizar la sensibilidad cruzada del dinamómetro se armaron 3 conjuntos de fuerzas, que contemplen los valores máximos y mínimos de fuerza aplicadas sobre el dinamómetro. Se hizo la lectura de deformación en los puntos de mínima interferencia sobre las caras de los octógonos, y se consideró el signo de la deformación (tracción positivo y compresión negativo). Según como se arme el puente de Wheatstone las deformaciones se suman o se restan, aquí se usará esto para cancelar

efectos, es decir, en el caso de mediciones en la horizontal se usa la suma de las deformaciones, mientras que en las restantes direcciones usaremos la resta.
Así, en el caso en que tengamos una fuerza vertical, tendremos lectura de deformación solamente en Y, ya que los demás puentes estarán en equilibrio, con valores de medición en las direcciones restantes inferiores al 0,01%, lo mismo sucede para el caso de una fuerza horizontal en que las lecturas en las restantes direcciones son inferiores al 0,02%. Por último, el caso de una fuerza de empuje radial es un tanto diferente; tenemos una lectura de una fuerza horizontal que ronda el -4,05% y en la dirección de corte una lectura inferior al 0,03%.
Como el valor de lectura de una fuerza horizontal ante una fuerza de empuje radial se mantiene constante se puede calibrar al instrumento para corregirlo y disminuir este valor. Para eso se toma el -4,05% del valor medido en Z y se lo suma al valor medido en X. La Tabla 1 los valores de sensibilidad cruzada calculados con los valores de deformación obtenidos por cada puente de Wheatstone.

Tabla 1: Deformaciones de cada puente y cálculo de sensibilidad cruzada.

Dirección	Fuerza [N]	SG 1+SG 2 def X	SG 3-SG 4 def Y	SG 5-SG 6 def Z	Syx (def X/def Y)	Syz (Def Z/def Y)
Y	200	2,00E-9	3,61E-5	-1,70E-9	0,01%	0,00%
Y	1000	2,00E-8	2,43E-4	-2,00E-8	0,01%	-0,01%
Y	1900	1,20E-8	4,83E-4	-1,00E-8	0,00%	0,00%
					Sxy (def Y/def X)	Sxz (def Z/def X)
X	160	8,57E-6	2,00E-9	2,00E-9	0,02%	0,02%
X	800	4,31E-5	1,00E-8	1,00E-9	0,02%	0,00%
X	1600	9,42E-5	2,00E-8	2,18E-8	0,02%	0,02%
					Szx (def X/def Z)	Szy (def Y/def Z)
Z	120	-2,61E-7	2,00E-9	6,42E-6	-4,06%	0,03%
Z	600	-2,70E-6	1,00E-8	6,67E-5	-4,05%	0,02%
Z	1120	-5,80E-6	3,00E-8	1,43E-4	-4,05%	0,02%

La Figura 10, 11 y 12 muestran las deformaciones ocurridas para cada dirección en función de la fuerza de corte, la fuerza de empuje radial y la fuerza de avance respectivamente. Estos gráficos se corresponden con los datos de sensibilidad cruzada de la Tabla 1.

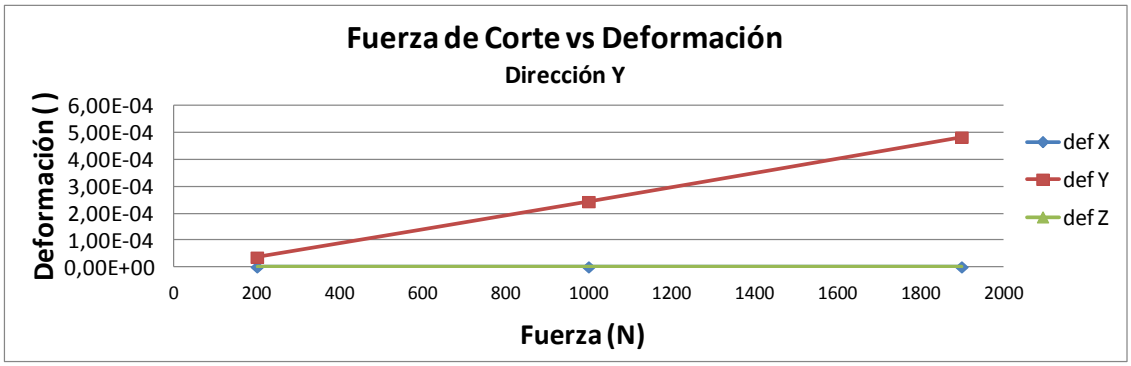


Figura 10: Deformación en las direcciones normales X, Y y Z, en función de la fuerza de corte.

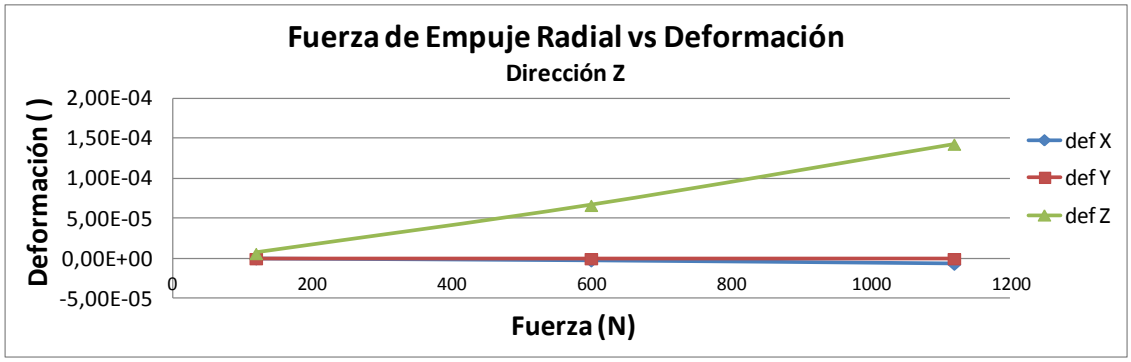


Figura 11: Deformación en las direcciones normales X, Y y Z, en función de la fuerza de empuje.

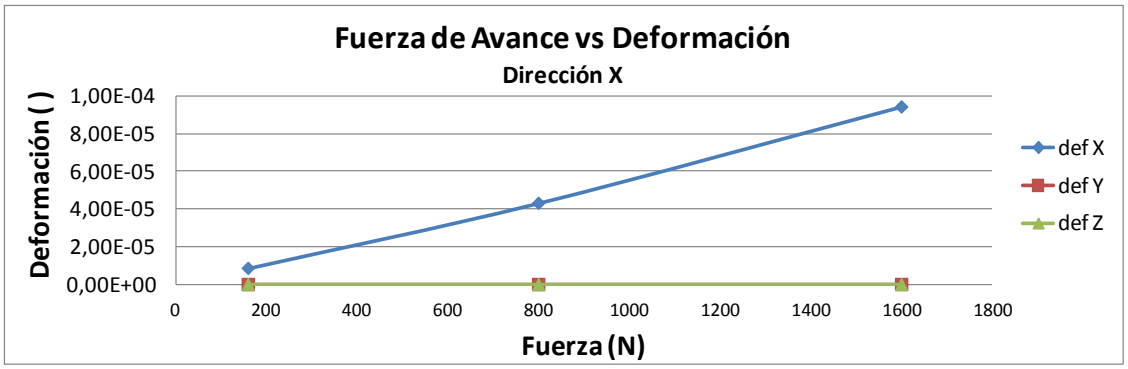


Figura 12: Deformación en las direcciones normales X, Y y Z, en función de la fuerza de Avance.

3.1.2 Rango de Medición y Cálculo de Error.

Para calcular el rango de medición en cada dirección se usa la Ecuación (17), en que la fuerza aplicada en una dirección (i) es igual a la deformación captada por los SG en esa dirección, multiplicada por una constante. Estos valores de constantes no son otra cosa que la pendiente de la recta de la Figura 10, 11 y 12.

$$F_i = k_i \cdot \text{deformación} \tag{17}$$

Los valores de la constante para la dirección Y, X y Z son, respectivamente, k_y= 4,53E6, k_x= 1,81E7 y k_z= 8,41E6. Multiplicando el valor mínimo teórico medible de 1,79E-7 por el valor de la constante para cada dirección obtenemos el valor mínimo de fuerza medible para cada dirección.

Fuerza mínima medible:

Corte: 0,81N
Avance: 3,24N
Empuje Radial: 1,51N

Para hacer una evaluación del error medido, se aplica al dinamómetro una fuerza orientada en el espacio y tomamos los valores de deformación, al multiplicar esos valores por las constantes anteriores obtenemos el valor de fuerza medido. Haciendo una comparación con el valor de fuerza aplicado calculamos el error. La Tabla 2 muestra las componentes de la fuerza aplicada en el espacio, los valores de deformación medidos, y los valores de fuerza y error calculados.

Tabla 2: Valores de medición de fuerzas y errores en la medición.

Dirección	Fuerza [N]	Deformación medida	Fuerza Medida [N]	Error
Y	1000	2,21E-4	1000,53	0,05%
X	800	4,31E-5	805,01	0,63%
Z	600	7,13E-5	599,63	-0,06%

4. CONCLUSIONES.

El compromiso entre sensibilidad y rigidez era uno de los principales inconvenientes en este trabajo, se debía lograr un diseño de dinamómetro lo suficientemente rígido y a la vez poder captar mediciones. Estas dificultades se superaron a partir de haber logrado describir de manera detallada el comportamiento de los octógonos, los análisis de deformación sobre las caras permitieron establecer los lugares más idóneos para colocar los transductores y así captar las mediciones con una mínima interferencia. Se arribaron a ecuaciones que describen el comportamiento de los anillos octogonales, dentro del rango de aplicación para este tipo de instrumentos (ecuaciones de desplazamiento, ecuaciones de deformación sobre la superficie y ecuaciones de rigidez). Lo que permitió arribar a un diseño de dinamómetro compacto, liviano y rígido.

De esta manera se ha llegado al diseño de un instrumento compacto de medición con una rigidez de 67N/µm en la dirección de la fuerza de corte, 331N/µm en la dirección de la fuerza de empuje radial y de 282N/µm en la dirección de la fuerza de avance. Por ser de una geometría muy sencilla su construcción es de relativa facilidad, y los problemas de vibración debido al deslizamiento relativo entre los octógonos y las placas se reducen al colocársele pernos de fijación. Se utilizan solamente 6 strain gauges para realizar mediciones y el peso total del instrumento es inferior a los 800g.

La medición arroja un error despreciable en la dirección de corte y en la dirección de empuje radial (inferior en módulo al 0,06%), con un error menor al 0,63% en la dirección de avance. Se pueden realizar mediciones de fuerza a partir de 0,81N en la dirección Y, 3,24N en la horizontal X y 1,51N en la dirección Z. Se logra una sensibilidad cruzada inferior al 0,03% para las mediciones con fuerza en Y y en X.

El trabajo aquí realizado nos permite además, diseñar dinamómetros de acuerdo a las exigencias pretendidas, con un dimensionado de los octógonos más adecuado a cada situación. Algo importante a notar es que se pueden diseñar octógonos tan pequeños como se quiera, pero la dificultad se centra luego en la adecuada fijación de los octógonos sobre las placas y el correcto pegado de los SG a medida que estos son más pequeños.

5. REFERENCIAS.

[1] Liang, S., Hecker, R., Landers, R. *"Machining Process Monitoring and Control: The State-of-the-Art"*. Journal of Manufacturing Science and Engineering. Vol. 126, 2004, pag. 297 – 310.

[2] Kalpakjian, Serope. (2000). Manufacturing Engineering and Technology. ISBN-10: 0201361310. 4th Edition. Prentice Hall.

[3] Karabay, Sedat. "*Design criteria for electro-mechanical transducers and arrangement for measurement of strains due to metal cutting forces acting on dynamometers*". Materials & Design. *Volumen 28, Issue 2, 2007, pag. 496 - 506*.

[4] Yaldiz, S. *"Design, development and testing of a turning dynamometer for cutting force measurement"*. Materials & Design. Volumen 27, Issue 10, 2006, pag. 839 - 846.

[5] Korkut, I. *"A dynamometer design and its construction for milling operation"*. Materials & Design. Issue 24, 2003, pag. 631 – 637.

[6] Kim, J., Kim, D. *"Development of a combined-type tool dynamometer with a piezo-film accelerometer for an ultra-precision lathe"*. Journal of Material Processing Technology. Issue 71, 1997, pag. 360 – 366.

[7] Flores, Marcelo, .Hecker, Rogelio, Vicente, Diego. *"Diseño y Ensayo Experimental de una Celda de Carga para Maquinado"*. ENIEF. 2008. San Luis, Argentina.

[8] Hecker, R., Flores, M., Marcos, G., Vicente, D., Harán, R. *"Control del Proceso de Torneado"*. AADECA 2006. Buenos Aires, Argentina.

[9] Matias D. Jaliff Perez, Rogelio L. Hecker, Gustavo M. Flores, *"Desarrollo de un Sistema de Monitoreo para el Proceso de Torneado"*. Segundo Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, II CAIM 2010, San Juan, Argentina, 16 al 19 de noviembre de 2010.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Nuevas técnicas de relevamiento para aplicaciones de ingeniería inversa.

Defranco, Gabriel; Fuertes, Laura; Gavino, Sergio; Lopresti, Laura;
Lara, Marianela; Barba, Salvatore[1]

Unidad de Investigación y Desarrollo – Grupo de Ingeniería Gráfica Aplicada (UID-GIGA), Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.
Av. 1 y 47 La Plata – Argentina. graficaing@ing.unlp.edu.ar

(1) Via Ponte don Melillo 84084 Fisciano, Salerno, Italia.

RESUMEN

El relevamiento por medios manuales empleando el dibujo de croquis, es una práctica habitual para el registro de piezas en el ámbito de la Ingeniería Mecánica y el Diseño Industrial, sin embargo, para algunas aplicaciones específicas suelen presentarse dificultades de disponibilidad del modelo o desaparición del mismo. Para estos casos esta técnica convencional no alcanza y las técnicas fotogramétricas son un medio para facilitar la tarea.
Es así, que con algunas fotografías adecuadamente tomadas y algunas dimensiones utilizadas como patrones, pueden obtenerse croquis aproximados mientras que, procesando el registro fotográfico digital con software específico, se puede arribar a una nube de puntos en tres dimensiones y con el posprocesamiento adecuado a un modelo 3D. Este modelo puede tener diferentes usos, puede ser utilizado para el re-modelado de la pieza relevada o para ser materializado bajo el circuito productivo del CAD-CAM (CNC).
El presente trabajo tiene por propósito presentar el estado de avance en que se encuentra la Unidad de Investigación y Desarrollo- Grupo de Ingeniería Gráfica Aplicada (UID-GIGA), a partir de haber participado con este tipo de técnicas a través del Proyecto de Cooperación Internacional Interuniversitario Laboratorio “Drawing and Structural Analysis” del grupo de investigación dirigido por el Dr. Salvatore Barba de la Universidad de Salerno, Italia. Se hará una presentación de una primera experiencia realizada sobre una obra significativa, como es el portal de acceso de la Catedral de la Ciudad de La Plata utilizando la fotogrametría multimagen no estereoscópica [1]. También se relatará una segunda experiencia de fotogrametría convergente, técnica que suele emplearse en Ingeniería Inversa [2]. Ambas experiencias se han realizado con el objeto de familiarizarse con la técnica de relevamiento, el instrumental y software específico para la reconstrucción digital y para evaluar la precisión de los modelos 3D obtenidos.

Palabras Claves: Fotogrametría, Ingeniería Inversa, modelos 3D.

1. INTRODUCCION

La fotogrametría es, según la Asociación Argentina de Fotogrametría y Ciencias Afines: "... el arte, ciencia o tecnología de obtener información confiable sobre objetos físicos y su entorno a través del proceso de registrar, medir e interpretar imágenes y representaciones digitales..." [3].
Una definición más detallada indica que "… es la ciencia que permite obtener una medida precisa de la característica geométrica de un objeto… a través del empleo conjunto de fotografías capturadas desde distintas posiciones…" [4].
Los conceptos fundamentales en los cuales se basa la fotogrametría están relacionados con la geometría descriptiva y más precisamente con la perspectiva inversa. En los últimos años, gracias a los avances tecnológicos y reducción de costo de las cámaras fotográficas digitales y la potencialidad de procesamiento de las computadoras se ha tornado una herramienta de relevamiento más precisa y más accesible [4].
Los alcances de esta técnica, junto con un sistema de información geográfica (SIG) y teledetección, van desde disciplinas que abordan el análisis del territorio, relevamiento arquitectónico, tanto sea para la conservación del patrimonio cultural como en el proceso de proyecto, hasta aplicaciones en agronomía y arqueología [5].
La fotogrametría que aplicamos en estas experiencias se denomina de objeto cercano o *Close Range* que se diferencia de la fotogrametría aérea preferentemente por la mayor proximidad de las tomas y la considerable menor escala del objeto de estudio.

1.1. Técnicas básicas utilizadas en la actualidad.

En lo que hace a las técnicas y algoritmos que se utilizan para el procesamiento pueden ser clasificados en fotogrametría de eje convergente y fotogrametría multimagen no estereoscópica de eje paralelo. La fotogrametría multimagen, utiliza tres fotografías denominadas *tripletas* capturadas con el eje óptico paralelo entre sí en las tres tomas y esta redundancia de la información hace que sea posible eliminar muchos de los problemas de oclusión y reduce los errores de *mismatching* o falso procesamiento de algunos puntos, dando la oportunidad de verificar la correspondencia que se obtuvo en un par de imágenes a través de la verificación con la tercera fotografía [6].
En cambio, la técnica de fotogrametría convergente utiliza una batería de fotografías donde el eje óptico de la captura converge preferentemente en el espacio del objeto de estudio a relevar.
Ambas técnicas son utilizadas en el presente trabajo y las experiencias documentadas en la bibliografía de referencia indican que a medida que disminuye la escala del objeto a relevar se propende al uso del eje óptico convergente [4].

2. APLICACIÓN DE TÉCNICA FOTOGRAMÉTRICA DIGITAL SOBRE UN EDIFICIO HISTÓRICO: LA CATEDRAL DE LA PLATA

Para este primer caso el objeto de estudio es el portal de ingreso de la Catedral de la Inmaculada Concepción de la ciudad de La Plata, Buenos Aires, Argentina. Este templo es de diseño Neogótico y está inspirado en las catedrales góticas de Amiens (Francia) y de Colonia (Alemania). Se comenzó a edificar en 1884 y su construcción estuvo a cargo del ingeniero Pedro Benoit y del arquitecto Ernesto Meyer. Luego de varias décadas en las que la obra quedó inconclusa, fue terminada en el año 1999 con la construcción de las torres principales anteriores, las cuatro torretas secundarias en los laterales, y los pináculos, elementos que alcanzan alturas comprendidas entre 40 y 110 metros. Se encuentra ubicada en el Eje Cívico Platense que une al Palacio de Gobierno, la Legislatura, el Teatro Argentino y el Palacio Municipal. En el portal de ingreso, objeto de estudio de este apartado, se encuentran 13 de las 56 imágenes religiosas que están representadas en el frente.
Su importancia como primer elemento para estudiar radica por un lado, en que existe variada bibliografía con trabajos referidos al relevamiento de obras arquitectónicas de carácter singular [7, 8] con fines de registro y conservación patrimonial y por otro lado, la particularidad constructiva del portal relevado, tanto en lo pertinente a su material de base, el ladrillo el cual genera de por sí una textura visual significativa, como la disposición de las imágenes que se encuentran ubicadas en un plano oblicuo respecto del plano que contiene al portal.

2.1. Equipo utilizado.

Para el desarrollo de este caso se ha utilizado un equipo de Menci Software de Italia compuesto por una cámara digital réflex Nikon D100, un objetivo de 28 mm calibrado, un trípode profesional con una regla calibrada y dos softwares, el Zscan y el Z-Map[1].

El elemento que asegura una captura de eje paralelo es la regla calibrada o *Baseline*. La misma mide 900 mm de largo y sobre ella se desliza el cabezal sobre el que se fija la cámara fotográfica. El cabezal tiene puntos de traba o "estaciones" dispuestos simétricamente respecto del centro de la regleta que garantizan la equidistancia de cada posición de toma respecto de la anterior. Las posiciones o "estaciones" van desde 1, 0, 1 hasta 9, 0, 9 siendo esta posición la que posibilita un relevamiento de hasta 10-12 metros del objeto de estudio [9]. Además, se dispone de una tabla de datos, resultado de la calibración, donde se establece desde qué puntos se deben tomar las fotografías considerando la distancia al objeto de estudio y la precisión que se puede o se quiere lograr.

El módulo Zscan permite pasar de cada píxel de las fotografías al punto con coordenadas X, Y y Z y valores de RGB. El Z-Map, en cambio, permite georeferenciar los resultados obtenidos del Zscan para obtener un solo modelo 3D.

Una vez establecido el objeto de estudio y considerada las condiciones de contorno del mismo se pauta la distancia de captura de tres fotografías denominada *tripleta*, de izquierda a derecha como se muestra en la Figura 1. Luego se completa con la cantidad de *tripletas* necesarias para incluir toda la información que se necesita relevar.

Figura 1 *Esquema, en vista superior, con la posición de la cámara para la generación de tripletas*.

2.2. Toma de muestras.

Considerando que se utiliza una óptica de 28 mm y teniendo en cuenta la altura del portal, la toma de fotografías fue realizada a una distancia de 6 metros de la puerta principal. Para ello se establecieron tres puntos alineados para la toma: dos laterales y uno central (A, B y C). En cada uno de ellos tres posiciones del eje óptico: horizontal, con una inclinación aproximada de 20º y una tercera posición a 45º. En cada posición de la cámara se tomaron tres fotografías en las posiciones 6, 0, 6. El resumen de la toma se puede observar en la Tabla 1 y en la Figura 2.

Tabla 1 *Tripletas capturadas según el lugar de captura.*

	Posiciones de la toma		
Angulo del eje óptico	***A (izq.)***	***B (central)***	***C (der.)***
0º	Tripleta 1	Tripleta 4	Tripleta 7
20º	Tripleta 2	Tripleta 5	Tripleta 8
45º	Tripleta 3	Tripleta 6	Tripleta 9
Total 27 fotografías con una resolución de 3008 x 2000 píxeles.			

[1] Este equipamiento es propiedad de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Salerno, Italia, donde fue desarrollado el algoritmo luego codificado por MENCI. Por acuerdos de colaboración entre el Departamento de Ingeniería Civil de dicha facultad y la UID GIGA de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, el equipo se encuentra en carácter de préstamo en este último grupo a los efectos de llevar a cabo experimentación como las que se relata en este trabajo.

Figura 2 *Toma de muestra y ejemplo de tripleta 1.*

2.3. Procesamiento de muestras.

Las fotografías se procesan con la aplicación Zscan. El modo de tratamiento es por *tripletas*. Los pasos se detallan a continuación:

- Configurar la distancia utilizada para la captura de fotografías, término ya mencionado *Baseline*.
- Eliminar distorsiones propias de la cámara fotográfica a través de un algoritmo multifocal con el proceso de rectificación.
- Establecer la zona de interés y especificar los valores de las variables a tener en cuenta en el procesamiento:

  Step: es la unidad que determina cada cuántos píxeles genera un punto en tres dimensiones.

  Alpha: es la variable que define la dimensión máxima que puede tener el lado de cualquiera de los triángulos que componen la malla. El triángulo se forma al unirse los puntos 3D obtenidos mediante un proceso automático. Esta estipulada como diez veces la distancia entre puntos denominada *Ground Sample Distance (GSD)*. Este valor queda determinado al pautar el *Step*.

  Noise Reduction: se estipula de acuerdo a la característica superficial del objeto a relevar y se puede visualizar en la continuidad de un punto con otro. Puede tomar los valores de: *Very High*, *Media, Low* y valores intermedios.

  Una vez establecidos los parámetros se procesan las *tripletas* buscando características homóloga aprovechando los componentes cromáticos RGB. Para asegurar un mejor resultado debe tenerse una superposición aproximada del 60% entre cada toma.
- Visualización: la nube de puntos 3D coloreada, malla o malla con textura puede ser visualizada con Scanview, un complemento del Zscan.

Para este caso la *Baseline* utilizada es 6, 0, 6 y el *Step* es 7, valor que fue luego reducido a 4 para obtener mayor precisión del modelo final pero aumentando considerablemente los tiempos de procesamiento. Un *Step* de 7 por *tripleta* da como resultado 800.000 puntos en 3D y uno de 4 genera aproximadamente un millón y medio de puntos. Por tal motivo no se utiliza en el relevamiento un *Step* menor. El valor de *Alpha* se estipuló en 0.07, resultado de multiplicar un GSD de 0.007 m x 10 y seleccionando el valor de *Noise Reduction* para un primer resultado *Medio* y luego *High.* Hecho el procesamiento se obtienen 9 modelos 3D, uno de ellos se puede observar en la Figura 3.

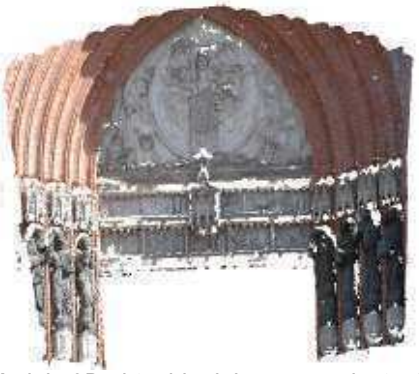


Figura 3 *Modelo 3D obtenido del procesamiento de la tripleta 8.*

2.4. Procesamiento de modelos.

Los modelos de nube de puntos RGB obtenidos son insertados en la aplicación Z-Map para georeferenciarlos. Para ello es necesario colimar puntos homólogos de un modelo con otro. Durante este proceso se determina el error medio cuadrático para verificar la superposición de los modelos.

Este procedimiento se lleva a cabo considerando las alturas de las tomas fotográficas, primero se georeferencian los modelos 1, 2 y 3 resultantes de las tripletas 3, 6 y 9; y así sucesivamente. Los modelos obtenidos se pueden observar en la Figura 4. Posteriormente se deben unir los tres modelos para la obtención de un único modelo final. Esto también se realiza colimando puntos homólogos. El mismo se puede observar en la Figura 5.

El error medio resultante se ubica dentro de los parámetros recomendados por el fabricante del software.

Figura 4 *Modelos 3D, de izq. a der., resultado de tripletas 45º, tripletas 20º y tripletas 0º.*

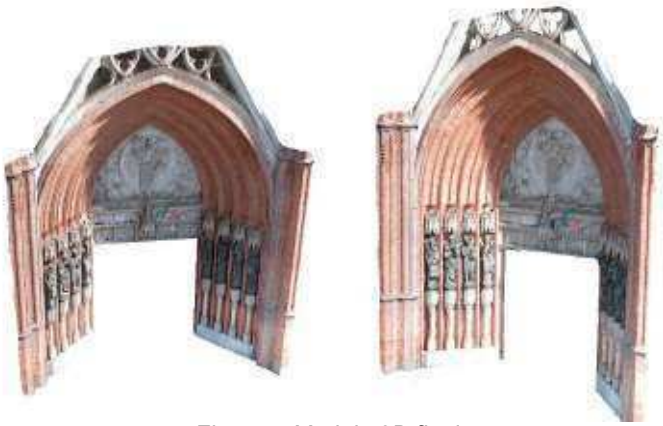


Figura 5 *Modelo 3D final.*

3. EXTRAPOLACIÓN DE LA TÉCNICA UTILIZADA A OTRO CAMPO DE APLICACIÓN

3.1. Aplicación de técnica fotogramétrica digital en pieza mecánica.

Con el objeto de verificar las posibilidades de la misma técnica en el terreno de la ingeniería mecánica se ha realizado una experiencia de relevamiento de una pieza cuyas dimensiones están contempladas dentro de un volumen cilíndrico de 180 mm de largo y ø 58 mm.
Piezas similares se utilizan actualmente como modelo didáctico para el relevamiento por técnicas manuales empleando el dibujo de croquis. Se caracterizan por tener una morfología bastante simple, la cual puede ser comprendida por los alumnos siguiendo dos caminos típicos. Uno es empleando lo que Félez y Martínez [10] han dado en llamar Geometría Constructiva de Sólidos (GCS o CSG en terminología inglesa) y que se basa en el empleo de primitivas (cuerpos regulares básicos como el cilindro, cono o prisma) y en las operaciones *boolenas* entre los mismos. El otro camino es interpretando al elemento como resultante de una acción de barrido de una silueta o sección que rota alrededor de un eje o se desplaza sobre un camino y una dirección dadas, comúnmente acciones de rotación y extrusión. Cualquiera de estas dos maneras de percepción de la forma, dan cuenta que el método más adecuado sería la fotogrametría digital convergente, sin embargo, se ha decidido probar ambos métodos a fin de cotejar resultados.

3.1.1 Toma de muestras.

Para la toma de muestras, contemplando que la pieza debe ser relevada en todo su volumen, la estación de captura de las fotografías se ha dejado fija en un lugar, se ha tomado la *tripleta* 1 (Figura 6), y posteriormente se ha movido manualmente la pieza girándola sobre su eje vertical para las próximas *tripletas*. Para este movimiento se ha utilizado una grilla, dibujada *ad hoc*, con los ángulos indicados. El eje óptico fue dispuesto en aproximadamente 25º respecto de la horizontal para lograr una mayor superposición entre las tomas. Con una distancia al objeto de estudio de 300 mm fue considerada una *Baseline* de 2, 0, 2. El resumen del trabajo de campo se presenta en la Tabla 2.

Tabla 2 *Tripletas capturadas según el lugar de captura.*

	Posiciones de la pieza			
Angulo del eje óptico	***0º***	***90º***	***180º***	***270º***
25º	Tripleta 1	Tripleta 2	Tripleta 3	Tripleta 4
	Posiciones de la pieza invertida			
	0º	***90º***	***180º***	***270º***
25º	Tripleta 5	Tripleta 6	Tripleta 7	Tripleta 8
Total 24 fotografías con una resolución de 3008 x 2000 píxeles.				

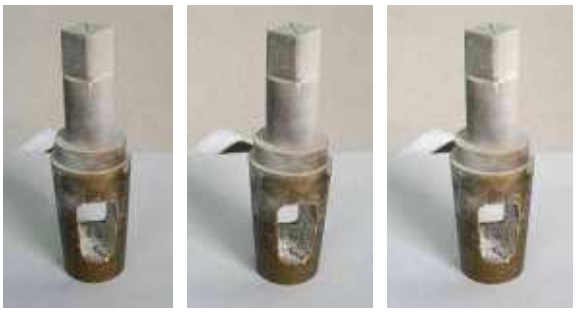


Figura 6 *Tripleta de la pieza mecánica.*

3.1.2 Procesamiento de muestras.

Alternativamente al *Baseline* de 2, 0, 2 se realizaron experiencias con *Baseline* 3, 0, 3 sin que ello mejorara el resultado. El *Step* se ha establecido en 2. Con este valor se requirieron 45 minutos de procesamiento. El valor de *Alpha* resultante fue de 0.005. Por último, el valor de *Noise Reduction* se ha establecido en *High*.

De este procesamiento se obtuvieron 8 modelos 3D con textura, uno de ellos se puede observar en la Figura 7.

Figura 7 *Modelo 3D obtenido del procesamiento de una tripleta.*

3.1.3 Procesamiento de modelos.

Para la georeferenciación se han considerado las *tripletas* una a una consecutivamente. Primero las *tripletas* 1 y 2, luego las 2 y 3, hasta completar la vuelta. Luego las *tripletas* 1 y 5 y posteriormente la 2 con la 6 y así sucesivamente. Al disponer de pocos puntos homólogos para la georeferenciación se optó por marcar la pieza con puntos blancos.

Los modelos que se han obtenido se pueden observar en la Figura 8.

Figura 8 *Modelo 3D completo.*

Todos estos pasos requirieron de aproximaciones de prueba y error hasta obtener un ajuste aceptable en los parámetros de toma de muestra y de tratamiento posterior.

3.2. Aplicación de técnica fotogramétrica convergente a la misma pieza.

Se ha utilizado como objeto de estudio la pieza anteriormente citada para corroborar el comportamiento tanto en precisión como en textura de ambas técnicas.

El equipo utilizado consiste en una cámara digital Canon® Power Shot A530 de 5.0 megapíxeles y zoom óptico de 4x.

La aplicación fotogramétrica pertenece a la empresa Autodesk. Se trata de un asistente de escena de descarga gratuita denominado 123D Catch [11] y forma parte de una serie de aplicaciones que contempla el trabajo con modelos 3D hasta la fabricación de los mismos por planos seriados.

3.2.1 Toma de muestras.

La toma de fotografía se hace de manera convergente y la cámara fotográfica se traslada alrededor del objeto de estudio. Por las características morfológicas de la pieza se han considerado dos posiciones angulares del eje óptico respecto de la horizontal (0º y 25º aproximadamente) y el giro de

la cámara alrededor de la pieza con un incremento de 30º aproximadamente. Durante el procesamiento se han descartado 7 fotografías que por diferentes problemas no resultaban propicias para el procesamiento. El resumen de la captura de fotografías se puede ver en la Tabla 3 y algunas de las fotografías utilizadas en la Figura 9.

Tabla 3 *Fotografías según el lugar de captura.*

	Traslación de la cámara (º)											
Angulo del eje óptico	***0***	***30***	***60***	***90***	***120***	***150***	***180***	***210***	***240***	***270***	***300***	***330***
0º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
25º	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Total 24 fotografías con una resolución de 2500 x 1900 píxeles.												

Figura 9 *Fotografías de la pieza, utilizadas en 123D Catch.*

Hay que considerar que si bien mayor cantidad de fotografías generan un mejor resultado, una sola fotografía no adecuada puede malograr el procesamiento. Además, este procedimiento de toma de fotografías requiere buenas condiciones de luz y necesariamente no utilizar flash, según recomendaciones de Autodesk.

3.2.2 Procesamiento de muestras.

Con el uso del asistente de escena, los pasos a seguir son:

- Creación de la escena: se importan las fotografías y se envían a la nube para su procesamiento.
- Procesamiento: se ejecuta en la nube, tanto online como por correo electrónico.
- Visualización: el archivo resultante puede ser visualizado como malla alámbrica, malla con textura o solo textura. En la escena también se puede visualizar la posición de la cámara fotográfica por tomas.
- Depuración del modelo: El modelo puede ser depurado, realizando la limpieza de zonas no deseadas y enviado nuevamente para su reprocesamiento. En caso de que algunas fotografías, ya sea por errores de luz o de distancia focal, no fueran consideradas en el procesamiento pueden ser marcadas indicando puntos homólogos manualmente y reprocesarlo.

Al igual que en Z-Map, otras funcionalidades permiten establecer: una escala, un sistema de coordenadas y agregar puntos y líneas de referencia.

3.2.3 Procesamiento de los modelos.

El modelo así obtenido es un único modelo de malla con textura que se puede exportar en formato DWG, RZI, FBX, OBJ y LAS. El modelo se puede observar en la Figura 10.

Figura 10 *Imágenes del modelo 3D final.*

3.3. Consideraciones generales de las aplicaciones utilizadas y los resultados.

Para futuras experiencias será conveniente tener en cuenta algunas consideraciones válidas para ambas aplicaciones, que tienen influencia en los resultados:

- Información para el procesamiento. 123D Catch genera el procesamiento de cada píxel a 3D con información que extrae de los *exif*[2] de la fotografías. Es decir, un algoritmo determina la posición de la cámara fotográfica con esa información; en cambio, en Menci, estos parámetros son conocidos por la calibración del equipo utilizado.
- Reformulación de experiencia. En Menci se pueden establecer los parámetros de las variables involucradas y se pueden ensayar mejoras en el resultado variándolos, en cambio con 123D Catch si se quiere lograr un mejor resultado irremediablemente se deben volver a tomar las fotografías o emprender la tarea de reconocimiento de puntos homólogos de manera manual.
- Accesibilidad de relevamiento del objeto de estudio. Con Menci se puede lograr un modelo cerrado porque todo el contorno puede ser relevado y los modelos parciales se unen por software. En cambio, en 123D Catch al mover la cámara fotográfica y no poder manipular el objeto necesariamente una cara, que es la que esta apoyada, no se puede relevar en un mismo procedimiento. Esto genera un vacío en la información. Esto se podría lograr diseñando un dispositivo que permita sacar las fotografías sin mover el objeto.
- Textura. La textura esta ligada a la resolución de las fotografías, a la posibilidad de capturar la posición adecuada para la posterior aplicación de textura y al ruido de la superficie [12]. Menci obtiene mejores resultados porque el punto 3D adopta el color, si se ha utilizado un *Step* de 1, por cada píxel de la fotografía se obtiene un punto 3D con valor de RGB. En cambio en 123D Catch la imagen está superpuesta sobre la malla y esto hace que pierda nitidez. El punto no es la unidad minima sino el triángulo que conforma la malla.
- Precisión. La precisión obtenida en el relevamiento de la pieza mecánica con Menci estuvo en el orden de 1.5 mm. El valor teórico dado por la empresa fabricante, considerando 300 mm de distancia entre el objeto y la cámara fotográfica, es del orden de 0.25 mm. Mientras que, la precisión lograda con 123D Catch está en el orden de 2.5 mm.

A los efectos de esta presentación no se ha trabajado aún con Zblock, módulo de Menci que posibilita exportar como modelo completo todos los modelos parciales georeferenciados. Con respecto a 123D Catch se ha trabajado hasta obtener los resultados gráficos ya mostrados en la Figura 10. Atendiendo a que no se ha llegado al mismo estadio en ambas experiencias, no se podría aseverar que una resulte más conveniente que la otra. Además, en pertinente aclarar que se debe continuar trabajando para lograr mejores resultados.

[2] Exif significa *Exchangeable Image File Format* y se refiere a datos tales como estructura, tamaño, codificación y fecha de creación, entre otros, de una fotografía tomada con una cámara digital. Los datos están contenidos dentro del mismo archivo.

4. CONCLUSIONES

Se han presentado tres casos de aplicación de la fotogrametría, uno con finalidades de conservación del patrimonio y como acercamiento a la técnica específica y dos con finalidades de ingeniería inversa. En ellos se han utilizado dos técnicas fotogramétricas, una basada en equipamiento específico y software *ad hoc* y otra con equipamiento genérico, no específico, y software gratuito. Los resultados de la primera técnica muestran que si bien se trata de escalas claramente distintas, el primer método es capaz de dar solución al problema, con limitantes en lo relativo a la precisión del resultado obtenido, donde el modelo mecánico resulta más penalizado por su propia naturaleza. Los resultados del segundo método presentado, considerando lo limitado del procedimiento y el equipo, logran menor precisión en la obtención de la geometría y en la textura, pero sin lugar a dudas va en camino a lograrlo.

Se concluye que el método puede resultar de utilidad y que sus resultados son razonables en relación a los costos involucrados, ubicándose en un nivel previo al escaneo láser cuyos costos de equipo son significativamente más altos.

5. REFERENCIAS

[1] Barba, Salvatore. (2008). *Tecniche digitali per il rilievo di contatto*. Fisciano, Salerno, Italia. Editorial Cues, Salerno, Italia.

[2] Schnakovszky, Ganea; Raveica, Herghelegiu. (2008). "Reverse engineering for automotive industry", *Annals of the Oradea University. Fascicle of Management and Technological Engineering, Volume VII (XVII).* Rumania

[3] Asociación Argentina de Fotogrametría y Ciencias Afines. <http://www.aafyca.com.ar> [Consulta: diciembre 2011].

[4] Guidi, Gabriele; Russo, Michele; Beraldin, Jean-Angelo. (2010). *Acquisizione 3D e modellazione poligonale*. Milán, Italia. Editorial McGraw-Hill. Milán, Italia.

[5] Lopresti, Laura; Defranco, Gabriel. (2007). "Croquizado Rápido Usando Técnicas Fotogramétricas Computarizadas". *Congreso Internacional de Expresión Gráfica en Ingeniería y Arquitectura; ISBN: 978-950-33-0628-4.* Argentina.

[6] Menci, Luca; Nex, Francesco; Rinaudo, Fulvio. (2007). "Zscan Menci Software: un nuovo strumento per le elaborazioni fotogrammetriche multimmagine". *Conferenza Nazionale ASITA, Centro Congressi Lingotto.* Turín, Italia.

[7] Mora García, Raúl; Céspedes López, María; Cereceda, Miguel. (2009). "Aplicación de la fotogrametría en el levantamiento gráfico de la Iglesia de San José en Elche". *5º Congreso Internacional. Ciudad y Territorio Virtual. Universidad de Alicante.* Alicante, España.

[8] Arias, Pedro; Caamaño, Carlos. (2004). "Fotogrametría digital de objeto cercano: una técnica alternativa para el conocimiento y conservación del patrimonio rural". *VII Congreso Internacional de Rehabilitación del Patrimonio Arquitectónico y Edificación.* Lanzarote, España.

[9] Barba, Salvatore. (2008). *Tecniche digitali per il rilievo di contatto*. Fisciano, Salerno, Italia. Primera edición. Editorial Cues, Salerno, Italia.

[10] Félez, Jesús; Martínez, María Luisa. (1995). *Dibujo Industrial*. Valle Hermoso, Madrid, España. Primera edición. Editorial Síntesis. Madrid, España.

[11] Autodesk (2012). "123D Catch" http://www.123dapp.com/catch

[12] Nex, Franceso; Rinaudo, Fulvio. (2008). "Multi-image matching: an "old and new" photogrammetric answer to Lidar techniques". *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Vol. XXXVII. Part B5.* Beijing, China.

Agradecimientos

A Marco Limongiello, estudiante de la Universidad de Salerno de Italia, quien durante su pasantía en esta UID realizó las tomas fotográficas.

ÁREA TEMÁTICA **K**

SIMULACIÓN NUMÉRICA

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Avaliação da temperatura central do combustível nuclear utilizando novos modelos de condutividade térmica do UO_2

Palma, Daniel Artur Pinheiro[1], Mesquita, Amir Zacarias[2], Antolin, Mauricio Quelhas[3], Martinez, Aquilino Senra[3]

[1] Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN).
Rua General Severiano 90, Rio de Janeiro, Brasil, dapalma@cnen.gov.br

[2] Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear (CDTN).
Campus da UFMG – Pampulha, Belo Horizonte (MG), Brasil. Av. Presidente Antonio Carlos 6627, Belo Horizonte – Brasil, amir@cdtn.br

[3] Universidade Federal do Rio de Janeiro (PEN - COPPE/UFRJ).
Av. Horácio de Macedo, Rio de Janeiro, Brasil, email: aquilino@lmp.ufrj.br, mantolin@con.ufrj.br

RESUMO

Uma das preocupações da Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN) é o desempenho das varetas combustíveis que utilizam dióxido de urânio com baixo enriquecimento revestido com a liga zircaloy – 4 e pressurizadas com o gás hélio. Um critério importante para a autorização de uma recarga de combustível nuclear é que a operadora da instalação demonstre que durante a operação normal do reator, e em regimes transientes, a temperatura central da vareta combustível não ultrapasse o ponto de fusão do combustível. O objetivo deste trabalho é efetuar uma análise de sensibilidade da temperatura central da vareta combustível a diferentes modelos para condutividade térmica do UO_2 existentes na literatura. Para isso foram utilizados três modelos distintos e com dependência funcional explícita da temperatura. Tais modelos foram inseridos no código FRAPCON 3.2, código utilizado pela CNEN para a avaliação do desempenho de combustível nuclear em reatores PWR (Pressurized Water Reactor). Os resultados obtidos foram comparados com o modelo original do código FRAPCON 3.2, que leva em consideração a queima em sua forma funcional. Os resultados obtidos demonstram que o modelo utilizado pela CNEN é o mais conservativo entre os avaliados e, portanto, o mais adequado para as atividades de licenciamento. Este projeto de pesquisa é apoiado pelos seguintes orgãos de fomento brasileiros: Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Palabras Claves: Frapcon, vareta combustível, combustível nuclear, condutividade térmica.

1. INTRODUÇÃO

O conhecimento da distribuição radial de temperatura do combustível nuclear UO_2 durante a operação de reatores nucleares é essencial para a segurança pois diferentes limites mecânicos e termohidráulicos devem ser respeitados. Uma das atribuições da Comissão Nacional de energía Nuclear é justamente a avaliação do desempenho das varetas combustíveis utilizadas nesses reatores em regimes de altas queimas [1,2]. A remoção efetiva do calor gerado nas varetas combustíveis constitui uma das considerações primárias no projeto de reatores nucleares. Um dos parâmetros físicos importantes no estudo da condução de calor do combustível nuclear para o refrigerante em um reator PWR (Pressurized Water Reactor) é a sua condutividade térmica. Por isso, é desejável que modelos empíricos atualizados para o cálculo da condutividade térmica na região do combustível sejam desenvolvidos a partir de novos conjuntos de dados experimentais provenientes de varetas combustíveis irradiadas em ambientes controlados.

2. MODELOS PARA A CONDUTIVIDADE TÉRMICA DO UO_2

Com a evolução da tecnologia, pesquisadores teóricos e experimentais tentam melhorar as equações empíricas que predizem a condutividade térmica do UO_2, incorporando novos modelos para os fônons e contemplando a dependência da temperatura em sua forma funcional. Neste trabalho a subrotina fthcon.f, contida no pacote MATPRO do código FRAPCON-3 [3,4], foi alterada para contemplar um novo modelo proposto por Dias [5]. Os resultados obtidos para a distribuição de temperatura na linha central da vareta de combustível a partir do código modificado foram comparados com os provenientes do mesmo código utilizando outros modelos com dependência explícita da temperatura e que serão apresentados a seguir.

2.1 Modelo proposto por Ronchi et. al.

Desprezando a contribuição da radiação, Ronchi et. al. [6] propôs a seguinte expressão para a condutividade térmica de amostras de UO_2 com 95% de densidade teórica:

$$\lambda(T) = \frac{a_1}{a_2 + a_3 T} + \frac{a_4}{\sqrt[2]{T^5}} \mathrm{e}^{-\frac{a_5}{T}}, \qquad (1)$$

sendo T a temperatura na região da pastilha de combustível, expressa em Kelvin, e $a_1 = 100.0$, $a_2 = 6.548$, $a_3 = 0.02353$, $a_4 = 2.024 \times 10^{11}$, $a_5 = 1.635 \times 10^4$ constantes.

2.2 Modelo proposto por Fink. et. al.

A partir de um conjunto de dados experimentais mais completo que o utilizado por Ronchi. et. al., Fink [7] recomendou a utilização da seguinte expressão para a condutividade térmica de amostras de UO_2 com 95% de densidade teórica:

$$\lambda(T) = \frac{a_1}{a_2 + a_3 T + a_4 T^2} + \frac{a_5}{\sqrt[2]{T^5}} e^{-\frac{a_6}{T}}, \qquad (2)$$

sendo T a temperatura na região da pastilha de combustível, expressa em Kelvin, e $a_1 = 100.0$, $a_2 = 7.541$, $a_3 = 0.01769$, $a_4 = 3.6142 \times 10^{-6}$, $a_5 = 2.024 \times 10^{11}$ e $a_6 = 1.635 \times 10^4$ são constantes. A equação (2) ajusta os dados de Ronchi et al. e de diferentes autores que utilizaram outras fontes de dados experimentais para temperaturas abaixo de 2600 K [8].

2.3 Modelo original da subrotina fthcon.f.

A subrotina fthcon.f faz parte de um pacote de rotinas que compilam diferentes propriedades térmicas e mecânicas de elementos de interesse da área nuclear chamado MATPRO. Escrito em linguagem FORTRAN, a subrotina fthcon.f calcula a condutividade térmica da pastilha combustível de UO_2 ou MOX em função da temperatura, densidade, razão de oxigênio no metal e quantidade de plutônio presente. No código FRAPCON-3 original a condutividade térmica é calculada utilizando a seguinte expressão:

$$\lambda(T) = \frac{1}{a_1 + a_2 T + f(Bu) + g(Bu)h(T)} + \frac{a_3}{T^2} e^{-\frac{a_4}{T}}, \tag{3}$$

onde as constantes $a_1 = 4.52 \times 10^2$, $a_2 = 2.46 \times 10^{-4}$, $a_3 = 3.5 \times 10^9$, $a_4 = 1.66 \times 10^4$ são definidas para o início da vida do reator (BOL), T é a temperatura da pastilha em Kelvin, Bu é a queima de combustível em MWD/KgUO$_2$ e as funções $f(Bu)$, $g(Bu)$ e $h(T)$ são escritas da seguinte forma:

$$f(Bu) = 1.87 \times 10^{-3} Bu \tag{4}$$

$$g(Bu) = 3.8 \times 10^{-2} Bu^{0.28} \tag{5}$$

$$h(T) = \frac{1}{1 + 396.0 e^{-\frac{6380.0}{T}}}. \tag{6}$$

A partir de uma análise mais apurada da equação (3) é possível concluir que para baixas temperaturas a condutividade térmica decresce rapidamente em baixas queimas enquanto que para altas temperaturas esta descida é aproximadamente linear.

2.4 Modelo proposto por Dias

O modelo proposto por dias para a condutividade térmica do UO$_2$ é baseado, principalmente, na forma de derivadas dos modelos de variacionais e exponencial dos defeitos de rede [5]. A partir de 1195 medidas experimentais de condutividade térmica do UO$_2$ encontradas na literatura, Dias ajustou a seguinte expressão:

$$k = \sum_{i=1}^{4} \frac{3 f_{pi} a_i}{g_{pi} T_i} \left(\frac{\frac{T}{g_{pi} T_i}}{1 + \left(\frac{T}{g_{pi} T_i} \right)^3} \right)^2 + a_5 g_{p5} E . \frac{e^{-\left(g_{p5} E \right) / (T + 3113)}}{(T + 3113)^2}, \tag{7}$$

sendo

$$f_{pi} = \frac{1}{1 + a_{pi} p}, \tag{8}$$

$$g_{pi} = 1 + b_{pi} p_1, \tag{9}$$

correlações do efeito de porosidade válidas para $0 \leq p \leq 0.27$. Os coeficientes do ajuste na equação (7) se encontram na tabela 1.

Tabela 1 *Constantes de ajuste da condutividade térmica proposta por Dias, equação (7).*

a_1	1.12	a_3	31.3	a_5	9373.0
a_{p1}	21.7	a_{p3}	5.6	a_{p5}	3.16
T_1	9.22	T_3	561.0	E	284000.0
b_{p1}	4.56	b_{p3}	1.6		
a_2	24.5	a_4	33.9		
a_{p2}	4.67	a_{p4}	0.0		
T_2	210.0	T_4	1236.0		
b_{p2}	0.0	b_{p4}	0.493		

Os 5 termos distintos na equação (7) possuem dependência funcional explícita da temperatura e são escritos da seguinte forma:

$$Termo\ 1 = \frac{1.110312820\times10^{-3}T^2}{(1+6.889887593\times10^{-4}T^3)^2}, \quad (10)$$

$$Termo\ 2 = \frac{6.434136958\times10^{-6}T^2}{(1+1.079796998\times10^{-7}T^3)^2}, \quad (11)$$

$$Termo\ 3 = \frac{3.298342664\times10^{-7}T^2}{(1+4.496143354\times10^{-9}T^3)^2}, \quad (12)$$

$$Termo\ 4 = \frac{5.006554031\times10^{-8}T^2}{(1+4.922865321\times10^{-10}T^3)^2}, \quad (13)$$

$$Termo\ 5 = \frac{3.205809698\times10^{8}e^{-\frac{34202.0}{T+3113.0}}}{(T+3113.0)^2}. \quad (14)$$

A importância de cada um dos termos da equação (7), escritos pelas equações (10) à (14), pode ser visualizada no gráfico da figura 1.

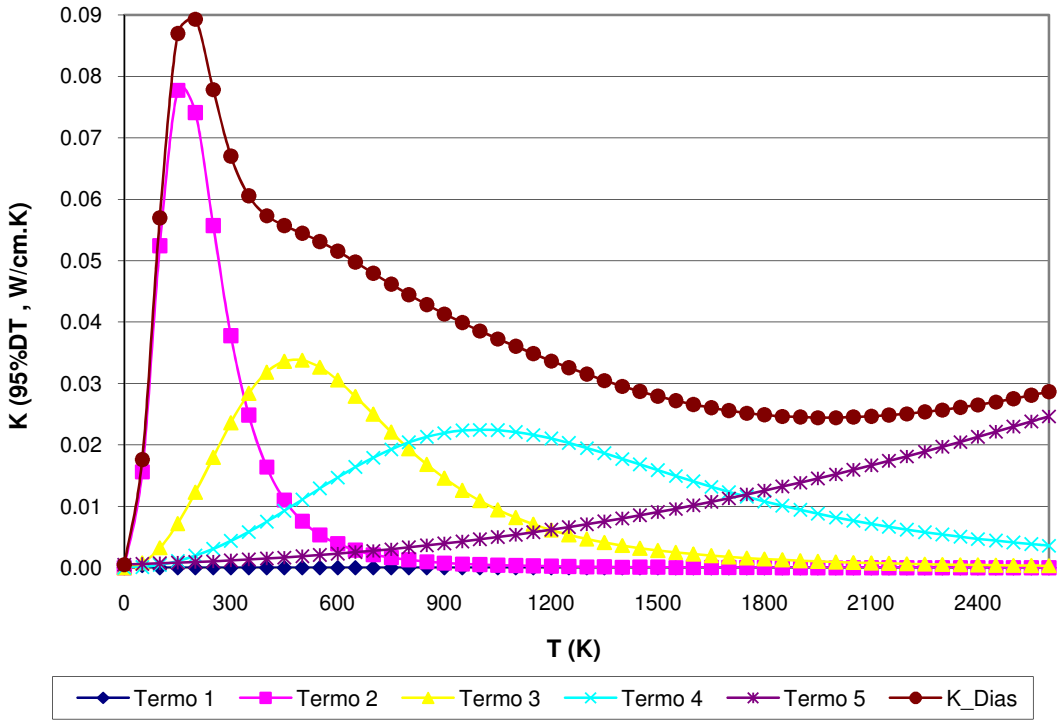


Figura 1: *Avaliação da importância de cada termo utilizado no modelo proposto por Dias em função da temperatura.*

No gráfico da figura 2 encontram-se os modelos propostos por Ronchi, Fink e Dias, respectivamente equações (1), (2) e (7).

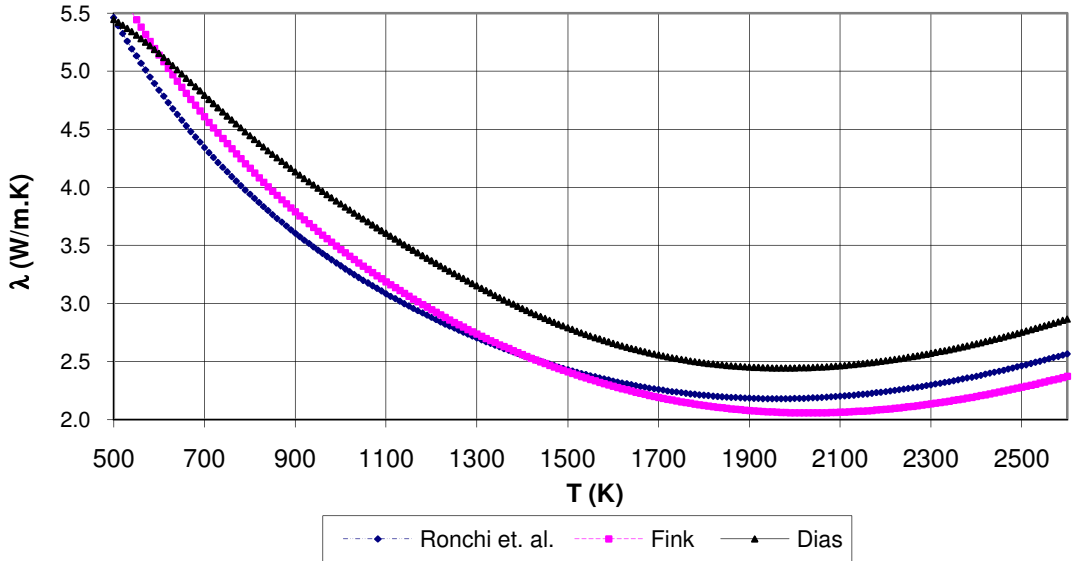


Figura 2. *Modelos dependentes da temperatura simulados no presente trabalho utilizando o código FRAPCON 3.2.*

A partir do gráfico da figura 2 concluí-se que o modelo recomendado por Dias superestima os outros modelos mantendo o mesmo comportamento no intervalo de temperatura [500K,2500K].

3. ESPECIFICAÇÕES DA VARETA DE COMBUSTÍVEL NUCLEAR SIMULADA

Os parâmetros básicos utilizados na avaliação do desempenho de uma vareta combustível típica em reatores PWR em operação no Brasil são encontrados na tabela 1.

Tabela 1 *Especificações da vareta combustível.*

Combustível	UO_2
Revestimento	Zircaloy – 4
Diâmetro da pastilha	8.192 mm
Diâmetro interno do revestimento	8.357 mm
Densidade do combustível	95% da densidade teórica
Enriquecimento	2.6% em peso ^{235}U
Comprimento da coluna de pastilha	3657.6 mm
Pressão interna do gás He	3.103 MPa
Pressão do refrigerante	15.494 MPa
Temperatura de entrada do refrigerante	287.5 ºC

A simulação aqui apresentada considerou um histórico de potência linear constante de 21.33 kW/m durante 1000 dias, totalizando uma queima total de 44.25MWD/KgUO_2. Nas simulações o comprimento ativo da vareta foi dividido em 7 regiões axiais e utilizou-se a opção de visualizar apenas o valor máximo de cada variável de interesse, em cada passo de tempo, para o nodo mais

central. Para fins regulatórios essa prática é aceitável visto que são analisados os casos mais severos de operação com o intuito de verificar se as especificações técnicas da instalação nuclear não serão ultrapassadas. Na próxima seção será apresentada a evolução da temperatura central dessa vareta combustível utilizando o código FRAPCON modificado para considerar cada modelo apresentado na seção 2.

4. RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos a partir do código FRAPCON-3 para a temperatura central da vareta combustível especificada na tabela 1. Foi utilizado o código FRAPCON-3 original e modificado com as correlações para a condutividade térmica da pastilha de UO_2 com 95% de densidade teórica apresentadas na seção 2.

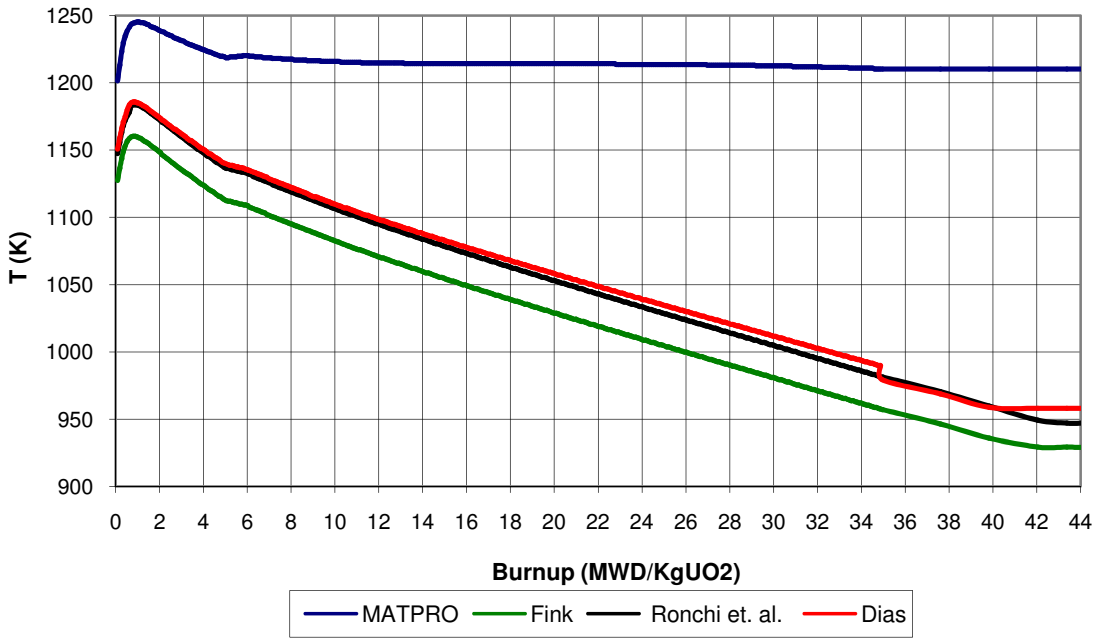


Figura 3. *Condutividade térmica segundo os modelos propostos por Fink et. al, Ronchi et. al. e Dias.*

A partir do gráfico da figura 3 pode concluir que o modelo original do código FRAPCON prevê as maiores temperaturas para a linha central da vareta de combustível, sendo o modelo mais conservativo entre todos os simulados. Os outros modelos, recomendados por Fink, Ronchi e. al. e Dias, não possuem dependência da queima de maneira explícita e, por isso, apresentam resultados semelhantes entre si porém menores que o modelo original existente no conjunto de subrotinas MATPRO. O modelo proposto por Dias é o que mais se aproxima do original em toda a faixa de operação embora apresente desvios consideráveis quando em altas queimas.

5. CONCLUSÕES.

A partir dos resultados obtidos pode-se concluir que, do ponto de vista regulatório, é aconselhável utilizar modelos para condutividade térmica que levem em consideração a queima de combustível por serem mais conservativos e levarem em consideração a diminuição da capacidade de conduzir calor da pastilha combustível com o passar do tempo em operação normal. Outra conclusão é que utilizar valores médios para a condutividade térmica não altera significativamente quantidades importantes no que tange ao comportamento da vareta combustível tais como a espessura máxima de ZrO_2 no revestimento, a concentração máxima de H_2 no revestimento e a temperatura máxima na parede externa do revestimento. Por outro lado, tais modelos apresentam comportamentos destoantes para quantidades relacionadas à distribuição da temperatura na região da pastilha combustível tais como a temperatura central na vareta combustível e a temperatura na parede externa da pastilha.

6. REFERENCIAS.

[1] Walker, C.T., Staicu, D., Sheindlin, M., Papaioannou, D., Gollhe, W., Sontheimer, F., (2006). "On the thermal conductivity of UO_2 nuclear fuel at a high burn-up of around 100 MWD/kgHM", *Journal of nuclear materials*, 350, pp. 19-39.

[2] Aybar,H. S., Ortego, P., (2005). "A review of nuclear fuel performance codes", *Progress in Nuclear Energy*, 46, pp. 127-141

[3] Lanning, D.D., Beyer, C.E., Painter, C.L., (1997). "FRAPCON-3: modifications to fuel Rod material properties and performance models for high-burnup application", NUREG/CR-6534.

[4] Berna, G. A, Beyer, C. E., Davis, K. L., Lanning, D. D., (1997). "FRAPCON-3: A computer code for the calculation of steady-state, thermal-mechanical behavior of oxide fuel rods for high-burnup", NUREG/CR-6534.

[5] Dias, M. S., (2007). "Desenvolvimento de modelos analíticos para as propriedades térmicas e condução de calor transiente em varetas combustíveis nucleares", Tese de doutorado, *Faculdade de Engenharia Química da UNICAMP*.

[6] Ronchi, C., Sheindlin, M., Musella, M., Hyland, G.J., (1999). "Thermal conductivity of uranium dioxide up to 2900K from simultaneous measurement of the heat capacity and thermal diffusivity", *Journal of Applied Physics*, 85, pp. 776-790.

[7] Fink, J. K., (2000). "Thermophysical properties of uranium dioxide", *Journal of nuclear materials*, 279, pp. 1-18.

Agradecimientos

Este projeto de pesquisa é apoiado pelos seguintes órgãos de fomento brasileiros: Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN), Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Modelización de la mezcla aire-semillas en sembradoras "air-drill"

G. Bourges[a, 1] , G. M.Medina[b, 2]

[a]*Escuela de Ingeniería Mecánica (EIM) FCEIA (UNR), Berutti 2109, (S2000FFI), Rosario,*
[b]*Consejo de Investigaciones. Universidad Nacional de Rosario.*
Escuela de Formación Básica. Fac. de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. UNR.
Pellegrini 250. (2000) Rosario. Argentina.
email: gbourges@fceia.unr.edu.ar[1]; mmedina@fceia.unr.edu.ar[2].

RESUMEN

En la actualidad, el transporte de granos por medio de corrientes de aire (transporte neumático) se encuentra muy difundido. En el caso particular de máquinas sembradoras tipo "air-drill", se utilizan tubos flexibles para trasladar las semillas y/o fertilizante desde la tolva de almacenamiento al distribuidor y desde este último a cada cuerpo de siembra. Un problema habitual en este tipo de transporte es la acumulación de semillas en sectores conflictivos del sistema, por ejemplo en lugares de cambio de dirección o cambios bruscos de sección del tubo. En particular, el componente distribuidor de flujo resulta de especial interés, dado que un correcto diseño debe asegurar una distribución homogénea del flujo aire-semillas, sin atascamientos ó acumulaciones. Con el objetivo de encontrar las velocidades mínimas de transporte de semillas, con las cuales no se produzcan los fenómenos recién mencionados, se analizará mediante simulación numérica las trayectorias de las semillas en un distribuidor de flujo de sembradora air drill. Se modelará el fluido a través de las ecuaciones de Navier Stokes utilizando para su resolución una técnica de Reynolds Average Navier-Stokes Standard, con un modelo de turbulencia k-Epsilon [1]. Las partículas estudiadas son semillas de soja que se considerarán como esferas rígidas de tamaño uniforme. La mezcla aire–partícula se considera como flujo en fase diluida [3]. Se utilizará un acople débil entre la fase sólida y la fluida [2], aplicándose a las partículas un enfoque lagrangiano, siendo el fluido tratado con enfoque euleriano.

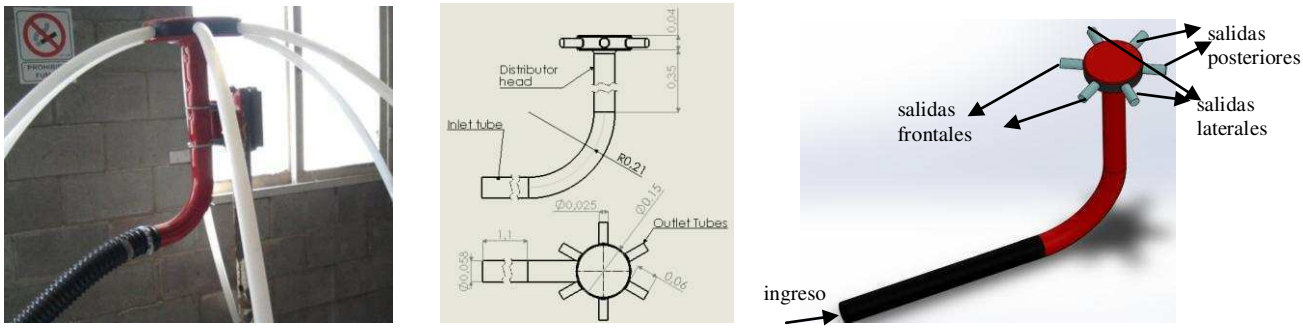
Palabras Claves: "air-drill", soja, flujo bifásico, acople simple.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el transporte de granos por medio de corrientes de aire (transporte neumático) se encuentra muy difundido. En el caso particular de máquinas agrícolas, como sembradoras "air-drill" ([4]), se utilizan tubos flexibles para trasladar las semillas y/o fertilizante desde la tolva de almacenamiento al distribuidor y desde este último a cada cuerpo de siembra. Un problema habitual en este tipo de transporte es la acumulación de semillas en sectores conflictivos del sistema, por ejemplo en lugares de cambio de dirección o cambios bruscos de sección del tubo (reducción o aumento). Es importante elegir la velocidad de aire tan baja como sea posible, para ahorrar energía, reducir el desgaste de la cañería y la rotura de partículas.
En el transporte neumático, en el caso de que la concentración de partículas sea lo suficientemente baja, basta con considerar el acople fluido-partículas como simple. Este último significa que las partículas se ven afectadas por el fluido, pero el fluido no es afectado por las partículas. A medida que crece la concentración se necesita acoples dobles, en los que ambas fases se afectan entre sí.
En los trabajos de [3, 5, 6 y 7] se muestran los resultados de distintas experiencias numéricas relacionadas con el transporte de partículas esféricas. En particular, [3, 5], realizaron ensayos experimentales sobre transporte neumático horizontal de partículas finas (de 55 a 468 micrones) donde se muestra que el gradiente de velocidades del aire no presenta variaciones considerables por la presencia de partículas transportadas, con una relación m entre masa de semillas y masa de aire comprendida entre 0.05 y 0.2. Otros autores, como [8-11] realizaron trabajos experimentales, donde

obtuvieron diferentes parámetros necesarios para diseño de conductos, como la velocidad terminal de transporte.
En relación con el estudio de la performance de cabezales distribuidores de semillas en sembradoras "air-drill", los autores analizaron numéricamente el comportamiento de equipos existentes en la bibliografía [12], los cuales fueron comparados con diseños propuestos ([13-15]). En [16] se analizó la influencia de la longitud del tubo de alimentación en la distribución de flujo en un modelo de distribuidor.
En el presente trabajo se analizará el comportamiento de semillas de soja en un cabezal distribuidor de semillas tipo "air drill" existente en el mercado. Se utilizará un enfoque euleriano para el fluido y lagrangiano para la semilla.

2. MATERIALES Y METODOS
2.1 Descripción del problema



(a) (b) (c)

Figura 1. *(a) Banco de ensayos. (b) Dimensiones generales. (c) Configuración de flujos. Todas las medidas en metros.*

El cabezal distribuidor analizado (Figura 1 a) posee una tubería horizontal de ingreso de la mezcla aire-semillas (Figura 1 c). Luego la mezcla asciende por un codo de 90°, primero, y una tubería vertical, luego. Por último, la mezcla ingresa en un sector de expansión, donde es distribuida por los conductos de salida, los cuales transportan el flujo a cada cuerpo de siembra. En la Figura 1 (b) se describen las dimensiones generales de la configuración analizada. Las medidas descriptas contemplan solo el volumen por donde circula la mezcla aire-semillas, no incluyendo los espesores de pared de los conductos.

2.2 MODELO NUMERICO
2.1.1 Ecuaciones para la simulación del flujo de aire
Para la simulación del flujo de aire en el conducto se plantean las ecuaciones de Navier-Stokes resueltas con una técnica de Reynolds Average Navier-Stokes (RANS) standard, con un modelo de turbulencia k-ε [1], siendo el número de Reynods en el flujo entre 29000 y 60000. El algoritmo es estacionario y se resuelve con el software de elementos finitos Comsol®.

Las ecuaciones que caracterizan el fenómeno son las siguientes:
Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

Ecuación promediada de Reynolds - Navier Stokes.

$$\rho\, U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[2\mu S_{ij} - \tau_{ij}\right] \tag{2}$$

donde

U_i velocidad media en la dirección de x_i

ρ densidad

P presión media

μ viscosidad dinámica

Tensor de tensiones medio

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \tag{3}$$

Tensión de tensiones de Reynolds

$$\tau_{ij} = 2\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \tag{4}$$

Viscosidad turbulenta

$$\mu_T = \rho c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{5}$$

Ecuación para la energía cinética turbulenta k

$$\rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{6}$$

Ecuación para la tasa de disipación de energía ε

$$\rho U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}\tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] \tag{7}$$

Donde los coeficientes de cierre del modelo son ([1]):

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

La condición de borde en las cercanías de la pared se toma como la variación de las velocidades en sentido normal con una ley logarítmica. La condición de borde impuesta en la entrada del aire del tubo es un campo de velocidad de perfil plano. La otra condición de borde impuesta es la presión de salida del conducto nula que puede ser definida de esta manera puesto que el modelo numérico evalúa la diferencia de presiones entre dos puntos y no es necesario utilizar presiones absolutas. Se utilizaron elementos triangulares de segundo orden y, en las cercanías de las paredes, mallas estructuradas que permiten mantener el valor del término de distancia a la pared en unidades viscosas (δ_w^+) por debajo de 25 [8], como se muestra en la Figura 2.

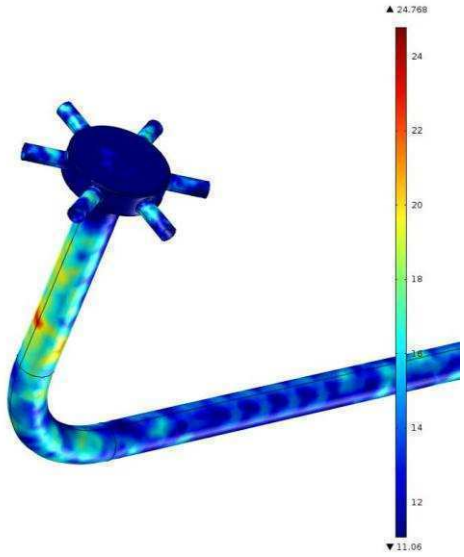


Figura 2. Resolución de pared en unidades viscosas δ_w^+

En cuanto a las características del aire utilizadas para el cálculo, las mismas son: densidad $\rho = 1{,}17\,\frac{kg}{m^3}$ y viscosidad dinámica $\mu = 1{,}983 \cdot 10^{-5}\,\frac{kg}{m\,s}$.

2.1.2 Ecuaciones de la partícula en movimiento

.Se supone a las semillas de soja como partículas esféricas, de tamaño uniforme e indeformable. Además, se supone que el gradiente de velocidades del aire no se verá afectado por la presencia de partículas del tamaño de los granos [17]. Se analiza la mezcla aire-semillas como un flujo en fase diluida, siendo el acople utilizado entre ambas fases del tipo débil. Las trayectorias de partículas se calculan utilizando un enfoque Lagrangiano, por medio de la segunda ley de Newton. Las fuerzas actuantes consideradas son: fuerza de gravedad y fuerza de arrastre aerodinámica.

$$\frac{d}{dt}\left(m_p v_p\right) = F_p \tag{8}$$

Donde m_p la masa de la partícula, v_p su velocidad y F_p la fuerza total ejercida sobre la misma.

$$\frac{d}{dt}\left(q_p\right) = v_p \tag{9}$$

$$\frac{d}{dt}\left(m_p v_p\right) = F_{Drag} + F_g \tag{10}$$

Siendo q_p el vector posición de la particular, g la aceleración de la gravedad y F_{drag} la fuerza de arrastre que ejerce el flujo de aire sobre la partícula.

$$F_{Drag} = m_p F_d \left(v - v_p\right) \rightarrow F_d = \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \tag{11}$$

F_d es la fuerza de arrastre por unidad de masa, dada por la ecuación:

$$F_g = m_p g \frac{\left(\rho_p - \rho\right)}{\rho} \tag{12}$$

Los valores de campo de velocidad y su derivada, son obtenidos de simulaciones numéricas de flujo de aire en el cabezal distribuidor. Cuando una semilla impacta contra las paredes del tubo se calculan las velocidades lineales y angulares, considerando la colisión como elástica y de reflexión especular. Esta es una hipótesis muy limitada del modelo, debido a que experimentalmente se han obtenido valores de coeficientes de restitución, tanto normal como tangencial, de 0.6 y 0.1 respectivamente ([19]). Si se hubiesen tomado en cuenta estos parámetros, se produciría una brusca disminución de la energía cinética en cada rebote, modificando las trayectorias de las semillas respecto a las obtenidas en la simulación.

3. RESULTADOS

Con los modelos numéricos antes descriptos, se obtiene el campo de velocidades de aire, en toda la geometría del cabezal distribuidor, para una condición de entrada del mismo de 10 m/s. Con el campo de velocidades se realiza una simulación de trayectorias, liberándose 27 semillas en tandas de 9 cada una, durante un tiempo total de 120 segundos. Las semillas son liberadas desde la sección de entrada del tubo horizontal, uniformemente distribuidas, y con una velocidad inicial de 5 m/s. El diámetro de las semillas modeladas es $d_p = 4\text{x}10^{-3}$ m, y su densidad $\rho_p = 1200$ Kg/m^3.

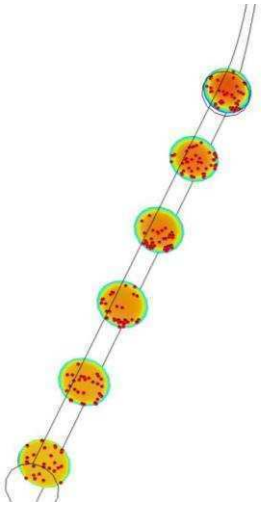
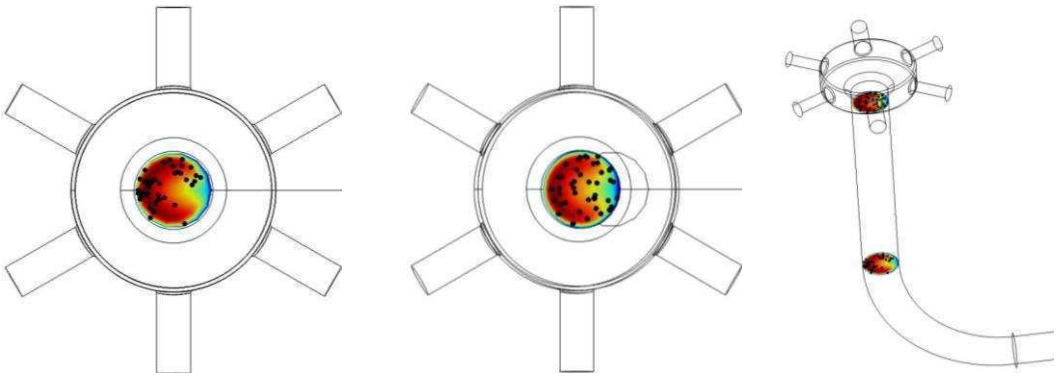


Figura 3: Mapas de Poincaré de la distribución de semillas a lo largo del tubo horizontal.

En la Figura 3 se muestra la distribución de partículas a lo largo del tubo horizontal, en siete mapas de Poincaré separados entre sí 0.2 m. Se observa que la mayor parte de las mismas se acumula en parte inferior del tubo.



(a) (b) (c)

Figura 4. Mapas de Poincaré de la distribución de semillas en inicio del tubo vertical (a), y en el extremo superior del mismo (b). (c) Vista tridimensional del cabezal distribuidor.

Las Figuras 4 muestran los mapas de Poincaré y campo de velocidades del aire, en dos secciones transversales al tubo vertical. La Figura 4 (a) corresponde al inicio del tubo vertical, donde puede verse mayor concentración de partículas en la periferia del tubo, principalmente sobre el sector posterior del mismo. En cambio, en la Figura 4 (b), la distribución de partículas resulta más homogénea. Esto se debe al elevado número de rebotes contra las paredes que sufren las mismas contra las paredes del tubo durante la ascensión. La Figura 5 muestra la distribución de partículas en el tubo ascendente. Al igual que en la Figura 4 (b), la distribución de partículas es homogénea a lo largo en todo el tubo.

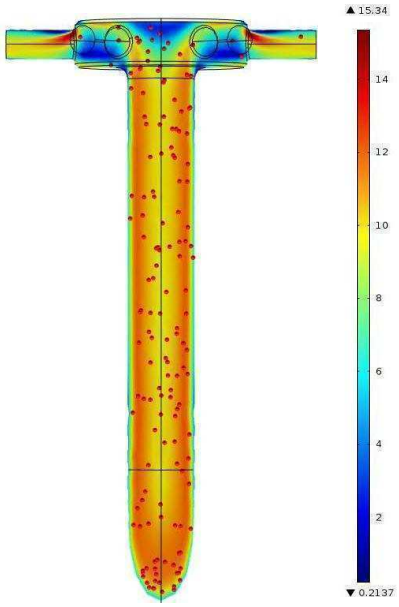
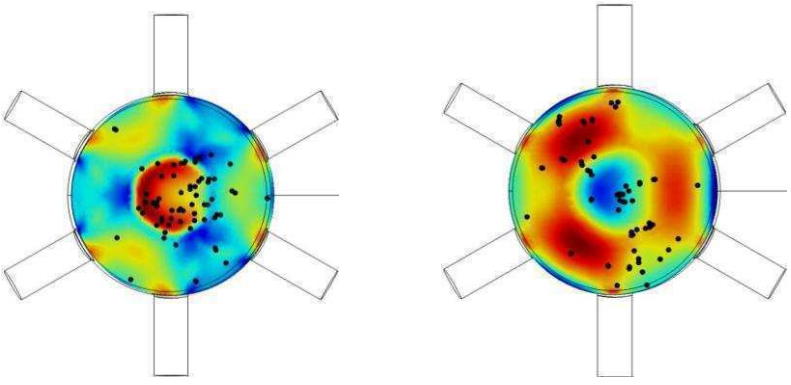


Figura 5. Mapas de Poincaré de la distribución de semillas sobre un plano de corte frontal, y campo de velocidades del aire.

En el sector de expansión se detecta un elevado número de rebotes contra las tapas inferior y superior (Figura 6 (a) y (b), respectivamente). En el caso de la Figura 6 (a), la mayor concentración de partículas se encuentra comprendida en la zona central, coincidente con el ingreso de flujo desde la tubería vertical. Las partículas que se observan dispersas en la periferia del sector central, en la Figura 6 (a), representan rebotes contra la tapa inferior.

Del total de las veintisiete semillas introducidas durante la simulación, solo nueve de ellas logra atravesar la frontera externa de los tubos de salida (Figura 1 (c)). Esto muestra una inadecuada geometría del distribuidor en el sector de expansión.



(a) (b)

Figura 6. Impacto de partículas contra la tapa inferior (a) y superior (b), del sector de expansión.

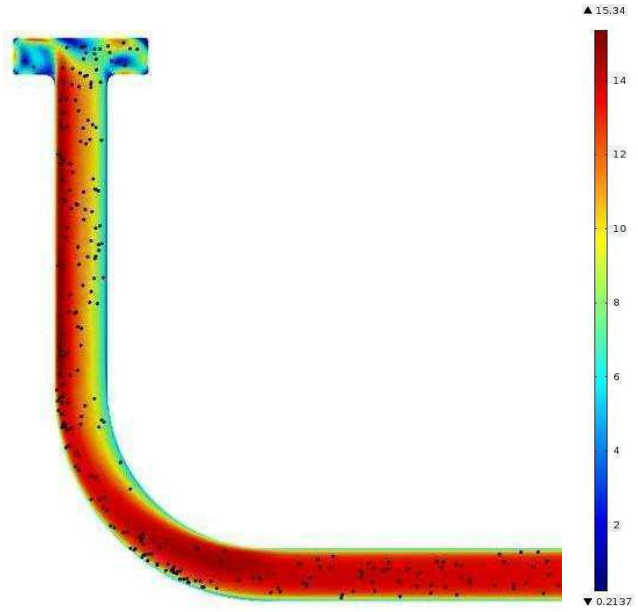


Figura 7. Mapa de Poincaré y campo de velocidades del aire sobre plano de corte lateral.

En la Figura 7 se observan la tendencia de las partículas a salir a través de las tuberías frontales del sector de expansión, lo cual coincide con las observaciones realizadas sobre el banco de ensayos (Figura 1 (a)), y de apreciaciones realizadas por fabricantes de sembradoras “air drill”. Esto implica una distribución no homogénea de semillas entre los conductos de salida, lo cual es algo no deseado en este tipo de componentes.

4. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Se han utilizado herramienta numérica, Comsol ®, para obtener las trayectorias de semillas de soja en un cabezal distribuidor. Se ha detectado inhomogeneidad en la distribución de semillas entre los conductos de salida. Estos primeros resultados coinciden con lo observado en pruebas realizadas sobre un banco de ensayos de cabezales distribuidores de semillas, y con lo declarado por fabricantes de sembradoras “air drill”, con quienes el grupo de trabajo a entablado relación. Por otra parte, el modelo numérico utilizado para el cálculo de las trayectorias, resulta limitado.

En próximos trabajos, se espera incluir en el cálculo de las trayectorias, los coeficientes de restitución de las semillas así como implementar una interacción de doble vía entre el fluido y las partículas. Se espera que, a partir de los resultados obtenidos, puedan proponerse nuevos diseños de cabezales distribuidores, con performances distributivas superadoras a las actuales.

5. REFERENCIAS

[1] Wilcox D C. (1994). *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries Inc. ISBN: 0-9636951-0-0. La Cañada, California, Estados Unidos.

[2] Salman A. D., Gorham D.A., Szabo M., Hounslow M.J. (2005). “Spherical particle movement in dilute pneumatic conveying”. Powder Tec., 153, 43-50.

[3] Tashiro, H., Watanabe, E., Shinano, H., Funatsu, K., Tomita, Y. (2005). “Effect of mixing gas-fine particle suspension flow with small amount of coarse ones in horizontal pipe”. *International Journal of Multiphase Flow. Vol. 27, pp. 2001-2013.*

[4] Bragachini M. (2005). Sembradoras de Grano Fino / Soja. Tendencias. INTA Manfredi. http://www.agriculturadeprecision.org/.

[5] Tashiro H., Tomita Y. (1991). "A numerical simulation for for gas-solid two-phase flow". *The Japan Soc.Mec. Eng., S.II, Vol. 34, Nº 2, pp. 129-133.*

[6] Salman A. D., Gorham D.A., Szabo M., Hounslow M.J. (2005). "Spherical particle movement in dilute pneumatic conveying". *Powder Tec., 153, 43-50.*

[7] S. Laín, M. Sommerfeld, J. Kussin J. (2002). "Experimental studies and modelling of four-way coupling in particle-laden horizontal channel flow". *Int. J. Heat and Fluid Flow. 647-656.*

[8] Raheman H., Jindal V.K. (2001). "Solid velocity estimation in vertical pneumatic conveying of agricultural grains". *Applied Eng. in Agriculture 17(2):209– 214.*

[9] Raheman H., Jindal V.K. (2003). "Drag coefficients of agricultural grains in vertical pneumatic conveying". *Applied Eng in Agriculture 19(2):197–202.*

[10] Fernando S.D., Hanna M.A. (2005). "Design and development of a threshing chamber and pneumatic conveying and cleaning units for soybean harvesting". *Transactions of the ASAE, 48(5):1681−1688.*

[11] Güner M. (2007). "Pneumatic conveying characteristics of some agricultural seeds". *Journal of Food Engineering 80:904–913.*

[12] Kumar, V J F; Durairaj C D (2000). "Influence of Head Geometry on the Distributive Performance of Air-assisted Seed Drills". *Journal of Agricultural and Engineering Research. 75, 81-95.*

[13] Bourges G; Eliach J; Balbastro E; Medina M. (2006). "Evaluación numérica del distribuidor de semillas por medio de flujo de aire en sembradoras air-drill". *XXVII Cilamce. Proceedings. P.C.: 04-525*. Belém, Brazil.

[14] Bourges G; Eliach J; Medina M. (2006). "Diseño utilizando CAE (Computer Aided Design) del distribuidor neumático en el sistema de transporte de semillas en sembradoras air-drill". *Mecánica Computacional. Vol. XXV, pp 1297-1312* . Argentina

[15] Bourges, G; Mattara, M.; Ponso, R.; Medina, M. (2009). Determinación de la Pérdida Energética en Distribuidores de Semillas de Sembradoras. Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente. Volumen 13. pp. 8.27- 8.33.

[16] Bourges G.; Medina M. (2007): "Evaluación de la performance neumática del sistema de transporte de semillas en sembradoras "air-drill". Mecánica Computacional. *Vol. XXVI, pp 1131-1142, , 1297-1312. Córdoba*, Argentina

[17] H.Tashiro; E. Watanabe; H. Shinano; K. Funatsu; Y. Tomita. (2001) Effect of mixing gas fine particle suspension flow with small amount of coarse ones in horizontal pipe. Int. J. Multiphase Flow. 27 (10), 2001-2013.

[18] COMSOL Multiphysics (2011). COMSOL Documentation, CFD Module, version 4.2a.

[19] Mattara M., Ponso R., Medina M. (2009). "Coeficiente de Restitución sobre Superficies de Acero para Granos de Soja (Glycine Max Merrick) Transportados" . *Avances en ingeniería rural 2007-2009 N. di Leo, S. Montico, G. Nardón – 1º Edición. Rosario. UNR Editora. Mecanización y Maquinaria Agrícola, pp.283-289 ISBN 978-950-673-752-8. CD ROM.* Rosario, Argentina

Agradecimientos
Este trabajo se enmarca en las actividades del proyecto Secyt UNR 1ING287 "Optimización del diseño en maquinarias e instalaciones agrícolas orientado a la manipulación de granos"

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Diseño aerodinámico de la carroceria de un auto solar de competición

Albanesi, Alejandro Eduardo; Albrecht, Rafael Eduardo, Follonier, Yari

Grupo Tecnológico Automotor
Facultad Regional Santa Fe
Universidad Tecnológica Nacional
Lavaise 610 – (3000) Santa Fe – Argentina

RESUMEN.

El objetivo de este proyecto es presentar los estudios aerodinámicos realizados para diseñar la carrocería del vehículo solar de la UTN Regional Santa Fe que participo en la primer competencia de vehículos solares de América latina, Atacama Solar Challenge 2011, desarrollada en los meses de Septiembre y Octubre de 2011 en el desierto de Atacama – Chile. El fin de comparar es buscar la carrocería con menor resistencia al avance y minimizar la potencia empleada para impulsar el vehículo reduciendo el área frontal y el coeficiente aerodinámico. Además dicha carrocería debe respetar los lineamientos impuestos por la organización de la competencia como así también la habitabilidad, seguridad y funcionalidad requeridas para el correcto desempeño del piloto en la prueba. Para lograr los requisitos mencionados se utilizo software de simulación de dinámica de fluidos (CFD).

Palabras Claves: Análisis aerodinámico, capa límite, desprendimiento, CFD.

1. INTRODUCCIÓN

En el año 2010 el Grupo Tecnológico Automotor (GTA) de la UTN Regional Santa Fe encaro el diseño y construcción de un vehículo solar para participar en la primer competencia de vehículos solares de América latina, Atacama Solar Challenge 2011. Este prototipo se presenta en la Figura 1, y compitió en la categoría de vehículos híbridos con propulsión solar-humana (energía eléctrica generada por un panel solar y energía humana suministrada mediante pedales) en la cual el costo del prototipo no debía superar un presupuesto (USSD$ 7000) establecido por los organizadores de la competencia. Nuestro vehículo obtuvo el segundo puesto en la competencia, y el objetivo de este trabajo es presentar los estudios aerodinámicos realizados para diseñar su carrocería.

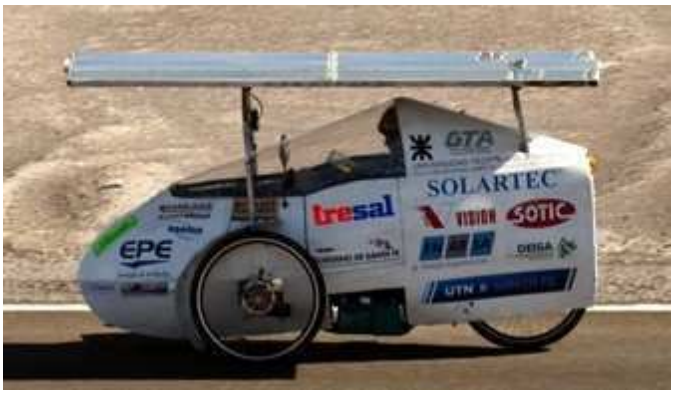


Figura 1: El vehículo solar del grupo GTA compitiendo en el desierto de Atacama, Chile, Octubre de 2011.

Las características principales del vehículo son:

- Vehículo tipo recumbente. Cantidad de ruedas: 3.
- Largo: 2450 [mm]. Ancho: 800 [mm]. Alto: 1100 [mm]. Peso vacío: 120 [Kg].
- Potencia del motor de CC: 500 [w]. Tracción: trasera. Velocidad máxima: 50 Km/h.
- Paneles solares: Silicio Policristalino. Cantidad: 6. Potencia total: 400 W. Baterias: 4.
- Carrocería: PRFV con tela roving de 1 [mm] de espesor. Cabina: de planeador.
- Transmisión: 3 cadenas independientes. Sistema de cambios con piñones y descarrilador.
- Frenos: delanteros de disco, y trasero V-Brake.
- Dirección: directa, mediante palancas sobre las puntas de ejes delanteros.

El objetivo principal de todo ensayo aerodinámico es siempre el mismo: minimizar la resistencia al avance que opone el aire que rodea al vehículo, minimizar el desprendimiento de la capa límite, disminuir el coeficiente aerodinámico y disminuir el área frontal del vehículo sin perjudicar su normal funcionamiento ni la visibilidad del piloto. En general, involucran el análisis del flujo de aire alrededor del vehículo (para el estudio de las cargas aerodinámicas, la resistencia al avance, el coeficiente aerodinámico) y el flujo de aire a través del cuerpo del vehículo mismo (con el objeto de optimizar la refrigeración del motor y de los discos de freno, .y el sistema de calefacción, ventilación y aire acondicionado).
Para el caso particular de un vehículo solar diseñado específicamente para competir, el cual es un prototipo pequeño, liviano e impulsado con un motor eléctrico de baja potencia, solamente se analizará el flujo del aire alrededor de la carrocería del mismo (ya que carece de un motor de combustión interna y de sistemas de confort como son la calefacción/ventilación) con el fin de minimizar la potencia motriz necesaria para impulsarlo a su velocidad crucero, que es de 50 Km/h.

2. DISEÑO AERODINAMICO.

La función de la carrocería es cubrir al piloto y a los elementos estructurales y móviles del vehículo, con medidas internas que permitan que el pedaleo y la conducción se desarrollen cómodamente, y con una geometría que minimice la resistencia aerodinámica y las fuerzas de carga aerodinámica. En vehículos pequeños y livianos como el de la Figura 1, la fricción aerodinámica constituye

aproximadamente el 60% de la fricción total que tiene un vehículo solar. La fuerza y potencia de fricción se definen respectivamente como:

$$Pot = C_r\ m\ g\ V + \tfrac{1}{2}\ C_d\ r\ A\ V^3 + P_{tr} \quad (1)$$

donde C_r es el coeficiente de rodadura de los neumáticos, m es la masa del vehículo, g es la aceleración de la gravedad, ρ es la densidad del aire, A es el área frontal del vehículo, C_d es el coeficiente de fricción del vehículo, V es la velocidad del flujo de aire que rodea al vehículo y P_{tr} es la potencia pérdida en la transmisión.
El primer término de la Ecuación (1) es la perdidas por rodadura y tiene una dependencia lineal con la velocidad del vehículo, el segundo termino constituye la pérdida aerodinámica y tiene una dependencia cúbica con la velocidad del aire que rodea al vehículo, y el último término son las perdidas debidas a la transmisión (despreciable frente a los otros dos términos para un sistema de cadenas como el utilizado en este prototipo).

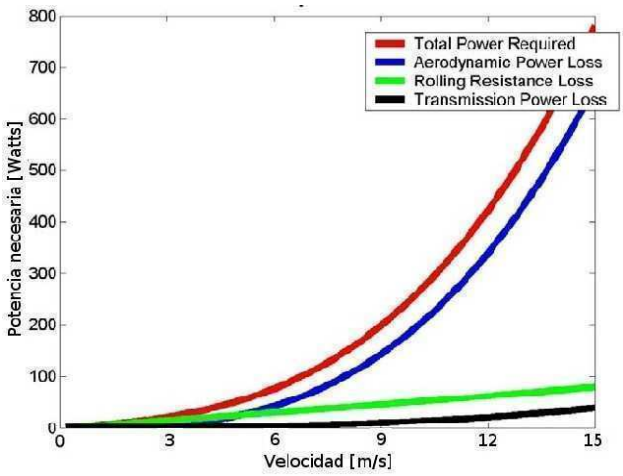


Figura 2: Potencias necesarias para impulsar un vehículo recumbente en función de la velocidad [1].

La Figura 2 es la variación de potencia correspondientes a cada término de la Ecuación (1), y de la potencia total para impulsar el vehículo, en función de la velocidad, para un vehículo de tipo recumbente [1] con características similares a las de nuestro prototipo. Se puede observar que a baja velocidad, la potencia total para impulsar un vehículo depende casi exclusivamente de la fricción por rodadura, mientras que a alta velocidad la potencia total depende casi exclusivamente de las pérdidas aerodinámicas. Esto último es consecuencia de la dependencia cúbica de la potencia consumida por las pérdidas aerodinámicas. A partir de la Figura 2 se concluye inmediatamente que a la velocidad máxima del prototipo (aproximadamente 14 [m/s]), las pérdidas aerodinámicas son la mayor resistencia a vencer, y que todas las mejoras que se puedan hacer en la forma de la carrocería que disminuyan tanto el área frontal como el coeficiente aerodinámico, reducirán la potencia necesaria para impulsar el vehículo en mayor proporción que otras mejoras que apunten a reducir el peso y la rodadura del vehículo.

2.1. Área frontal y desprendimiento de capa límite.

Se entiende por capa límite a aquella capa delgada de fluido en donde los efectos de la viscosidad son importantes, sin importar lo grande que sea el número de Reynolds [2]. Por lo tanto, en la capa límite, la velocidad del flujo respecto a la pared sólida varía desde cero en la pared, hasta casi alcanzar el valor de la velocidad de la corriente no perturbada [3]. En aerodinámica la capa límite juega un rol fundamental, ya que el área frontal total de un cuerpo rodeado por un flujo externo, es la suma del área frontal propia (física) del cuerpo más el área generada por la estela generada por el desprendimiento del flujo en la superficie del cuerpo:

$$A_{ft} = A_{fp} + A_{fd} \quad (2)$$

siendo A_{ft} el área frontal total, A_{fp} el área frontal propia del cuerpo y A_{fd} el área de desprendimiento de flujo. Remarcamos que el área A_{fp} es geométrica y se mantiene constante, pero el área A_{fd} es variable con la velocidad. De la Ecuación (2) se concluye que no es suficiente con reducir el tamaño del vehículo para disminuir el área frontal, sino que además es necesario disminuir el desprendimiento del flujo en la carrocería. Esto último sólo se puede lograr eliminando tanto como sea posible discontinuidades en la carrocería.

2.2. Coeficiente de arrastre aerodinámico

El coeficiente de arrastre aerodinámico es un número adimensional que cuantifica la resistencia de un cuerpo rodeado de flujo, y depende de la rugosidad superficial como así también de la geometría del cuerpo. Se define como el cociente:

$$C_d = (2\ F_d) / (\rho\ A\ V^2) \qquad (3)$$

donde F_d es la componente de la fuerza de arrastre proyectada sobre la dirección del flujo, ρ es la densidad del fluido, y V es la velocidad del flujo relativo al cuerpo. El coeficiente de arrastre aerodinámico depende del número de Mach, definido como:

$$M = V / a \qquad (4)$$

siendo V la velocidad del flujo relativo al cuerpo, y a la velocidad del sonido en el fluido (para el aire a 20[°C] a es aproximadamente 343.2 [m/s]). Para flujos incompresibles (flujos donde el número de Mach es inferior a 1/3), el coeficiente de arrastre C_d es independiente de la velocidad y del numero de Reynolds, y por lo tanto se lo puede tratar como una constante. Para nuestro prototipo V = 14 [m/s] y a = 343.2 [m/s], en consecuencia M = 0.408. Por lo tanto, el C_d calculado se puede suponer constante en la Ecuación [1] desde velocidad cero hasta la máxima velocidad del vehículo.

En lo que concierne a la geometría del cuerpo, el coeficiente de arrastre aerodinámico se puede disminuir manteniendo la capa límite solidaria a la superficie del cuerpo en la mayor extensión posible, lo cual se traduce en disminuir el desprendimiento de la capa límite. El desprendimiento de la capa límite y su transición de laminar a turbulenta, puede aumentar el número de Reynolds del flujo aún manteniendo constante la velocidad. Por esta razón, parte de este trabajo es lograr una geometría que minimice los desprendimientos.

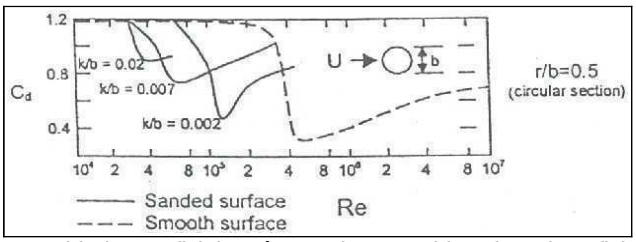


Figura 3: Efectos de la rugosidad superficial y número de Reynolds sobre el coeficiente de rozamiento [4].

En función de la rugosidad superficial y sobre un un cuerpo suave, la estela formada por un flujo de baja velocidad tiene un ángulo de desprendimiento muy elevado (casi 180) por lo que el área de desprendimiento A_{fd} resulta significativa. En cambio, para un fluido que se mueve a baja velocidad alrededor de un cuerpo con superficie rugosa que, el ángulo de la estela disminuye considerablemente y ello reduce el rozamiento respecto del cuerpo con superficies suaves. Esto se puede observar en la Figura 3 [4], donde se comparan los coeficientes de arrastre aerodinámico C_d para un cilindro con superficie suave y otro con una capa de arena en la superficie. Se observa que a baja velocidad, el coeficiente de rozamiento para el cuerpo con arena en la superficie, resulta casi la mitad que para el cuerpo con superficie suave.

3 SIMULACIONES EN CFD

En esta sección se detallaran los ensayos aerodinámicos realizados con software de dinámica de fluidos (CFD). La geometría inicial del modelo se diseño siguiendo especificaciones clásicas de la bibliografía específica de aerodinámica como [5], [6] y [7]. Además, se tuvo en cuenta el alojamiento

del piloto, del movimiento de las piernas del piloto para impulsar el vehículo mediante pedales, y de los accesorios eléctricos y mecánicos que debe llevar el vehículo. Todos deben ir cubiertos y evitar la penetración de aire al interior del habitáculo, a excepción de unos orificios de ventilación que faciliten la respiración del piloto.
Remarcamos además, que por tratarse de un vehículo impulsado por energía solar, un objetivo fundamental del diseño es maximizar la potencia eléctrica generada por los paneles solares. Como el tamaño del vehículo esta limitado por la organización de la competencia, y en consecuencia, la máxima superficie de los paneles solares también lo está, la máxima potencia eléctrica generada se da cuando la ubicación del panel solar esta por encima del vehículo. Si bien aerodinámicamente no es la mejor solución, es la única ubicación del panel solar que permita cumplir con los balances de energía necesarios para que el vehículo complete la competencia con un promedio de velocidad adecuado. Se simularon por CFD 3 variantes del perfil de la carrocería (con panel solar incluido), variando entre cada diseño la altura de la trompa y la cola del vehículo.
El software utilizado para la simulación numérica es el ANSYS CFX 10.0. Se generó una malla de 700.000 aproximadamente, con una estrategia de mallado tal que en la cercanía de la superficie del vehículo, donde se desean capturar los fenómenos de desprendimiento de capa límite, la cantidad de nodos sea mayor que en zonas más alejadas de la misma. La malla se presenta en la Figura 4.

Figura 4: Malla compuesta por 700.000 tetraedros para la simulación computacional.

Las condiciones de contorno para la simulación del modelo son las condiciones a las que esta sometido el prototipo en funcionamiento:

- Flujo incompresible y subsónico.
- Fluido de trabajo: aire a 25[°C].
- Velocidad del aire a la entrada del dominio: 18 [m/s].
- Presión atmosférica (101325 [Kpa]) a la salida del dominio.
- Rugosidad en las paredes: paredes lisas.
- Modelo de turbulencia: Shear Stress Transport (SST) [5].

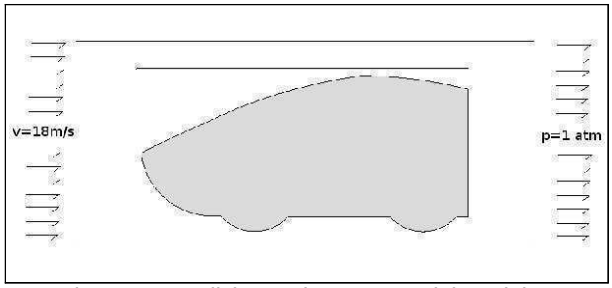


Figura 5: Condiciones de contorno del modelo.

Remarcamos aquí que el uso de flujo incompresible y subsónico se debe a que el numero de Mach para el prototipo en funcionamiento es menor a 1/3, y que el uso de un mayor valor de velocidad a la

entrada del dominio actuá como coeficiente de seguridad: si el desprendimiento es bajo a 18 [m/s], sera aun más bajo a la velocidad real del prototipo de 14 [m/s]. El modelo para modelar la turbulencia utilizado, SST, es un modelo de dos coeficientes que permite calcular con mayor precisión que otros modelos de turbulencia (mixing-lenth, k-epsilon y k-omega por ejemplo) el desprendimiento del flujo respecto a la superficie de la carrocería [5]. La Figura 5 resume las condiciones de contorno de entrada y salida.

3.1. Modelo 1: trompa y cola alta.

En las Figuras 6 y 7 se presentan los perfiles de velocidad y presión para este modelo. En la Figura 6 se puede observar claramente el desprendimiento de flujo producido por el panel solar y por la cola del vehículo, y la estrangulación del aire entre la cabina y el panel (efecto venturi) que acelera el flujo de aire. En la Figura 7 se pone de manifiesto el aumento de la presión del flujo comprendido entre la trompa del vehículo y el panel (compresión), y el vacío que se produce entre la cabina y el panel solar (consecuencia del efecto venturi).

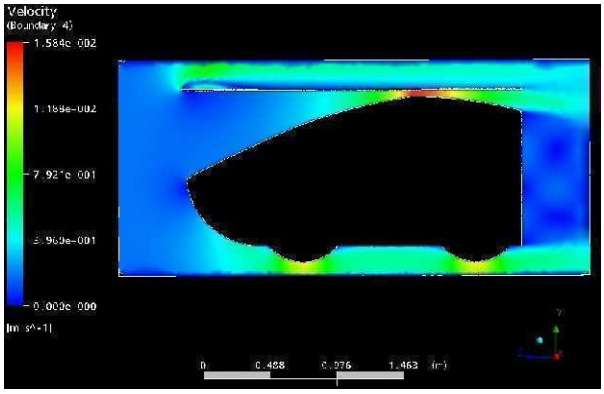


Figura 6: Perfil de velocidad. Modelo 1.

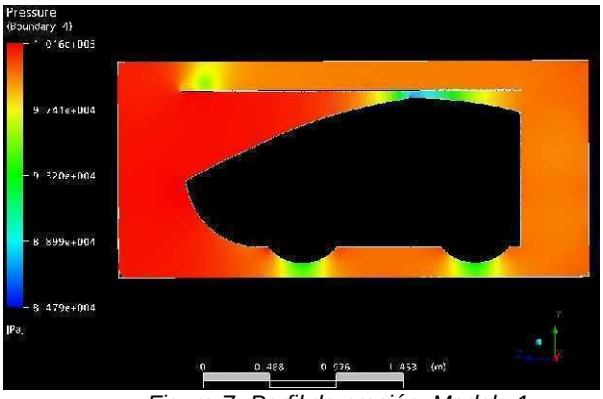


Figura 7: Perfil de presión. Modelo 1.

La Figura 8 muestra las líneas de flujo que surgen del seguimiento de una partícula desde que ingresa al dominio con el fluido hasta que sale de él. El color corresponde a la velocidad de la partícula alrededor del vehículo. Permiten ver la dirección del flujo en las zonas del desprendimiento. Por ultimo, la Figura 9 muestra las cargas aerodinámicas resultantes en el baricentro del modelo.

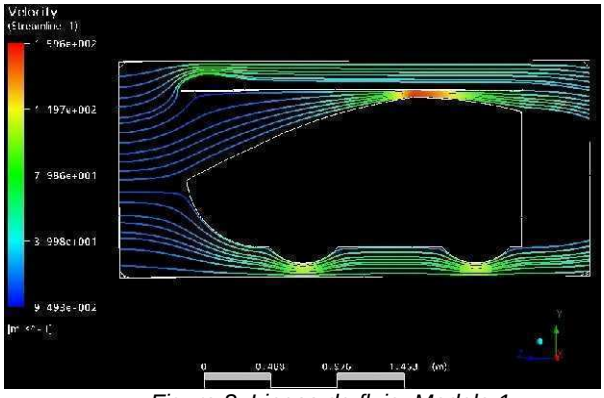


Figura 8: Lineas de flujo. Modelo 1.

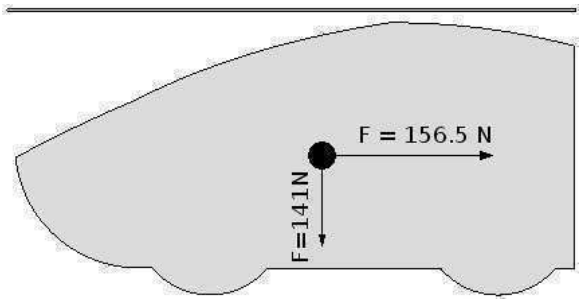


Figura 9: Resultante de cargas aerod. Modelo 1.

3.2. Modelo 2: trompa baja y cola alta.

En las Figuras 10 y 11 se presentan los perfiles de velocidad y presión para el modelo 2. Bajar la trompa del vehículo casi no produce diferencias, aunque en la Figura 11 se alcanza a ver un aumento de presión generado por la compresión del aire entre la nariz del vehículo y el panel solar. En la Figura 10 se puede observar la estrangulación del aire entre la cabina y el panel, donde la velocidad que desarrolla el flujo tiene la misma magnitud que en la Figura 6.

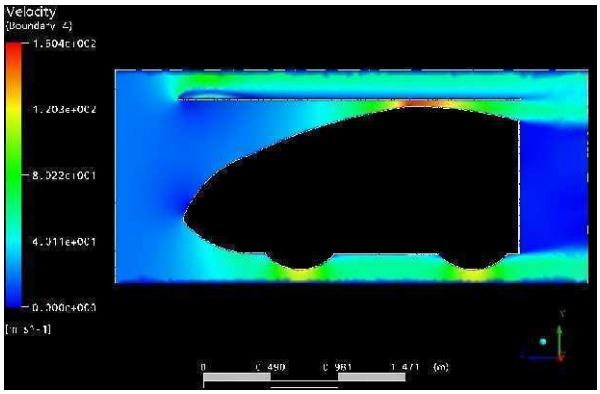


Figura 10: Perfil de velocidad. Modelo 2.

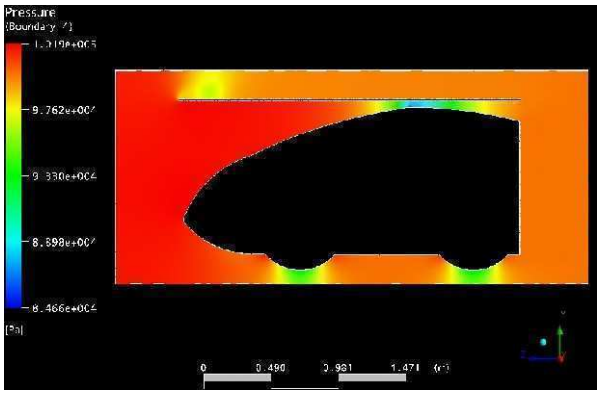


Figura 11: Perfil de presión. Modelo 2.

La Figura 12 presenta un resultado interesante de bajar al trompa del vehículo y es una trayectoria casi laminar de las lineas de flujo, aspecto que ha mejorado si se compara con la Figura 8. Las cargas aerodinámicas resultantes de la Figura 13 acusan un aumento de la carga vertical resultante en el baricentro si se compara a la Figura 9. Esto es consistente con la menor altura de la trompa del vehículo, y en este caso resulta contraproducente.

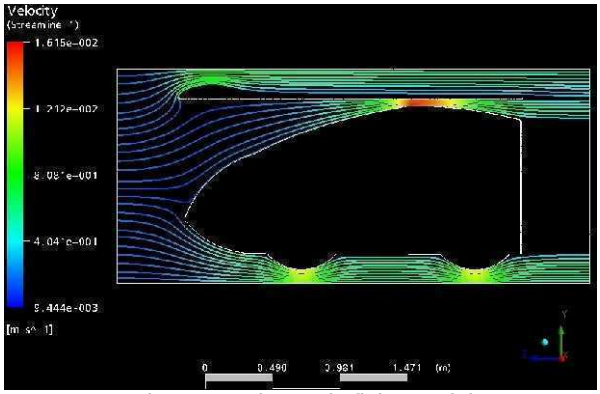


Figura 12: Lineas de flujo. Modelo 2.

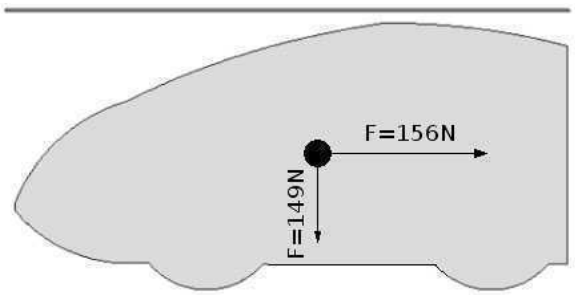


Figura 13: Resultante de cargas aerod. Modelo 2.

3.3. Modelo 3: trompa y cola baja.

Las Figuras 14 y 15 se presentan los perfiles de velocidad y presión para el ultimo modelo. La Figura 14 pone de manifiesto un resultado muy favorable, y es que la velocidad del flujo en cola del vehículo, donde se produce el desprendimiento de la capa límite, disminuyo considerablemente comparado a los resultados de los modelos anteriores de las Figuras 6 y 10.

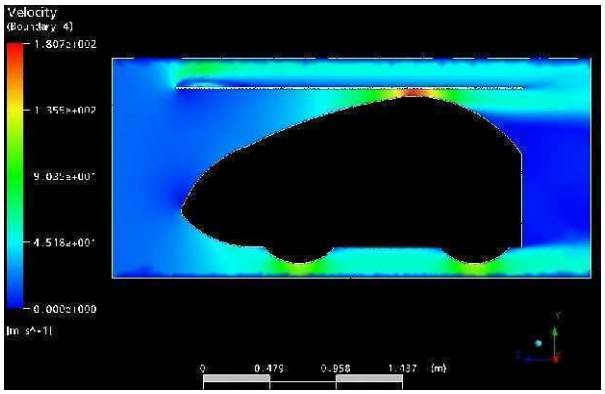


Figura 14: Perfil de velocidad. Modelo 3.

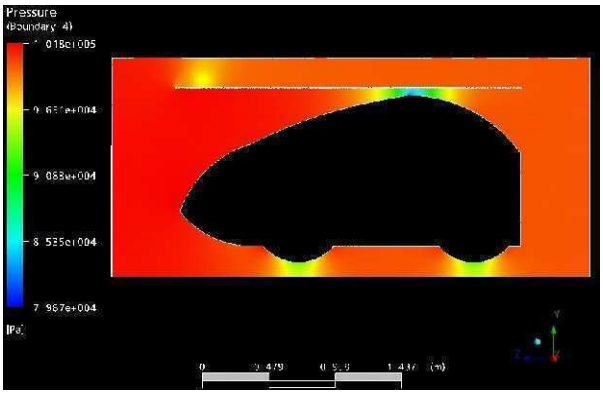


Figura 15: Perfil de presión. Modelo 3.

Esto trae aparejado menor rozamiento aerodinámico, es decir, bajar la cola del vehículo introdujo una mejora sustancial. Otra ventaja del modelo 3 respecto a los otros dos en la longitud del la zona de estrangulamiento de flujo entre el panel y la carrocería, lo que se traduce también en menor rozamiento aerodinámico. Las lineas de flujo de la Figura 16 son las más laminares de los 3 modelos ensayados, lo que refuerza el resultado de que bajar la cola del vehículo ha mejorado sustancialmente el diseño. Por ultimo, las cargas aerodinámicas resultantes en el baricentro de la Figura 15 han disminuido, tanto la carga de sustentación como la carga de rozamiento.

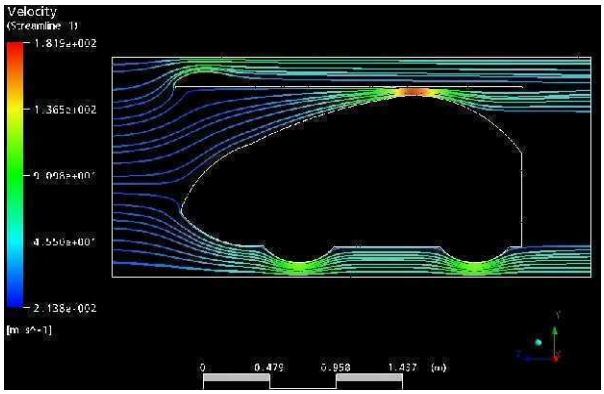


Figura 16: Lineas de flujo. Modelo 3.

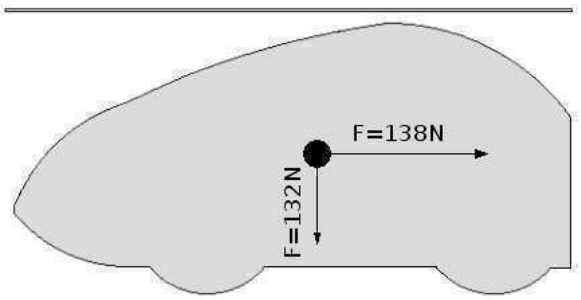


Figura 17: Resultante de cargas aerod. Modelo 3

De estos resultados se concluye que el mejor modelo es el número 3, que tiene la cola y la trompa baja. Los resultados se resumen en la Tabla 1, donde se toma como referencia el modelo 1 y se calcula la mejora como la disminución de la resultante de ambas componentes de fuerza referida al baricentro del vehículo:

$$R_{es} = (F_h^{\,2} + F_v^{\,2})^{1/2} \qquad (5)$$

siendo F_h y F_v las resultantes de fuerzas verticales y horizontales respectivamente.

Tabla 1 *Resumen de cargas aerodinámicas de los modelos.*

Modelo	**Carga Vertical [N]**	**Carga Horizontal [N]**	**Mejora**
1	141	156.5	0.00%
2	149	156	-2.40%
3	132	138	10.00%

4 MEJORAS ADICIONALES.

Se incorporaron al diseño del prototipo mejoras adicionales que son recomendaciones clasicas de la bibliografia especifica de aerodinámica como [6], [7] y [8].

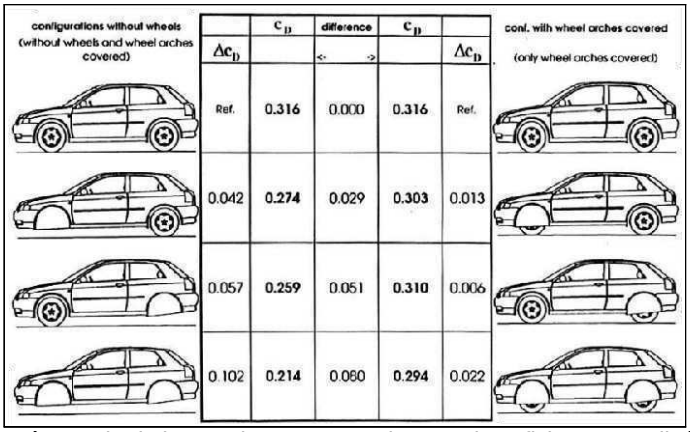


Figura 18: Enmáscarado de las ruedas y pasaruedas vs. el coeficiente aerodinámico CD [8].

El enmáscarado consiste en cubrir partes del vehículo tal que no exista paso de aire a traves de las mismás, y de ocultar en forma directa o por el desprendimiento de la capa límite alguna parte del cuerpo expuesta al flujo. Un ejemplo clásico son las ruedas, responsables de casi el 30% de las perdidas por rozamiento aerodinámico [8]. El enmáscarado de una parte o del total de la rueda puede producir una reducción sustancial de este coeficiente de arrastre aerodinámico, como se observa en la Figura 18. Un ejemplo clásico son las ruedas, responsables de casi el 30% de las perdidas por rozamiento aerodinámico [8]. El enmáscarado de una parte o del total de la rueda puede producir una reducción sustancial de este coeficiente de arrastre aerodinámico. Esto se realizo mediante pasaruedas tipo “pontón” que cubre la rueda, los rayos, los extremos de la dirección y parte del chasis del vehículo, Figura 19.

Figura 19: Enmáscarado de las ruedas mediante pasaruedas tipo “ponton”.

Otros parametros se optimizo fue el ángulo entre los laterales traseros de la carrocería, y la altura del panel solar con respecto al piso [7]. Al aumentar el ángulo de los laterales traseros se reduce el coeficiente aerodinámico, Figura 20.

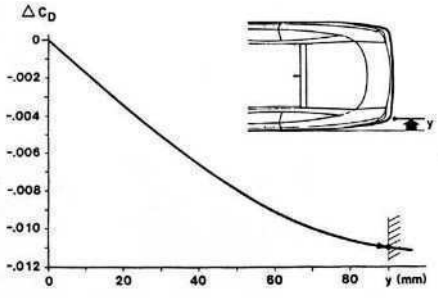


Figura 20: ángulo de cierre vs Cd [7].

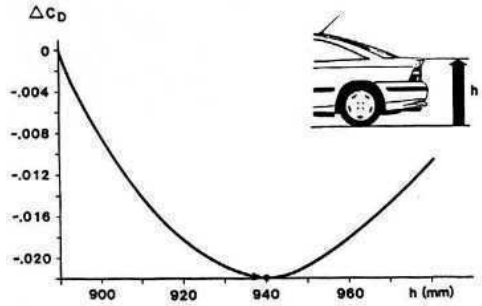


Figura 17: Altura de panel vs Cd [7].

Debido a que el panel solar es un cuerpo que genera carga aerodinámica tal como lo hacen los alerones en los vehículos de calle, el rango de altura del panel solar respecto de la carrocería fue seleccionada del gráfico de la Figura 21, en la cual se observa que para hay una altura óptima del cuerpo que genera carga en función de la velocidad del vehículo. La altura óptima fue evaluada mediante la simulación por CFD, y resultó ser de 150 [mm].

5. RESULTADOS FINALES

En la Tabla 2 se presentan los resultados finales del modelo seleccionado (modelo 3 de trompa y cola baja), incluyendo la inclusión de los pasaruedas tipo “pontón”, el ángulo de cierre de los laterales traseros y la altura óptima del panel.

Tabla 2 *Resumen de resultados para el modelo seleccionado.*

Area Frontal	**Cd (sin panel)**	**Cd (con panel)**	**Vel. Max con 500 [W]**
0.96 [m2]	0.09	1.12	50 [Km/h]

6. CONCLUSIONES.

En este trabajo presentamos los estudios aerodinámicos realizados para diseñar la carrocería del vehículo solar de la Facultad Regional Santa Fe de la UTN, que compitió en la primer competencia de vehículos solares de América latina, Atacama Solar Challenge 2011. Se realizaron múltiples simulaciones por CFD de modelos preliminares con distinta configuración, de los cuales el que tiene la trompa y la cola baja dio origen al diseño final. El coeficiente de arrastre aerodinámico final fue CD = 0. 09 sin panel solar y CD = 1.12 con panel solar incluido. El perfil logrado es muy eficiente y el vehículo mostró un muy buen comportamiento al viento frontal y lateral, como así también al viento generado por el paso de vehículos y camiones que circulan próximos al mismo. Con un motor de 500 [W], el prototipo puede alcanzar una velocidad máxima de 50 [Km/h]. Este vehículo obtuvo el segundo puesto general en la competencia, y el primer puesto entre los vehículos argentinos.

7. REFERENCIAS

[1] Christensen , Adam. Cohen, Mordechai. Eckerson, Amoz. Vesely, John. (2003) Senior Design Thesis: Project Cadence: Human Powered Vehicle. Milwaukee School of Engineering.
[2] Batchelor, G. K. (2000). An Introduction to Fluid Dynamics (Cambridge Mathematical Library). Cambridge University Press.
[3] Fox, Robert W. (2006). Introduction to fluid mechanics. Sexta edición. New York, EEUU.
[4] Holmes, J. D. (2001). Wind Loading of Structures, Spon Press.
[5] ANSYS CFX-Solver Manager. User's Guide. (2010). Release 13.0.
[6] McBeath, Simon. (2005). Aerodinámica del automóvil de competición. España. Primera edición. CEAC. España.
[7] Hans-Joachim Emmelmann, Helmut Berneburg, Josef Schulze. (1990). The Aerodynamic Development of the Opel Calibra. Society of Automotive Engineers (SAE).
[8] Wickern, G., Zwicker, K., and Pfadenhauer, M. (1997). Rotating Wheels - Their Impact on Wind Tunnel Test Techniques and on Vehicle Drag Results. Society of Automotive Engineers (SAE).

Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean agradecer al Departamento Mecánica de la UTN FRSF por el apoyo brindado, y al Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería CIMEC-INTEC-CONICET por facilitar las herramientas informáticas para la elaboración de este trabajo.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Diseño y cálculo de chasis tubular para auto solar de competición

Rafael Eduardo Albrecht*[1], Siro Vladimir Holik[2], Carlos Luciano Soto[3]

Grupo Tecnológico Automotor – UTN – Facultad Regional Santa Fe
Lavaise 610 – (3000) Santa Fe – Argentina
[1] *E-mail: rafasfrc@hotmail.com*
[2] *E-mail: vladimirholik_24@hotmail.com*
[3] *E-mail: luckyegus45@hotmail.com*

RESUMEN
El objetivo de este proyecto es diseñar y calcular un chasis tubular para el vehículo que participó en la competencia "La Ruta Solar 2011" realizada los meses de septiembre y octubre del 2011 en Atacama, Chile.
En primer lugar es necesario saber cuándo se puede dar por válido un chasis en cuanto a su resistencia. Para ello es imprescindible conocer los criterios que utilizan los diseñadores de chasis tubulares en diferentes competiciones como pueden ser la Fórmula Renault, Turismo de carretera, TC 2000, TC 850, Turismo santafesino, etc. Para luego adaptarlos a nuestras necesidades.
Conocidas las hipótesis de carga y las condiciones de borde para nuestro diseño decidimos las herramientas de cálculo que utilizaremos. La teoría de los elementos finitos es la ideal para este trabajo.
Para la aplicación de estas teorías es necesario realizar un croquis aproximado del chasis teniendo en cuenta los modos de fabricación de los que dispone un chasista a la hora de construir una estructura tubular como ésta. También es importante conocer dónde y cómo están aplicadas las fuerzas sobre dicha estructura generadas en distintas hipótesis de cálculo, como ser resistencia al pedaleo, al peso total, golpe con un obstáculo, etc.
Para resolver las hipótesis propuestas utilizamos el software de cálculo por elementos finitos COSMOS, combinado con el software de CAD, SOLIDWORKS, para realizar lo referido a diseño.

Palabras Claves: *vehículo, chasis, dirección, MEF, simulación*.

1 INTRODUCCIÓN

En el año 2010 el Grupo Tecnológico Automotor de la UTN Regional Santa Fe decidió iniciar el proyecto de diseñar y construir un auto solar para competir en La Ruta Solar 2011 (Figura 1).
La primera etapa del proyecto fue realizar el diseño y cálculo chasis tubular (Figura 2) cuya principal función es la de soportar toda la estructura del vehículo.

Figura 1: Ejemplo de vehículo solar

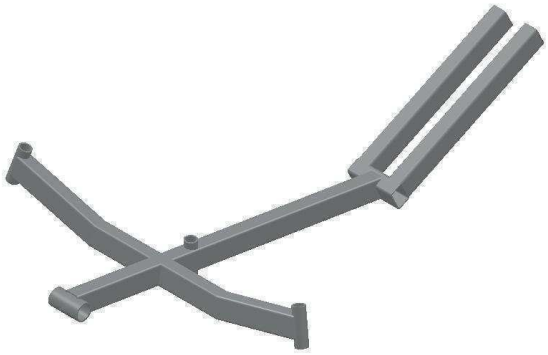


Figura 2: Diseño de chasis

2 CARACTERÍSTICAS DEL VEHÍCULO

Las principales características a partir de las cuales se obtuvieron las hipótesis de cálculo son:

- Chasis tubular: 60 [mm] x 40 [mm] y espesores 4 [mm] de SAE 6061.
- Motor de CC 500 [W]
- Tracción: trasera.
- Peso total aproximado (peso del piloto 800 [N]): 3000 [N].
- Frenos: delanteros de disco y traseros V-Brake.
- Dirección: directa, mediante palancas sobre las puntas de ejes delanteros.
- Transmisión: a pedales mediante piñón-cadena-corona o con motor eléctrico.

3 LA MODELIZACIÓN GEOMÉTRICA DEL CHASIS

El chasis fue modelado en el software de CAD 3D Solid Works 2006 SP0.0 mediante líneas en croquis espaciales a las cuales luego se les asignó las secciones correspondientes.
Su diseño se realizo en función de que soporte los esfuerzos requeridos y tenga el menor peso posible, contemplándose:

- Estudio de la rigidez del chasis para permitir así modificar las características de transferencia de peso y controlar su comportamiento como así también peso, espacio, costo, resistencia de los materiales utilizados, etc.
- Análisis dinámico de la geometría de dirección para garantizar el correcto desempeño en curvas.
- Análisis volumétrico para garantizar las condiciones de visibilidad y habitabilidad requeridas para obtener la máxima concentración y desarrollo de las capacidades del conductor.
- Determinación de los valores mínimos que deba soportar puntualmente ésta en cada una de las direcciones, para validar la elección de la geometría y los materiales.

Las fuerzas de sujeción se aplican directamente sobre el chasis en donde están los anclajes de la dirección delantera y la transmisión.
En cada ensayo las fuerzas externas variaran su aplicación y magnitud según lo demande el caso.
El material utilizado para las barras es aluminio SAE 6061 [1], que tiene las siguientes propiedades mecánicas:

- $E = 6{,}9 \times 10^4$ [MPa]
- $G = 2{,}6 \times 10^4$ [MPa]
- σ_r (Limite de rotura) = 310 [MPa]
- σ_e (Limite elástico) = 275 [MPa]

4 MÉTODO DE CÁLCULO UTILIZADO

Debido a la complejidad geométrica que presenta el chasis tubular, el cálculo del mismo se realizó mediante el método de elementos finitos con elementos de viga elástica a las cuales el software asignó las propiedades correspondientes a cada sección en forma automática de acuerdo a lo diseñado.

El programa utiliza automáticamente una malla de viga e identifica juntas para miembros estructurales que se tocan o interfieren y miembros estructurales que no se tocan dentro de una cierta distancia (tolerancia). Un elemento de viga es un elemento de línea definido por dos puntos finales y una sección transversal. Los elementos de viga pueden resistir cargas axiales, de flexión, cortantes y de torsión. Si se usa con piezas soldadas, el software define las propiedades transversales y detecta las juntas.

5 DISEÑO DE LA GEOMETRÍA DE DIRECCIÓN

Nos basamos en el diseño de la dirección a partir de la geometría de Ackermann, inspirados por vehículos de competición y recreación. Utilizamos sistema de dirección para eje delantero rígido.

El chasis se realizó con ángulo de salida negativo y avance positivo. Se eligió este ángulo de salida porque esta configuración nos brinda una menor sensación de peso en el manubrio y menor contragolpe, provocando que la conducción sea más estable (Figura 3). El avance se tomo positivo por el tipo de competencia, necesitábamos que el auto recorra trayectos generalmente rectos con la menor resistencia posible, esta configuración genera en las ruedas delanteras un auto empuje que las obliga a alinearse generando mayor estabilidad en el vehículo y en la sensación de manejo (Figura 4).

Los pivots de punta de eje se diseñaron con comba variable para poder realizar modificaciones, así mismo elegimos un ángulo negativo determinado para que el vehículo sea estable en línea recta y en curvas.

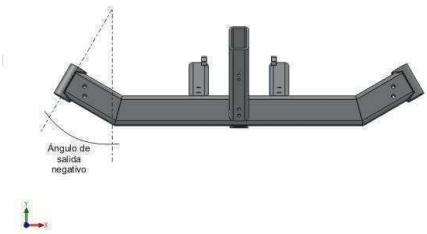


Figura 3: Ángulo de salida.

Figura 4: Ángulo de avance.

6 ANÁLISIS DEL CHASIS

Con el objetivo de satisfacer los requisitos de diseño antes mencionados se realizaron las siguientes verificaciones de cálculo:

1. Comprobación de la rigidez torsional
2. Comportamiento de la horquilla trasera.
3. Comportamiento en pedaleo.
4. Comprobación del peso total.
5. Comportamiento en el golpe a un obstáculo.

6.1 COMPROBACIÓN DE LA RIGIDEZ TORSIONAL

Antes de comprobar que el chasis soporta bajo las hipótesis de carga ya definidas, se debe verificar si es poco deformable frente a la torsión ya que este es un parámetro imprescindible a tener en cuenta para la puesta a punto de la suspensión del mismo [2]. Para ello se utiliza COSMOS.

Se sujeta el chasis desde un anclaje de la dirección y el de la transmisión, quitándole los 6 grados de libertad a estos. Luego se ejerce una fuerza de 1000 [N] (un tercio de la carga total estimada) hacia arriba, simulando la reacción del pivote de punta de eje sobre el anclaje libre, esto genera un momento de 450 [Nm] debido a que el chasis soporta ese esfuerzo en la unión central de los parantes delanteros a 0,450 [m] como se ve en la figura 5.

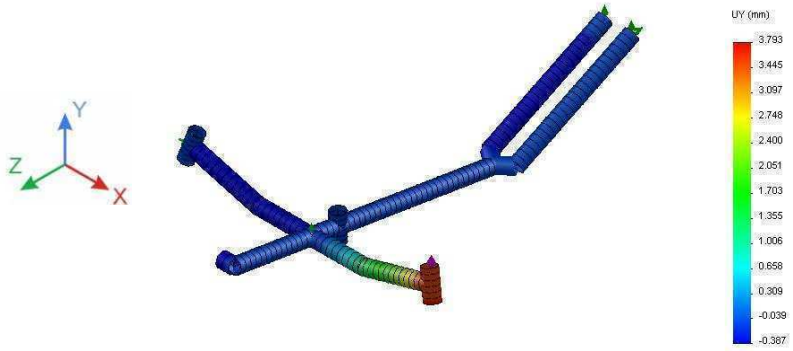


Figura 5: Estudio de la torsión del chasis 1.

Se observa como varía la deformación a lo largo del eje X, esto es porque nos interesa saber cuánto se modificó la estructura en el punto de aplicación de la fuerza en dicha dirección para calcular de esta manera la deformación angular del chasis, siendo ésta la que se obtiene con la ecuación 1:

$$\alpha = arctan\left(\frac{3{,}793[mm]}{450[mm]}\right) = 0^o 28' \quad (1)$$

La rigidez torsional se calcula con la ecuación 2:

$$k_{torsional} = \frac{450\ [Nm]}{0^o 28'} = 931{,}8[\frac{Nm}{o}] \quad (2)$$

También nos interesa saber la deformación unitaria en [°/mm] del chasis, la obtenemos por medio de la formula 3

$$\theta_u = \frac{0^0 28'}{1{,}150[m]} = 0^o 24' \left[\frac{1}{m}\right] \quad (3)$$

Con este resultado podemos evaluar que sucede con la alineación cuando se deforma la estructura y en qué grado influye.

Se ensaya también la torsión en sentido opuesto para corroborar la simetría del chasis.

6.2 COMPORTAMIENTO DE LA HORQUILLA TRASERA

En este caso se evaluó el chasis sujetado isostáticamente de los anclajes de dirección y de la unión entre el caño central y la horquilla trasera para ensayar las deformaciones que sufrirá ante una eventual redistribución de pesos con esta disposición debido a un obstáculo por ejemplo.
Como criterio de carga se utilizo la hipótesis de que todo el peso del vehículo se aplique en la horquilla trasera, o sea, 3000 [N] [3].
Se utiliza el estudio de PEOR CASO que ofrece COSMOS, este se basa en calcular automáticamente las tensiones más altas en un punto crítico de la sección transversal mediante la combinación de tensiones axiales y de flexión.
Con el análisis en COSMOS tenemos una tentativa de lo que puede suceder en la realidad.
El resultado arrojado es que el punto más solicitado lo estará a una tensión de 152,8 [MPa], siendo esta una zona de trabajo segura, donde solo ocurrirán deformaciones elásticas. Se observa en la figura 6.

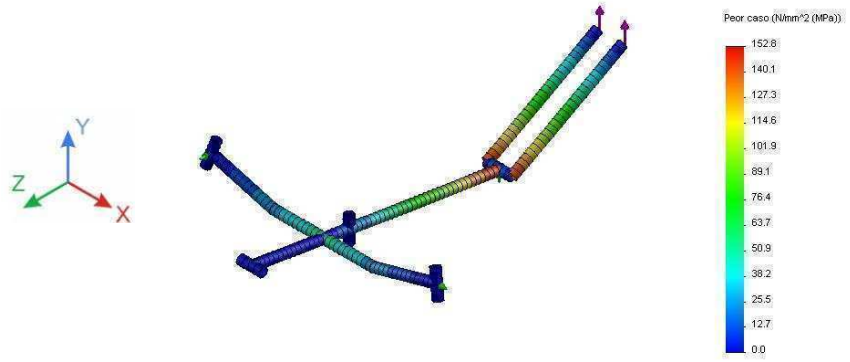


Figura 6: Estudio de Comportamiento de la horquilla trasera, peor caso.

En tema de deformaciones se analizan en el eje Y, con una máxima de 18,835 [mm] (Fig. 7). Este estudio se realiza para analizar que tan importante son las deformaciones en la horquilla con un esfuerzo de este tipo.

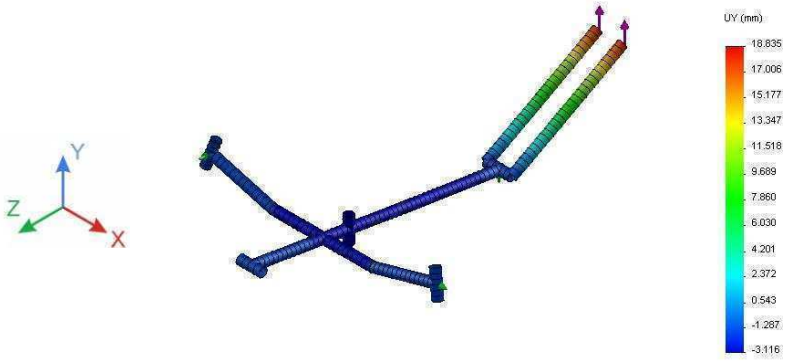


Figura 7: Estudio de Comportamiento de la horquilla trasera, deformación eje Y.

6.3 COMPORTAMIENTO EN PEDALEO

Ahora se evalúa el chasis sujetado isostáticamente de todos los anclajes, delanteros de dirección y trasero de transmisión para ensayar las deformaciones que sufrirá ante el esfuerzo ejercido por el piloto al pedalear.

El criterio de carga utilizado se basa en que la persona que pedalee hará una fuerza del doble de su peso, suponiendo que pese 850 [N] la fuerza aplicada sobre los pedales será de 1700[N] a 45° respecto de la horizontal sobre el plano ZY, esta carga se descompone en dos cargas de 1200 [N], una sobre el eje Y y otra sobre Z.

En el estudio de PEOR CASO comprobamos que la estructura soporta el esfuerzo satisfactoriamente ya que el punto más solicitado debe soportar una tensión de 53,2 [MPa] como se muestra en la figura 8, comprobándonos, ahora sí que el material de los caños trabaja dentro de los valores deseados soportando el esfuerzo combinado que le proponemos en este estudio y la estructura no sufrirá deformaciones permanentes que afecten la dinámica del vehículo [4].

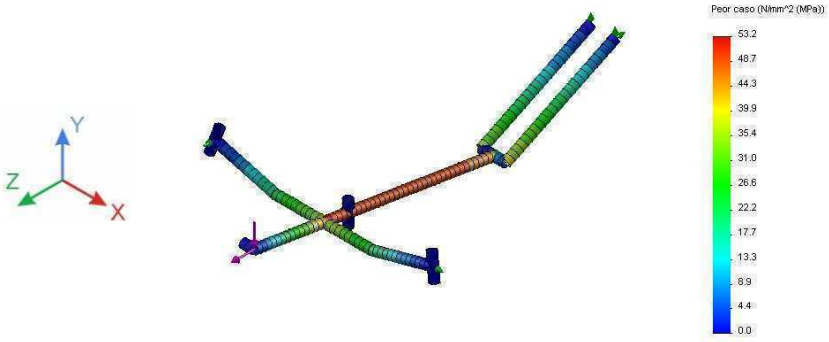


Figura 8: Estudio de Comportamiento en pedaleo, peor caso.

Ahora analizamos las deformaciones consecuentes de la aceleración a lo largo del eje Y mostrada en la figuras 9. La máxima deformación en Y es de -5,676 [mm]. Con los valores obtenidos reafirmamos lo dicho para el análisis a PEOR CASO, ya que las deformaciones no son excesivas.

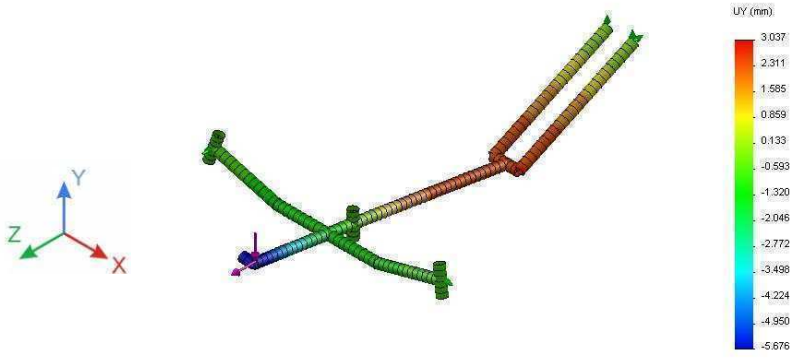


Figura 9: Estudio de Comportamiento en pedaleo, deformación eje Y.

6.4 COMPROBACIÓN DEL PESO TOTAL

En este ensayo se sujeta el chasis isostáticamente de los 3 puntos de apoyo, y se carga en forma distribuida el peso que deberá soportar afectado por un coeficiente de seguridad k = 2. La distribución del peso se realiza aplicando 1000 [N] en el puente delantero y 2000 [N] en la unión de la horquilla con el caño central.

$$\vec{F} = k.\overrightarrow{F_t} = 2.1500[N] = 3000[N] \quad (4)$$

Como vimos antes, el estudio a PEOR CASO nos muestra cual es el punto más afectado utilizando esfuerzos combinados para la simulación. En este caso vemos que el sector más solicitado lo está a 62,1 [MPa], es un valor que la estructura resiste con seguridad de que no ocurra una deformación permanente en ella que modifique la puesta a punto de alineación del vehículo. En la figura 10 se pueden ver estos resultados gráficamente.

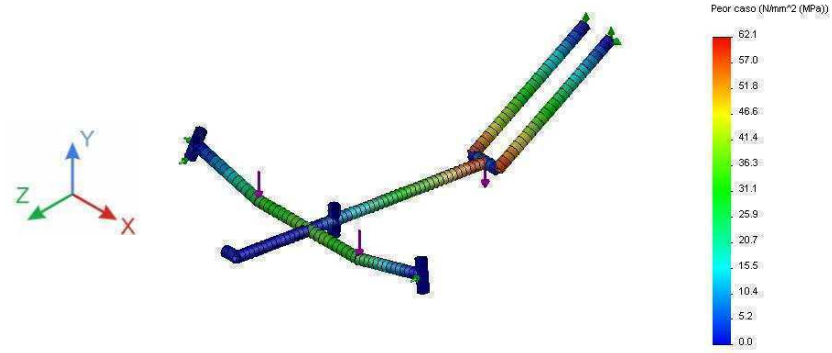


Figura 10: Estudio de Comprobación del peso total, peor caso.

En el caso de deformaciones nos interesa únicamente el estudio sobre el eje Y (Fig. 11) debido a que la fuerza esta aplicada en ese sentido, por ende las máximas alteraciones ocurrirán sobre este eje. El resultado fue una deformación de -3,439 [mm], un valor admisible para este tipo de solicitación.

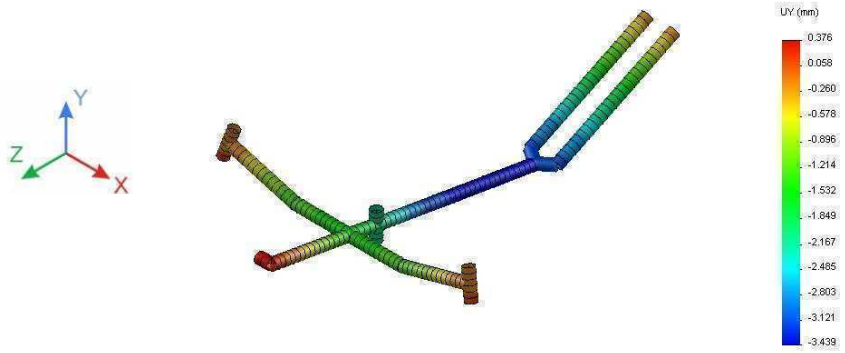


Figura 11: Estudio de Comprobación del peso total, deformaciones eje Y.

6.5 COMPORTAMIENTO EN EL GOLPE A UN OBSTÁCULO

En este caso se ensayó el chasis para ver que sucedía ante un golpe contra un obstáculo en la carretera. Para llevarlo a cabo se sujetó isostáticamente la estructura en uno de los anclajes delanteros, en el trasero y en la unión del puente delantero con el caño central. La fuerza aplicada es la tercera parte el peso, ya que el peso total está distribuido en tres puntos de apoyo, 500 [N], multiplicada por un coeficiente dinámico $k_d = 4,3$ obtenido experimentalmente utilizando un acelerómetro (ec. 5).

$$\vec{F} = k_d \; x \; 500 \; [N] = \; 4,3 \; x \; 500 \; [N] = 2150 \; [N] \quad (5)$$

Esta fuerza se descompone en dos espaciales sobre el eje Z e Y, cada una tendrá una magnitud de alrededor de 1500 [N], esto se obtiene en la ecuación 6.

$$\overrightarrow{F_u} = \sqrt{\frac{(2150 \; [N])^2}{3}} \cong 1500 \; [N] \quad (6)$$

Se eligieron estas condiciones de borde e hipótesis de carga debido a que el auto golpeará con violencia contra el obstáculo.

Al llevar a cabo este estudio en COSMOS nos da una relativa visión de lo que podría pasar en un caso de esta índole.

Cuando ensayamos a PEOR CASO, como ya se expreso, obtenemos el punto que estará más solicitado a esfuerzos combinados axiales y flectores. Este será sometido a un esfuerzo de 167 [MPa]. Con una tensión de esta magnitud estaremos trabajando en el período elástico de los tubos estructurales, por ende se no deformaran permanentemente. Se puede ver como trabajara la estructura en la figura 12.

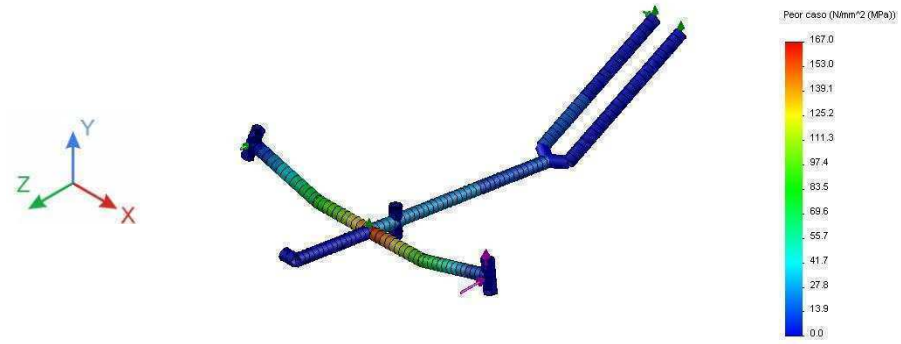


Figura 12: Estudio de Comportamiento en el golpe a un obstáculo, peor caso.

En cuestión de deformaciones en el eje Y el estudio arroja el resultado de 4,566 [mm] máximo. De esta forma podremos saber de qué manera se distorsionara la puesta a punto inicial de alineación de las ruedas (fig. 13).

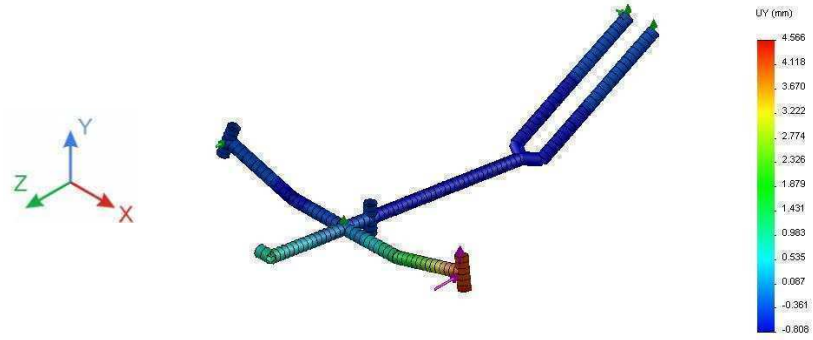


Figura 13: Estudio de Comportamiento en el golpe a un obstáculo, deformaciones eje Y.

7 CONCLUSIÓN

Como se pudo apreciar en los sucesivos ensayos la estructura actúa satisfactoriamente y de acuerdo a lo deseado ante todos los esfuerzos a la que es sometida.
Es importante destacar que para el cálculo se utilizaron teorías idealizantes que no tienen en cuenta, por ejemplo, como fueron hechas las uniones entre los tubos de la estructura, todas las fuerzas son aplicadas sobre la línea neutra de los caños, no se toma en cuenta el aplastamiento de los mismos y diversos factores que actúan en la realidad, ya que complejizarían mucho el cálculo.
De todos modos estos ensayos sirven de base para saber que puede llegar a suceder en la ruta y estar seguro de ciertas elecciones que uno hace en el proceso de fabricación, como por ejemplo la geometría de la estructura o las dimensiones y material de los caños.

8 REFERENCIAS

[1] http://asm.matweb.com/search/SpecificMaterial.asp?bassnum=MA6061T6
[2] "Racing and Sports Car Chassis Design", Michael Costin and David Phipps, 1966.
[3] “Race car vehicle dynamics”, W.F. Milliken and D.L.Milliken, SAE intl., 1995.
[4] Proyecto Fin de Carrera, “Modelización y simulación dinámica del vehículo tipo kartcross” del laboratorio de automoción de la Escuela Superior de Ingenieros de San Sebastián de la Universidad de Navarra, 2001.

9 AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo desean agradecerles a los demás integrantes del Grupo Tecnológico Automotor de la UTN FRSF, que nos brindaran su apoyo incondicional. Al Departamento Ingeniería Mecánica de la UTN FRSF por facilitar las herramientas informáticas para la elaboración de este trabajo. Y a todos los que nos apoyaron y confiaron en que podíamos hacer realidad este proyecto y concluirlo con éxito.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

SOLUÇOES OTIMIZADAS EM GRADES DE TURBOMAQUINAS AXIAIS

Castilho, Lorena [1], *Da Silva, Edna* [2]., *Ramirez Camacho, Ramiro*[3]
[123] Universidad Federal de Itajubá UNIFEI, Instituto de Ingeniería Mecánica IEM

Caixa Postal: 50 - CEP: 37500 903 - Itajubá – MG Brasil.
Av. BPS 1303, Bairro Pinheirinho,
locastilho@yahoo.com.br, ednaunifei@yahoo.com.br. ramirez@unifei.edu.br

RESUMO

Apresenta-se uma metodologia para otimização de grades representativas de turbomáquinas axiais com perfis da família NACA-65. No esquema de parametrização geométrica da grade, são considerados como variáveis de projeto, o ângulo de montagem, o espaçamento e o arqueamento. Para o cálculo do escoamento é utilizado método dos painéis de Hess & Smith [1], [2], com modificações, de forma a introduzir os efeitos viscosos através do cálculo da camada limite. Esta metodologia de interação viscosa/não-viscosa tem como vantagem um baixo custo computacional, sendo favorável para o processo de otimização. Define-se como função objetivo a maximização da relação, coeficiente de sustentação e coeficiente de arrasto, adicionada a uma função de penalização, dada pela mínima deflexão do escoamento na grade. Para a solução do problema, utiliza-se o algoritmo de busca aleatória controlada, CRSA, por outro lado é também construída uma superfície de resposta através da interpolação por funções de base radial RBF [3] de forma a obter resultados para análise comparativa das soluções. Resultados das distribuições de pressões e coeficientes aerodinâmicos são também obtidos para as grades ótimas. Como resultado deseja-se verificar quais variáveis de projeto são mais influentes para o projeto de turbomáquinas.

1. INTRODUÇÃO

A análise de grades representativas das turbomáquinas axiais representa uma ferramenta fundamental no projeto, onde muitos esforços têm sido empregados no sentido de alcançar projetos otimizados objetivando maiores eficiências aerodinâmicas de forma a alcançar valores ótimos das curvas polares, de forma a controlar ou reduzir as perdas no escoamento.
Modelos computacionais 2-D que representam o campo de escoamento na grade, com base em formulações diferenciais de campo, como os volumes finitos, são eficientes, porém com um custo computacional elevado, e ainda mais tratando se modelos 3-D, que podem representar a complexidade física do escoamento na turbomáquina, isto é, os campos primários e secundários de escoamento, como as regiões de geração e dissipação de energia de turbulência. Para se obter uma geometria ótima, grande numero de parâmetros geométricos e de variáveis no escoamento devem ser analisados de forma simultânea enquanto se procura uma solução ótima que satisfaça as características no melhor ponto de projeto. Tal analise demanda um alto custo computacional, principalmente quando as variáveis são determinadas através da geração de malhas computacionais e da solução numérica das equações Navier-Stokes para os campos absolutos e relativos. Uma maneira de conseguir soluções rápidas e eficientes é através de uso de "solvers" mais econômicos computacionalmente, como o uso do método dos painéis, acoplados à códigos integrais de camada limite.
Neste estudo a análise de grades de turbomáquinas é realizada usando um código desenvolvido em FORTRAN, denominado HessTurbo®, com base no método dos painéis de Hess e Smith [1] para a obtenção do campo de escoamento, com modificações para introduzir os efeitos viscosos por meio de velocidades de transpirações normais, obtidas do cálculo de camada de limite na forma integral [2], prever o ponto de separação, onde a partir deste é introduzida uma vazão fictícia para modelar a região da esteira descolada.
Esta metodologia permite uma solução eficiente e rápida na obtenção de variáveis aerodinâmicas locais e globais na grade, como as distribuições de pressões, ângulo de deflexão e os coeficientes de arrasto e de sustentação.
Para o desenvolvimento de um projeto ótimo de grades de turbomáquinas, os softwares de otimização são ferramentas importantes no que se refere no projeto inicial. Porém a maioria dos atuais métodos de otimização são pouco apropriados quando integrados com soluções computacionalmente caras, que envolvem cálculos numéricos de CFD (Dinâmica dos Fluidos Computacional). Neste sentido, códigos computacionais baratos, como por exemplo, HessTurbo, são utilizados em vista de um baixo custo computacional.
Algoritmos de otimização baseados em funções determinísticas não são apropriados para serem utilizados em muitas situações, simplesmente porque soluções analíticas dos gradientes não estão disponíveis em todas as situações, sendo necessário aproximações por diferenças finitas que resultam em processos demasiadamente caros para avaliar. Os métodos heurísticos como algoritmos evolucionários ou geneticos exigem também um grande número de avaliações da função para obter adequadamente boas soluções para o problema de otimização global. Outra limitação são as quantidades consideráveis de variáveis envolvidas no problema. Uma estratégia de otimização é o uso de algoritmos de busca aleatória controlada – CRSA [5] [6] [7]e técnicas para modelar superfícies de resposta que representam a solução ótima aproximada.
São consideradas como variáveis de projeto na grade: ângulo de montagem (β), arqueamento (ARC) e o passo na grade (t). O arqueamento do aerofólio é definido com base na serie NACA-65. Onde se tem como função objetivo maximizar a relação de C_l/C_d, mais uma função de penalidade para a máxima deflexão da grade.
É importante que ao mesmo tempo em que for alcançada a máxima relação de sustentação e arrasto, também deve se considerar a máxima deflexão da grade e é por esta razão que é introduzida uma função penalidade. Deve-se notar também que as grades operando nas condições nominais de operação, frequentemente a separação da camada limite acontece em torno de 10% da corda.

2. METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO

O CRSA foi prosperamente aplicado em uma variedade de problemas reais e demonstrou ser competitivos com algoritmos genéticos e diferenciáveis. Algumas aplicações recentes de CRSA integrado com estratégias de aceleração do processo de otimização foram testadas em projeto inverso de aerofólios isolados e em grade [4].
Algoritmos de busca aleatória controlada são técnicas de otimização estocástica baseadas num conjunto de população capaz de encontrar os mínimos globais de funções reais continuas eficientemente. Definido como $S = \left\{ \mathbf{x} \in \Re^n : x_j^L \le x_j \le x_j^U, j = 1,.....,n \right\}$, onde $x_j^L \le x_j \le x_j^U$, representa respectivamente, os limites inferiores e superiores para n coordenadas de $\boldsymbol{x}$. O ponto $\boldsymbol{x}^*$ é um mínimo global de f se $f(\boldsymbol{x}^*) \le f(\boldsymbol{x})$, $\forall\ \boldsymbol{x} \in S$. Além das restrições laterais usados na definição de S, podem ser impostos outros tipos de restrições, em princípio, por meio de um esquema de penalização da função-objetivo. Como os Algoritmos Genéticos e de Evolução Diferencial, um CRSA é um algoritmo populacional que parte de uma população inicial P de N pontos aleatoriamente tomados em S e então executa um processo iterativo de contração dessa população em direção ao ótimo global por meios puramente heurísticos [5] [6]. O tamanho N da população é mantido ao longo de todo o processo de otimização. Ao contrário de outros algoritmos de otimização globais mencionados, CRSA substitui um único ponto da população (seu pior ponto, h) por um ponto melhor l em cada iteração (i.e., um ponto de teste l de forma que $f(l) < f(h)$). Assim sua implementação é mais direta.
O CRSA básico para minimização é descrito como segue [5] [6]:

1. Geração da população inicial P de N pontos aleatórios em S: $P = \{\boldsymbol{x}_1,..., \boldsymbol{x}_N\}$. Determinação do pior ponto, h, e do melhor ponto, l, isto é, pontos em P com os melhores e os piores valores da função, f_h e f_l, respectivamente. Se o critério de parada sempre for satisfeito, então pare (por exemplo, pare se $f_h - f_l < \varepsilon$, onde ε é uma tolerância obtida).
2. Geração dos pontos de teste **p** para substituir o pior ponto, h.
3. Se **p** é inviável (**p** $\notin S$), seguir para o passo 2 (ou alterar p, tornando-o viável).
4. Avaliar $fp = f(\mathbf{p})$. Se **p** é insatisfatório ($f_p \ge f_h$), seguir para o passo 2.
5. Atualizar o conjunto de pontos P substituindo o atual pior ponto pelo ponto de teste: ($P \leftarrow P \cap \{\mathbf{p}\} / \{\mathbf{h}\}$). Encontrar **h** e fh em novo P. Se $f_p < f_l$, então configurar **p**, fp como novo **l**, f_l.
6. Se o critério de parada for satisfeito, finalizar, senão seguir para o passo 2.

As duas principais diferenças entre os CRSA's disponíveis referem-se: (*i*) o modo de geração do ponto tentativa (passo 2); (*ii*) o acesso opcional a uma fase de busca local sempre que o melhor ponto for o mais recente na população (quando $f_p < f_l$ no passo 5). Deve-se notar que todas as versões assumem que $N >> n$; como regra geral, sugere-se tipicamente $N_{pop} = 10(n + 1)$ [7].

3. CALCULO DO ESCOAMENTO EM GRADES – TÉCNICA DOS PAINÉIS DE HESS E SMITH.

As bases teóricas apresentadas neste trabalho servem como auxílio no desenvolvimento do programa HessTurbo®, escrito em linguagem Fortran® para otimização de grades de turbomáquinas. A metodologia aplicada, por sua vez, no processo de otimização, analisa grades ótimas com base nos resultados da maximização da relação C_l/C_d e de acordo com o coeficiente de pressão mínimo Cp-min, onde para $-1,6 < C_{p\text{-}min} < -2,0$ tem-se grades ótimas.

3.1 Método dos Painéis – Escoamento Potencial.

Uma maneira de conseguir soluções rápidas e eficientes é através do uso de programas econômicos, como o método dos painéis. No sentido de otimizar a grade, será utilizado um código computacional

de baixa fidelidade [8] com base no método dos painéis de Hess & Smith [1] para solução do escoamento, com modificações para prever as regiões de separação, onde os efeitos viscosos são introduzidos por meio das velocidades de transpirações normais, obtidos do cálculo de camada-limite na forma integral. Esta metodologia permite uma solução eficiente e rápida na obtenção de variáveis aerodinâmicas locais e globais na grade, como as distribuições de pressões, ângulo de deflexão e os coeficientes de arrasto e de sustentação. Neste item será apresentada uma descrição sucinta do método dos painéis de Hess & Smith, sobretudo no cálculo dos coeficientes de arrasto e sustentação. Uma descrição detalhada do método pode ser encontrada nos trabalhos de [9] [2].

São consideradas como variáveis de projeto na grade definidas respectivamente como: ângulo de montagem β arqueamento (ARC) e o passo da grade t. O arqueamento do aerofólio é definido com base na serie NACA-65. Tem-se como função-objetivo maximizar a relação de C_l / C_d, mais uma função de penalidade para a deflexão da grade $\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$. (Vide Fig. 1).

Tratando-se de grades, é importante que ao mesmo tempo em que for alcançada a máxima relação de sustentação e arrasto, também se deve considerar a máxima deflexão da grade θ, sendo necessária a introdução da função penalidade. Nesta situação, as grades das turbomáquinas axiais do tipo geradoras, normalmente operam nas condições nominais com áreas significantes de separação de camada-limite (em torno de 10 a 15% do comprimento da corda). Este fato foi evidenciado por Schlichting [10] e Lieblein [11] com base em estudos teóricas de análises de camada-limite e resultados experimentais em grades de túneis de vento. Sendo assim é importante que seja considerado o efeito de separação da camada-limite, principalmente no lado de sucção.

Uma das técnicas clássicas para a determinação do campo de escoamento em grades é através do método dos painéis. Consiste na distribuição de N+1 pontos sobre o contorno do perfil, inclusive sobre o bordo de fuga, numerados em sentido horário partindo do bordo de fuga pelo lado de pressão, contornando o bordo de ataque, e terminando no bordo de fuga pelo lado de sucção. As uniões desses pontos por segmentos de retas definem um polígono de N lados, cada lado sendo denominado de painel.

O método dos painéis de Hess & Smith [1] consiste na distribuição de singularidades do tipo fonte e vórtice, distribuídos nos pontos centrais de cada painel, com uma distribuição uniforme de vórtices e de fontes variáveis a serem determinadas. Entretanto, uma distribuição de vórtices de intensidade uniforme ao longo do perfil dificulta a aplicação correta da condição de Kutta, que exige γ=0 no bordo de fuga. Assim, definiu-se uma relação de forma a suavizar o carregamento de vórtices na região do bordo de fuga. A distribuição de vórtices adotada é dada na forma de [2].

$$\gamma(\mathbf{s}) = \gamma_{\max} F(\mathbf{s}),$$

onde

$$F(\mathbf{s}) = \frac{1}{2}\left[1 + sen\left[\pi\left(\frac{2s}{s_l} - \frac{1}{2}\right)\right]\right] \tag{1}$$

A grade é formada por perfis idênticos igualmente espaçados e de um passo t, com comprimento de corda l e ângulo de montagem β em relação ao eixo x (vide Fig. 1).

Definido o campo de velocidades $\vec{W}$ relativo à grade, onde são consideradas as hipóteses de escoamento bidimensional, permanente, incompressível e potencial. Os parâmetros de escoamento são representados pelos ângulos do mesmo na entrada e na saída da grade, β_1 e β_2, pelo seu ângulo de deflexão $\Delta\beta$ = (β_1-β_2) e pelas velocidades na entrada e na saída $\vec{W}_1$ e $\vec{W}_2$. A velocidade do escoamento não-perturbado é dada pela média das velocidades de entrada e saída: $\vec{W}_\infty = (\vec{W}_1 + \vec{W}_2)/2$.

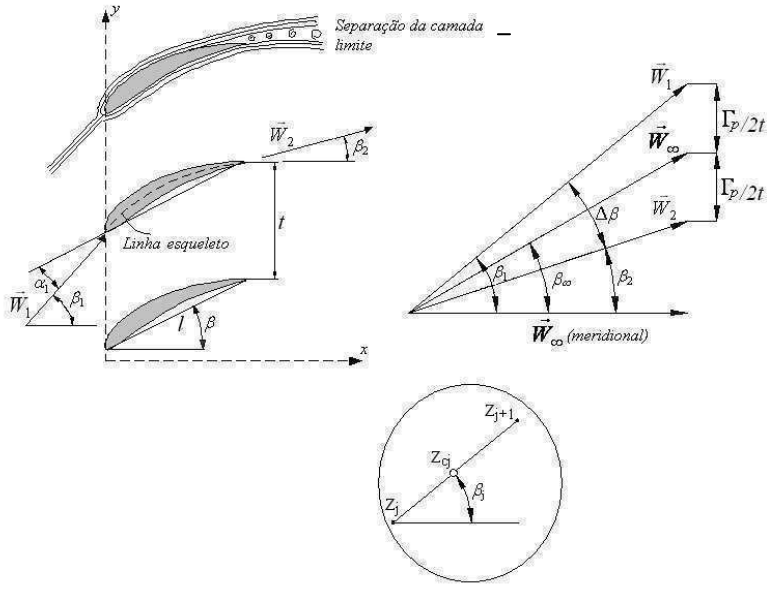


Figura 1 - Grade linear, diagrama de velocidades e representação do painel [9].

A técnica de Hess & Smith [1] aplicada em grades costuma fixar a velocidade na entrada da grade $\vec{W}_1$ e o ângulo de entrada β_1 medido em relação à direção axial.

Para introduzir esta formulação, adiciona-se o campo de escoamento não-perturbado $\vec{W}_\infty$ na equação para a velocidade complexa conjugada, induzida pelas distribuições de fontes e vórtices de todos os painéis. Logo:

$$\bar{W}(z_{c_j}) = \bar{W}_\infty + \sum_{k=1}^{N} \frac{\delta_k e^{-i\beta_k}}{2\pi} \log\left[\frac{\operatorname{senh}\frac{\pi(z_{c_j} - z_k)}{t}}{\operatorname{senh}\frac{\pi(z_{c_j} - z_{k+1})}{t}}\right] \tag{2}$$

,

em que δ_k representa uma densidade linear para a combinação fonte-vórtice $\delta_k = \sigma(s) + i\gamma(s)$, para j = k é necessário considerar um efeito especial de auto-indução [2].
Dos triângulos das velocidades na Figura 1, pode-se obter a relação entre as velocidades complexas conjugadas média $\bar{W}_\infty$ e na entrada $\bar{W}_1$, através do cálculo da circulação obtida através das velocidades tangenciais no contorno do perfil:

$$\bar{W}_\infty = \bar{W}_1 + i\frac{\Gamma_p}{2t} \tag{3}$$

Substituindo a Equação (3) na Equação (2) e calculando em seguida as componentes normais de velocidades, W_n, e tangencial, W_t, no contorno do perfil no ponto de controle Z_{ci} resultam as expressões para as velocidades, tangenciais e normais, nos pontos de controle, em termos da velocidade na entrada W_1, com o efeito adequado da distribuição de vórtices *F(s):*

$$W_{t_j} = \mathbf{Re}\left\{\sum_{k=1}^{N} \frac{\sigma_k e^{-i\beta_k}}{2\pi} \log(K_{jk}) e^{i\beta_j} + \gamma_{\max} i\left(\sum_{k=1}^{N} \frac{e^{i\beta_k}}{2\pi} \log(K_{jk}) e^{i\beta_j} F_j + P e^{i\beta_j}\right) + W_1 e^{-i\beta_1} e^{i\beta_j}\right\} \tag{4}$$

$$W_{nj} = -\mathbf{Im}\left\{\sum_{k=1}^{N}\frac{\sigma_k e^{-i\beta_k}}{2\pi}\log(K_{jk})e^{i\beta_j} + \gamma_{\max} i\left(\sum_{k=1}^{N}\frac{e^{i\beta_k}}{2\pi}\log(K_{jk})e^{i\beta_j}F_j + Pe^{i\beta_j}\right) + W_1 e^{-i\beta_1}e^{i\beta_i}\right\} \tag{5}$$

$$K_{jk} = \left[\frac{\operatorname{senh}(z_{c_j} - z_k)\pi / t}{\operatorname{senh}(z_{c_j} - z_{k+1})\pi / t}\right]; \quad P = \frac{\sum_{k=1}^{N} F_j \Delta s_j}{2t} \tag{6}$$

A circulação em torno da pá é representada por uma integração numérica que faz uso da função peso definida na Equação (1), no que resulta. Deve-se lembrar que o calculo da circulação define a deflexão na grade, como é mostrada na Figura 1.

$$\Gamma_{pá} = \gamma_{\max}\sum_{k=1}^{N} F_j \Delta s_j \text{ ; sendo } \Delta s_j = \left\| z_{j+1} - z_j \right\| \tag{7}$$

As Equações (4) e (5) podem ser escritas na forma de equações matriciais:

$$\{W_t\} = [B]\{\sigma\} + \gamma_{\max}\{D\} + \{W_{\tan}^1\} \quad ; \quad \{W_{nt}\} = [A]\{\sigma\} + \gamma_{\max}\{C\} + \{W_{nor}^1\} \tag{8ab}$$

É neste ponto que se faz a análise da resolução das incógnitas $\gamma_{\max}$ (vórtices) e σ (fontes) pela aplicação simultânea de duas condições: a primeira é a condição de contorno de impenetrabilidade, que exige velocidade normal nula sobre a superfície do corpo $\{W_{nt}\} = 0$; a segunda é a condição de Kutta, que exige escoamento que não contorne o bordo de fuga, a qual pode ser aproximadamente imposta exigindo que as velocidades tangenciais nos pontos de controle sobre os painéis do bordo de fuga sejam iguais, mas em sentido contrário, $W_{tn} = -W_{t1}$.

Assim, introduzindo estes conceitos na Equação (8ab) e isolando {σ}, tem-se a solução potencial para a distribuição de velocidades tangenciais em torno do perfil.

$$\{W_t\} = -[B][A]^{-1}\{W_n^\infty\} + \{W_t^\infty\} + \gamma_{\max}\left\{[B][A]^{-1}\{C\} + \{D\}\right\} \tag{9}$$

Determinando $\gamma_{\max}$, pode-se então determinar as distribuições de velocidades tangenciais e as intensidades de fontes.

Para determinar o valor de $\gamma_{\max}$, é aplicada a condição de Kutta, $W_{t1} + W_{tN} = 0$, em que o índice 1 refere-se à velocidade calculada no ponto de controle no primeiro painel do lado de pressão, (com sinal trocado) e N, ao último ponto de controle do lado de sucção, ou seja,

$$\gamma_{\max} = -\frac{-[B][A]^{-1}\{W_n^\infty\} + \{W_t^\infty\}\big|_N - [B][A]^{-1}\{W_n^\infty\} + \{W_t^\infty\}\big|_1}{[B][A]^{-1}\{C\} + \{D\}\big|_N + [B][A]^{-1}\{C\} + \{D\}_1} \tag{10}$$

o coeficiente de pressão C_p para os casos de perfis dispostos em grades será calculado em relação à velocidade na entrada do escoamento, isto é:

$$C_{p1} = 1 - \left(\frac{W_t}{W_1}\right)^2 \tag{11}$$

3.2 Interação viscosa não viscosa

Através de técnicas de interação viscoso/não-viscoso, é possível realizar o acoplamento entre o escoamento potencial e viscoso de forma a se obterem as tensões viscosas na parede para o cálculo do arrasto e da sustentação.
Um aspecto da interação entre a camada-limite viscosa e o escoamento externo não-viscoso é o aparecimento de uma velocidade normal externa que depende da espessura de deslocamento da camada-limite, denominada velocidade de "transpiração", desenvolvida por [21]:

$$W_{nt} = \frac{d}{ds}(W_t \delta^*) \tag{12}$$

em que W_t é a distribuição de velocidades tangenciais do lado externo da camada-limite, calculada pelo modelo potencial, $\delta^*(s)$ é a distribuição da espessura de deslocamento, obtida através do cálculo da camada-limite, e s é a coordenada natural em torno do perfil.
A teoria da camada-limite mostra a existência de um deslocamento da linha de corrente no escoamento externo, originado pelos efeitos viscosos e definido pela espessura de deslocamento da camada-limite, que representa um déficit de fluxo de massa do escoamento exterior. Esse descolamento pode ser representado no cálculo do escoamento potencial externo pela alteração da condição de contorno, isto é levando a Equação (12) na Equação (8b).
Para a determinação da distribuição da espessura de deslocamento δ^*, da espessura de quantidade de movimento θ, do coeficiente de atrito superficial C_f e do ponto de separação, resolve-se numericamente a equação da quantidade de movimento de Von Kármán, conhecida uma distribuição de velocidades equivale a especificar o gradiente de pressão. Para a solução dessa equação, são estabelecidos os seguintes métodos e critérios: o método integral de [12] para a região de camada-limite laminar, o critério de Michel para a transição laminar – turbulenta e o método de [13] para a região de camada-limite turbulenta. Na separação turbulenta, adotou-se o valor do fator de forma H = 2,4. O código computacional para o cálculo da camada-limite foi obtido do trabalho de [14]. A formulação matemática da camada-limite, utilizada neste trabalho, pode também ser encontrada em [15] [16].
Esta metodologia de interação viscoso–não viscoso pode ser utilizada em situações em que se tem ângulos de incidência moderados, sem a formação da região de separação da camada-limite.

3.3 Injeção de Vazão – Região com Separação Camada-Limite (CL).

Segundo [17], é possível quantificar a vazão fictícia alocada na região de descolamento a partir de relações geométricas do perfil. A intensidade de vazão injetada na região de separação da camada-limite é dada por:

$$\{W_{nd}\} = W_s \{K\} \quad \{K\} = \frac{2f(\beta_u, \beta_l)\{S\}}{l_{sp}} \tag{13}$$

W_{nd} é o vetor de velocidades normais na região de separação da camada-limite, W_s é a velocidade de separação calculada através do código integral de camada-limite, {S}, é o vetor das coordenadas locais da região descolada a partir do ponto de separação, l_{sp} distância do ponto de separação do bordo de fuga e $f(\beta_u,\beta_l)$ função definida [17], como:

$$f(\beta_u,\beta_l) = 0{,}25 + 0{,}55\cos\left(\frac{\beta_u+\beta_l}{2}\right) + 1{,}70\sin\left(\frac{\beta_u-\beta_l}{2}\right) - 1{,}26\cos\left(\frac{\beta_u+\beta_l}{2}\right)\sin\left(\frac{\beta_u-\beta_l}{2}\right) \quad (14)$$

Na situação de separação da camada limite, deve-se modificar a condição de Kutta, fazendo com que a velocidade no ponto de separação W_s seja idêntica à velocidade do bordo de fuga do lado inferior: $W_s = W_{psep} = -W_1$.
Na região descolada, a extensão será válida unicamente para as situações de separação do lado de sucção do perfil (extradorso): $\{W_n\} = \{W_{nd}\} + \{W_{nt}\}$, $\{W_{nd}\} = W_s\{K\}$, em que os elementos do vetor "transpiração" $\{W_{nt}\}$ são nulos na região descolada, enquanto os elementos do vetor "injeção" $\{W_{nd}\}$ são nulos na região colada, resultando assim um vetor completo de velocidades normais em todo o contorno do corpo aerodinâmico W_n. Sendo assim é possível substituir a condição de contorno de W_n na Equação (8b).

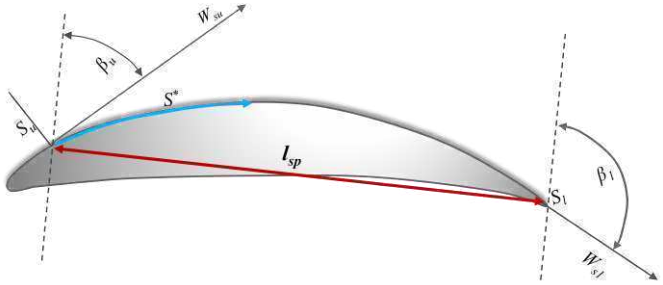


Figura 2 - Definição das componentes tangenciais de velocidade [17].

O valor do coeficiente de pressão Cp_1 é calculado levando-se em conta as componentes das velocidades normais e tangenciais, com relação à velocidade na entrada da grade W_1.

$$Cp_1 = 1 - \left(\frac{W_t}{W_1}\right)^2 - \left(\frac{W_n}{W_1}\right)^2 \quad \textbf{(15)}$$

3.4 Coeficientes de Arrasto

Com base nos trabalhos de [18] e [10], o coeficiente de perdas, Equação (16), é dado em função do coeficiente de arrasto, Equação (17):

$$\bar{\omega}_1 = \frac{\lambda \; C^*_{d_1}}{\cos\beta_\infty} \quad (16)$$

$$C^*_{d_1} = 2\,\theta_{bf}\,\frac{\cos^2\beta_1}{\cos^3\beta_2}\cos\beta_\infty \quad (17)$$

em que θ_{bf} é a espessura total de quantidade de movimento das camadas viscosas no bordo de fuga do lado de pressão e sucção, $\theta_{bf} = \theta_{bf(pressão)} + \theta_{bf(sucção)}$, parametrizadas com relação à corda *l* do perfil. Nas Equações (16) e (17) indicam que qualquer um dos coeficientes, $C^*_{d_1}$ ou $\bar{\omega}$, podem serem

usados para quantificar os processos dissipativos da grade. Note-se que $\bar{\omega}$ decresce com a razão de solidez λ=*l*/t e, no caso de perfil isolado (λ= 0), ocorre arrasto, mas não perdas.
Com base no trabalho de Speidel et al. [18] através de análises teóricas e experimentais obteve uma correlação empírica para a determinação da espessura da quantidade de movimento adicional devido á separação da camada-limite do lado de sucção do perfil aerodinâmico θ_{sep}:

$$\theta_{sep} = \frac{1}{2} y_{tA} \left[\left(\frac{W_s}{W_2} \right) - 0{,}9 \right] \tag{18}$$

em que W_s, é a velocidade de separação calculada, W_2 velocidade na saída da grade e y_{tA} a distância da posição do ponto de separação na superfície do perfil até linha média de esqueleto do lado de sucção, mais o de lado de pressão ($y_{(sucção)A} + y_{(pressão)A} = y_{tA}$).
O valor da espessura da quantidade de movimento na região de separação pode ser acrescentado, de forma a se obter uma relação para o cálculo do coeficiente de arrasto total, resultando:

$$C_{d_1} = 2 \left(\theta_{bf} + \theta_{sep} \right) \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^3 \beta_2} \cos \beta_\infty \tag{19}$$

em que θ_{bf} deve agora ser interpretada como sendo a soma da espessura de quantidade de movimento no ponto de separação com a espessura de quantidade de movimento no bordo de fuga do lado de pressão.

Por outro lado, sabe-se que a força de arrasto total é dada pela soma do arrasto de pressão e do arrasto de atrito viscoso. Essas parcelas podem ser calculadas pela integração de pressões e de tensões cisalhantes resultantes dos códigos de cálculo potencial e de camada-limite. Todavia o processo de integração das tensões de atrito de pressões é frequentemente, pouco confiável, estando sujeito a erros numéricos de difícil controle ("ruídos numéricos"), que dependem fortemente da discretização e dos parâmetros cinemáticos. No caso de grade, a situação se agrava, pois a força de arrasto é definida pelas direções da velocidade W_∞, que é resultante do cálculo: pequenos erros na determinação dessa direção podem introduzir grandes erros na pequena componente de arrasto, sem afetar substancialmente a componente de sustentação que é dominante. No caso de perfis isolados, a situação é menos critica, pois a direção de W_∞ é estabelecida "a priori". Diante desses fatos, é desejável que o coeficiente de arrasto seja calculado através de formulações alternativas, como a apresentada nos parágrafos anteriores, Equação (19), fazendo uso dos valores de espessura de quantidade de movimento, relações geométricas da grade e ângulo do escoamento.
Para o cálculo do coeficiente de sustentação foi utilizada a técnica de integração de forças de pressão e das tensões de cisalhamento da direção normal.

4. RESULTADOS PARA APLICAÇÃO COM CRSA

A Tabela 1 mostra as restrições laterais nas variáveis de projeto que foram analisadas para obter uma solução ótima para a máxima relação Cl /Cd. Deve-se destacar que o ângulo $\beta = \beta_1 - \alpha$, mantendo o ângulo β_1 da velocidade relativa W_1 na entrada da grade constante igual a 30º, vide Figura 1.

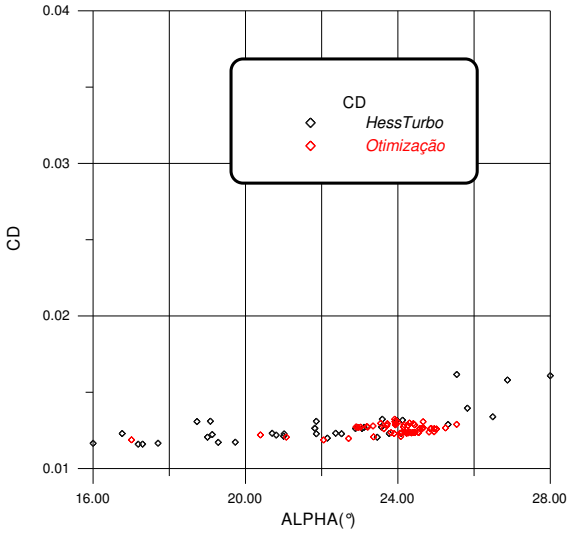
Tabela. 1 *Limites Inferiores e Superiores das variáveis de projeto.*

Aerofólio NACA-(XX)65, N= 200 painéis; Re = 2,54x10^5; $\beta_1 = 30º$; $l = 1{,}0$.		
Ângulo de Montagem, β	2º	14º
Arqueamento (ARC)	1.2	1.8
Passo da pá (t)	1.0	1.0

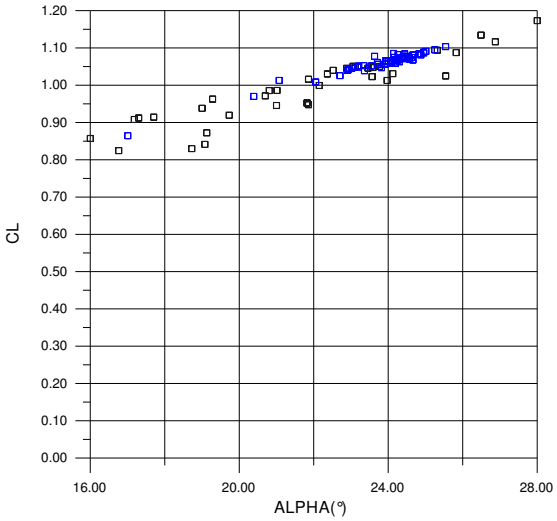
Na tabela 2 são reportados os resultados otimizados, com um critério de convergência ε= 0.0001, representado pela diferença entre os limites inferiores e superiores durante o processo de otimização.

Tabela 2 *Melhores Resultados do CRSA*

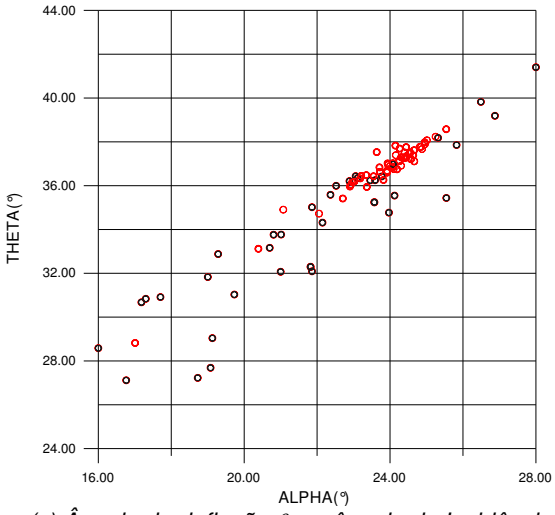
Número máximo de avaliações da função FE = 229; Nº de iterações Iter = 147; Nº de tentativas = 189.	
Ângulo de Montagem, β	24.0741º
Arqueamento (ARC)	1.8
$\Delta\,\beta$ (ângulo de deflexão)	37.0237º
$C_l/C_{d\text{-}min}$	63.3856
$C_l/C_{d\text{-}max}$	88.0020
$C_l/C_{d\text{-}med}$	83.2413



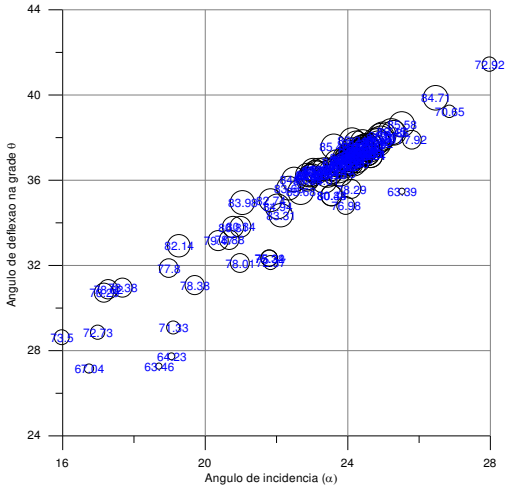
(a) Coeficiente de arrasto vs ângulo de incidência α



(b) Coeficiente de sustentação vs. ângulo de incidência α



(c) Ângulo de deflexão θ vs. ângulo de Incidência α



(d) Ângulo de deflexão, ângulo de incidência vs relação Cl/Cd

Figura 3 Resultados do processo de otimização.

Nas Figuras (a), (b) e (c) o processo de otimização na grade para as variáveis: arrasto, sustentação e deflexão da grade é mostrado.

4. RESULTADOS PARA APLICAÇAO COM MODELOS SUBSTITUTOS

A Análise do proceso de otimização com base na construção de modelos substitutos consiste em representar funcionalmente um modelo de alto custo computacional, o qual é usado no lugar do modelo real, para facilitar a tarefa de otimização de forma mais rápida e efetiva, esta aproximação é também conhecida como metamodelo. Exemplos de metamodelos incluem superfícies polinomiais, redes neurais e aproximações por funções de base radial [4].
Modelos substitutos determinam a verdadeira relajeo entre *N* variáveis de projeto $\boldsymbol{x}=\{x_1,x_2,...,x_n\}$ e a resposta *y* obtida do modelo real, de um conjunto de pontos iniciais selecionados por planos de experiências. As respostas obtidas do modelo real são dadas por $y = f(\boldsymbol{x})$, então o modelo substituto da resposta obtida é dado por $\hat{\mathbf{y}} = \mathrm{g}(\mathbf{x})$ o qual $\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{y}} + \varepsilon$, onde ε é a medida do erro [19].
Os metamodelos apresentados neste trabalho são construídos por interpolação por funções de base Radial utilizando a função multiquádrica com um parâmetro de forma c = 0,5 que controla o dominio de influência. Matematicamente, uma interpolação FBR, pode ser representada da seguinte forma:

$$\mathrm{s}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \alpha_{\mathrm{i}}\, \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{i}}\|) \tag{20}$$

em que $s(\boldsymbol{x})$ é a função aproximada, e é representada como a soma das *n* funções de base radial, $\phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{i}}\|)$. Onde os α_i são os coeficientes são os coeficientes da função de base radial.
A contrução dos metamodelos foi feita utilizando um conjunto dos pontos iniciais que compreende as respostas do sistema físico através do cálculo de escoamento bidimensional na grade de turbomáquina, onde as distribuições de velocidade, pressão, e coeficientes de sustentação e arrasto, entre outros, foram calculados por meio do código HessTurbo. A geração dos pontos iniciais foi feita através do método de planos de experiências, usando plano fatorial completo (PFC), discretizados em três níveis para cada variável. O número de experiências alcançadas por um plano fatorial completo pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$\mathrm{m} = \mathrm{n}_{\mathrm{niv}}^{\mathrm{k}} \tag{21}$$

Em que *m* é o número de experiências, *k* é o numero de parâmetros considerados, n_{niv} é número de níveis em que foram discretizados os parâmetros com um ângulo de incidência do escoamento fixo $\beta_1=30^o$ (Vide Fig. 1 e Tabela 1). No processo de otimização, na busca pela maximização da relação de C_l/C_d foi feita utilizando um conjunto de pontos aleatórios e estes foram testados com a RBF.

Tabela 3 *Melhores Resultados Obtidos com Modelos Substitutos.*

Número máximo de avaliações do metamodelo = 500; Nº de pontos iniciais para construir o metamodelo m =125.	
Ângulo de Montagem, β	22.07º
Arqueamento (ARC)	1.22
$\Delta\,\beta$ (ângulo de deflexão)	37.0237º
$C_l/C_{d\text{-}min}$	67.1821
$C_l/C_{d\text{-}max}$	73.4458
$C_l/C_{d\text{-}med}$	70.2598

A tabela 3 e a figura 4 mostram os resultados obtidos com funções de base radial, para100 avaliações. O melhor valor encontrado para C_l/C_d foi de 70.2598. Este resultado não foi muito satisfatório quando comparado com a otimização do modelo exato. Deve-se levar em consideração que não foi usado nenhum algoritmo de otimização em conjunto com o metamodelo, já o modelo exato (HessTurbo) foi otimizado com CRSA. Observa-se também que os limites considerados para as variáveis de projeto com intervalos maiores não permitiram uma boa representação do modelo exato usando interpolação por funções de base radial.

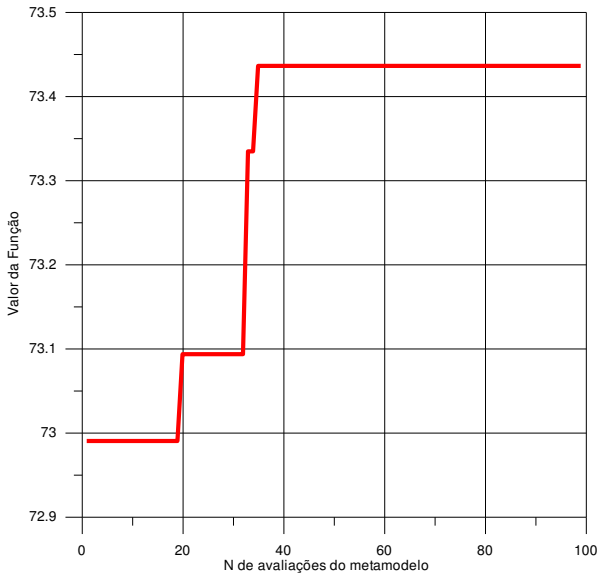


Figura 4 Resultados com RBF.

Assim sendo, novos testes foram feitos com diferentes valores para as variáveis de projeto e com menor variação do ângulo de montagem, conforme tabela 4. Os resultados destes novos testes estão dispostos na tabela 5 e figura 6.

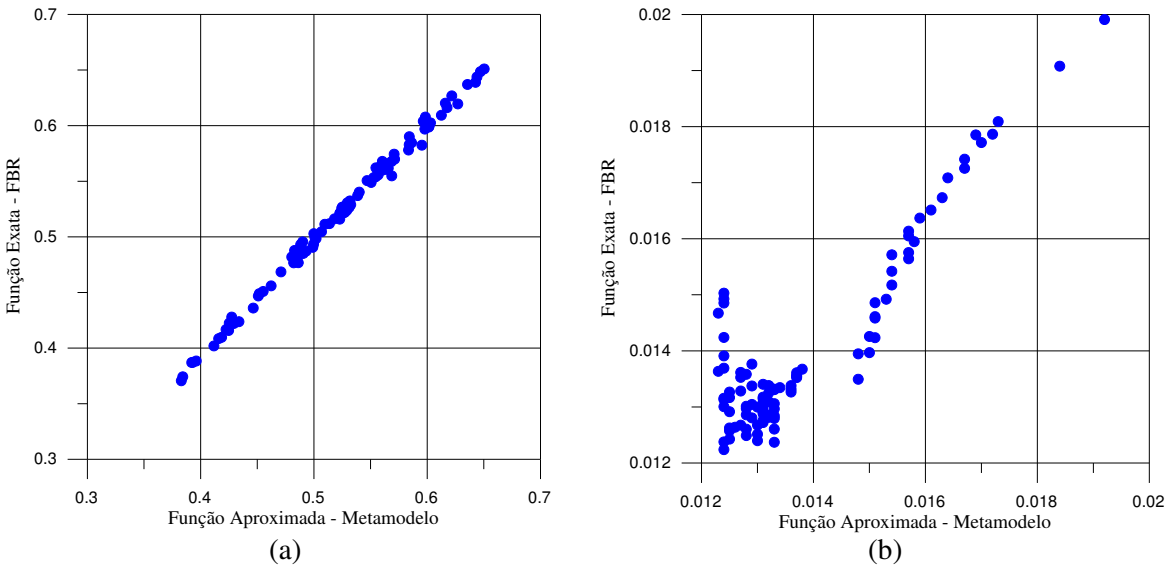


Figura 5 Resultados para interpolação por funções de base radial; (a) Confronto para C_l; (b) Confronto para C_d.

A Figura 5 mostra o confronto da função exata (HessTurbo) com a função aproximada (RBF). Pode-se notar que os metamodelos construídos representam bem a função exata, para o coeficiente de sustentação. O Coeficiente de arrasto é bem mais difícil de representar, pode se notar que a representação aproximada de C_d tem uma dispersão quando os valores de C_d são bem pequenos.

Tabela. 4 *Limites Inferiores e Superiores das variáveis de projeto.*

Aerofólio NACA-(XX)65, N= 200 painéis; Re = 2,54x10^5; $\beta_1 = 30º$.		
Ângulo de Montagem, β	14º	20º
Arqueamento (ARC)	0.4	0.8
Passo da pá (t)	0.9	1.1

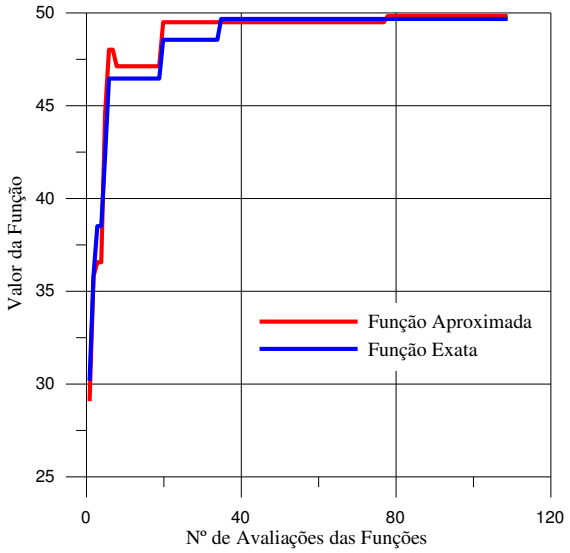


Figura 6 Resultados do processo de otimização com RBF

Tabela. 5 *Melhores Resultados Obtidos com os Novos Modelos Substitutos.*

Número máximo de avaliações do metamodelo = 100; Nº de pontos iniciais para construir o metamodelo m =27.	
Ângulo de Montagem, β	15.13º
Arqueamento (ARC)	0.77
Passo (t)	1.03
$\Delta\beta$ (ângulo de deflexão)	14.87º
$C_l/C_{d\text{-}min}$	25.0699
$C_l/C_{d\text{-}max}$	49.7951
$C_l/C_{d\text{-}med}$	37.68

Os valores obtidos com a função exata foi de 49.6412 em comparação com os metamodelos, nota-se uma boa representação.

5. CONCLUSÕES

O código de HessTurbo para o calculo de escoamento em grades de turbomáquinas, foi integrado com o algoritmo de busca aleatória controlada (CRSA) com objetivo de maximizar a relação

sustentação/arrasto, onde foram definidas como variáveis de projeto o ângulo de montagem da grade, espaçamento e o arqueamento do perfil. Por outro lado foram construídos metamodelos substitutos por interpolação de funções de base radial.
Na tabela 2 e 3 apresenta-se os resultados para a maximização da relação C_l/C_d, em função dos parámetros geométricos da grade *AM, ARC* e *t*. Na busca pela melhor solução o ângulo de montagem representa na grade a variável mais representativa, sendo assim as duas soluções atingiram valores bons. Por outro lado na busca da melhor sustentação o CRSA apresentou uma solução mais eficiente, procurando o maior arqueamento do perfil.

6. REFERENCIAS.

[1] Hess, J.L., Smith, A.M.O. 1967, "Calculation of potential Flow About Arbitrary Bodies", *Progress in Aeronautical Sciences*, Pergamon Press, Vol. 8, pp. 1-138.

[2] Ramirez, R.G., Manzanares-Filho, N., 2005, "A Source Wake Model for Cascades of Axial Flow Turbomachines", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. XXVII-No 3, 288-299, 2005.

[3] Da Silva, E. R., Manzanares-Filho, N., Camacho, R. G. R., 2012 "Metamodelling approach using radial basis functions, stochastic search algorithm and CFD – application to blade cascade design". *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation* (IJMMNO), Vol. 3, No. ½.

[4] Manzanares-Filho, N., Silva, E.R., Lima, A.M.G., Ramirez, R.G., "Blade Cascade Optimum Design Using a Stochastic Search Algorithm and a Metamodeling Approach." Publicado em WCSMO-8- *8th World Congress on Strucural an Multidisciplinary Optimization*, Lisboa, Portugal, WCSMO8_paper_ID-1256, 2009.

[5] Ali, M. M., Törn, A., Viitanen, S., 1997, "A Numerical Comparison of Some Modified Controlled Random Search Algorithms". *Journal of Global Optimization*, v.11, p. 377-385.

[6] Ali, M. M.; Törn, , 2004, "A. Population Set-based Global Optimization Algorithms: Some Modifications and Numerical Studies". *Computers & Operations Research*, v.31, p.1703-1725.

[7] Albuquerque, R. B. F., Manzanares-Filho, N. e Oliveira, W., 2006, "A Study of Controlled Random Search Algorithms with Application to Conceptual Design Optimization of Axial-Flow Hydraulic Turbines", *Publicado em XXVII CILAMCE*, Belém-PA-Brazil, paper CIL09-508.

[8] Ramirez, R. G., 2003, Programa HESSTURBO.FOR (VERSÃO 12), consulta interna.

[9] Ramirez, R. G. C., 2001, "Análise do Escoamento em Grades de Turbomáquinas Axiais Incluindo o Efeito de Separação da Camada Limite". Tese (Doutorado), Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI.

[10] Schlichting, H., Application of Boundary – Layer Theory in Turbomachinery. *Journal of Basic Engineering*, pp. 543-551. 1959.

[11] Lieblein, S., Loss and Stall Analysis of Compressor Cascades, *Journal of Basic Engineering*, PP.387-400.1959.

[12] Thwaites, B., 1949, "Approximate Calculation of the Laminar Boundary Layer". *Aeronautical Quarterly*, v.1, p.245-280.

[13] Head, M. R., 1959, "An Approximate Method for Calculating the Laminar Boundary Layer in Two – Dimensional Incompressible Flow". ARC. R&M, code 3123.

[14] Cebeci, R., Bradshaw, P., 1977, "Momentum Transfer in Boundary Layers". McGraw-Hill/Hemisphere. Washington, D.C.

[15] Moran, J., 1984, "An Introduction to Theoretical and Computional Aerodynamics". John Wiley &Sons, New York.

[16] Brederode, V., 1977, "Fundamentos de Aerodinâmica Incompressível". Editora Brederode. Lisboa, Portugal.

[17] Hayashi, M., Endo, E., 1977, "Performance Calculation for Multi-Element Airfoil Sections with Separation". *Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci.*, v.20, n.49, 1977.

[18] Speidel, L., 1953, "Berechnung der Strömungsverluste von Ungestaffelten Ebenen Schaufelgittern". Dissertação, T. H. Braunschweig; Ing. Archiv, Vol. 22.

[19] Emery, J. C. Herrig, L. J., Erwin, J. R., Felix, R., 1957, "Systematic Two- Dimensional Cascade Tests of NACA 65- Series Compressor Blades at Low Speeds", NACA TN 1368.

[20] Myers, R.H., Montgomery, D.C., 2002, “Response Surface Methodology”, Second Edition, New York, Wiley. No. 3, pp. 652-657.
[21] Lighthill, M. J., 1958 On Displacement Thickness. J. F1 Mech, v.4, p. 383.

Área temática: (Simulación Numérica K)

Agradecimentos

Os autores deste trabalho desejam agradecer a Fapemig e a Unifei.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA MECANICA DE FLUIDOS APLICADA A PROBLEMAS DE LA INDUSTRIA SIDERURGICA

Ramajo Damián[1] y Nigro Norberto[1]

[1] *Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería (CIMEC), INTEC-CONICET, Universidad Nacional del Litoral.*
Güemes 3450, 3000 Santa Fe, Argentina.
nnigro@santafe-conicet.gov.ar

RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo mostrar algunas aplicaciones de una herramienta de simulación que ha tenido mucha difusión en los últimos años, como es el CFD (Computational Fluid Dynamics) a problemas de escala industrial donde se conjuga la complejidad física del problema con el importante tamaño del problema ingenieril. Esta herramienta ha mostrado estar a la altura de las necesidades de diseño de las oficinas técnicas que han requerido de sus servicios. Entre ellas podemos mencionar:

- la resolución de problemas de impacto ambiental en plantas siderúrgicas
- la resolución de varios problemas de la industria de refino de petróleo, como la erosión de conducciones de crudo, el ensuciamiento de reactores de polimerización, problemas de baja eficiencia en reactores de lecho fijo, problemas de cracking catalítico fluidizado, entre otros
- la resolución de problemas fluidodinámicos en reactores nucleares
- la asistencia al desarrollo de motores de combustión interna

Por razones de espacio en este trabajo mostraremos uno de los casos de aplicación del CFD al mejoramiento de sistemas de captación de aire en plantas siderúrgicas.
Este ejemplo se trata del desarrollo de un sistema de ventilación para un horno eléctrico que tenía como inconveniente el elevado nivel de emisiones interna y externa cuando se producía la carga de chatarra en el horno eléctrico.
Los otros dos ejemplos, que se mostrarán en la presentación oral, tratan de disminuir la contaminación ambiental y mejorar las condiciones de trabajo en una planta de silos de almacenamiento de coque y minerales para un alto horno y el otro ejemplo es la verificación de una campana de captación de humos en una sala de colada de un alto horno. Estos casos han sido resueltos usando tanto el software libre OpenFOAM y validado con CFX de ANSYS como software de cálculo.

Palabras claves: Siderurgia, impacto ambiental, CFD

1.- INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA DE ANÁLISIS. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE CAPTACIÓN DE AIRE EN UNA SALA DE HORNOS ELÉCTRICOS

Este estudio tuvo como objetivo realizar el diagnóstico de funcionamiento y estudiar propuestas de mejora en la captación de gases fugitivos por parte del sistema de aspiración secundaria de un horno de arco eléctrico [1,2]. El estudio fue enfocado a maximizar la captación de gases y humos que se emiten durante el proceso de recarga. El estudio contempló la necesidad de reducir los niveles actuales de emisiones a la atmósfera cuidando no perjudicar el nivel de emisiones en el interior de la nave.Para esto se ha utilizado el software libre OpenFOAM [3] y validado con el software comercial ampliamente utilizado para fines industriales como CFX de ANSYS [4]
La carga de chatarra se lleva a cabo una única vez en cada proceso de colada. El horno tiene una capacidad aproximada de 110 toneladas y cada colada se produce en aproximadamente 50 minutos. El proceso de carga de chatarra tiene una duración aproximada de 2 minutos, contados a partir del momento en que comienza a abrirse la bóveda del horno, se posiciona la cesta de carga, descarga la chatarra y el horno vuelve a cerrarse. Para maximizar la transferencia de calor el horno trabaja con un fondo líquido de entre 5 y 10 toneladas. Esto da origen a que durante el volcado de chatarra se produzca una fusión violenta de la chatarra, quemándose gran cantidad de residuos que esta posee (pintura, grasas, plásticos, etc.). Esto último da lugar a la generación de una gran cantidad de calor, gases y humos, los cuales ascienden rápidamente hacia la campana del sistema de captación secundario. Dicho sistema resulta ineficiente para captar la enorme cantidad de gases y por ello la campana se ve desbordada y gran parte de los gases y humos son evacuados por los monitores a ambos lados de la campana. En la figura 1 vemos la geometría de análisis

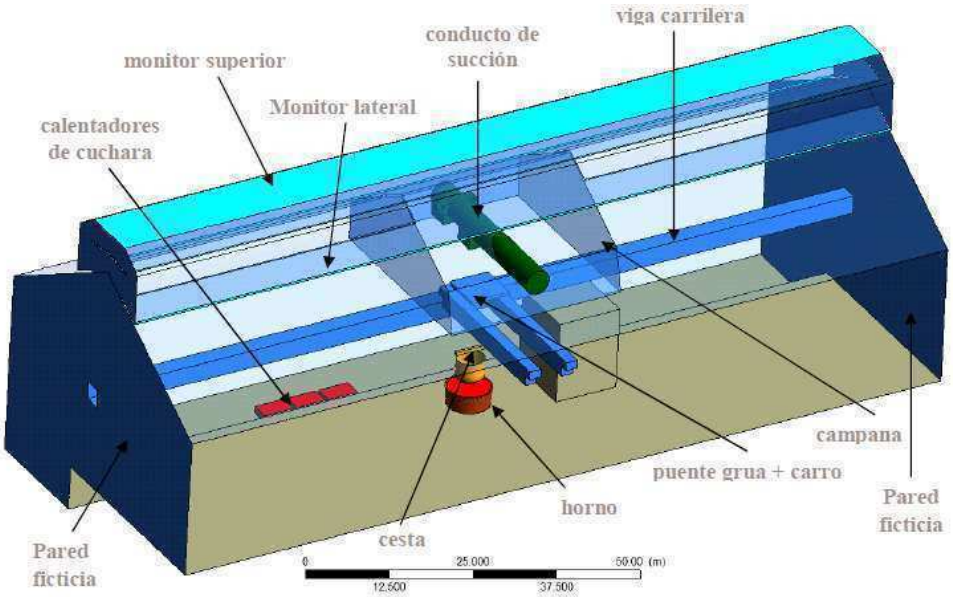


Figura. 1: Dominio computacional de análisis

La figura 2 muestra en detalle el conducto de extracción situado en el interior de la campana, donde pueden observarse las cuatro bocas de extracción, una denominada frontal ubicada justo por encima del horno y más cerca de la salida del conducto de la nave, una trasera ubicada hacia el otro extremo del conducto cuya función de diseño es captar los gases durante el sangrado del horno, y dos laterales una a derecha y otra a izquierda.
Las condiciones de contorno del modelo son las siguientes:

- Caudal impuesto en la superficie de salida del conducto de extracción
- Ingreso de gas y liberación de calor en la superficie superior del horno

- Depresión de 20 pascales en ambos monitores, correspondiente a un viento exterior de baja intensidad, aproximadamente de 20km/h.
- Presión impuesta considerando el gradiente de presión hidrostático en los dos contornos denominados como *pared ficticia* en la figura 1
- Condición de pared sin deslizamiento en las paredes de la nave y todas las paredes internas (ej. viga carrilera)
- Condición adiabática para los objetos internos (ej. viga carrilera)
- Temperatura impuesta en el techo de la nave (20ºC)
- Flujo de calor en la superficie de los calentadores de cuchara

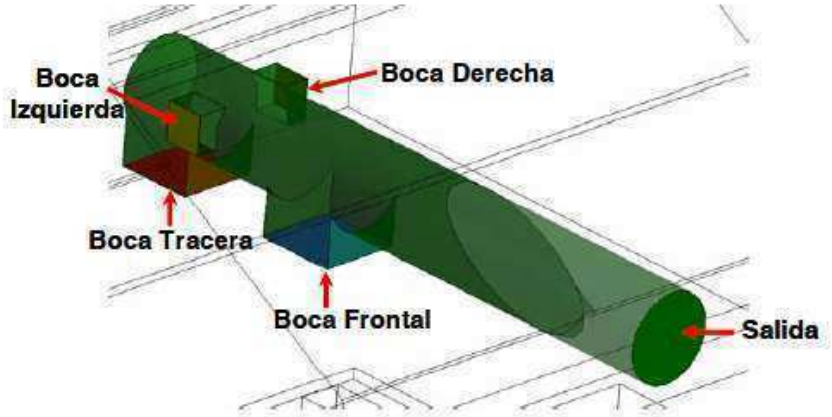


Figura. 2: Detalle de las bocas de extracción vigentes al comienzo del análisis.

Las condiciones iniciales son las siguientes:

- Velocidad nula en toda la nave
- Temperatura homogénea igual a 25ºC
- Perfil de presión hidrostática

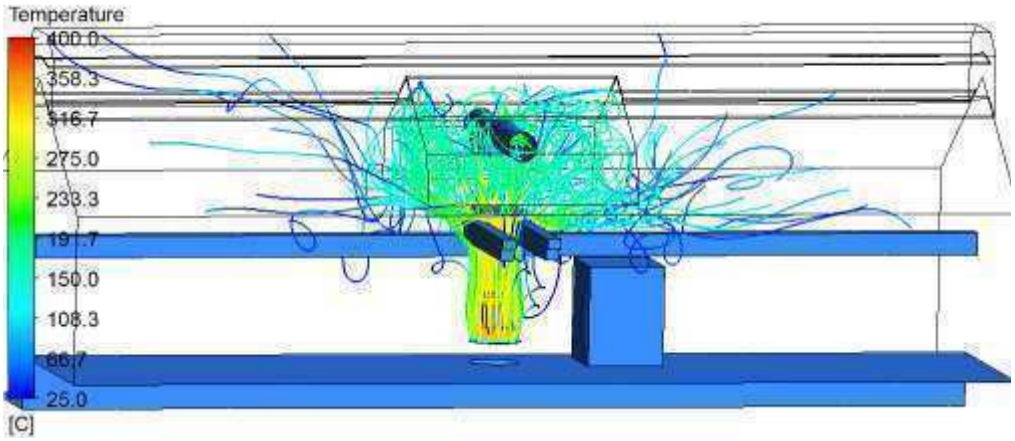


Figura 3. Trayectoria trazada por un grupo de partículas luego de los primeros 35 seg. de simulación

La figura 3 muestra nuevamente la trayectoria trazada por algunas partículas pero en este caso luego de los primeros 70 seg. de simulación, es decir cuando el horno cesa su emisión. Para este instante el desborde se vuelve aún más notorio.

La figura 4 muestra la trayectoria trazada por un grupo de partículas que finalmente salen del dominio a través del monitor superior. Esta figura resulta muy útil para destacar el hecho de que gran parte de

las partículas que son emitidas al exterior de la nave en algún momento ingresaron al interior de la campana pero la misma no fue capaz de retenerlas hasta ser captadas por el conducto de succión. Esto muestra la ineficiencia del emplazamiento de las actuales bocas de captación.
La figura 5 muestra los caudales másicos (kg/m3) tanto emitidos por el horno como captados por las cuatro bocas del conducto de succión.
Esta figura muestra claramente el comportamiento descrito anteriormente para las bocas frontal y trasera. Como se observa, durante los primeros 10 seg. de simulación la generación de gases desde el horno es baja y la boca que mayor caudal succiona es la frontal (más próxima a la salida del conducto).
Posteriormente, al incrementarse el flujo de gases ascendentes, la deflexión producida por el carro origina que la boca con mayor succión sea la trasera. Este comportamiento vuelve a revertirse al cesar la generación de humos por parte del horno. Este efecto se visualiza en las curvas azul y roja de la figura 5
Cabe mencionar que las bocas laterales (curvas amarilla y verde) tienen escasa participación en el caudal aspirado, aunque debe tenerse en cuenta que las mismas son de un tamaño muy inferior a las otras dos. La simulación además muestra que al finalizar la emisión de humos se observa una rápida limpieza de la nave, tal como se verifica en la realidad. Es destacable la permanencia de gases calientes en la parte superior de la campana, los cuales resultan difíciles de remover dado que las bocas de captación se encuentran por debajo de los mismos. Esto indica la necesidad de captar los humos lo más arriba posible, siguiendo el camino natural de los gases calientes. Al mismo tiempo, al ascender, las partículas de humo pierden energía cinética, reduciéndose las colisiones contra las paredes de la campana.

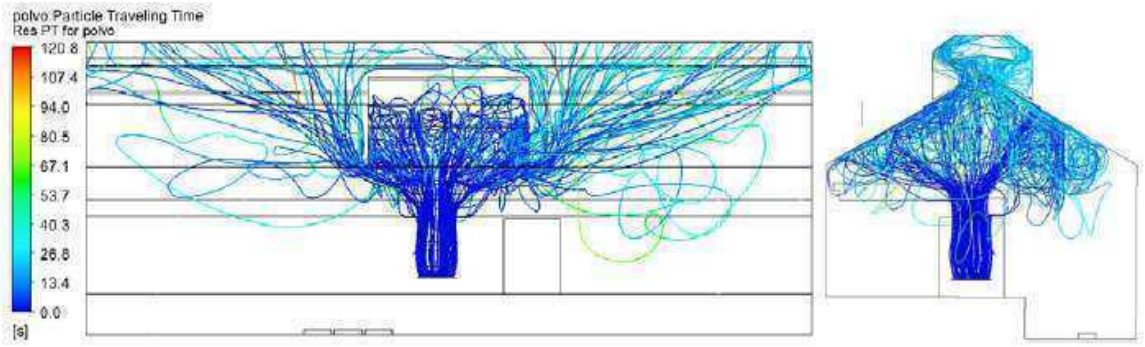


Figura 4. Trayectoria trazada por un grupo de partículas que finalmente salen del dominio a través del monitor superior.

2.- MODIFICACIONES PROPUESTAS. AUMENTO DEL CAUDAL DE ASPIRACIÓN.

Se han probado varias modificaciones, entre ellas un aumento del caudal de aspiración de 700 mil m3/hr a 1,5 millones m3/hr que fue una de las principales sugerencias de la planta. En la figura 6 vemos como se evacuan los gases con el caudal menor mientras que en la figura 7 vemos que sucede cuando hacemos circular el caudal mayor. Como se alcanza a observar
En ambas figuras se muestra la magnitud de la velocidad sobre los planos medios. La boca trasera recibe en forma directa el flujo de gases ascendentes aunque en este caso se percibe una mayor velocidad en las inmediaciones de la boca frontal producto de haber duplicado el caudal total de aspiración. Al comparar ambas figuras de la derecha puede observarse que al aumentar el caudal se produce un menor desborde sobre la pared lateral derecha de la campana La figura 8 muestra la velocidad vertical sobre un plano horizontal a 0.5 m debajo de las bocas de captación a distintos tiempos. En este caso, la magnitud de la velocidad sobre la boca frontal es comparable a la obtenida sobre la boca trasera para los tres instantes mostrados. Si se grafican otra vez los caudales másicos en cada una de las bocas puede observarse que inicialmente la boca frontal tiene un mayor caudal pero después de los primeros 10 seg. ambos caudales prácticamente se igualan. Resulta notoria la velocidad negativa (descendente) de los gases alrededor de la boca frontal para t=35 seg. Esto es

causado por el “rebote” de los gases en la parte superior de la campana. En cuanto a la presión estática, esta también resulta comparable para ambas bocas pero al cesar por completo la generación de humos puede advertirse la mayor depresión que posee la boca frontal respecto de la trasera.

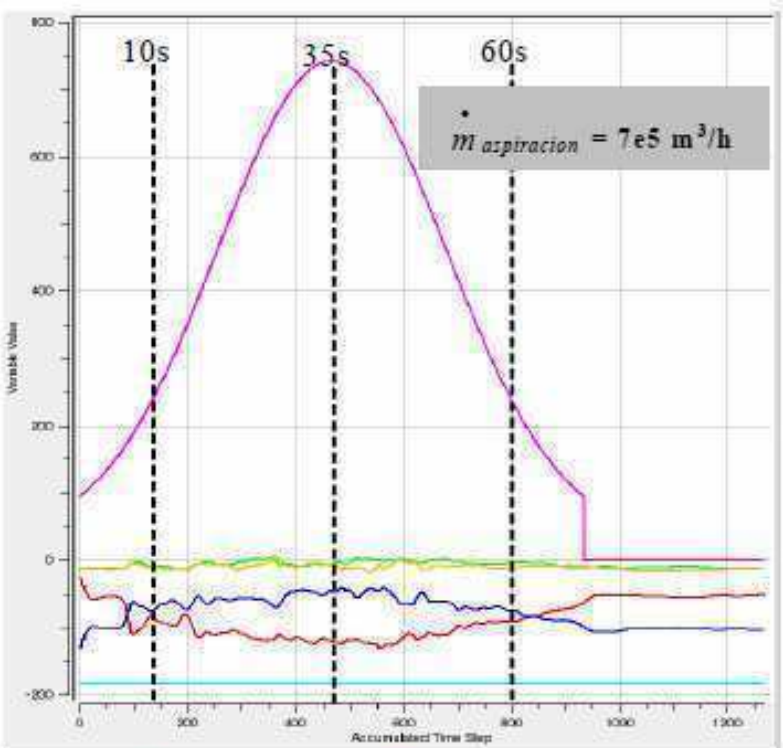


Figura 5. Caudales másicos inyectados por el horno (curva lila) y captados por las bocas frontal (curva azul), trasera (curva roja), lateral derecha (curva verde) y lateral izquierda (curva amarilla).

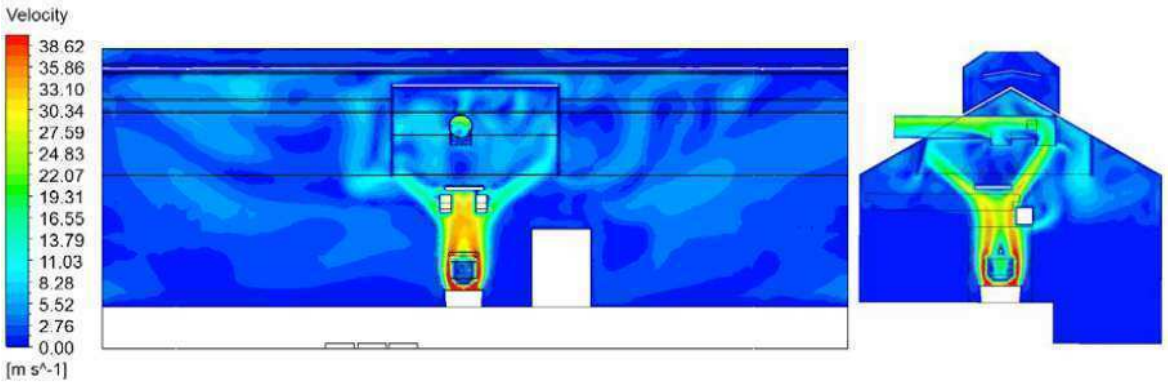


Figura 6. Velocidad de ascenso de los gases inducido por el sistema de captación a 700,000 m3/hr

La figura 9 muestra la cantidad acumulada de partículas generadas por el horno y la cantidad de partículas que permanecen en la nave en cada instante de tiempo para los dos caudales de aspiración estudiados. Como se observa, el incremento en el caudal de aspiración muestra una reducción poco apreciable en la cantidad de partículas en el interior de la nave, reducción que posiblemente sea poco observable en la realidad. Durante los primeros 30 seg. la curva de emisión de partículas del horno y las de acumulación evolucionan casi en igual medida. Pasados los primeros

30 seg. el horno disminuye su emisión al tiempo que el sistema de succión comienza a remover partículas, originando que las curvas se separen.

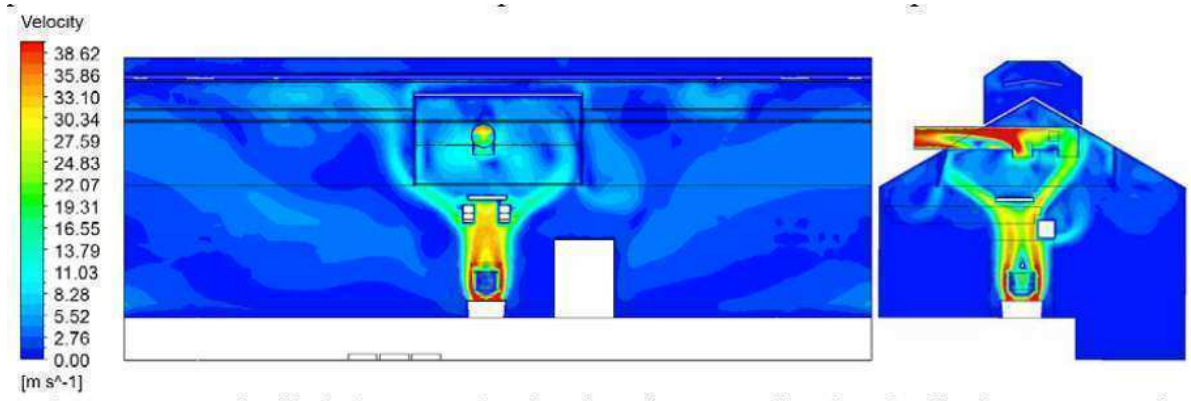


Figura 7. Velocidad de ascenso de los gases inducido por el sistema de captación a 1,500,000 m3/hr

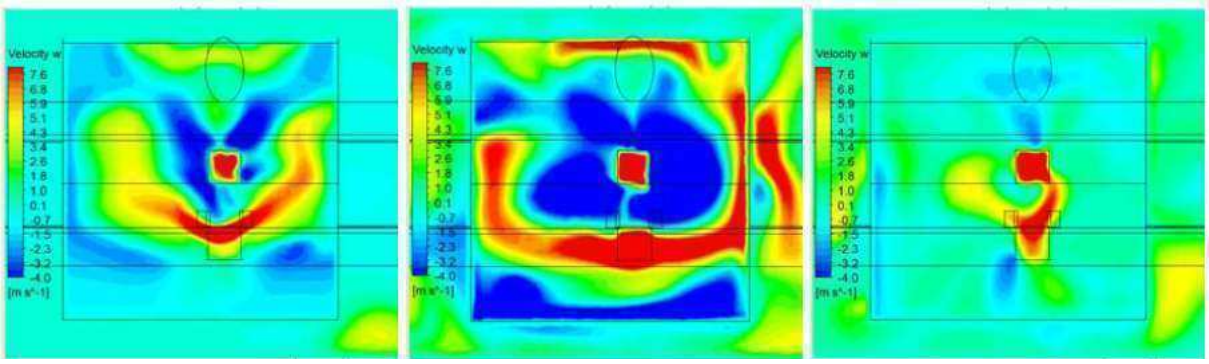


Figura 8. Velocidad vertical en un plano horizontal a 0.5 m debajo de las bocas de captación. Izquierda: t=10 seg. Centro: t=35 seg. Derecha: t=70 seg. La paleta de colores está saturada a 7.6 m/s

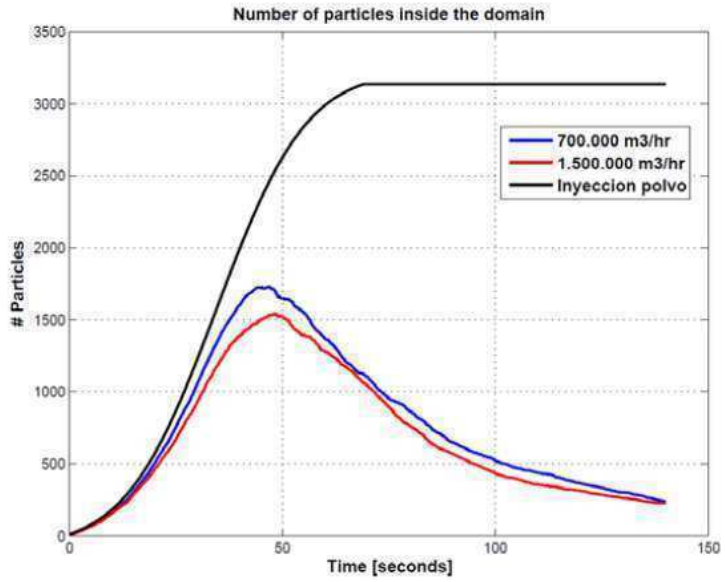


Figura 9. Cantidad acumulada en el tiempo de partículas dentro de la nave para los dos caudales de aspiración.

Finalmente, luego de 140 seg. se observa una concentración residual similar para ambos caudales de aspiración, de alrededor de 250 partículas, equivalente a casi el 8% de las partículas emitidas. Cabe mencionar que la cantidad de partículas mostrada en la figura 9 solo cuantifica a aquellas que continúan en el interior del dominio. Aquellas partículas que salen del mismo a través de las paredes ficticias del modelo también permanecen en el interior de la nave por lo que deben ser tenidas en cuenta. La figura 10 muestra la evolución del porcentaje acumulado de partículas que salen del dominio computacional. En estas gráficas también se han incluido las partículas que abandonan el dominio a través de las *paredes ficticias* (denominadas *lateral 1* y *lateral 2*). Como puede observarse, el incremento en el caudal produce un cambio significativo si se considera qué, para el caudal actual el mayor porcentaje de partículas egresa a través del monitor y al incrementar el caudal esta situación debería revertirse.

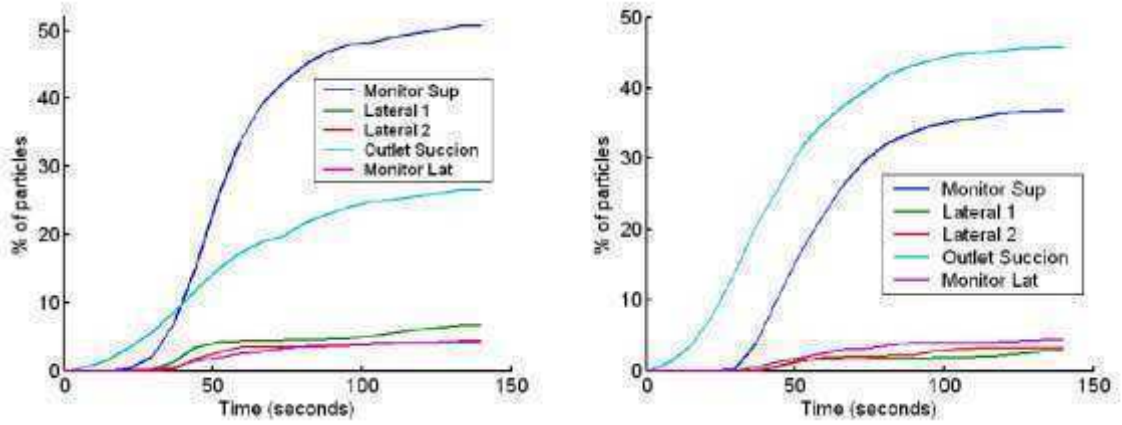


Figura 10. Porcentaje acumulado de partículas que abandonan el dominio computacional. Izquierda: caudal de succión de 7e5 m3/h. Derecha: caudal de succión de 15e5 m3/h.

Pero, más allá de este hecho, el porcentaje que egresa a través del monitor continúa siendo muy significativo.

3.- PROPUESTAS DE MEJORAS GEOMÉTRICAS

En la segunda parte de este trabajo se comparan diez nuevas propuestas de mejora, las cuales se suman a la propuesta de incremento de caudal estudiada en la primera parte del informe. Dentro de estas diez propuestas seis corresponden a modificaciones geométricas en tanto que las otras cuatro son cambios en el caudal de aspiración y/o en el cerrado total o parcial de monitor. A continuación se describen brevemente las propuestas mencionadas:

modelo 1: consistente en eliminar el conducto actual de aspiración, desplazar 5 m una de las paredes laterales de la campana y anexar a la campana el volumen del monitor sobre la misma. En este modelo la aspiración se lleva a cabo con una única boca de captación colocada en el volumen del monitor anexado a la campana. El caudal de succión es de 15x105 m3/h

modelo 2: es similar al modelo 1 pero anexando una segunda boca de captación e incrementando el caudal de succión a 21x105 m3/h

modelo 3: idéntico al modelo anterior (modelo 2) pero en este caso el monitor abierto al exterior ha sido completamente cerrado

modelo 4: idéntico al modelo 2 pero incrementando el caudal de succión desde 21x105 m3/h hasta 30x105 m3/h

modelo 5: idéntico al modelo 2 pero incrementando el caudal de succión desde 21x105 m3/h hasta 39x105 m3/h

modelo 6: consiste en modificar el conducto de aspiración actual y al mismo tiempo agregar un conducto adicional con dos bocas en el volumen del monitor adicionado a la campana. En este caso

el caudal de aspiración es de 21x105 m3/h. Esta propuesta fue pedida por el comitente en pos de estudiar si es posible salvar el conducto actual.

modelo 7: consiste en colocar un único conducto de aspiración con una boca de succión en la parte superior del monitor adosado a la campana. Dicha boca tiene un ancho igual al de la campana. En este caso el caudal de aspiración es de 21x105 m3/h

modelo 8: este modelo es una variante del anterior en la que una parte del techo de la campana ha sido removida para permitir una circulación más directa de los gases hacia el conducto de aspiración. El caudal de aspiración es de 21x105 m3/h

modelo 9: este modelo se basa en el modelo 2 pero ampliando el ancho de la campana 10 metros hacia cada lado y colocando una tercera boca de extracción. Además parte del monitor ha sido cerrado a ambos lados de la campana (aproximadamente 24 metros a cada lado). El caudal de aspiración es de 30x105 m3/h

modelo 10: este modelo es geométricamente igual al modelo 9 pero en este caso el monitor superior ha sido cerrado completamente y solo se mantiene abierto el último tramo del monitor lateral. El caudal de aspiración es de 30x105 m3/h

modelo 11: este modelo es geométricamente igual al modelo 10 pero para un caudal de aspiración de solo 21x105 m3/h

4. LOS PRIMEROS MODELOS

El modelo 1 tiene el objetivo de estudiar el efecto de anexar el monitor a la campana y colocar el conducto de succión en la parte superior de la misma. Los modelos 2, 4 y 5 tienen el objeto de verificar si existe un caudal óptimo para el cual es posible obtener una reducción completa o aceptable de los humos que escapan al exterior por el monitor. El modelo 3 persigue analizar el impacto de cerrar completamente el monitor. Los modelos 6 y 7 son propuestas sugeridas por el comitente. El modelo 8 es una modificación menor respecto del modelo 7. Los modelos 9, 10 y 11 estudian el efecto de continuar incrementando el tamaño de la campana y de cerrar parcialmente el monitor. El mismo consiste de una boca de extracción ubicada en la pared vertical del volumen del monitor original que ha sido adicionado a la campana. El modelo 2 geométricamente igual a los modelos 3, 4 y 5 consiste en agregar una segunda boca de extracción a la existente en el modelo 1. El caudal de succión es de 21e5 m3/h. Los resultados obtenidos con este modelo se consideran entre los más relevantes por lo que la descripción de los mismos será más pormenorizada a fin de destacar las mejoras obtenidas. La figura 11 muestra la trayectoria de algunas de las partículas que abandonan la nave a través de las bocas de succión. Esta figura aporta una conclusión que es clave; pocas partículas que escapan de la campana logran ser nuevamente captadas por la misma y evacuadas por el sistema de captación. Es decir que, una vez que el polvo abandona la campana o bien permanecerá en la nave o será succionado por el monitor. En la figura 12 se trazan los porcentajes acumulados de partículas para cada contorno de la nave. Como puede observarse, ambas bocas de captación tienen una eficiencia similar, aunque aquella ubicada hacia el horno 5 posee una pequeña supremacía sobre la otra. El porcentaje evacuado por el monitor ronda el 27% mientras que la succión alcanza al 65.6%. Como puede observarse, la cantidad de partículas en el interior de la nave también se ve reducida sensiblemente. Los modelos 4 y 5 son variaciones del modelo 2 pero con mayores caudales. No obstante, si se trazan dichos resultados en gráficas en función del caudal de succión se observa que dicha mejora no es lineal con el caudal sino que cuanto mayor es el caudal menor es la eficiencia que se obtiene al incrementarlo.
Esto puede observarse en la figura 13. La misma muestra la evolución de los porcentajes de partículas que permanecen en la nave (figura de la izquierda) en función del caudal de aspiración. La curva azul corresponde a las partículas que permanecen dentro del dominio simulado, mientras que la curva verde es la suma de dichas partículas y de aquellas que abandonan el dominio a través de las paredes ficticias, y que por ello continúan dentro de la acería. Como dato comparativo, el porcentaje de partículas obtenido para el modelo original (estado actual) es de 18.2% mientras que con el modelo 2 se reduce a poco más de 7%. La figura 13 a la derecha permite observar los porcentajes de partículas captadas por el monitor y por el sistema de succión. La captación mejora

notoriamente al incrementar el caudal de succión. No obstante, el quiebre en la curva indica que la eficiencia de captación disminuye

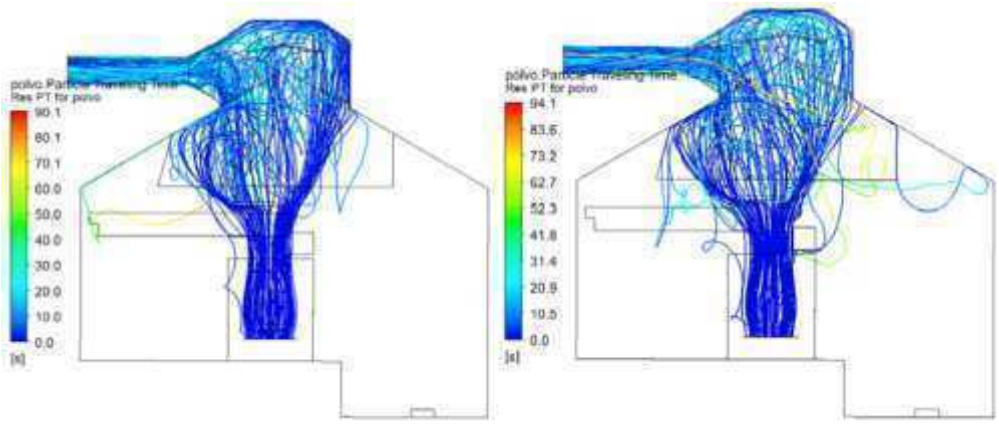


Figura 11: Trayectoria de las partículas que salen por cada una de las bocas de aspiración

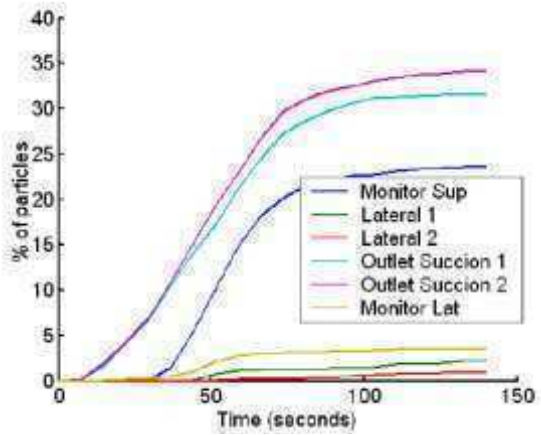


Figura 12: Porcentaje de partículas egresadas por cada contorno del modelo

5.- LOS MODELO MAS EVOLUCIONADOS

La geometría correspondiente al modelo 6 es mostrada en la figura 14. Como se observa, existe un conducto de succión superior, el cual se divide en dos bocas de aspiración. Al mismo tiempo, el conducto de aspiración actual (conducto inferior) ha sido modificado, colocándole dos bocas de captación, una a cada lado de la campana (en dirección transversal a la nave). Ambos conductos de extracción (inferior y superior) tienen un caudal de aspiración de 10.5x105 m3/h.
La figura 15 muestra la distribución de porcentajes de partículas que egresan por los contornos de la nave. Notar la diferencia en la captación observada para los conductos de extracción superior e inferior. El conducto superior tiene una clara supremacía en cuanto a la extracción de partículas, a pesar de que en ambos se impone el mismo caudal de succión de gas. Esto indica que el conducto inferior tiene una baja eficiencia de captación, fundamentalmente luego de finalizada la generación de gases (t>70 seg.).
Esto último indica que las partículas una vez que ascienden más allá de este conducto, permanecen en la parte superior de la campana y finalmente son removidas por el conducto superior. En cuanto al porcentaje de partículas que salen por el monitor, dicho valor se ve levemente incrementado cuando se lo compara con lo obtenido para el modelo 2. Por último se muestran los modelos 7 y 8 en la figura 16

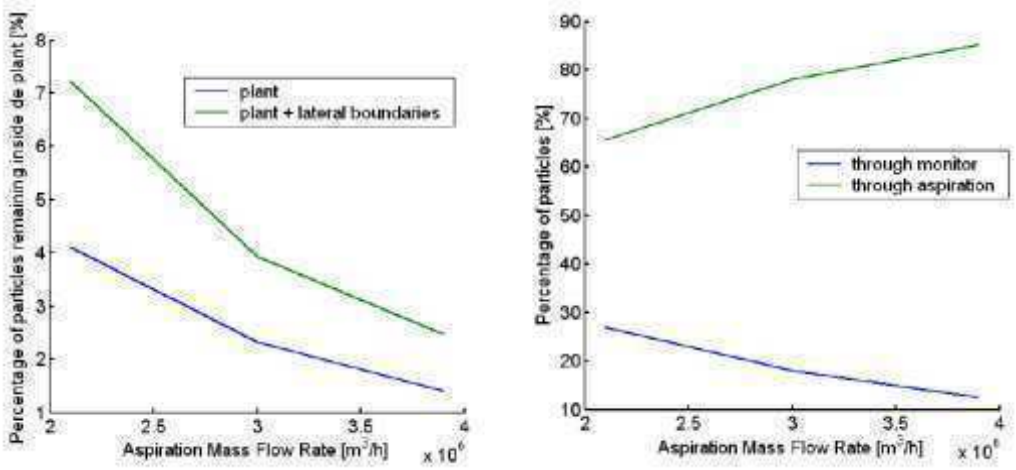


Figura 13: Porcentaje de partículas por cada contorno con los tres caudales de aspiración. Izquierda: % de partículas residuales en la nave. Derecha: % de partículas que egresan por el monitor y por la succión.

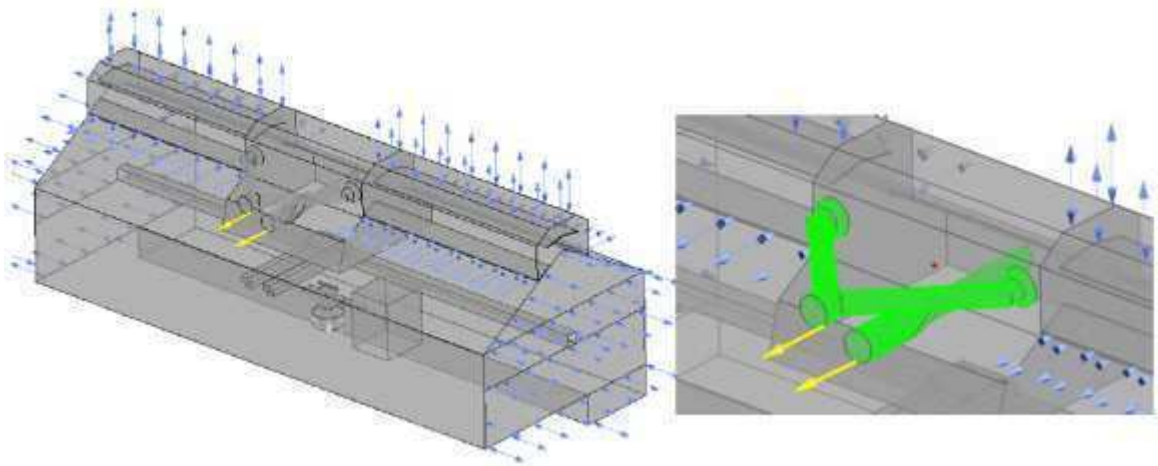


Figura 14: Geometría del modelo 6

6.- COMPARACIÓN DE TODOS LOS MODELOS ANALIZADOS Y CONCLUSIONES

La tabla 1 es un compendio de las tablas parciales mostradas a lo largo del informe de forma de resumir los principales resultados obtenidos con todos los modelos. En todos los casos los porcentajes corresponden al instante t = 140 seg. La tabla indica el porcentaje de partículas (respecto del total inyectado) que abandonan la nave por el monitor (suma del monitor superior y el lateral) y por la succión. También se incluyen las cantidades que permanecen en el dominio computacional (Resid) y aquellas que permanecen en el dominio junto con las que salen del mismo a través de las paredes ficticias de la nave (Resid+lat). Por último se incluyen las longitudes y tiempos promedio para las trayectorias de las partículas. Es posible analizar los resultados desde varios puntos de vista o criterios de análisis a saber:

- % de partículas residuales en la nave
- % de partículas que abandonan la nave hacia el medio ambiente exterior (monitor)
- % de partículas que son captadas por el sistema secundario de extracción

Al utilizar el primer criterio puede concluirse que a igual caudal el modelo 2 tiene una leve mejoría respecto del modelo 6. El incremento en el caudal de succión para una misma geometría, como es el caso de los modelos 2, 4 y 5 donde se reduce aún más la polución interna de la nave.

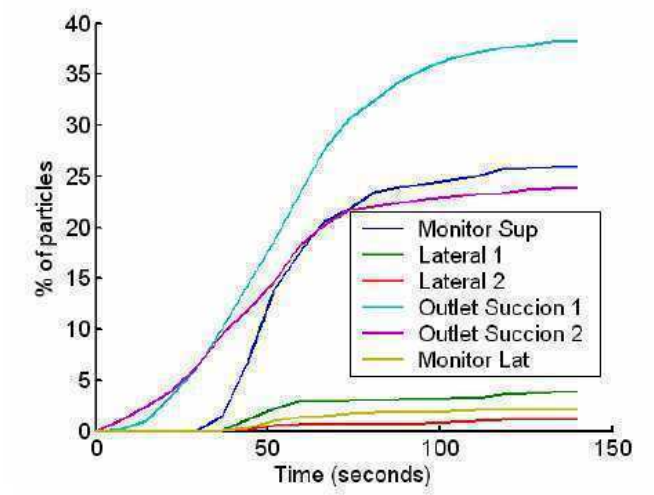


Figura 15: Porcentaje de partículas por cada contorno del modelo.

En este punto debe notarse que, ya sea con el modelo 2 o con el modelo 6, la reducción en el porcentaje de partículas residuales respecto de las que se obtienen con el modelo original 1 resulta notable. A esto hay que sumar el hecho de que la mayor parte de dichas partículas se halla en la parte superior de la nave.

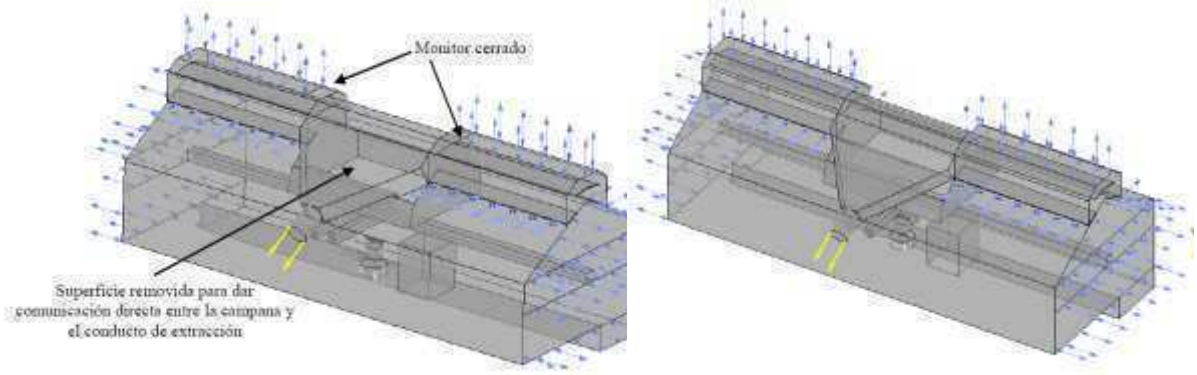


Figura 16: Geometría del modelo 8

Si se emplea el segundo criterio de análisis, es decir considerando las partículas que escapan por el monitor, en este caso el modelo 2 reduce dicho porcentaje a la mitad respecto de la condición actual (modelo original 1). Esta reducción es levemente menor para el modelo 6. Por último, el tercer criterio de análisis indica que el modelo 2 incrementa a más del doble la captación de partículas respecto del modelo original 1. Una mejora algo mayor muestra el modelo 6. En este sentido, el incremento en el caudal de aspiración desde 7x105 a 21x105 m3/h significa triplicar el caudal (incremento del 200%), mientras que la captación de partículas se incrementa aproximadamente un 150%. A partir de la observación y comparación de las trayectorias de aquellas partículas que salen por el monitor se observa que el modelo 2 es más eficiente que el 6 al encauzar las partículas dentro de la campana, aunque gran parte de las mismas luego salen de ella. Por otro lado, la campana en el modelo 6 no logra captar muchas partículas, y éstas se dirigen en forma directa al monitor. Luego, puede concluirse que un diseño que coloque la succión en forma localizada en la parte superior de la campana ayuda a encauzar las partículas dentro de la misma. Aunque, si esta no posee la forma apropiada, las partículas rebotarán en sus paredes y saldrán de la misma. Por ello se recomienda un diseño nuevo donde la captación se ubique lo más arriba posible y con curvas suaves evitando cambios de dirección abruptos que originen el choque de las partículas contra las paredes.

Tabla 1: Porcentaje de partículas que permanecen en el interior, que escaparon al exterior y que fueron captadas por el sistema de extracción

Medidas promediadas							
Periodo = 0-140 seg. 3159 particulas							
Modelo	Caudal Succión	Long prom(m)	Tiempo prom (s)	Resid Nº part. %	Resid +lat. Nº part. %	Exterior	Succión
Orig. 1	$7x10^3$	179.2	34.0	7.5	18.4	55.0	26.6
Orig. 2	$15x10^3$	167.3	30.4	7.2	13.1	41.2	45.7
Mod 1	$15x10^3$	183.2	35.1	8.5	15.7	35.0	49.2
Mod 2	$21x10^3$	170.6	28.1	4.1	7.2	27.0	65.6
Mod 3	$21x10^3$	180. 6	39.1	16.7	32.1	0.00	67.6
Mod 4	$30x10^3$	154.7	21.2	2.3	3.9	18.0	78.1
Mod 5	$39x10^3$	151.8	18.1	1.4	2.5	12.4	85.1
Mod 6	$21x10^3$	171.3	29.7	4.9	9.9	28.1	62.0
Mod 7	$21x10^3$	174.7	31.5	5.3	9.3	28.1	62.6
Mod 8	$21x10^3$	169.7	29.7	5.8	13.0	24.1	62.9
Mod 9	$30x10^3$	169.7	29.7	5.8	15.3	11.5	73.2
Mod 10	$30x10^3$	193.5	46.2	12.5	23.0	2.5	74.5
Mod 11	$21x10^3$	203.9	56.9	17.5	32.4	4.8	62.8

Respecto de la condición actual (modelo original 1). Esta reducción es levemente menor para el modelo 6. Por último, el tercer criterio de análisis indica que el modelo 2 incrementa a más del doble la captación de partículas respecto del modelo original 1. Una mejora algo mayor muestra el modelo 6. En este sentido, el incremento en el caudal de aspiración desde 7x105 a 21x105 m3/h significa triplicar el caudal (incremento del 200%), mientras que la captación de partículas se incrementa aproximadamente un 150%. A partir de la observación y comparación de las trayectorias de aquellas partículas que salen por el monitor se observa que el modelo 2 es más eficiente que el 6 al encauzar las partículas dentro de la campana, aunque gran parte de las mismas luego salen de ella. Por otro lado, la campana en el modelo 6 no logra captar muchas partículas, y éstas se dirigen en forma directa al monitor. Luego, puede concluirse que un diseño que coloque la succión en forma localizada en la parte superior de la campana ayuda a encauzar las partículas dentro de la misma. Aunque, si esta no posee la forma apropiada, las partículas rebotarán en sus paredes y saldrán de la misma. Por ello se recomienda un diseño nuevo donde la captación se ubique lo más arriba posible y con curvas suaves evitando cambios de dirección abruptos que originen el choque de las partículas contra las paredes.

7.- BIBLIOGRAFIA:

[1] Kickinger R., Gittler P., Javarek M. And Lehner J., Ventilation and dedusting of melting shops, *Sec. I. Conf. CFD in Minerals and Process Industries CSIRO*, 1999.
[2] Kirschen M., Velikorodov V. and Pfeifer H., Mathematical modelling of heat transfer in dedusting plants and comparison to off-gas measurements at electric arc furnaces, *Energy* Volume 31, Issue 14, November 2006, Pages 2926–2939
[3] OpenCFD, (2009). OpenFOAM®, *The Open Source CFD Toolbox, User Guide*. OpenCFD Ltd.
[4] ANSYS-CFX, http://www.ansys.com/Support/Documentation

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al CONICET, la Universidad Nacional del Litoral y a la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCyT) por su apoyo económico a través de los proyectos PICT 1645 BID (2008) y CAI+D 65-333 (2009)). Un especial agradecimiento al Ing. Garcìa Marquez y al Ing. Beltramone por la colaboración a este trabajo.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

MODELADO NUMÉRICO DE FÉMUR PORCINO PARA APLICACIONES MEDIANTE EL MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO

Fuerte-Hernández, Ariel*, Urriolagoitia-Sosa, Guillermo, Rodríguez-Cañizo, Ricardo Gustavo(1), Beristain-Lima, Saúl, López-Suárez, Omar Israel

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y eléctrica, IPN, Unidad Zacatenco.
Av. IPN s/n, Col. Lindavista, C.P. 07140, México D.F., México.
fuertehernandez@yahoo.com.mx, guiurri@hotmail.com, saulberistain@hotmail.com, omar-ls@hotmail.com.

(1) *Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y eléctrica, IPN, Unidad Azcapotzalco.*
Av. De las Granjas No. 682, Col. Santa Catarina, C.P. 02550, México D.F., México.
rgrodriguez@ipn.mx.

RESUMEN.

Este trabajo presenta el modelado de un fémur de espécimen porcino generado a partir de Tomografía Computarizada (TC) para su aplicación mediante el uso del Método del Elemento Finito (MEF). El objetivo es mostrar el comportamiento mecánico del fémur porcino cuando es sometido a cargas de flexión en tres puntos mediante un Análisis de Elemento Finito (AEF). Otro objetivo es usar los resultados obtenidos para ser comparados y evaluados con análisis experimentales posteriores. Se realizó una TC en el fémur de un espécimen porcino y a partir de los cortes se realizó su modelado hasta lograr importarlo al programa computacional de AEF ANSYS® Workbench™, en donde se realizó un análisis a flexión en tres puntos con tres casos diferentes a 1000N, 1500N y 2000N. Los resultados obtenidos muestran una concentración de esfuerzos en la zona media de la diáfisis sometiéndola a compresión en la parte superior y a tensión en la inferior. Los valores máximos encontrados para el Esfuerzo Von Mises es de 19.37MPa, 29.061MPa y 38.747MPa para 1000N, 1500N y 2000N respectivamente, el Esfuerzo Cortante es de 7.34MPa, 11.01MPa y 14.68MPa 747MPa para 1000N, 1500N y 2000N respectivamente y finalmente para la Deformación Total es de 0.851mm, 1.277mm y 1.703mm. Es necesario realizar experimentos que validen la parte numérica y le den sustento, ya que en la medida que esto sea logrado, se reducirá de manera considerable la experimentación en humanos y animales, lo cual implica cuestiones éticas y legales. En esto radica el poder de los análisis numéricos hoy en día.

Palabras Claves: Fémur, Flexión en Tres Puntos, Elemento Finito, Tomografía Computarizada.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad las pruebas mediante análisis numérico son una herramienta muy poderosa para la determinación de las propiedades mecánicas sirviendo, por ejemplo, en el diseño de implantes y prótesis [1]. En este sentido, los modelos computacionales de sistemas biológicos son una representación morfométrica y biomecánica de las cargas a las cuales esta sometido el objeto de estudio, ya sea de manera in vitro o in vivo. Por lo que, la finalidad siempre será tener una aproximación lo más cercana posible a la realidad mediante el biomodelado [2,3].

Los modelos animales más utilizados para la comparación biomecánica en el estudio de patologías y traumatismos con los seres humanos, son los bovinos y porcinos, siendo estos últimos los de mayor aceptación en lo que respecta a estudios en columna vertebral y fémur. Una de las principales razones es su gran semejanza desde el punto de vista biológico y morfométrico, además de que resulta relativamente fácil su obtención y una disminución de las probabilidades de contagio por enfermedades de transmisión sanguínea [4,5]. Sin embargo, cuando se pretende extrapolar los resultados obtenidos al caso humano, es necesario tomar en consideración las diferencias morfométricas y biológicas [6-8].

A pesar de que el hueso porcino ha sido utilizado como sustituto del hueso humano para el estudio de técnicas quirúrgicas y dispositivos de fijación, como lo sugiere Bonney, (2011) [9] existen relativamente pocos casos de estudio reportados sobre el comportamiento mecánico de huesos largos de especímenes porcinos. Por lo que, Bonney, (2011) [9] desarrolló un estudio experimental de flexión a tres puntos y de corte en diferentes regiones del fémur porcino, con la finalidad de observar la variación de las propiedades mecánicas del hueso cortical en las diferentes regiones del fémur. Los resultados encontrados muestran que las propiedades mecánicas en el hueso cortical son significativas pero limitadas alrededor del fémur, por lo que deben de ser tomadas en consideración cuando se elige un modelo animal apropiado con fines de investigación biomecánica ortopédica [9].

Otros trabajos están enfocados a estudios biomecánicos del fémur porcino a nivel micro, en donde se determinan las propiedades mecánicas del hueso cortical y sus variaciones en las diferentes regiones mediante técnicas de nanoindentación, y los resultados muestran variaciones de las propiedades mecánicas en cada componente microestructural [10]. Sin embargo, es necesario estudiar a diferentes niveles estructurales las propiedades mecánicas del fémur porcino, con el objetivo de tener una mejor comprensión de su comportamiento biomecánico y desarrollar sistemas, dispositivos e implantes que permitan una mejor calidad de vida a los pacientes [11].

El objetivo de este trabajo fue someter a esfuerzos de flexión en tres puntos un fémur porcino con el fin de determinar la distribución de esfuerzos, las zonas de falla y las deformaciones ocurridas en este y hacer posteriores comparaciones con análisis experimentales. Para tal efecto se establecieron las zonas de contacto, las condiciones de frontera, las cargas aplicadas y se malló el modelo. Una de las ventajas del Análisis del Elemento Finito (AEF), es la capacidad de resolver problemas que no pueden ser resueltos mediante análisis analíticos debido a las geometrías caprichosas del modelo [12,13].

En cuanto la experimentación y por lo tanto en el análisis numérico, la realización de pruebas biomecánicas no tiene normatividad alguna, por lo que se esta condicionado a las necesidades de los investigadores. Por esta razón, los resultados obtenidos varían unos con respecto a otros de manera considerable, aun en pruebas similares. Esto depende en gran medida del arreglo experimental elegido, las condiciones de frontera, las cargas adoptadas y la forma en que estas se aplican así como características inherentes al sistema biológico como son, peso, edad, sexo, alimentación y patologías, entre otras. Sin embargo, se puede decir que el modelado de sistemas biológicos mediante la técnica de la Tomografía Computarizada es fiel a la morfometría de dicho sistema, y puede ser utilizada con gran aceptación en el estudio biomecánico del sistema musculo-esquelético [14]. La elección de una correcta metodología para la generación de modelos numéricos, garantiza resultados más confiables y con una repercusión directa en el entendimiento de la biomecánica del sistema en cuestión, así como en diseños más funcionales de dispositivos de sujeción, prótesis e instrumental quirúrgico [15].

2. MATERIAL Y MÉTODOS

Existen diferentes métodos y programas de cómputo mediante los cuales se generan modelos tridimensionales con el uso de Tomografía Computarizada (CT), la elección del método y el programa

depende de las características que se necesiten estudiar, así como, de los resultados que se deseen obtener.
Algunos programas que trabajan mediante el uso de TC son los de las compañías Materialise y Simpleware (Mimics® y ScanIP®). Para el desarrollo de este trabajo se empleo el programa ScanIP®, y el procedimiento general para la generación del modelo final se muestra en la Figura 1.

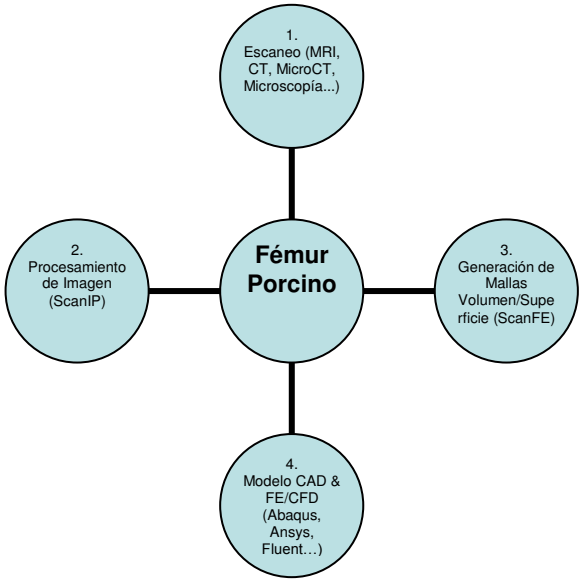


Figura 1 *Proceso para la generación del modelo del fémur porcino.*

2.1. Escaneo y obtención de la Tomografía Computarizada.
Como primer paso se obtuvo en un rastro de la ciudad de México un fémur de espécimen porcino de la raza Duroc-Jersey, con un promedio de edad de 6 meses, un peso aproximado de 120 kg, y con no más de 48 hrs post mortem. Una vez hecho esto se procedió a limpiar el espécimen y se le realizó una Tomografía Computarizada mediante un tomógrafo que fue facilitado por el Hospital de Ortopedia Doctor Victorio de la Fuente Narváez “Magdalena de las Salinas” del Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), los cortes tuvieron un espesor de 8 mm.
Las imágenes fueron procesadas con el uso del programa computacional integrado al tomógrafo mediante la técnica de detección y reconocimiento de bordes, que es capaz de diferenciar entre áreas, gracias la escala de grises y a la conversión de estos valores en unidades Housfield. Los parámetros de ajuste fueron el “centro” o level de 40 y el “ancho de ventana” o window de 200. En total fueron 67 cortes que se guardaron en formato DICOM (Figura 2).

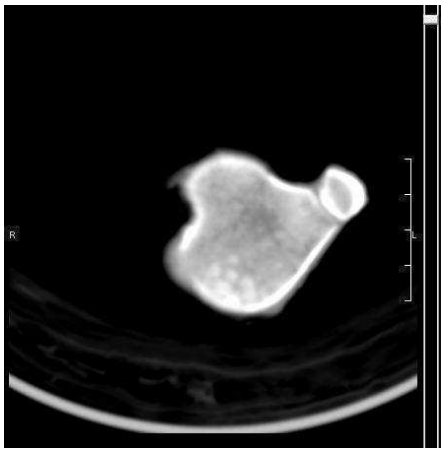


Figura 2 *Tomografía Computarizada del fémur porcino.*

2.2. Procesamiento de las imágenes tomográficas.

Una vez obtenidas las Tomografías Computarizadas en formato DICOM, el siguiente paso es procesarlas mediante el software ScanIP® con el objetivo de convertirlas en un formato en tres dimensiones. Para este propósito el programa se vale de diversas herramientas de edición, quedando un modelo como el mostrado en la Figura 3.

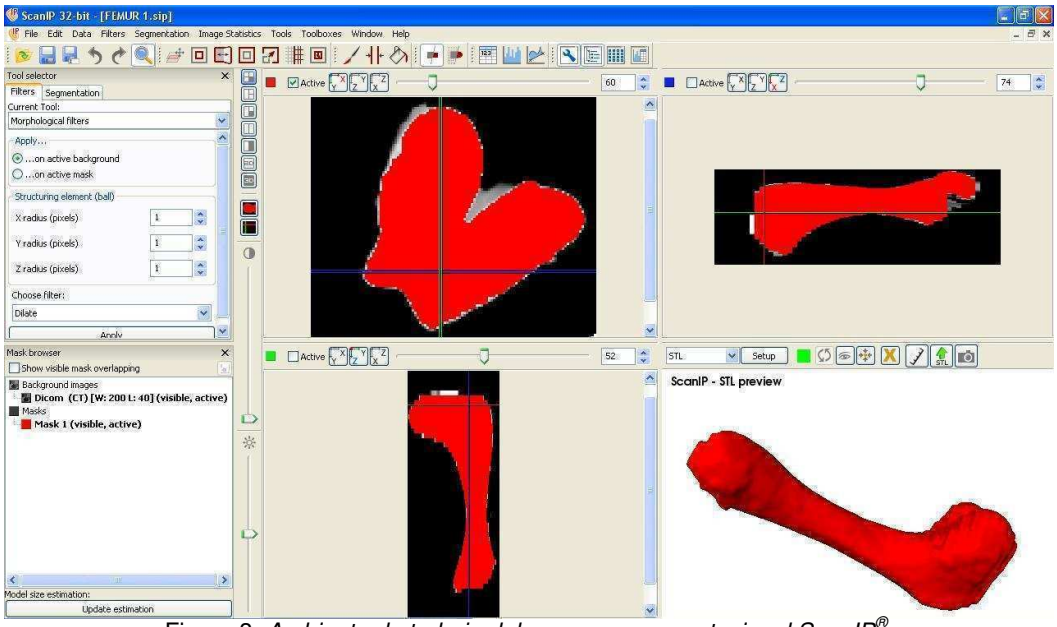


Figura 3 *Ambiente de trabajo del programa computacional ScanIP®.*

Como siguiente paso, una vez generado el modelo tridimensional se exporta en formato .STL obteniéndose un producto como el mostrado en la Figura 4.

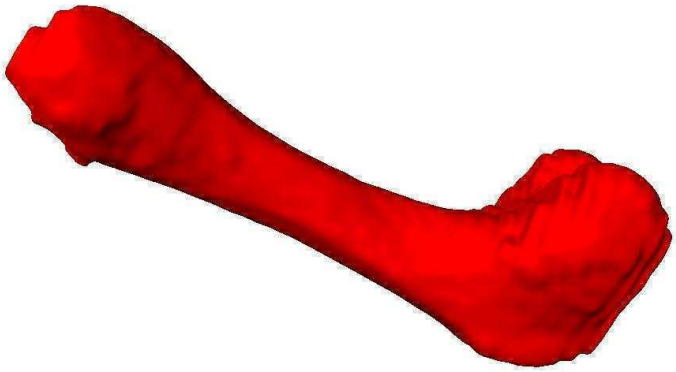


Figura 4 *Modelo del fémur en formato .STL.*

Hasta este punto, el modelo es simplemente un cascaron, por lo que es necesario hacerlo solido y convertirlo a un formato que sea capaz de leerlo un programa de Análisis de Elemento Finito (AEF). Para este propósito se utiliza el programa computacional Rhinoceros®, el cual cierra las superficies y convierte el modelo en solido, pudiendo ser exportado en un formato que es capaz de leerlo la mayoría de los programas computacionales basados en el AEF, dicho formato es el .STEP, como se muestra en la Figura 5.

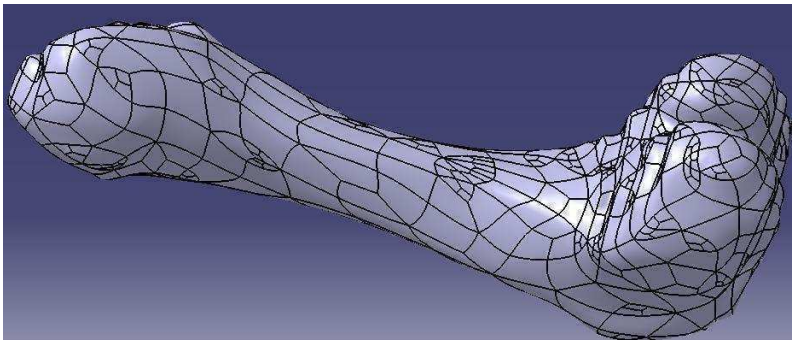


Figura 5 *Modelo del fémur en formato .STEP.*

Ya con el modelo en formato .STEP el siguiente paso es exportarlo a un programa computacional de AEF, para este caso en particular se eligió el programa ANSYS® Workbench™ Versión 12.1, el cual está basado en el Método del Elemento Finito (MEF). Cuando el Análisis de Elemento Finito (AEF) utiliza recursos computacionales, se convierte en una herramienta capaz de resolver análisis de esfuerzos, transferencia de calor, fluidos y otro tipo de problemas ingenieriles. Está basado en la solución de un sistema de ecuaciones que describen algunos parámetros como desplazamientos, esfuerzos, etc. sobre el dominio de un sistema físico como la superficie de un objeto.
El Análisis de Elemento Finito (AEF) involucra la partición o discretización de una estructura dentro de un número finito de elementos. Dichos elementos son conectados unos con otros mediante puntos en sus esquinas, los cuales son llamados nodos o puntos nodales. Cada elemento es una forma geométrica simple, como un triangulo o un cuadrilátero. Los diferentes tipos de elemento con los que cuenta el programa ANSYS® Workbench™ Versión 12.1 tienen formas estandarizadas (triangulo, cuadrilátero, etc.) que facilitan el cálculo numérico de las ecuaciones gobernantes que relacionan el comportamiento entre el desplazamiento y el esfuerzo dentro de cada elemento.
Con el fin de definir un modelo de EF, los puntos nodales, elementos, cargas, soportes y datos relacionados al elemento deben ser definidos. Una vez que esto sucede, se puede trabajar en un programa computacional de EF para su análisis. Dicho programa formula un conjunto de ecuaciones simultáneas, las cuales son las ecuaciones de equilibrio correspondientes a los grado de libertad en los puntos nodales solo en donde existen condiciones de contorno. Un punto nodal puede tener hasta seis grados de libertad: translación en las direcciones X, Y y Z y rotación sobre cada uno de esos ejes. Por lo que, el método funciona definiendo funciones que se aproximan a las incógnitas que figuran en las ecuaciones diferenciales. Puesto que usualmente hay cientos y miles de ecuaciones de equilibrio generadas para representar un típico modelo de EF, el uso de una computadora para el proceso de solución es obligatorio. Existen estudios numéricos en la literatura respecto a análisis en especímenes porcinos y humanos, todos ellos presentan resultados que varían unos con respecto de otros, sin embargo cada uno de ellos esta orientado a resolver o estudiar cuestiones especificas como, por ejemplo, las diversas patologías a las que se ve sometido el fémur [16-19]. De manera general, los pasos a los que obedece el programa ANSYS® Workbench™ son los siguientes [12]:

1. Pre-proceso.
    a. Definir el tipo de elemento.
    b. Definir condiciones de frontera y cargas.
    c. Definir propiedades del matreial.

2. Análisis.
    a. Calcular las matrices de rigidez y resolver los desplazamientos nodales y esfuerzos en los elementos.

3. Post-proceso.
    a. Presentar las deformaciones y esfuerzos en el modelo.

La fase de Pre-Proceso es una interacción entre el usuario y la interfaz del programa, y de esto depende la correcta o errónea obtención de los resultados arrojados por el programa
La fase del análisis depende por completo del programa y los recursos computacionales que se tienen al alcance.
El objetivo de la fase de Post-Procesamiento es darle sentido a los datos que son generados durante la fase de análisis. Aquí se muestran los desplazamientos en los puntos nodales, esfuerzos dentro de cada elemento, deformaciones y los diferentes esfuerzos a los que está sometido el modelo final.

2.3. Generación del mallado y asignación de las propiedades.
Una vez explicado esto, el primer paso consiste en la asignación de las propiedades de los materiales (Módulo de Young, Relación de Poisson, etc.). Debido a la complejidad del análisis se hicieron algunas simplificaciones, estableciéndose el análisis de tipo estructural y considerando todo el material como hueso cortical, por lo que sus propiedades mecánicas se encuentran resumidas en la Tabla 1.

Tabla 1 *Propiedades mecánicas del hueso cortical del fémur porcino.*

Material	***Modulo de Elasticidad (GPa)***	***Coeficiente de Poisson***	***Referencia***
Hueso Cortical	0.37	0.3	Crenshaw, (1981). [20]

Al establecer las propiedades mecánicas del fémur, se procede a generar superficies malladas en todo el modelo con el objetivo de discretizar las zonas donde hay concentración de esfuerzos y deformaciones producidos por las cargas a las que se encuentra sometido el modelo. Una vez importado el modelo dentro del programa ANSYS® Workbench™ Versión 12.1, se realiza el análisis correspondiente.

3. RESULTADOS
El objetivo del estudio fue determinar el comportamiento mecánico mediante pruebas de flexión en tres puntos de un fémur porcino con la finalidad de hacer comparaciones mecánicas mediante análisis experimentales. Por lo tanto, en este trabajo se presentan únicamente los resultados obtenidos del análisis numérico. Asimismo se realizaron una serie de simplificaciones en el modelo que deben de ser tomadas en cuenta en la interpretación de los resultados.
Dichas simplificaciones tienen que ver con la generación del modelo al ser considerado como una estructura solida formada únicamente con hueso cortical. Sin embargo, el hueso en el fémur esta constituido por dos epífisis (proximal y distal) las cuales tienen hueso cortical en la parte exterior y hueso trabecular en la parte inferior, y una diáfisis en la parte central y más larga del cuerpo del fémur, la cual esta constituida por hueso cortical en la parte exterior y una cavidad medular hacia el centro. Las propiedades mecánicas de cada material y la morfometría sin duda impactan directamente en el comportamiento mecánico del fémur. Sin embargo, al ser una prueba de flexión en tres puntos con la carga aplicada en la diáfisis, las epífisis no intervienen directamente al momento de soportar dicha carga.
Estas consideraciones deben de ser tomadas en cuenta en la interpretación de los resultados. Sin embargo, los datos obtenidos aquí son únicamente con la finalidad de observar el comportamiento mecánico del fémur al aplicar una fuerza bajo cargas de flexión en tres puntos. Estos datos deben ser evaluados posteriormente mediante pruebas mecánicas experimentales.
En este caso el propósito de las pruebas de flexión en hueso es establecer su relativa resistencia cuando es sometido a una carga de manera tal que se provoque una flexión sobre un eje. Se aplicaron tres cargas de 1000N 1500N y 2000N, y fueron elegidas con el objetivo de comparar el comportamiento mecánico del fémur bajo el incremento de las cargas. Estas cargas serán adecuadas posteriormente al caso del análisis experimental en donde se pretende aplicar una carga hasta que el material falle, por lo que las cargas aquí analizadas son únicamente con el fin de ilustrar el comportamiento del material óseo bajo flexión en tres puntos.

La Figura 6 muestra el modelo una vez que ha sido importado en ANSYS® Workbench™ Versión 12.1.

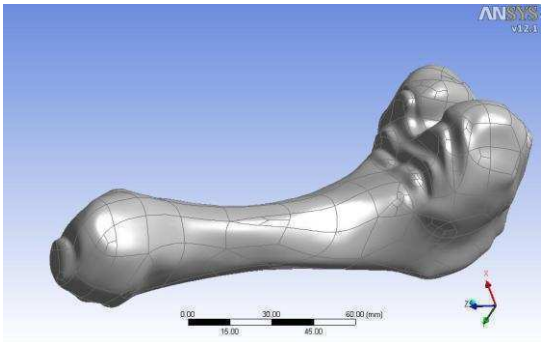


Figura 6 *Modelo importado a* ANSYS® Workbench™ Versión 12.1.

El tipo de elemento utilizado para el mallado del fue el Solid 186 de 20 nodos y 3 grados de libertad para cada nodo. El número de nodos generados fueron 14446 y el número de elementos fueron 8327, como se muestra en la Figura 7.

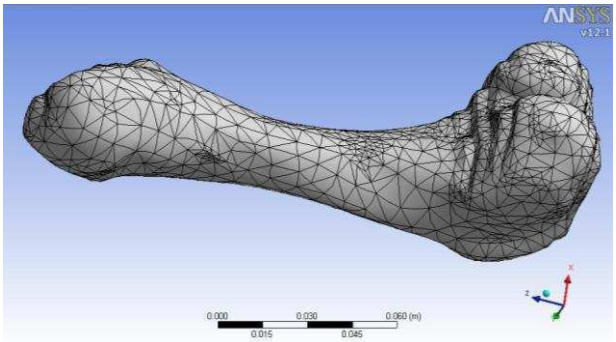
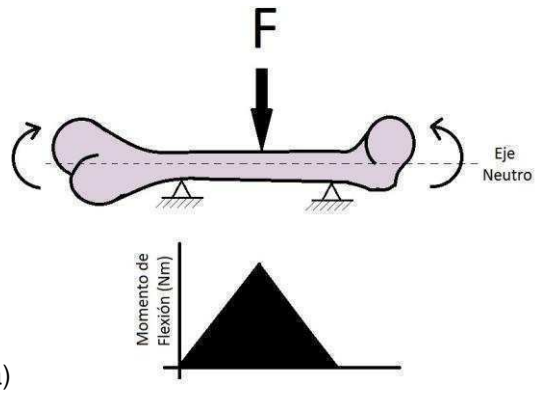


Figura 7 *Mallado del modelo final*

El análisis fue de tipo estático estructural, las cargas aplicadas fueron de 1000N 1500N y 200N aplicándose en la parte superior de la diáfisis y empotrándose en la parte inferior de la diáfisis como se muestra en las Figuras 8a y 8b.

a)



b)

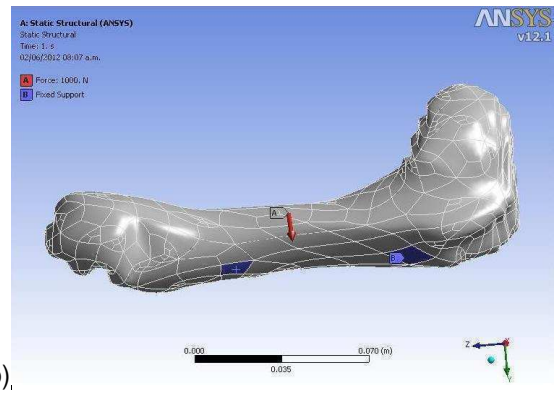


Figura 8 *Aplicación de las cargas y restricciones. a. Diagrama de Cuerpo Libre. b. Análisis de Cargas aplicadas*.

Los resultados de los esfuerzos tipo Von Mises, normales, cortantes y deformación total para los tres casos de carga son mostrados en las Figuras 9, 10 y 11.

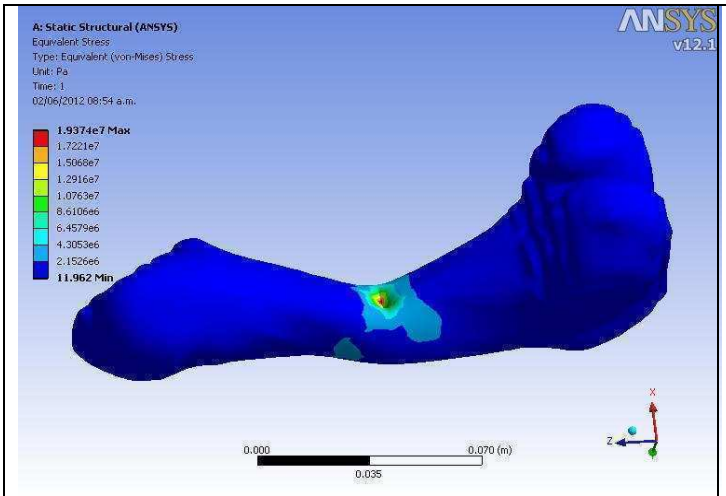
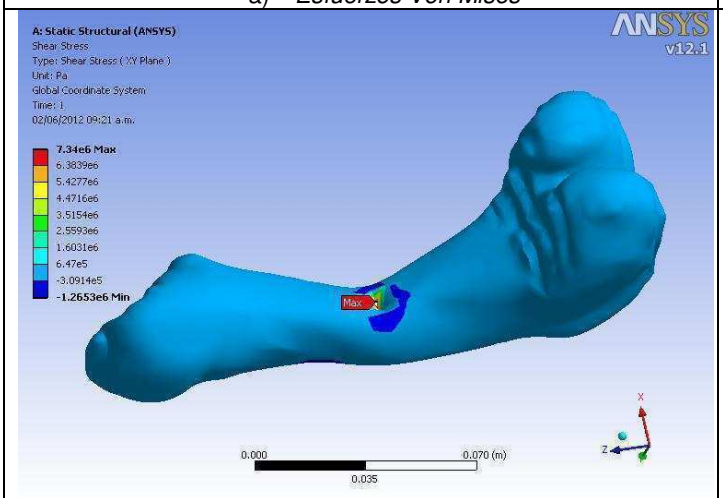
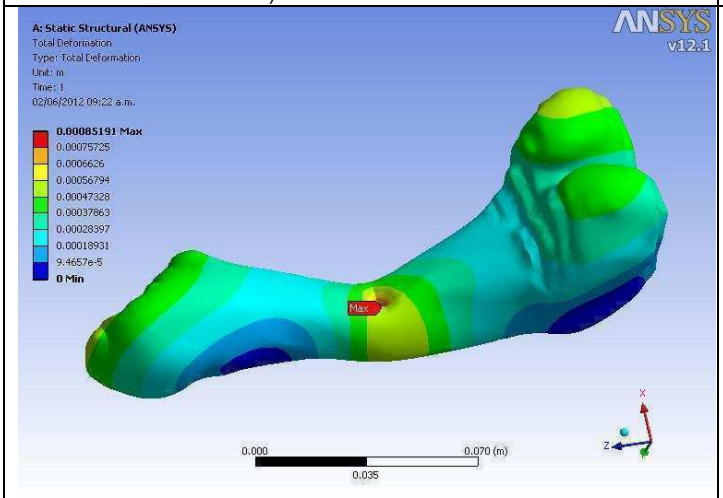
 a) *Esfuerzos Von Mises*	El valor máximo para una carga de 1000N en Esfuerzos Von Mises fue de 19.374MPa.
 b) *Esfuerzos cortantes*	El valor máximo para una carga de 1000N en esfuerzos cortantes fue de 7.34MPa.
 c) *Deformación total*	La deformación total para una carga de 1000N fue de 0.851mm.

Figura 9 *Distribución de esfuerzos y deformaciones para una carga de 1000N.*

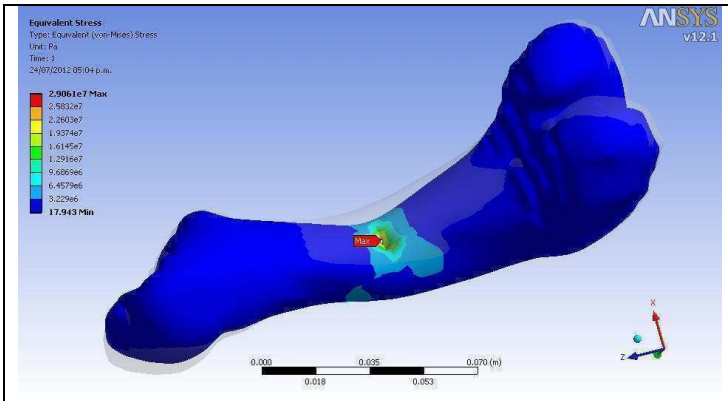
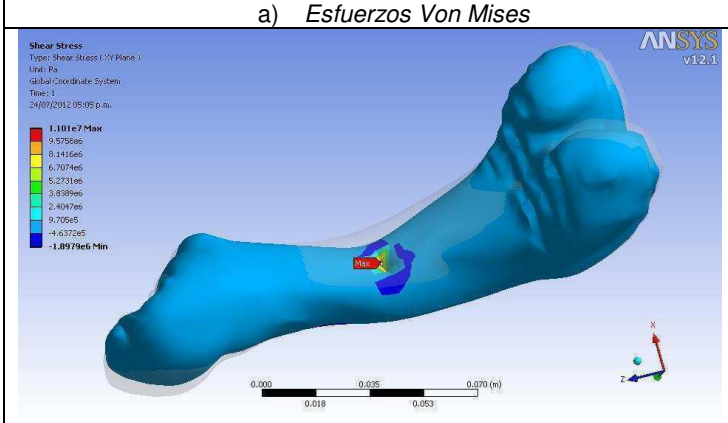
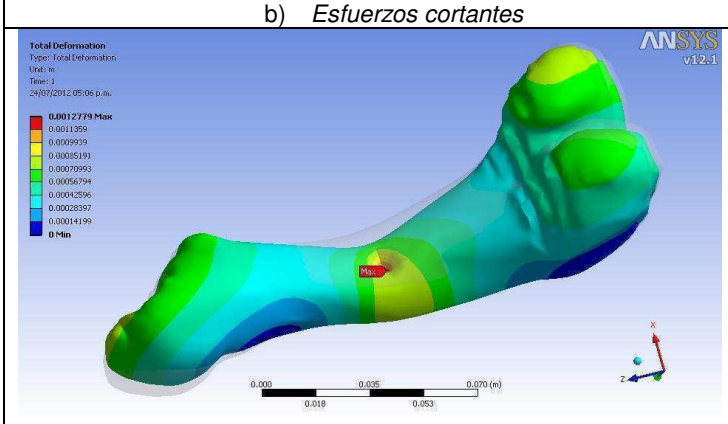
 a) *Esfuerzos Von Mises*	El valor máximo para una carga de 1500N en Esfuerzos Von Mises fue de 29.061MPa.
 b) *Esfuerzos cortantes*	El valor máximo para una carga de 1500N en esfuerzos cortantes fue de 11.01MPa.
 c) *Deformación total*	La deformación total para una carga de 1500N fue de 1.277mm.

Figura 10 *Distribución de esfuerzos y deformaciones para una carga de 1500N.*

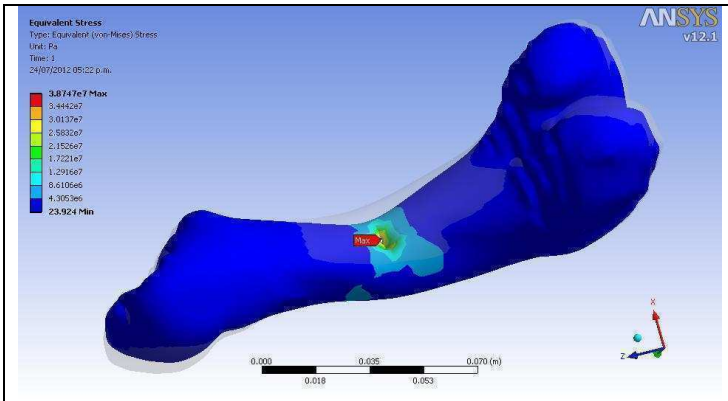
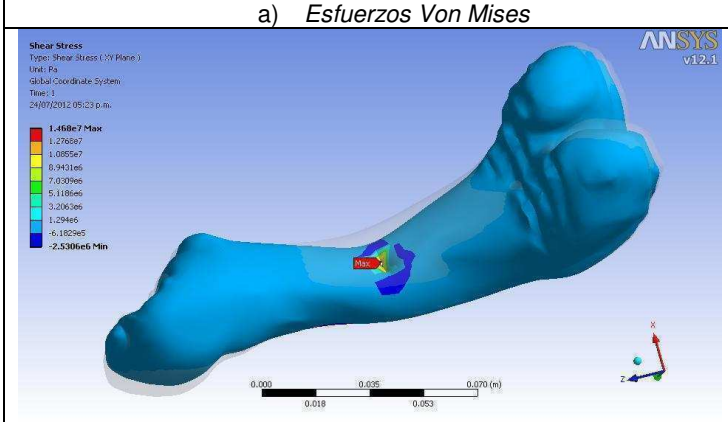
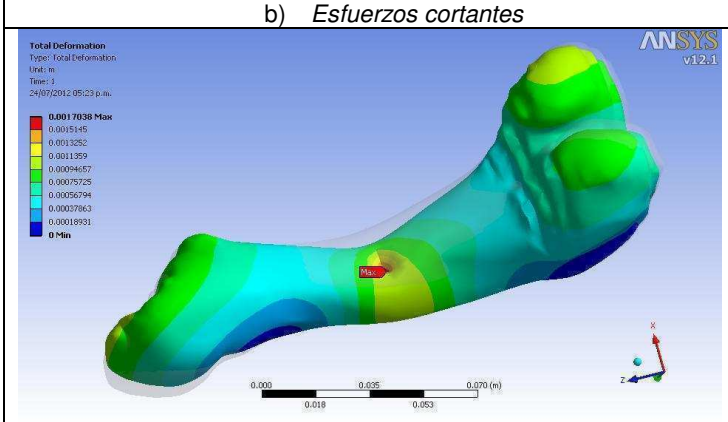
 a) *Esfuerzos Von Mises*	El valor máximo para una carga de 2000N en Esfuerzos Von Mises fue de 38.747MPa.
 b) *Esfuerzos cortantes*	El valor máximo para una carga de 2000N en esfuerzos cortantes fue de 14.68MPa.
 c) *Deformación total*	La deformación total para una carga de 2000N fue de 1.703mm.

Figura 11 *Distribución de esfuerzos y deformaciones para una carga de 2000N.*

Los resultados obtenidos muestran una concentración de esfuerzos en la zona media de la diáfisis sometiéndola a compresión en la parte superior y a tensión en la inferior, mientras que no existen esfuerzos actuando a lo largo del eje neutral, aunque debido a la asimetría del hueso los esfuerzos de tensión y compresión pueden no ser iguales. Puesto que el hueso es más débil a los esfuerzos de tensión, las fracturas se propagan desde la superficie del hueso sometida a tensión hasta la superficie sometida a compresión transversalmente. En la Tabla 2 se muestran los resultados obtenidos para los tres casos de carga (1000N, 1500N y 2000N).

Tabla 2 *Resultados obtenidos para los tres casos de carga.*

Cargas	***1000N***	***1500N***	***2000N***
Esfuerzo Von Mises	19.374MPa	29.061MPa	38.747MPa
Esfuerzos Cortantes	7.34MPa	11.01MPa	14.68MPa
Deformación Total	0.851mm	1.277mm	1.703mm

Como se observa en los resultados obtenidos y en las imágenes de las figuras 9, 10 y 11, tanto los esfuerzos Von Mises como los cortantes incrementan proporcionalmente conforme se incrementa la carga. Las imágenes muestran una concentración de esfuerzos con un patrón muy similar, mientras que la Figura 12 se observa un corte en zona de la diáfisis en donde se observa la distribución interna de los esfuerzos. Esto implica un posible fallo en la zona central de la diáfisis por cizallamiento, ya que todas las concentraciones de esfuerzos muestran una distribución similar dentro de la misma zona.

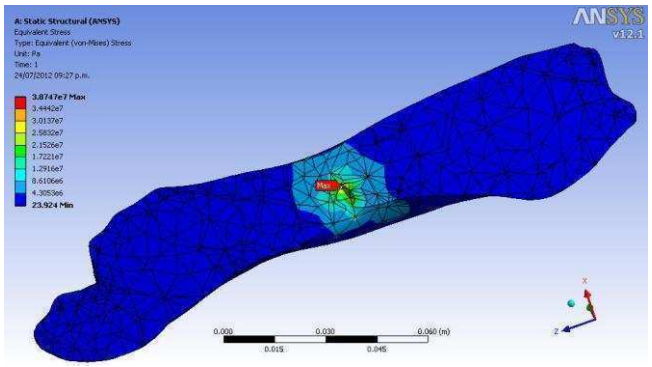


Figura 12 *Distribución de esfuerzos para una carga de 2000N en la parte interna de la diáfisis.*

Dentro del campo de la biomecánica los análisis numéricos basados en el MEF tienen sus limitaciones y sus ventajas, entre las primeras se encuentran aspectos tales como las simplificaciones y suposiciones del tipo de material y sus propiedades mecánicas, mientras que sus principales ventajas radican en el hecho de poder resolver geometrías caprichosas mediante aproximaciones, reducción en el uso de especímenes animales y humanos y obtención de resultados muy cercanos a los obtenidos por medios experimentales.

4. CONCLUSIONES.

El objetivo principal de este estudio fue desarrollar una metodología para la generación de un modelo tridimensional computacional a partir de Tomografías Computarizadas, lo cual representa la obtención de un modelo más fiel a su morfometría real y por lo tanto el análisis biomecánico garantiza resultados más confiables en comparación con otras técnicas de modelado. Por lo que, las cargas elegidas son solo ilustrativas con la finalidad de ver la distribución de los esfuerzos y el posible modo en que el fémur puede fallar. Algunos aspectos importantes a considerar en la generación del modelo son, el mallado, el establecimiento de las condiciones de frontera, la correcta aplicación de las cargas y la definición de las propiedades mecánicas de los materiales, tales como el Módulo de Young y el Coeficiente de Poisson.

Una correcta interpretación de los resultados, depende en gran medida de las simplificaciones consideradas en un análisis de este tipo, ya que el hueso es un material compuesto y su comportamiento biomecánico se ve afectado por la complejidad de su estructura. Es decir, se comporta viscoelásticamente, es completamente anisótropo y para nada es homogéneo, continuo ni lineal. Sin embargo, dichas simplificaciones son necesarias a fin de ahorrar recursos computacionales, teniendo cuidando de que los resultados no se alejen demasiado de la realidad. Una forma de controlar esto, es mediante la comparación con resultados obtenidos de manera experimental.

Por lo tanto, como trabajo futuro se necesita realizar experimentos que validen la parte numérica y le den sustento. En la medida que esto sea logrado, se reducirá de manera considerable la

experimentación tanto en humanos como en animales, lo cual por supuesto implica cuestiones éticas y legales, y eso precisamente es la importancia y el poder de los análisis numéricos hoy en día.

5. REFERENCIAS.

[1] Rincón, E.; Ros, F.; Claramunt, R.; Arranz, F. (2004). "Caracterización mecánica del material óseo". *Revista Tecnología y Desarrollo*. Vol. 2, pp. 1697-1714.

[2] Buroni, F.C.; Commisso, P.E.; Cisilino, A.P.; Sammartino, M. (2004). "Determinación de las constantes elásticas anisótropicas del tejido óseo utilizando tomografías computadas. Aplicación a la construcción de modelos de elementos finitos". *Mecánica Computacional*. Vol. 23, pp. 1-24.

[3] D'Amico, D.S.; Cisilino, A.P.; Sammartino, M.R.; Capiel C. (2005). "Modelado computacional de estructuras óseas utilizando el método de los elementos finitos y tomografías computarizadas: Anáisis de la estabilidad de un implante gleno-humaral". *VII Congreso Argentino de Mecánica Computacional*. Buenos Aires, Argentina.

[4] Liebschber, M.A.K. (2003). "Biomechanical considerations of animal used in tissue engineering of bone". *Biomaterials*. Vol. 25 (9), pp. 1697-1714.

[5] Pearce, A.I.; Richards, R.G.; Milz, S.; Schneider, E.; Pearce S.G. (2007). " for implant biomaterial research in bone: A review". *European Cells and Materials*. Vol. 13, pp.1-10.

[6] Sisson, S.; Grossman, J.D. (1985). *Anatomía de animales domésticos*. Barcelona. Quinta Edición, Tomo I. Salvat Editores S.A.

[7] Schwarze, E.; Schröder, L. (1984). Compendio de a*natomía veterinaria: Introducción a la anatomía veterinaria*. Zaragoza. Segunda Edición, Tomo I. Acribia.

[8] Aerssens, J.; Boonen, S.; Lowet, G.; Dequeker, J. (1998). "Interspecies differences in bone composition, density, and quality: Potential implications for in vivo bone". *Endocrinology*. Vol. 139 (2), pp. 663-670.

[9] Bonney, H.; Colston, B.J.; Goodman, A.M. (2011). "Regional variation in the mechanical properties of cortical bone from the porcine femur". *Medical Ebgineering & Physics*. Vol. 33 (4), pp. 513-520.

[10] Feng, L.; Chittenden, M.; Schirer, J.; Dickinson, M.; Jasiuk, I. (2012). "Mechanical properties of porcine femoral cortical bone measured by nanoindentation". *Journal of Biomechanics*. http://dx.doi.org/10.1016/j.jbiomech.2012.05.001.

[11] Feng, L.; Jasiuk, I. (2011). "Multi-scale characterization of swine femoral cortical bone". *Journal of Biomechanics*. Vol. 44 (2), pp. 313-320.

[12] Dadkhah, F. y Zecher J. (2009). ANSYS® Workbench™: Software Tutorial with Multimedia CD, Release 12. Estados Unidos de Norteamérica. Primera Edición. Schroff Development Corporation.

[13] Huei-Huang, L. (2010). Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 12: Theory-Applications-Case studies. Estados Unidos de Norteamérica. Primera Edición. Schroff Development Corporation.

[14] Jaecquesa, S.V.N.; Van Oosterwycka, L.; Muraura, L.; Van Cleynenbreugela, T.; De Smetb, E.; Weversc, M.; Naertb, I.; Vander Slotena, J. (2004). "Individualized, micro CT-based finite element modeling as a tool for biomechanical analysis related to tissue engineering of bone". *Biomaterials*. Vol. 25 (9), pp. 1683-1696.

[15] Bertozzi, L.; Stagni, R.; Fantozzi, S.; Capello, A. (2008). "Biomechanical Modeling from In-Vivo Data". *Springer Berlin-Heidelberg*. Vol. 4650, Cai, Yang in Digital Human Modeling-Lecture Notes in Computer Science, pp. 133-160.

[16] Haisheng, Y.; Xin, M.; Tongtong, G. (2010). "Some factors that the effect the comparison between isotropic and orthotropic inhomogeneus finite element material models of femur". *Medical Engineering & Physics*. Vol. 32 (6), pp. 553-560.

[17] Yosibash, Z.; Padan, R.; Joskowicz, L.; Milgrom, C. (2007). "A CT-Based High-Order finite element analysis of the human proximal femur compared to in-vitro experiments". *Journal of Biomechanical*. Vol. 129 (3), pp. 297-309.

[18] Wirtz, D.C.; Schiffers, N.; Pandorf, T.; Radermacher, K.; Weichert, D.; Forst, R. (2000). "Critical evaluation of know bone material properties to realize anisotropic FE-simulation of the proximal femur". Journal of Biomechanical. Vol. 33 (10), pp. 1325-1330.

[19] Taylor, W.R.; Roland, E.; Ploeg, H.; Hertig, D.; Klabunde, R.; Warner, M.D.; Hobatho, M.C.; Rakotomanana, L.; Clift, S.E. (2002). "Determination of orthotropic bone elastic constants using FEA and modal analysis". Journal of Biomechanical. Vol. 35 (6), pp. 767-773.

[20] Crenshaw, T.D.; Peo, E.R. Jr.; Lewis, A.J.; Moser, B.D.; Olson, D. (1981). "Influence of age, sex and calcium and phosphorus levels on the mechanical properties of various bones in swine". *Journal of Animal Science*. Vol. 52 (6), pp. 1319-1329.

Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean agradecer a el Instituto Politécnico Nacional (IPN), a el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), al Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), por todo el apoyo concedido para la realización de esta investigación, que sin ellos no hubiera sido posible.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

MODELADO FÍSICO-MATEMÁTICO DE UN COLECTOR SOLAR DEL TIPO PLACA PLANA CON INERCIA TÉRMICA

Lucchini, Juan M. [1], *Stoll, Rodolfo G., Garnica, Javier H., Barral, Jorge R.*

[1] Universidad Nacional de Río Cuarto, Facultad de Ingeniería, Departamento de Mecánica.
Ruta Nac. 36, Km. 601, CP 5800, Río Cuarto. mlucchini@ing.unrc.edu.ar.

RESUMEN:

En este trabajo se presenta el modelado y validación experimental de un colector solar del tipo placa plana, este dispositivo se encuentra vinculado hidráulicamente a un tanque con agua aislado térmicamente para el almacenamiento de energía térmica. El desempeño térmico del colector se midió durante varios periodos de calentamiento y enfriamiento mediante termocuplas acopladas en la entrada, en la salida y en el ambiente donde estaba el colector, asimismo se midió la radiación solar incidente. Mediante los datos obtenidos, se construyó un modelo físico-matemático unidimensional de un colector solar del tipo placa plana con ecuaciones que tienen que tener en cuenta la derivada de la temperatura en función del tiempo, debido a la inercia térmica que posee el sistema. Se utilizaron correlaciones de transferencia de calor propuesta por la bibliografía de referencia, consiguiendo un comportamiento similar con el dispositivo real medido. Los resultados obtenidos del modelo numérico de un colector solar se compararon en gráficos de temperatura en función del tiempo.

Palabras claves: Colector solar, modelo físico matemático, placa plana, validación.

1. INTRODUCCIÓN.

Los sistemas de calentamiento de agua solar del tipo termosifónicos son muy convenientes dados sus bajos requerimientos tecnológicos, la simplicidad de montaje y su operación que prácticamente no requiere acciones de mantenimiento. El principio de funcionamiento es sumamente simple, ya que el usuario no debe preocuparse en absoluto de la existencia del sistema, debiendo solamente suplir el faltante energético con una fuente auxiliar convencional cuando las condiciones climáticas no son favorables [1].

Los colectores solares más difundidos son aquellos que el sistema absorbedor está conformado por una serie de tubos acoplados a una aleta [2]. La Figura 1 muestra el detalle de un sistema absorbedor de energía de un colector de placa plana clásico. La placa-colectora (a) es vinculada térmicamente a una serie de tubos de cobre (c) mediante una soldadura (d). El fluido caloportador, generalmente agua, circula por el interior de los tubos y remueve el calor generado por la absorción de energía de la placa colectora. Este tipo de sistema constructivo presenta, en general, problemas de congelamiento y rotura en zonas relativamente frías o de clima continental.

Sin embargo, se ha comprobado para la región central de Argentina que un diseño especial de colectores pueden sobrellevar muy bien este problema de congelamiento. Este sistema constructivo se muestra en la figura 2, la placa colectora (a) está formada por dos láminas metálicas plegadas en forma triangular y unidas mediante una soldadura. El fluido caloportador ingresa por un tubo (b) y pasa a un cabezal (c) donde se distribuye por los distintos canales (d) formados al construir este sistema. Este sistema presenta dos ventajas: Los canales formados tienen un volumen considerable comparado con los sistemas clásicos, aumentando la inercia térmica del colector. Por otro lado, la forma acanalada de la placa colectora resiste de mejor manera la dilatación por el congelamiento del fluido caloportador.

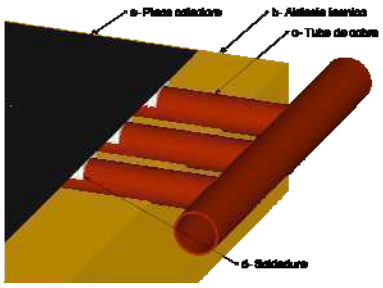


Figura 1: Detalle de colector clásico.

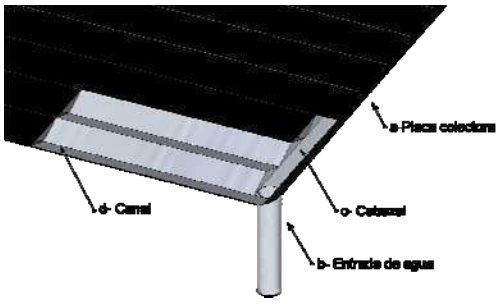


Figura 2: Detalle de colector en estudio.

Por estas razones, actualmente existen muchas instalaciones basadas en sistemas termosifónicos de mediana inercia térmica con más de 10 años de funcionamiento [10], que han demostrado poder sobrellevar el típico problema de congelamiento en la región central y además, funcionan con un alto grado de confiabilidad [3].

Los fabricantes de estos sistemas utilizan ciertos criterios de diseño para satisfacer la demanda de agua caliente en función de su experiencia práctica. Sin embargo, no cuentan con herramientas que permitan realizar un análisis preciso del real beneficio económico en el uso de los mismos, predecir su comportamiento frente a condiciones no comunes de funcionamiento o, identificar factores críticos que estarían contribuyendo a la disminución de la eficiencia energética.

Por otra parte, El colector clásico como sistema estacionario ha sido ampliamente estudiado y permite utilizar simulaciones simplificadas que utilizan intervalos de tiempo del orden de 15 minutos [4]. No obstante, el colector que se estudia aquí posee cierta inercia térmica lo que obliga a considerar al sistema operando en permanente estado transitorio, con ecuaciones que tienen que tener en cuenta la derivada de la temperatura en función del tiempo [5].

También, existen muchos ensayos a realizar a los colectores y sistemas completos, tales como la pruebas de desempeño térmico ISO 9459-2 [6] para sistemas completos y la norma Standard

ANSI/ASHRAE 93-2003 para colectores únicamente [7]. Durante estas pruebas de rendimiento, el colector o sistema completo es tratado como "caja negra", evaluando sus variables de entrada y de salida. Esto permite una rápida comparación entre los sistemas desarrollados y los sistemas existentes en el mercado, ya que ensayos realizados a distintos equipos tienen resultados comparables. Sin embargo, las pruebas realizadas a los mismos no dan detalles acerca de la calidad del diseño de los componentes y de la instalación y solo permiten predecir la energía anual que es capaz de entregar un determinado sistema.

En este trabajo se persigue disponer de una herramienta de simulación confiable que permita evaluar un colector de placa plana teniendo en cuenta su inercia térmica y cada una de sus componentes. Los modelos físicos-matemáticos simulados y validados permiten identificar los puntos críticos del sistema real. También contribuyen a formular propuestas para optimizar diseños y utilización de materiales mediante un análisis de sensitividad del las variables presentes en el modelo. Asimismo, pueden ser utilizados para realizar estudios de exergía. Esta herramienta, basada en la segunda ley de la Termodinámica, detecta las pérdidas de energía disponible de cada componente o parte de la instalación del sistema por separado mediante el concepto de destrucción de exergía [8,9].

2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA.

El colector de estudio se muestra en la Figura 3, las dimensiones exteriores son de 2500 mm de ancho, 1000 mm de alto y 100 mm de espesor. Esta provista de dos conexiones para la entrada de agua (en forma paralela) de diámetro nominal de 12,7 mm (a), ubicadas en las esquinas inferiores del colector y una para la salida de agua de diámetro nominal de 20,05 mm (b), ubicada en la mitad de la parte superior. La placa colectora (c) que posee 2460 mm de ancho y 960 mm de alto, se coloca en un recinto de chapa galvanizada de calibre 22 (g). Este recinto se encarga de dar rigidez mecánica a todos los componentes y protegerlos de los factores climáticos. La placa absorbedora se encuentra aislada térmicamente en su superficie posterior con fibra de vidrio de 20 mm de espesor (d) y poliestireno expandido de 40 mm de espesor (e). La parte frontal del recinto posee una placa de policarbonato alveolar de 4 mm de espesor (f). Esta placa permite absorber energía radiante del sol y genera el efecto invernadero dentro del recinto. En la Figura 4 se muestra una foto con la vista posterior de la placa colectora donde se aprecia las cañerías de entrada y salida del agua, antes descriptas, como así también el material que forma dicha placa colectora que es acero inoxidable.

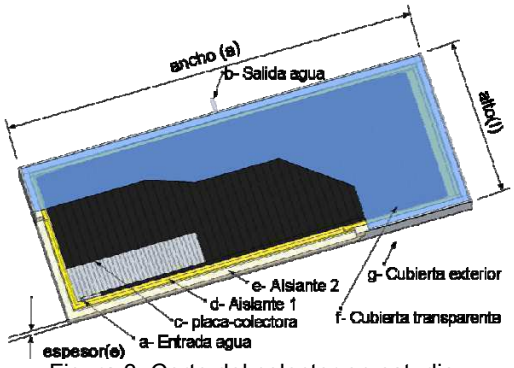


Figura 3: Corte del colector en estudio.

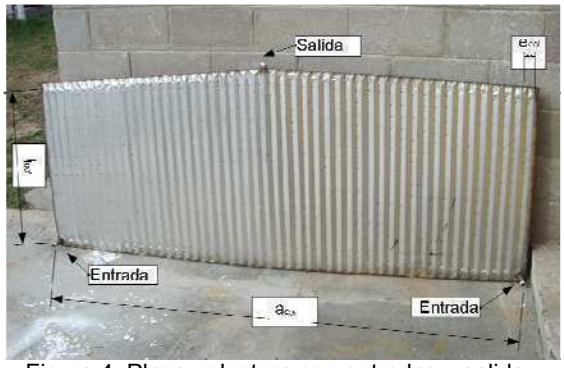


Figura 4: Placa-colectora con entradas y salida.

3. DESARROLLO TEÓRICO.

El modelo físico-matemático propuesto difiere del análisis de tubos soldados a aletas propuesto por Duffie y Beckman [2]. Aquí, el modelo de colector consiste de cinco nodos con temperatura uniforme, donde en cada uno de ellos realiza un balance de energía, las ecuaciones resultantes están concatenadas entre si. Las Ecuaciónes (1) y (3) representan el balance de energía de los nodos superior e inferior y la Ecuación (2) el balance de energía en un nodo intermedio, en donde los subíndices *i* identifican a cada nodo. En estas ecuaciones se considera las pérdidas de calor de los nodos al ambiente (UA_f, UA_p, UA_l y UA_s). la transferencia de calor entre los nodos debido a

la conductividad del agua y de la placa colectora (UA_n). Los penúltimos términos de las ecuaciones representan la variación de energía de cada nodo debido al flujo termosifósico y los últimos consideran la ganancia de energía debido a la radiación solar absorbida por la placa colectora.

$$m_1 \cdot cp \cdot \frac{dT_1}{dt} = -(UA_f + UA_p + 2 \cdot UA_l - UA_s) \cdot (T_{amb} - T_1) - UA_n \cdot (T_2 - T_1) + \dot{m} \cdot cp \cdot (T_2 - T_1) + S \cdot (a \cdot l) \quad (1)$$

$$m_i \cdot cp \cdot \frac{dT_i}{dt} = -(UA_f + UA_p + 2 \cdot UA_l) \cdot (T_{amb} - T_1) - UA_n \cdot (T_{i+1} - T_i) + \dot{m} \cdot cp \cdot (T_{i+1} - T_i) + S \cdot (a \cdot l) \quad (2)$$

$$m_5 \cdot cp \cdot \frac{dT_5}{dt} = -(UA_f + UA_p + 2 \cdot UA_l - UA_s) \cdot (T_{amb} - T_5) - UA_n \cdot (T_4 - T_5) + \dot{m} \cdot cp \cdot (T_{in} - T_5) + S \cdot (a \cdot l) \quad (3)$$

Para determinar el volumen de cada nodo se aproximó el área trasversal de la placa colectora formada por triángulos a un rectángulo de área equivalente. El volumen de cada nodo fue de 3,92 litros y las dimensiones fueron de 2460 mm de ancho, 196 mm de alto y 4 mm de espesor.

Las suposiciones realizadas para simplificar el modelo fueron: a) el flujo del fluido es uniforme, b) el flujo de calor se considera unidimensional y c) las propiedades físicas son independiente de la temperatura. En la Figura 5 se muestra la red de conductancias térmicas que se empleó para estimar el comportamiento del colector solar.

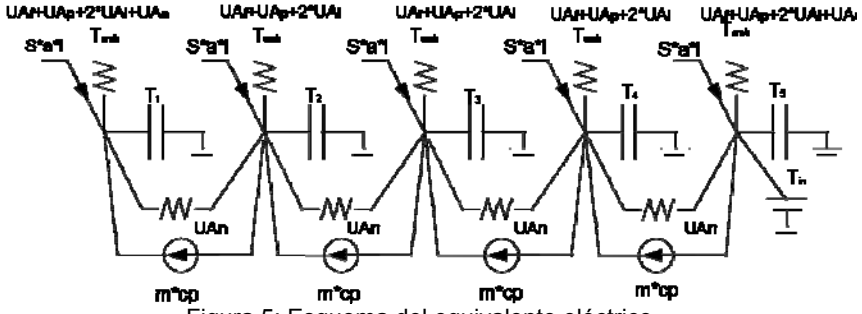


Figura 5: Esquema del equivalente eléctrico.

3.1 Determinación de los coeficientes de transferencia de calor

En la figura 6, se muestra un esquema de la red de conductancias térmicas para el para el nodo 5, no se ha representado el flujo de calor que ingresa al nodo por radiación, ni el flujo de energía entrante debido al flujo másico dentro del colector. Para determinar la conductancia de calor total entre la placa absorbedora y el medio ambiente (UA_f) se considera al fenómeno de convección ($h_{conv\text{-}pc}$) y de radiación entre la placa absorbedora y la cubierta transparente ($h_{rad\text{-}pc}$). Además, la conductividad del la cubierta de policarbonato. Por último, se supone que la cubierta transparente de policarbonato pierde calor debido a la convección generada por el viento (H_{win}) y al proceso de radiación hacia el medio ambiente ($h_{rad\text{-}ca}$). Aquí se utiliza el análisis realizado por Duffie y Beckman [2] para determinar los coeficientes de transferencia de calor que componen la Ecuación (4).

$$UA_f = \left(\frac{5}{(h_{conv-pc} + h_{rad-pc}) \cdot l \cdot a} + \frac{5 \cdot e_{poli}}{k_{poli} \cdot l \cdot a} + \frac{5}{(h_{win} + h_{rad-ca}) \cdot l \cdot a} \right)^{-1} \quad (4)$$

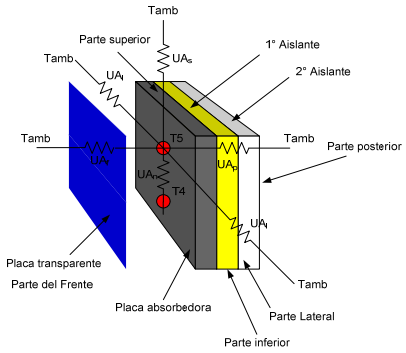


Figura 6: Esquema del equivalente eléctrico.

La correlación de Hollands mostrada por la Ecuación (5) para canales rectangulares es utilizada para determinar el coeficiente transferencia de calor por convección, hcon-pc, entre la placa absorbedora y la cubierta transparente. Donde la relación entre el Número de Nusselt y Rayleigh para ángulos de inclinación de 0 a 75° es:

$$N_u = 1 + 1{,}44\left[1 - \frac{1708\left(sen1{,}8\,\beta_c\right)^{1.6}}{Ra\cos\beta_c}\right]\left[1 - \frac{1708}{Ra\cos\beta_c}\right]^{+} + \left[\left(\frac{Ra\cos\beta_c}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]^{+} \tag{5}$$

Donde los exponentes + indican que solamente los valores positivos son utilizados en esta Ecuación. Donde el número de Nusselt y Rayleigh es desfinido en las Ecuaciones (6) y (7):

$$N_u = \frac{h_{conv-pc} L}{k_a} \tag{6}$$

$$Ra = \frac{g\,\beta_a\,\Delta T\,L^3}{v_a \alpha_a} \tag{7}$$

El coeficiente de transferencia de calor por radiación entre la placa absorbedora y la cubierta transparente se obtiene a partir de la Ecuación (8), donde ε es la emisividad entre ambas placas.

$$h_{rad-pc} = \frac{\sigma \cdot (T_i + T_{poli}) \cdot (T_i^2 + T_{poli}^2)}{\frac{1}{\varepsilon_{placa}} + \frac{1}{\varepsilon_{poli}} - 1} \tag{8}$$

El coeficiente de convección debida al viento se calcula por la Ecuación (9), donde su máximo valor es 5 W/m^2 o un valor que es función de la velocidad del viento y una longitud característica, Le, que se obtiene de la raíz cúbica del volumen del colector [2].

$$h_{win} = \max\left[5, \frac{8{,}6 \cdot vel^{0{,}6}}{L_e^{0{,}4}}\right] \tag{9}$$

El coeficiente de transferencia de calor por radiación entre la cubierta y el medio ambiente propuesto es dado por la Ecuación (10):

$$h_{rad-ca} = \varepsilon_{poli}\,\sigma\left(T_{amb}{}^2 + T_{poli}{}^2\right)\left(T_{amb} + T_{poli}\right) \tag{10}$$

La Ecuación (11) representa las pérdidas de calor del nodo hacia la parte posterior del colector. La Ecuación (12) representa la conductancia total de calor de cada nodo con el exterior a través de las superficies laterales. Así mismo la Ecuación (13) representa el coeficiente de transmisión de calor de un nodo con el exterior por la superficie. El coeficiente de transmisión de calor de un nodo con el nodo superior se calcula por la Ecuación (14), en donde se supone que existe conducción en el agua y en el metal que forma la pared del colector. Se adoptó un coeficiente de convección h_{agua} de 300 w/m^2. El término *l* representa la altura del colector, el termino *a* el ancho y e el espesor, de igual manera k es la conductividad térmica del material.

$$UA_p = \left(\frac{5}{h_{agua} \cdot l \cdot a} + \frac{5 \cdot e_{aisl1}}{k_{aisl1} \cdot l \cdot a} + \frac{5 \cdot e_{aisl2}}{k_{aisl2} \cdot l \cdot a} + \frac{5}{h_{win} \cdot l \cdot a} \right)^{-1} \quad (11)$$

$$UA_l = \left(\frac{5}{h_{agua} \cdot l \cdot e} + \frac{5 \cdot e_{aisl1}}{k_{aisl1} \cdot l \cdot e} + \frac{5 \cdot e_{aisl2}}{k_{aisl2} \cdot l \cdot e} + \frac{5}{h_{win} \cdot l \cdot e} \right)^{-1} \quad (12)$$

$$UA_s = \left(\frac{5}{h_{agua} \cdot a \cdot e_{placa}} + \frac{e_{aisl1}}{k_{aisl1} \cdot a \cdot e_{placa}} + \frac{e_{aisl2}}{k_{aisl2} \cdot a \cdot e} + \frac{1}{h_{win} \cdot a \cdot e} \right)^{-1} \quad (13)$$

$$UA_n = \frac{5 \cdot k_{agua} \cdot e \cdot a}{l} + \frac{5 \cdot k_{metal} \cdot 2 \cdot (a+e) \cdot e_{metal}}{l} \quad (14)$$

3.2 Análisis de la Radiación Absorbida por el Sistema Cubierta Placa-Colectora.

Duffie y Beckman [2] realizan un análisis de la radiación absorbida del sistema cubierta-placa colectora donde el material de la cubierta es vidrio y utiliza un modelo de cielo isotrópico para predecir, mediante la Ecuación (15), la radiación absorbida por la placa colectora. El primer término de la Ecuación (15) de esta ecuación es la energía que aporta la radiación directa, el segundo termino la energía que aporta la radiación difusa y el tercer termino la energía que aporta la radiación reflejada desde suelo.

$$S = I_b R_b (\tau\alpha)_b + I_d (\tau\alpha)_d \left(\frac{1+\cos\beta_c}{2} \right) + \rho_g (I_b + I_d)(\tau\alpha)_g \left(\frac{1+\cos\beta_c}{2} \right) \quad (15)$$

El análisis aquí es ligeramente distinto, Barral [11] propuso usar la Ecuación (16) que contiene un término adicional que es la energía que aporta la radiación directa atenuada y convertida en difusa, además el coeficiente transmitacia-absortancia para la radiación directa $(\tau\alpha)_b$ tiene diferente valor ya que corresponde a diferente material, en este caso policarbonato. Por lo explicado, se utiliza la Ecuación 16 se utiliza para obtener la radiación que absorbe la placa colectora.

$$S = I_b R_b (\tau\alpha)_b + I_d (\tau\alpha)_d \left(\frac{1+\cos\beta_c}{2} \right) + \rho_g (I_b + I_d)(\tau\alpha)_g \left(\frac{1+\cos\beta_c}{2} \right) + R_b (C_{bd}\alpha) I_b \quad (16)$$

Mediante la Ecuación (17) se encuentra el factor geométrico Rb. Este coeficiente relaciona el ángulo de incidencia de la radiación directa (θ) respecto a una recta normal al plano frontal del colector con el ángulo azimutal (θ_z) de la radiación solar directa.

$$Rb = \frac{\cos\theta}{\cos\theta_z} \tag{17}$$

Para una superficie inclinada un ángulo β_c, el coseno del ángulo de incidencia θ se calcula con la Ecuación (18).

$$\cos\theta = sen\delta \cdot sen(\phi + \beta_c) + \cos\delta \cdot \cos(\phi + \beta_c) \cdot \cos\omega \tag{18}$$

La declinación solar δ es el ángulo de incidencia de la radiación solar sobre la superficie de la tierra y ϕ es la latitud de Río Cuarto. La declinación se calculó por medio de la Ecuación (19), que es la fórmula simplificada de Cooper [2]. Donde n es el día juliano. Por último, el ángulo horario ω que es el ángulo medido sobre la trayectoria solar entre los planos que definen el azimut solar. El ángulo es negativo por la mañana y positivo por la tarde, cada 15° corresponde a una hora y al mediodía solar adopta un valor nulo.

$$\delta = 23{,}45 \cdot sen\left(360 \cdot \frac{284+n}{365}\right) \tag{19}$$

Las superficies utilizadas para la absorción de energía solar presentan una absortancia dependiente del ángulo de incidencia θ. En la mayoría de los casos dicha dependencia no se conoce. Sin embargo, los datos disponibles sugieren que para las superficies es válido un ajuste polinomico propuesto por Duffie y Beckman [2]. Donde los resultados de la utilización de este polinomio son representativos del comportamiento que tienen la mayoría superficies absorbedoras, dicha curva, puede ser ajustada por la Ecuación (20) para ángulos de incidencia entre 0º y 80º, en donde la absortividad αn adoptada tiene un valor de 0,9.

$$\frac{\alpha}{\alpha_n} = 1 + 2{,}0345x10^{-3}\theta - 1{,}990x10^{-4}\theta^2 + 5{,}324x10^{-6}\theta^3 - 4.799x10^{-8}\theta^4 \tag{20}$$

Para obtener el productos transmitancia-absortancia $(\tau\alpha)_b$, primero se calcula la transmitancia (τ_b) por medio del gráfico de la Figura 7(a), que se ingresa con el ángulo de incidencia θ y se intersecta con una de las curvas correspondiente al ángulo η. Donde el ángulo η es el ángulo entre la proyección del rayo incidente sobre la cubierta y la dirección de las nervaduras del policarbonato Luego el factor de conversión (C_{db}) se calcula por medio del gráfico de la Figura 7(b), que se ingresa, de igual modo, con el ángulo de incidencia, θ, y se intersecta con una de las curvas correspondiente al ángulo η, luego se trabajan en forma convencional con las absortancias α [12], o sea se obtiene el producto $(\tau\alpha)_b$ y $(C_{db}\alpha)$ por las Ecuaciones (21) y (22) y luego se corrige por la Ecuación (23), que tiene en cuenta la dependencia angular del ángulo de incidencia.

$$(\tau\alpha)_{bn} = 1{,}01 \cdot \tau_b \cdot \alpha \tag{21}$$

$$(C_{db}\alpha)_n = 1{,}01 \cdot C_{db} \cdot \alpha \tag{22}$$

$$\frac{(\tau\alpha)_b}{(\tau\alpha)_{bn}} = 1.000470 - 6{,}055\,x10^{-4}\theta - 4{,}511x10^{-6}\theta^2 + 7{,}49\,x10^{-7}\theta^3 - 2{,}22\,x10^{-8}\theta^4 \tag{23}$$

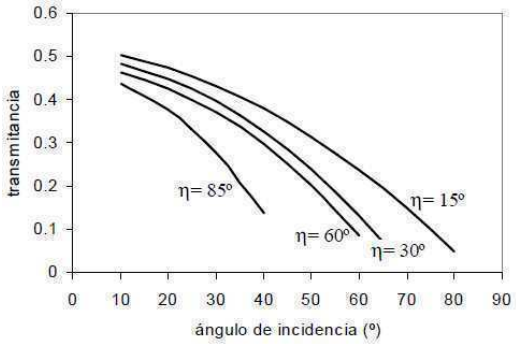


Figura 7(a): Transmitancia del policarbonato para radiación directa, en función del ángulo de incidencia para distintos ángulos entre la proyección del rayo y las nervaduras.

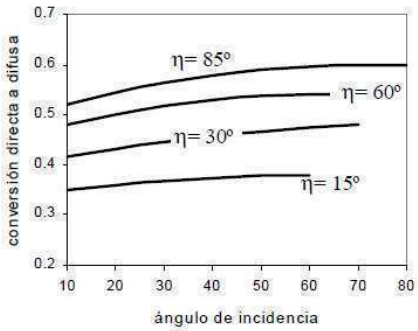


Figura 7(b): Porcentaje de conversión de radiación directa a difusa, en función del ángulo de incidencia para distintos ángulos entre la proyección del rayo y las nervaduras.

Es de destacar en la Figura 8 el sistema de cubierta con ángulos de incidencia y acimutal; en ello se observa como están orientadas las nervaduras de la placa de policarbonato. Seguidamente en la Figura 9 se observa la vista superior de la placa mostrando el ángulo entre la proyección del rayo incidente sobre la cubierta y la dirección de las nervaduras del policarbonato [11].

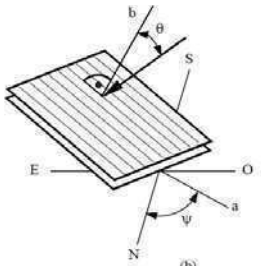


Figura 8: Sistema de cubierta con ángulos de incidencia y acimutal.

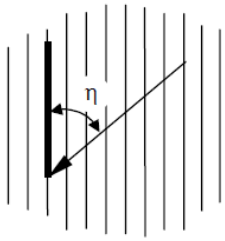


Figura 9: Vista superior de la placa mostrando el ángulo entre la proyección del rayo incidente sobre la cubierta y la dirección de las nervaduras del policarbonato.

Los productos transmitancia-absortancia para la radiación difusa desde el cielo y el producto transmitancia-absortancia para la radiación reflejada desde el suelo, se calculan de la forma convencional [2]. Se obtiene una simplificación considerando el modelo de radiación isotrópica. Para estas radiaciones se define un ángulo de incidencia equivalente, θ, en función del ángulo de inclinación de la superficie, β_c, mediante el cual se tiene en cuenta que toda la radiación transmitida en distintos ángulos puede considerarse como una radiación equivalente que atraviesa la superficie transparente con este ángulo equivalente.

Las superficies utilizadas para la absorción de energía solar presentan una absortancia dependiente del ángulo de incidencia. En la mayoría de los casos dicha dependencia no se conoce. De todas maneras, los datos disponibles sugieren que para las superficies es válido un ajuste polinomio propuesto por Duffie y Beckman (1991) donde los resultados son representativos del comportamiento que tienen la mayoría superficies absorbedoras, la absortividad α_n adoptada tiene un valor de 0,9.

3.3. Determinación del Flujo Másico.

El principio en que se basa el funcionamiento de los sistemas termosifónicos es la diferencia de densidades que existe entre un punto a la entrada del colector hasta un sitio ubicado a lo más alto del tanque de almacenamiento térmico. El flujo másico es una función de la diferencias de densidades y la densidad del fluido es función de su temperaturas. Para determinar el flujo másico dentro del colector, se utiliza la Ecuación (24) basadas en la aproximación de Lof, Close y Cooper mostrada por Duffie y Beckman [2]

$$\dot{m} = \frac{U_L \cdot F' \cdot A_{colector}}{cp \cdot \ln\left[1 - \frac{U_L \cdot (T_{entr} - T_{sal})}{S - U_L \cdot T_{ent} - T_{amb}}\right]} \tag{24}$$

En donde F' es el factor de eficiencia del colector. Este factor representa la relación entre la energía útil obtenida respecto a la que hubiera resultado si la placa colectora hubiese estado a la temperatura del fluido, la Ecuación (25) muestra que para un determinado flujo *F'* es prácticamente constante ya que la dependencia de los términos con la temperatura no es muy fuerte. El coefieciente de convección $h_{conv\text{-}fluido}$ es de 300 w/m^2.

$$F' = \left(1 + \frac{U_L}{h_{conv-fluido} \cdot A_{colector}} + \frac{U_L \cdot e_{acero}}{k_{acero} \cdot A_{colector}}\right)^{-1} \tag{25}$$

El coeficiente de transmisión de calor total del colector, U_L, se determina por la ecuación (26), donde reprenda a la suma de de todas la perdidas de calor del colector.

$$U_L = \frac{5 \cdot UA_f + 5 \cdot UA_p + 10 \cdot UA_l + 2 \cdot UA_s}{2 \cdot (a \cdot l + a \cdot e + l \cdot e)} \tag{26}$$

4. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO COMPUTACIONAL.

Para obtener la evolución de la temperaturas en cada nodo, se reescribieron las ecuaciones diferenciales resultantes del balance de energía en término de incrementos pequeños de la variable tiempo. Por último estas ecuaciones se colocaron en un arreglo matricial representado en la Ecuación (27), en donde $\overline{\overline{A}}$ es una matriz tri-diagonal relacionada con las perdidas de energía del nodo, $\overline{D}$ es un vector relacionado con las perdidas de energía del nodo, $\overline{E}$ es un vector relacionado con las ganancias de energía del nodo y $\overline{F}$ es un vector relacionado con el flujo termosifonico el cual influye en el nodo de entrada.

$$\frac{\overline{\Delta T_{ni+1}}}{\Delta t} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{T_{ni}} + \overline{D} \cdot T_e + \overline{E} + \overline{F} \cdot T_{entrada} \tag{27}$$

En la Figura 10, se observa un diagrama de bloques el cual muestra los principales pasos del programa para lograr la predicción de las temperaturas en el colector.

5. DESARROLLO EXPERIMENTAL

En la Figura 11 se muestra el esquema del experimento realizado, se registraron temperaturas en la placa absorbedora en distintos puntos y en la entrada como en la salida del colector, la radiación solar global y la radiación sobre el plano del colector. Todos los datos fueron tomados y almacenados por un sistema de adquisición de datos Agilent modelo 34970A. Para las mediciones de temperaturas se emplearon termocuplas tipo T.

En la Figura 12 se muestra la disposición de cada termocupla sobre la placa absorbedora. La radiación solar se midió utilizando dos Piranómetros fotovoltaico de marca LI-COR y una estación meteorológica marca PEGASUS modelo EP2000 se usó para registrar la velocidad del viento, humedad relativa y temperatura.

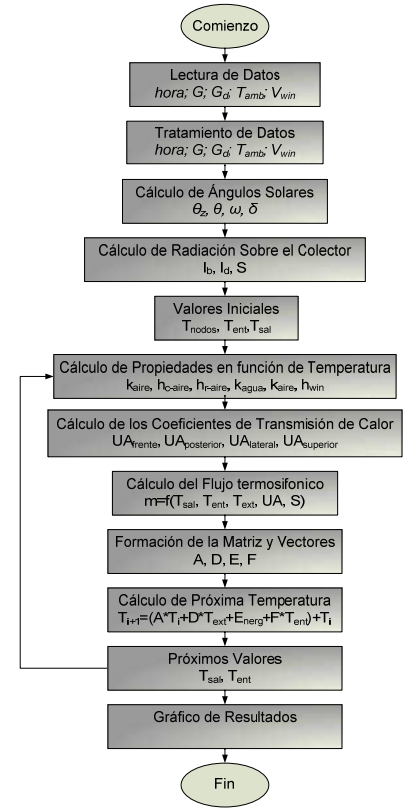


Figura 10: Diagrama de bloque

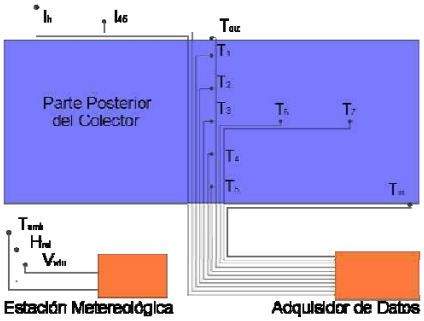


Figura 11: Esquema de configuración de equipos.

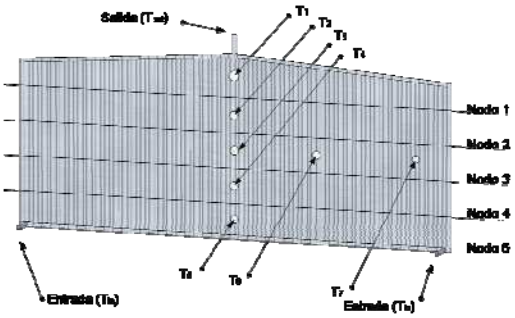


Figura 12: Esquema de los nodos y ubicación de termocuplas.

Las termocuplas fueron fijadas a la placa absorbedora mediante un pegamento del tipo epoxico como se observa en la Figura 13. En la Figura 14 se muestra la disposición de los piranómetros para la medición de radiación solar. En la Figura 15 se muestra la evolución de una temperatura en el nodo 3, 6 y 7 y se comprueba que las temperaturas a lo ancho del colector se mantienen constantes.

6. VALIDACIÓN MODELO FÍSICO-MATEMATICO.

Para validar el modelo físico-matemático se comparó la respuesta del modelo físico matemático del colector con las mediciones de temperatura en los nodos. En la Figura 16 se observa en líneas punteadas las temperaturas medidas del colector, tanto a la entrada (en azul) como de salida (en rojo) como así también la temperatura ambiente (en verde). Estas temperaturas fueron comparadas con la temperatura de salida calculada por el modelo físico-matemático de colector, (en rojo y línea continua), durante dos días.

Figura 13: Termocuplas.

Figura 14: Piranómetros.

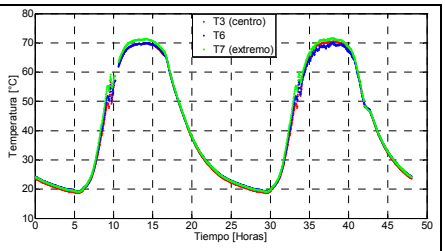


Figura 15: Evolución de la temperaturas en los puntos 3,6, y 7

En la Figura 17 se graficó el error porcentual de la temperatura predicha respecto de la medida real de temperatura a la salida del colector, el error al final del día es del 2%, es decir, cuando el colector no recibe mas radiación solar. Durante la noche el modelo subvalúa la temperatura de salida, comenzando al día siguiente con un error del 10%.

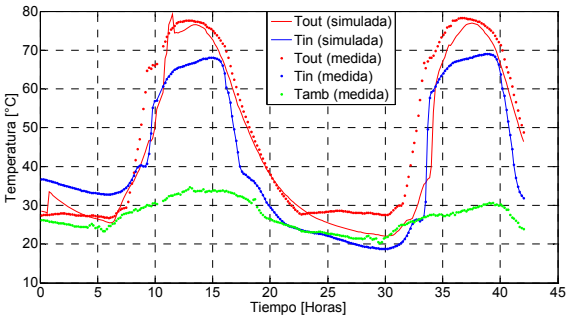


Figura 16: Temperaturas ambiente, de entrada y salida medidas y temperatura de salida calculada

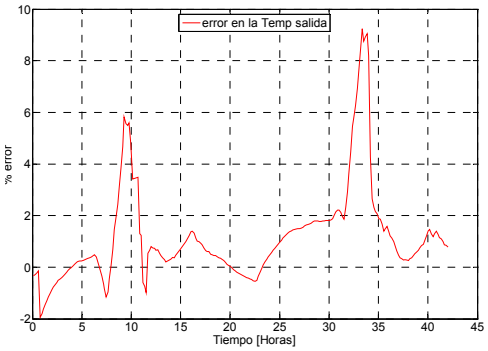


Figura 17: Error porcentual de la temperatura de salida predicha respecto a la medida.

El error de predicción nocturno se atribuye a una recirculación interna dentro del colector, que provoca que parte del agua caliente contenida en el tanque de almacenamiento descienda a la placa colectora. Por esta razón, como trabajo a futuro se pretende realizar el modelo completo del sistema considerando el colector y el tanque de almacenamiento. De manera de estimar el grado de importancia de este fenómeno en la predicción a largo plazo del comportamiento de sistema solar termosifónico.

7. CONCLUSIONES

Se ha obtenido un modelo analítico que permite evaluar la temperatura de salida de un colector. Se pretende que los resultados obtenidos aquí se utilicen para realizar un programa de simulación mas completo, el cual represente un sistema termosifónico, formado por el colector, un tanque de almacenamiento y cañerías de conexión, lo cual se espera realizar en próximos trabajos.

8. NOMENCLATURA

	Indice		**Subindice**
S	Radiación absorbida por el sistema cubierta placa-colectora.	b	Radiación directa
I	Radiación .	d	Radiación difusa
R	Factor de Vista.	g	Ground (tierra)
α	Absortividad.	e	Equivalente
τ	Transmitancia.	z	Incidencia azimutal
$\tau\alpha$	Producto absortancia transmitancia.	n	Normal a la superficie

β	Inclinación del colector.	a	Absorción del material
C	Factor de conversión de directa a difusa.	cond	Conducción
θ	Angulo de incidencia.	conv	Conveccion
δ	Declinación solar.	rad	Radiacion
ϕ	Latitud.	aisl	Aislante
Rb	Factor de vista.	poli	Policarbonato
n	Día juliano	wind	Viento
r	Radiación transmitida		
η	Ángulo de proyección de las nervaduras del policarbonato	n	Nodo
l	Longitud	l	Lateral
a	A ancho	S	S superior
e	E espesor	p	P posterior
vel	Velocidad del viento	f	F frente
UA	UA producto de coeficiente de transmisión de calor por el área		
k	k coeficiente de conducción de calor		
h	h coeficiente de conveccion		
Ra	Numero de Rayleigh		
Nu	Numero dse Nusent.		
υ	Viscosidad.		
m	Masa.		
$\dot{m}$	Flujo másico.		

9. REFERENCIAS

[1] Morrison G. L. y Wood B. D, (1999), "Packaged solar water heating technology, twenty years of progress". *Proceedings of the ISES Solar World Congress*. Jerusalén, Israel.

[2] Duffie J.A. and Beckman W.A. (2006). *Solar Engineering of Thermal Processes, Third Edition.* John Wiley and Sons, Inc. New York.

[3] Follari J. y Fasulo A.. (1998). "Veinte años con los calefones solares argentinos". *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente*, *Vol. 5, pp. 1-6*.

[4] Huang B. J., Hsieh C. T., (1985), A Simulation Method for Solar Thermosyphon Collector*, Solar Energy, Vol. 35, Nro 1, pp. 31-43*.

[5] Barral J. R., Word B. D., (1997), Modelo Computacional Analítico para el Estudio de Colectores Acumuladores Integrados Tubulares, *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, Vol. 1, pp. 61-64*.

[6] ISO. (1995). "International Standard ISO 9459-2 Solar heating – Domestic water heating systems – Part 2: Outdoor test methods for system performance characterization and yearly performance prediction of solar-only systems". *International Organization for Standarization*. Suiza.

[7] ASHRAE. (2003). "Standard ANSI/ASHRAE 93-2003, Methods of Testing to Determine the Thermal Performance of Solar Collectors". *American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers*. Atlanta. USA.

[8] J. Szargut, D.R. Morris, F.R. Stewart. (1998). *Exergy Analysis of Thermal, Chemical and Metallurgical Processes*. Edwards Brothers Inc.. USA.

[9] M.A. Rosen, I. Dincer. (2003). "Exergy methods for assessing and comparing thermal storage systems". *International Journal of Energy Research 27 (4) 415–430.*

[10] Fasulo A., Follari J. and Barral J.. (2001). "Comparison Between a Simple Solar Collector Accumulator and a Conventional Accumulator". *Solar Energy. Vol. 71, Nº 6, pp. 381-401*.

[11] Barral J. R., Morichetti G, Galimberti P, Fasulo A. (2001). Evaluación de la Energía Solar Absorbida por un Colector Acumulador Integrado Monotanque con Cubiertas de Policarbonato Alveolar. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente Vol. 5. pp. 61-64*. Argentina

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Modelamiento y Análisis de Secaderos con Aplicación a Fuentes de Energías Alternativas Utilizando Programa de Simulación

Delgado, Emérita [1,2]*, López, Ángeles[1], Peralta, Juan[1,2].Arboleda, Ivan[2], Halimov,Akbar [1].

1. *Facultad de Física, Universidad Santiago de Compostela*
Rúa Xosé María Fernández Núñez, campus sur, cp.15706.España.
emeritaalexandra.delgado@rai.usc.es, a.lopezaguera@usc.es, juanmanuel.peralta@usc.es, akbarshox05@gmail.com.
2. *Ingeniería Mecánica, Escuela Superior Politécnica del Litoral.*
Km 30.5 via perimetral. Campus Gustavo Galindo. eadelgad@espol.edu.ec, iaarbole@gmail.com, jperal@espol.edu.ec.

RESUMEN.

Desde la antigüedad el secado de productos es uno de los procesos utilizados para la conservación o requisito indispensable para el uso de la materia prima. En la actualidad, se conoce que este proceso conlleva un alto consumo de energía convencional, por lo que han optado, algunos países en aplicar energía alternativa sustentable (solar, biomasa) como sistemas de apoyo auxiliar.

Diversos modelos de secaderos solares de construcción basada en criterios tradicionales [1], son ampliamente conocidos. Este tipo de secadero tradicional conlleva, en ciertos casos, una baja eficiencia del equipo, al no presentar una adecuada optimización de los parámetros esenciales; entre ellos su futura ubicación, así como las condiciones climáticas asociadas.

Este trabajo tiene como objetivo analizar por medio de programas de diseño y simulación un secadero que utiliza como sistemas de apoyo fuentes de energías alternativas (solar térmico, fotovoltaico) a fin de mejorar el diseño y aumento de eficiencia mediante estudios basados en métodos computacionales para su desarrollo. Asimismo, se ha realizado comparaciones entre los diferentes modelos de secaderos solares más utilizados, analizando su rango de eficiencia, tipo de material y diseño constructivo.

Para el desarrollo del modelo se ha utilizado el programa ***Solidworks*** [2] con aplicación a flow simulation. A través de los mismos, analizamos el comportamiento del flujo de aire caliente, temperatura, entre otras propiedades dentro de la cámara. Los resultados más relevantes tienen que ver con determinar los tipos de materiales que pudieran ser utilizados, en la construcción del secadero. Además se analiza la mejor posición para la colocación de las bandejas con producto de secado, materiales estructurales, posición de entradas y salidas de flujo.

El objetivo final de este trabajo es obtener un modelo con mayor eficiencia. Los resultados de simulación serán comparados con datos experimentales para validar su fiabilidad.

Palabras Claves: simulación numérica, secadero, CFD, solar.

1. INTRODUCCIÓN

El secado solar es uno de los métodos más antiguos utilizados por pequeños productores agrícolas para la deshidratación del producto, permitiendo su conservación por un tiempo más prolongado. Actualmente existen diversas investigaciones donde solo se han analizado parámetros de temperatura y velocidad de secado para un tipo específico de secadero solar, que en algunos casos pueden ser de baja eficiencia, al depender de las condiciones climáticas de la zona.

Para un proceso continuo de secado a nivel industrial se ha optado en utilizar equipos que operan con energía eléctrica, combustible líquido o gas, elevando el costo en el proceso productivo. En los últimos tiempos, se está optado por el uso de secaderos híbridos que permiten la utilización de fuentes convencionales de energía (electricidad, gas, carbón) con sistemas de apoyo generado por una energía alternativa (solar, biomasa, geotermia).

Generalmente, el sistema de secado solar consiste de una cámara aislada del exterior, en cuyo interior se encuentran bandejas con producto húmedo; internamente se hace circular aire caliente entre las bandejas para extraer el agua evaporada del producto, esta circulación puede darse de manera natural o forzada.[1]. Entre los elementos básicos que forman un secador solar se encuentra el colector y la cámara de secado.

El presente trabajo, trata del análisis fluido dinámico y termodinámico de secaderos solar e híbridos en forma tridimensional, utilizando herramienta computacional "SolidWorks Flow Simulation"; la cual, nos permite identificar por medio de simulación posibles puntos débiles de los diseños de forma , selección adecuada de materiales construccionales y mejorar el funcionamiento de un modelo de secado.

2. MODELOS DE SECADEROS SOLARES

Actualmente existe diversos modelos de secaderos solares, siendo los más característicos los sistemas de: gabinete directo, tienda, túnel, arcón [4], además de sistemas híbridos que utilizan simultáneamente fuentes de energías alternativas como convencional.

Previo al diseño de los secaderos solares se debe consideran parámetros significativos que influyen en el funcionamiento como lo son:

- Característica del aire de secado: temperatura, humedad, caudal másico.
- Propiedades del producto a secar
- Característica física del secadero: tipo, forma, tamaño, dimensionamiento
- Variables sobre el funcionamiento térmico: tiempo y ratio de secado, temperatura y humedad relativa del aire, flujo másico del aire, eficiencia del secadero.
- Costo de inversión y operación
- Manipulación y fácil construcción
- Condiciones meteorológicas del entorno.
- Recursos energéticos renovables a disposición

Uno de los parámetros representativos es la velocidad de aire adecuada, que típicamente oscila entre valores de 1 a 3 m/s. La temperatura óptima de secado estará en función del producto a deshidratar

y las características deseadas del producto final, para evitar perdida de propiedades fisicoquímicas como una medida de calidad del producto .En el trabajo que presentamos se estableció la utilización de biomasa algar como producto a secar, principalmente por el interés industrial que existe hoy en día en la misma. Referente a la temperatura de secado, para mantener los máximos niveles de nutrientes en el producto final debe estar entorno de los 50 grados Celsius, sin superarlos.

En lo que sigue, presentaremos una comparación del funcionamiento esperado de tres modelos de secaderos que utilizan energía solar como sistema de apoyo: Un sistema de tipo domo que lo llamaremos "**modelo a"**, uno de tipo gabinete "**modelo b"** y un último de tipo túnel **"modelo c"**. Disponemos de prototipos experimentales de los distintos tipos; los modelos a y b se encuentran funcionando en la Ciudad de Santiago de Compostela – España y el modelo c en la ciudad de Guayaquil – Ecuador.

2.1 Aplicación de programas computacionales

La aplicación computacional utilizada se enmarca en el entorno del programa Solidwoks, que nos permite modelar sólidos paramétricos construidos en 3D para cada pieza requerida del modelo para posteriormente realizar el ensamblaje del conjunto total.

Una vez obtenido el modelo tridimensional se plantea la utilización de la herramienta basada en la aplicación dinámica de fluidos computacional CFD, como es el Flow Simulation. El simulador resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes que comprenden un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales no lineales . La herramienta considera distintos parámetros de un fluido y permite al usuario definir el comportamiento de este, dentro del modelo en forma laminar y turbulenta. Para predecir el flujo turbulento utiliza las ecuaciones de Favre, el cual se representa como un promedio de la ecuación de Navier-Stokes. Finalmente permite estimar el comportamiento del modelo y sus variables en el estado estacionario o transitorio: incorporando dentro del proceso de simulación los fenómenos de transferencia de calor en los fluidos mediante la ecuación de conservación de energía.[2,3]

En modo general, el manual de la herramienta Flow Simulation [3] puede analizar fenómenos de transferencia de calor que incluyen lo siguiente:

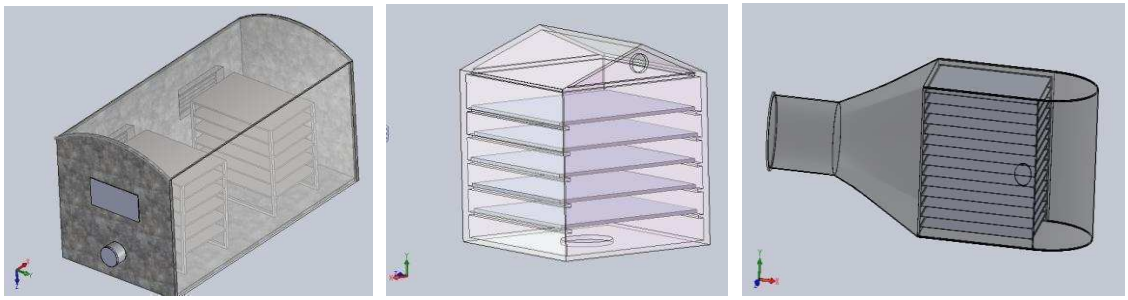
- Flujos externos e internos
- Convección libre , forzada, y mixtos
- Fluidos con capas límite, incluidos los efectos de rugosidad de la pared
- Fluido laminar y turbulento
- Multi-especies de líquidos y sólidos de varios componentes
- Conducción de calor en el líquido, medios sólidos y porosos con / sin transferencia de calor conjugada y / o resistencia al calor de contacto entre sólidos y / o transferencia de radiación de calor entre sólidos opacos (algunos sólidos puede considerarse transparente para la radiación), y / o el volumen (o de calor de superficie).
- Varios tipos de conductividad térmica en medio sólido, isotrópico, es decir, unidireccional, biaxial / axisimétrica y ortotrópico
- Flujos de líquidos no newtonianos
- Flujos de líquidos compresibles
- Gases reales
- Dos fases (líquido + partículas) como un movimiento de partículas esféricas de líquidos (gotitas) o esféricas partículas sólidas en un campo de flujo en estado estacionario
- Radiación de transferencia de calor entre sólidos, cuya superficie emisividad se especifica, además predecir la transferencia simultánea de calor en medios sólidos y líquidos.

El programa proporciona simulaciones de flujos de gas y líquido en función de la densidad, viscosidad, conductividad térmica, los calores específicos, y difusiones de la especie como funciones de las concentraciones de presión, temperatura y especies en mezclas de fluidos, así como de condensación equilibrio volumen de agua de vapor puede ser tenida en cuenta cuando se simulen los flujos de vapor.

El dominio computacional de cálculo está diseñado como un paralelepípedo que envuelve el modelo con planos ortogonales a los ejes del SolidWorks cartesiano del modelo de sistema de coordenadas globales.[2,3]

2.1.1 Geometría

La geometría de las distintas cámaras de secado analizadas en este trabajo son elaboradas por piezas y ensambladas con vista 3D a través del uso del programa solidWorks.



a. *b.* *c.*

Figura 1. *Geometría de los Modelos de cámara de secada analizada a. modelo tipo domo, b. modelo tipo gabinete, c. modelo tipo túnel*

2.2 Preparación de la simulación

Partiendo del ensamblaje del sistema de secado, se genera en solidWoks Flow Simulation el análisis computacional del fluido, con la finalidad de conocer resultados teóricos de velocidad, temperatura del sólido y temperatura interna del aire a medida que el fluido circula por el sistema.

Para inicializar flow simulation en la barra de herramienta se selecciona el comando Wizard, donde se establecen las condiciones generales del modelo térmico y fluido dinámico [5]. Presentando en la tabla 1 la secuencia de ventanas que permitirán un desarrollo adecuado del proyecto.

Tabla 1. Ventanas generadas en el Wizard para la ejecución del proyecto

Ventana	Descripción	Pasos seguidos para simulación
Configuración del proyecto	Se asigna el nombre de la simulación	• Create new • Configuration name • next
Sistema de unidades	En esta ventana se selecciona la unidad de trabajo en forma general (sistema internacional de unidades SI, sistema inglés FPS e IPS, cegesimal de unidades CGS ,sistema anglosajón USA), además que se puede especificar las unidades de cada parámetro o variables analizadas en el proyecto	• Sistema de unidades SI • Velocity m/s • Mass kg • Length m • Temperatura K • Next
Tipo de	Existen dos tipos de análisis : *Interno* en	• Internal

análisis	caso que se requiera solo conocer el comportamiento del fluido dentro de un sistema y *Externo* cuando se trata de analizar el fluido que pasa por ejemplo a los lados de una hélice. Da la opción para seleccionar características físicas si existe conducción de calor del sólido, radiación ambiental y radiación solar donde el programa cuenta con una base de datos de las principales ciudades. Al no encontrarse el sitio de análisis del proyecto se ingresan la dirección e intensidad de la radiación. Además permite asignar variables con dependencia con el tiempo, gravedad y rotación.	• Exclude cavities without flow conditions • Heat condition in solids • Radiation- environment radiation • Environment temperature: 20 C. • Solar radiation /Direction e intensity , X=0 , Y=1, Z=1 • Time dependent • Next
Predetermina-ción del fluido	En este apartado seleccionamos el tipo de fluido de trabajo a partir de una base de datos que contienen diversidad de gases, líquidos, líquidos no newtonianos, comprensibles, gases ideales y vapor. Finalmente se ingresa las características del fluido	• Gases • Aire • Flow Type : Laminar and turbulent • Humidity • Next
Predetermina-ción del sólido	Podemos encontrar una base de datos con una serie de materiales. Adicionalmente se encuentra la opción para seleccionar materiales previamente creados en el modelo del sólido. En este caso se seleccionaría el material sólido predominante del sistema.	• Used defined • Policarbonato • Acero • Next
Condiciones de la pared	En este apartado se indica las condiciones del estado de las paredes del modelo, así como darles propiedades de temperatura, rugosidad, entre otras.	• Default outer Wall termal condition: Adiabatic wall. • Default wall radiative surface: Blackbody wall. • Default outer wall radiative surface: Blackbody wall. • Roughness: o micrometer • Next
Condiciones iniciales	Referido a las condiciones de los parámetros termodinámicos iniciales como son: presión, temperatura, densidad dirección de la velocidad del fluido (x, y, z). Se pueden definir los parámetros de turbulencia con respecto a una longitud específica por medio del ingreso de tabla de datos.	• Pressure : 101325 Pa • Temperatura : 20 C • Velocity in X dirección: 1 m/s • Next.
Resultados y resolución geométrica	Corresponde a geometría y resolución y el tamaño de la malla. En un rango de resolución de malla de 1 a 8.	• Grado de refinamiento: 3 • Finish

A partir de aquí, el programa crea el dominio computacional basado en la información inicial del modelo (Figura 2) y genera un archivo denominado estudio térmico, como etapa final de preprocesamiento se procede a ingresar las condiciones iniciales y de fronteras (*Boundary*

conditions) a través de la selección de las caras que representaran las entradas (inlet) y salida (outlet) del fluido. (Tabla 2).

El Solidworks Flow Simulation establece el dominio computacional (*computational Domain*) en forma automática con opción a expansión o viceversa dependiendo del requerimiento del análisis realizado por el usuario, además permite selecionar los materiales propios del modelo (*solid materials*) , existen opciones para estudios con superficie radiativa (*radiative surface*), radiación solar directa o difusa (radiation sources), finalmente para almacenar los resultados de las diferentes variables y parámetros es necesarios activar las metas llamados *goals*. La inicialización del proceso de simulación se realiza mediante le ejecución del comando *Run* , activando una nueva pantalla "'Solver "' que permite visualizar los resultados del proceso de cálculo e interacción en función de las variables, parámetros y condiciones seleccionadas en el preprocesamiento. [2,3]

Tabla 2. *Condiciones de fronteras, tipos de materiales y parámetros iniciales establecidos para la simulación de los tres modelos comparativos.*

Parámetros	Modelo a	Modelo b	Modelo c
Tipo	Domino	Tradicional	Túnel
Condiciones de frontera	• Dos entradas: de aire caliente uso de energía eléctrica. Velocidad 2 m/s. Temperatura : 50 C Humedad: Ingreso de tabla de datos • Una entrada: aire caliente proveniente del colector solar. Velocidad y temperatura: tabla de datos generada de las mediciones del equipo solar. • Una Salida: presión atmosférica	• Una entrada: aire caliente proveniente de un colector solar. Velocidad y temperatura: tabla de datos generada de las mediciones del equipo solar. • Una salida: presión ambiente.	• Una entrada de aire caliente proveniente del colector solar. Velocidad y temperatura: tabla de datos generada de las mediciones del equipo solar • Dos salidas a presión ambiente
Materiales	*Pared de acero galvanizado *Pared de policarbonato de 16 mm de espesor. * Cubierta de vidrio plástico	*Pared de policarbo-nato de 10 mm de espesor	Pared de policarbonato 8 mm de espesor
Radiación solar	* Cara lateral y cubierta * Datos obtenidos de la estación meteorológica de Meteogalicia	* General en el modelo * una pared radiante * Datos de la estación meteorológica de Meteogalicia	* General en el modelo *Datos de la estación meteorológica de ESPOL

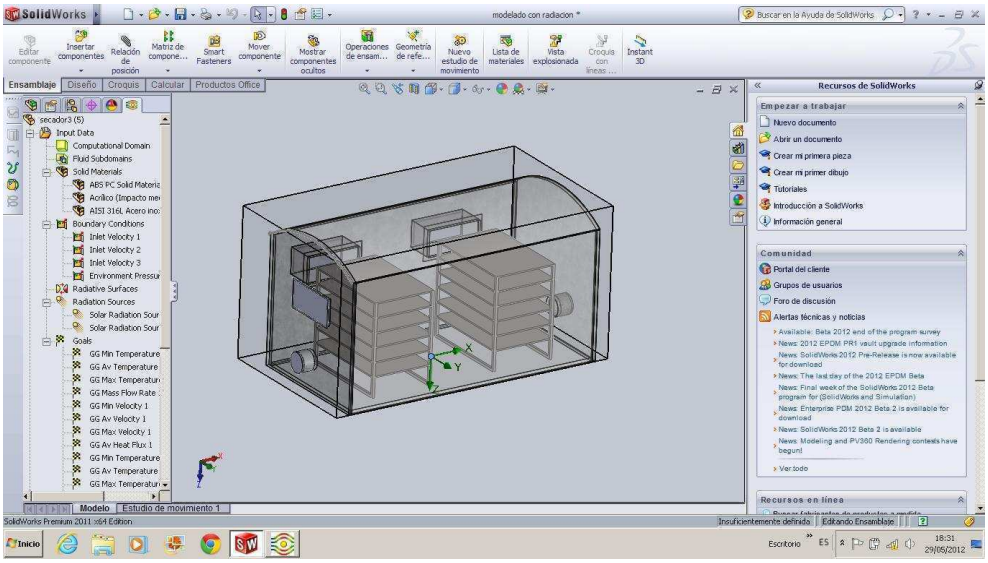


Figura 2. *Región de frontera sobre el modelo e ingreso de las condiciones de fronteras y parámetros iniciales para empezar la simulación.*

2.2.1 Mallado (grid)

El programa genera la malla del sólido en forma automática, si el usuario lo requiere puede ser cambiado en forma manual. La Malla de la simulación para el dominio computacional es rectangular en todo el dominio de cálculo del sólido. Los lados de las celdas de malla son ortogonales a los ejes especificados del sistema de coordenadas cartesianas. [3].

En la figura 3, se puede observar un ejemplo del mallado que realiza el programa sobre la geometría del sólido de manera general.

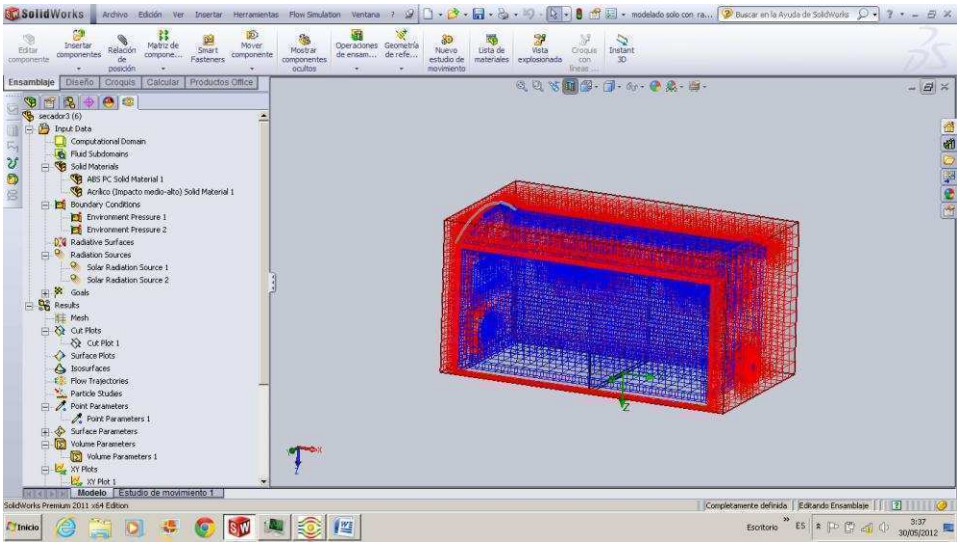


Figura 3. *Malla 3D automática del modelo geométrico de la cámara de secado*

2.3 Solución del modelo

La visualización de los resultados del Flow simulation finaliza con la ejecución del solvers , y con la ayuda del comando *Results* se obtienen los resultados de los parámetros de la simulación realizada. En la tabla 3 se indican los resultados obtenidos de la simulación de cada uno de los modelos analizados.

Tabla 3. *Resultados del diseño teórico simulado en SolidWorks Flow Simulation*

Parámetros	Modelo a	Modelo b	Modelo c
Temperaturas máxima del fluido	50	59	48
Temperatura media del fluido	28.24	31	40
Temperatura mínima del fluido	15	15	25
Temperatura mínima del sólido	15	15	20
Temperatura máxima del sólido	45	33	31
Velocidades máximas	5	2.16	1,2
Velocidades medias	0.84	0,63	0.64
Velocidades mínimas	0	0	0
Flujo de calor	- 50 W/m2	-56 w/m2	-53,23 w/m2
Radiación promedia	400 W/m2	400 W/m2	400 W/m2

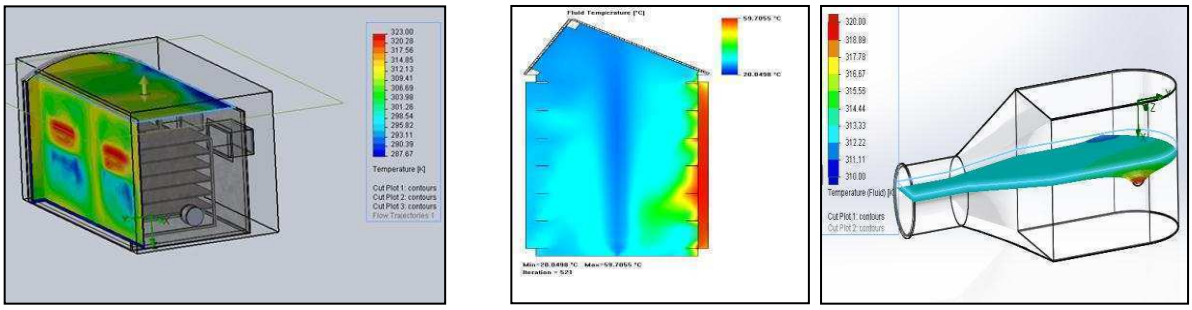
4. RESULTADOS

Por medio de la simulación podemos observar el comportamiento del flujo de aire caliente dentro de cada cámara de secado, lo cual nos permitirá realizar la valoración de los puntos críticos del modelo, que influyen en el funcionamiento apropiado del mismo. Es necesario que el flujo de aire que pasa por la bandejas sea uniforme, a la temperatura requerida para la deshidratación del producto, con el fin de sacar la mayor cantidad de humedad presente y no exista pérdidas o deterioros de las propiedades físico química del producto.

La figura 4. Muestra los resultados de la simulación con respecto al comportamiento de la temperatura del fluido de aire caliente, en los diferentes modelos.

- Modelo a: Existen muy pocas zonas de bajas temperaturas que fluctúan alrededor de los 23^0 C. La temperatura promedia se encuentra entorno a los 40.5^0 C, con una diferencia (T_{final}-$T_{Inicial}$) de 25.5 grados de aportación de calor.
- Modelo b: Se puede observar que la zona de baja temperatura se localiza en el centro de la cámara donde existe un difusor de aire caliente proveniente del colector solar, y un aumento de temperatura cerca de las paredes de policarbonato que permiten el paso de la radiación solar, además con la ayuda de una placa negra que absorber radiación solar transformándola en calor emitiéndola dentro de la cámara. La temperatura promedio de la cámara es de alrededor de 35 ^{o}C, con una diferencia de gradiente de temperatura de 15 grados de aportación de calor a la temperatura inicial.
- Modelo c: En el modelo se puede apreciar una mejor uniformidad de temperatura dentro de la cámara de secado, entrando el fluido proveniente del colector solar con una temperatura de 40 ^{o} C, con un aumento de temperatura aproximado entre 6 a 10 grados Celsius por el uso de energía solar. Cabe indicar que este último prototipo es analizado para la ciudad de

Guayaquil donde la temperatura alcanzan entre los 35° C y 20° C. Con una radiación solar 4.14 kW/m2 dia , en promedio anual. [8].

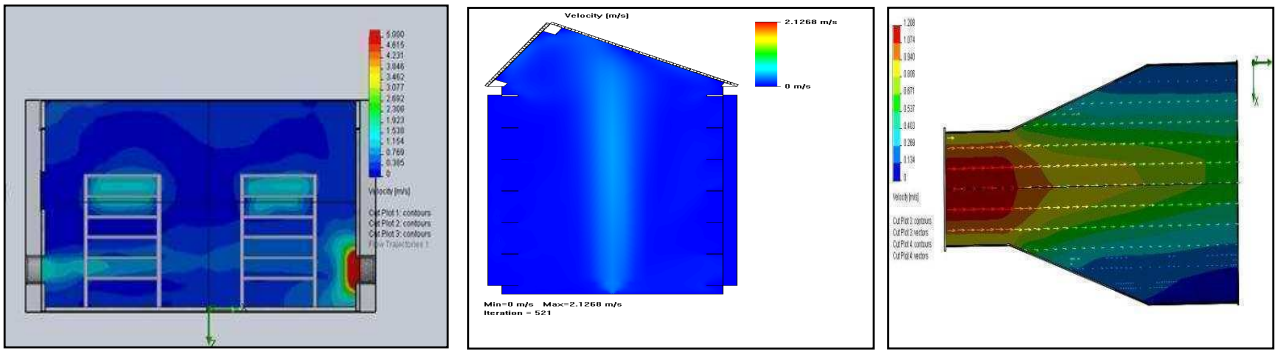


a. b. c.

Figura 4. *Temperatura del fluido de la cámara de secado a. modelo tipo domo, b. modelo tipo gabinete, c. modelo túnel*

En la figura 5. Se presenta el comportamiento de la velocidad del aire caliente dentro de la cámara. Los principales resultados son:

- Modelo a. Se observan velocidades promedias entre 1,19 y 1,5 m/s que pasarían por el conjunto de bandejas.
- Modelo b. La mayor parte del aire caliente pasa en el centro de la cámara con poca distribución en los laterales.
- Modelo c. Como se puede observar en el modelo tipo túnel la velocidad de viento se comporta en su gran parte de forma uniforme alcanzando velocidades de promedias de 1 m/s.



a. b. c.

Figura 5. *Velocidad de aire (m/s). a. tipo domo, b. tipo gabinete, c. tipo túnel*.

4.1 Comparación de resultados entre pruebas experimentales y simulación

Con la finalidad de comparar los resultados teóricos obtenidos de la simulación en Flow Simulation, se realizaron pruebas experimentales de temperatura tomando como ejemplo el prototipo *modelo a.* '*'tipo domo*", estas pruebas se desarrollaron a través de método controlado, colocando una fuente constante de iluminación y registrando la temperatura en el interior de la cámara con respecto al tiempo hasta mantenerse constante.

En la figura 6 se muestran los datos experimentales. A la izquierda mostramos la temperatura en sistema controlado, para un conjunto de bandejas con irradiación de 400 W equivalentes. La

temperatura máxima obtenida fue de 34 grados, dando una muy buena uniformidad. A la derecha presentamos la variación observada con los niveles de irradiación para un foco de 1500 W y otro de 2500 W ambos equivalentes, colocadas a una distancia de 1 metro con respecto a la pared del prototipo. En este caso, con el fin de eliminar la dependencia con posibles variaciones de temperatura ambiente, se representa el aumento de temperatura sobre la ambiente. El comportamiento es lineal y la uniformidad se mantiene. La figura 7 muestra los resultados de simulación para una irradiación equivalentes de 400 W. La temperatura máxima esperada es de 31 grados. Los niveles de tolerancia porcentual son del 8 %, dando resultados prometedores.

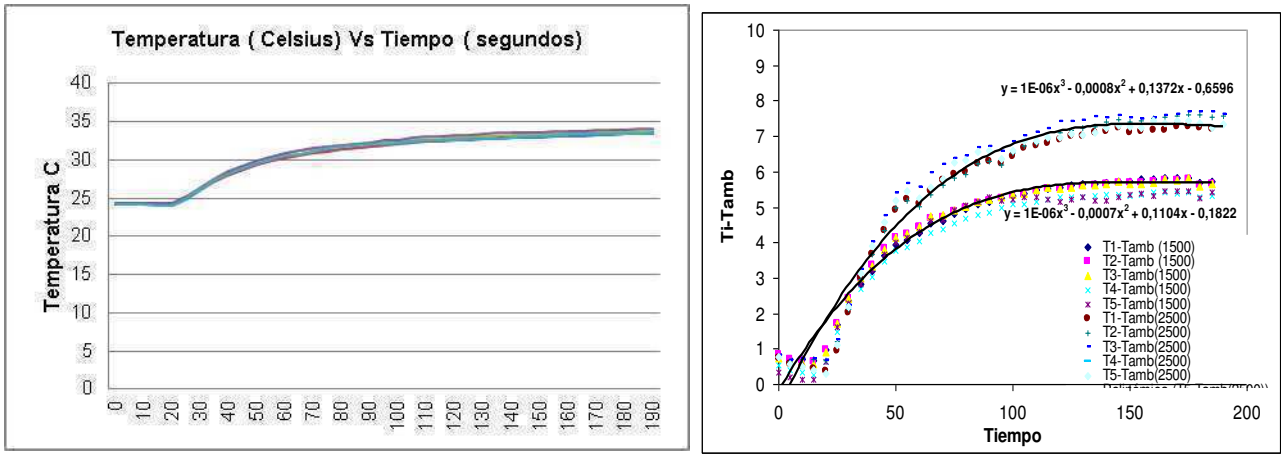


Figura 6. *Mediciones de Temperatura experimentales realizadas en el interior de la cámara.*

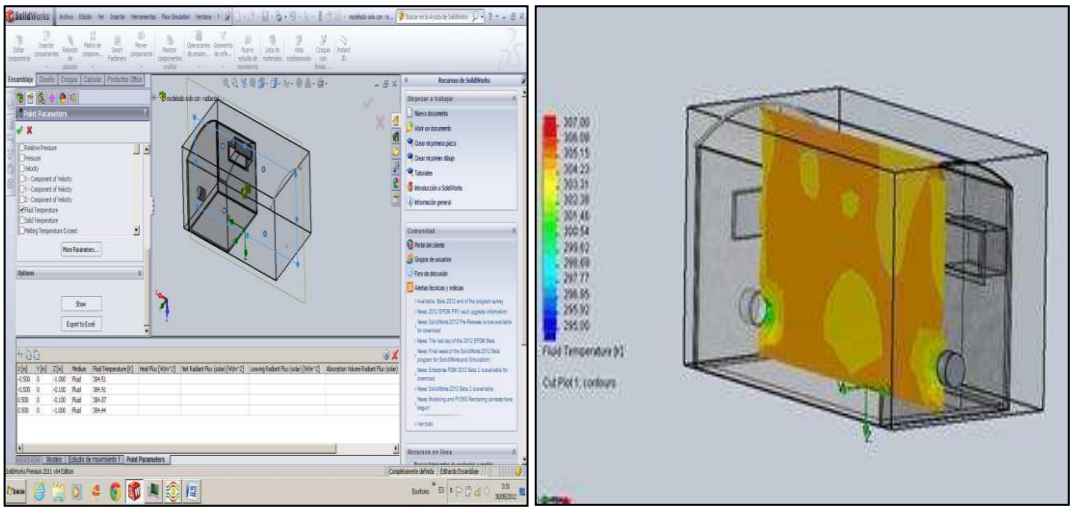


Figura 7. *Mediciones de Temperatura obtenidas por simulación en el interior de la cámara.*

5. CONCLUSIONES.

La utilización del programa computacional SolidWorks Flow Simulation, se muestra ampliamente útil y de fácil manejo, para la simulación de secaderos solares. Mediante la definición de condiciones iniciales y de contorno, el usuario puede adecuar su proyecto. En primera instancia se deberá tener claro los conceptos básicos del CFD de los distintos parámetros que se encuentran en el simulador.

Se simularon tres modelos más habituales de secadero. Todos ellos alcanzan las temperaturas requeridas para la evaporación del agua en el producto (algas) conteniendo una humedad del 85 %. Los modelos a y b presentan claras faltas de uniformidad en la velocidad de aire caliente en las diferentes bandejas. Se deberá analizar la mejor forma de posición de bandejas o mejorar el diseño de los sistemas de distribución de aire. En el modelo C se evidencia mejor una constante temperatura y uniformidad de velocidad de aire que pasa por el producto colocado en las bandejas. Este modelo se focaliza en el sistema de conducto cónico permitiendo una buena distribución del flujo de aire; si no existiese un buen dimensionamiento el flujo tendera en irse en otras direcciones, secando solo una parte del producto.

Con respecta a materiales como es el policarbonato utilizado en los modelos, permite el ingreso de energía solar aportando de esta manera calentamiento al fluido. Cabe destacar que los secaderos que se encuentran construidos en su totalidad de material plástico transparente muy fino tienden a perder en forma continua calor, por lo tanto es necesario seleccionar materiales plásticos aproximadamente mayores de 10 mm de espesor para reducir pérdidas.

Utilizando herramientas computacionales para la simulación de fluidos y trasferencia de calor (CFD), se obtuvieron resultados preliminares muy aproximados con los experimentales con una tolerancia del 8%, por lo que se consideran prometedores.

6. REFERENCIAS.

[1] Arraz Barriga, JI; Apellido, (2005). "*Herramientas de Simulación de procesos aplicados al secado solar de biomasa"*. Proyecto. Universidad de Extremadura.

[2] Solidworks Flow Simulation, Tutotial 2010.

[3] Solidworks Flow Simulation, Technical Reference. 2010.

[4] Gudino, D. (2000). ''Estudios comparativos de varios secadores solares tipo charola en el proceso de secado de Jamaica''. ISES Forum.

[5] Pineda, Diego. Vega William.(2010), '' Diseño y construcción de un túnel de viento subsónico con sistema de adquision de datos para el estudio de la aerodinámica de los vehículos'' Escuela Politecnica del Ejercito, Latacunga, Ecuador.

[6] Samaneh, Sami; Nasrin,Etesami ; Amir, Rahimi (2011). '' Energy and exergy analysis of an indirect solar cabinet dryer based on mathematical modeling results. Science Direct. Energy (36). 2847-2855. ELSEVIER.

[7] Acosta , Jairo; Duque, Carlos (2008). "'Simulacion 3D del Flujo en un Compresor Centrifugo por medio de herramientas CFD bajo carga parcial '' , Revista Chilena de Ingenieria. Vol 16 N. 1. 203-210. Chile.

[8] Varios. 2010. Anuario Meteorológico 2008 Nro. 48 .pp. 95. Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología. Quito, Ecuador.

Agradecimientos

El agradecimiento está dirigido a la Secretaria Nacional de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación SENESCYT. Perteneciente a la República del Ecuador.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Estudo Numérico da Condução de Calor Permanente Utilizando Funções de Base Radial

Vilela, Márcia Suely Corrêa*, Monção, Thyago de Lellys Faria[(1)], Oliveira, Waldir[(2)]

PUC Minas, Campus Poços de Caldas.
Av. Padre Francis Cletus Cox, 1661, CEP 37701-195, Poços de Caldas, Minas Gerais, Brasil.
marcia@pucpcaldas.br

(1) Universidade Federal de Itajubá, Av. BPS 1303, C.P.50, CEP 37500-903, Itajubá, Minas Gerais, Brasil. thylellys@yahoo.com.br

(2) Universidade Federal de Itajubá, Av. BPS 1303, C.P.50, CEP 37500-903, Itajubá, Minas Gerais, Brasil. waldir@unifei.edu.br

RESUMO.

A geração de malhas apropriadas, necessárias nos métodos tradicionais utilizados para a solução numérica de equações diferenciais, torna-se um desafio, especialmente em problemas multidimensionais com geometrias complexas. Tais problemas incentivaram nas últimas décadas o desenvolvimento de métodos sem malhas e uma das abordagens possíveis para estes métodos é a utilização de funções de base radial (FBR). Tais funções são definidas a partir da distância entre dois pontos e podem também depender de um parâmetro de forma. Este trabalho tem como objetivo realizar um estudo numérico de um problema de condução de calor num domínio retangular bidimensional utilizando algumas FBR de suportes global. Os resultados são comparados com resultados obtidos a partir da solução exata e do método de diferenças finitas. A influência do parâmetro de forma também é avaliada na precisão dos resultados obtidos quando da utilização das FBR.

Palavras-chave: Método Sem Malha, Funções de Base Radial, Parâmetro de Forma.

1. INTRODUÇÃO

As equações diferenciais parciais, de grande aplicação na ciência e na engenharia, podem ser solucionadas numericamente utilizando diversos métodos tradicionais, tais como: diferenças finitas, elementos finitos e volumes finitos. No entanto, tais métodos necessitam da definição de malhas, o que, para domínios multidimensionais e de geometrias complexas, torna-se um desafio. Tais problemas incentivaram nas últimas décadas o desenvolvimento de métodos numéricos que não necessitam da definição de malhas, conhecidos como *meshless*. Esses métodos possibilitam modelos e análises mais simples e uma das abordagens possíveis para os mesmos é através da utilização de funções de base radial (FBR).

Utilizadas inicialmente para interpolação de dados dispersos, as FBR começaram a ser utilizadas por Kansa [1,2], em 1990, em problemas envolvendo equações diferenciais. Diversos tipos de FBR estão descritos na literatura e podem ser classificadas como funções de suporte global, quando aplicadas em todo o domínio, e como funções de suporte compacto ou local, quando aplicadas em parte do domínio. As funções de suporte global podem depender de um parâmetro de forma que interfere na precisão dos resultados obtidos.

A Seção 2 deste artigo apresenta os conceitos básicos e a formulação das funções de base radial para a interpolação de dados dispersos e para a solução de equações diferenciais parciais. Na Seção 3 são apresentados os resultados numéricos obtidos para um problema clássico de condução de calor bidimensional e permanente, quando utilizadas algumas funções de base radial de suporte global. Para uma determinada distribuição de nós, os resultados obtidos, para diferentes valores do parâmetro de forma, são comparados com os resultados obtidos pela solução exata e pela solução utilizando o método de diferenças finitas. Apresenta ainda, os resultados de outras simulações utilizando as FBR, com um número maior de pontos do domínio, alterando a forma de distribuição dos mesmos. Para as análises comparativas são utilizados os valores da função em determinados pontos, os erros médios quadráticos (RMS), bem como os erros absolutos obtidos. As conclusões são apresentadas na Seção 4.

2. FUNÇÕES DE BASE RADIAL

As funções de base radial envolvem os conceitos de função radial e de função base. Por função radial, entende-se a função que só depende da distância de um ponto em relação à origem, sendo esfericamente simétrica. Assim, uma função radial pode ser definida como:

$$g : R^d \rightarrow R : (x_1, \cdots, x_d) \mapsto \phi(\|x_1, \cdots, x_d\|)_2 \tag{1}$$

Para qualquer $\phi : R \rightarrow R$, sendo:

$$\|x\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{d} x_i^2} \tag{2}$$

Por função base, entende-se que a função radial assumirá determinados pontos x_i como centros para o cálculo das distâncias. Com base nestes conceitos, de função radial e de função base, faz-se a combinação linear da função centrada nos pontos x_i, para os quais os valores da função são conhecidos.

2.1. Interpolação de Dados Dispersos Utilizando Funções de Base Radial

Para a interpolação de dados dispersos no domínio de interesse, trabalha-se com uma função interpolante (FBR), definida como:

$$f(x_p) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \phi(\|x - x_i\|) \tag{3}$$

UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

FORO DOCENTE DEL AREA MECANICA DE LAS INGENIERIAS
FoDAMI

$f(x_p)$ é o valor aproximado da função no ponto de interesse, $\phi(\|x - x_i\|)$ é a FBR escolhida, λ_i são as incógnitas do sistema de equações algébricas lineares e x_i são os centros.
Quando a FBR é aplicada em todo o domínio, ela é conhecida como FBR de suporte global. Definindo $\|x - x_i\|$ como a distância r, as FBR são escritas como $\phi(r)$ e segundo Larsson [3], as FBR de suporte global mais utilizadas são as funções apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 *Funções de Base Radial de Suporte Global.*

FBR	***φ(r)***
Polinomial *Thin Plate Spline*	$\|r\|^n$, n ímpar $\|r\|^n \ln\|r\|$, n par
Multiquádrica	$\sqrt{1+(\varepsilon r)^2}$
Multiquádrica Inversa	$\dfrac{1}{\sqrt{1+(\varepsilon r)^2}}$
Quadrática Inversa	$\dfrac{1}{1+(\varepsilon r)^2}$
Gaussiana	$\exp(-\varepsilon r^2)$

Como comentado anteriormente, algumas FBR de suporte global podem ter associado a elas um parâmetro de forma ε, sendo, portanto, escritas como $\phi(\varepsilon,r)$. Sabe-se que a utilização de um correto parâmetro de forma melhora a precisão dos resultados. Segundo Cheng *et al.* [4], quanto maior o valor do parâmetro de forma, mais insensível a função multiquádrica torna-se às diferenças nas distâncias radiais, podendo gerar matrizes de interpolação mal-condicionadas.
Sendo x_i (centros nas FBR) os pontos nos quais os valores da função a ser interpolada são conhecidos, valores desta função em outros pontos dispersos x_j podem ser obtidos desde que

$$\forall j \in \{1,\cdots,n\} \;\; f_j = f(x_j) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \phi(\|x_j - x_i\|) \tag{4}$$

Na forma matricial a Equação (4) é escrito como

$$\begin{pmatrix} \phi(\|x_1 - x_1\|) & \phi(\|x_2 - x_1\|) & \cdots & \phi(\|x_n - x_1\|) \\ \phi(\|x_1 - x_2\|) & \phi(\|x_2 - x_2\|) & \cdots & \phi(\|x_n - x_2\|) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi(\|x_1 - x_n\|) & \phi(\|x_2 - x_n\|) & \cdots & \phi(\|x_n - x_n\|) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} \tag{5}$$

ou, na forma vetorial,

$$\Phi\lambda = F \tag{6}$$

Φ é a matriz simétrica dos elementos $\phi_{ij} = (\|x_j - x_i\|)$, λ é o vetor das incógnitas $(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n)^T$ e F o vetor dos valores conhecidos da função nos centros $(f_1, f_2, ..., f_n)^T$. A matriz Φ, conhecida como matriz de interpolação, não é uma matriz diagonalmente dominante e, por isso, deve-se evitar a inversão da matriz para a solução do sistema de equações algébricas lineares. Com relação ainda à solução do sistema de equações, sabe-se que para que o mesmo tenha solução e para que esta seja única, a matriz Φ deve ser não-singular, o que segundo Micchelli [5], sempre acontece com as FBR simples,

incluindo a multiquádrica, a multiquádrica inversa e a gaussiana. No entanto, Bertolani *et al.* [6] ressaltam que os resultados apenas serão consistentes se a matriz de interpolação for definida positiva.

2.2. Solução de Equações Diferenciais Parciais Utilizando Funções de Base Radial

Ideia similar à utilizada para a interpolação de dados com FBR pode ser empregada para solucionar equações diferenciais parciais.

Seja $\Omega \subset R^d$ um domínio de dimensão d, $\partial\Omega$ a fronteira deste domínio e a equação de Poisson com a condição de contorno, com $d = 2$, conforme as Equações (7) e (8)

$$\nabla^2 u(x,y) = f(x,y) \text{ em } \Omega \tag{7}$$

$$u(x,y) = g(x,y) \text{ em } \partial\Omega \tag{8}$$

São distribuídos pontos ao longo da fronteira $\partial\Omega$ e no interior do domínio Ω, de tal maneira que a equação diferencial e a condição de contorno sejam satisfeitas.

Este artigo utiliza o método de colocação assimétrico para problemas elípticos, proposto por Kansa [1,2]. Neste método, a solução aproximada $\hat{u}$ é representada por uma expansão análoga àquela utilizada para a interpolação de dados, ou seja,

$$\hat{u} = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \phi(\|x - x_i\|) = \sum_{i=1}^{N_b} \lambda_i \phi(\|x - B_i\|) + \sum_{i=N_b+1}^{N=N_b+N_i} \lambda_i \phi(\|x - I_i\|) \tag{9}$$

$\hat{u}$ é o valor aproximado da solução no ponto de interesse, $\phi(\|x - x_i\|)$ é a função de base radial, λ_i são as incógnitas do sistema de equações algébricas lineares, x_i os centros, B_i os centros da fronteira, I_i os centros do domínio, N_b o número de pontos no contorno, N_i o número de pontos internos e N, o número total de pontos. Na forma matricial, a Equação (9) pode ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} \phi_{11} & \cdots & \phi_{1N_b} & \phi_{1N_{b+1}} & \cdots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \cdots & \phi_{2N_b} & \phi_{2N_{b+1}} & \cdots & \phi_{2N} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \phi_{N_b 1} & \cdots & \phi_{N_b N_b} & \phi_{N_b N_{b+1}} & \cdots & \phi_{N_b N} \\ \phi_{N_{b+1} 1} & \cdots & \phi_{N_{b+1} N_b} & \phi_{N_{b+1} N_{b+1}} & \cdots & \phi_{N_{b+1} N} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \phi_{N1} & \cdots & \phi_{NN_b} & \phi_{NN_{b+1}} & \cdots & \phi_{NN} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_{N_b} \\ \lambda_{N_{b+1}} \\ \vdots \\ \lambda_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_{N_b} \\ f_{N_{b+1}} \\ \vdots \\ f_N \end{Bmatrix} \tag{10}$$

ou na forma vetorial conforme a Equação (6).

Quando os pontos tomados como centros para a FBR forem pontos do contorno, ϕ e g na Equação (10) serão calculados a partir da condição de contorno assumida para o problema, isto é, $u = g(x, y)$. Por outro lado, quando os pontos tomados como centros para a RBF forem pontos do domínio, ϕ e f na Equação (10) será calculado a partir de $\nabla^2 u = f(x, y)$. O problema está bem posto se o sistema de equações algébricas lineares apresentar solução única.

Este método de colocação proposto por Kansa é realmente um método sem malhas, uma vez que não existe qualquer tipo de conectividade entre os pontos, podendo ser colocados livremente na região, independente da dimensionalidade do problema [7].

3. EXEMPLO NUMÉRICO

Nesta seção são apresentados os resultados numéricos para um problema clássico de condução de calor, bidimensional e permanente, utilizando algumas funções de base radial de suporte global. As simulações foram realizadas a partir do desenvolvimento de um programa utilizando o *software* MATLAB™.

Considera-se a equação diferencial parcial de Laplace dada na Equação (11), em uma região retangular, $0 \le x \le 3$, $0 \le y \le 2$, com condições de contorno de Neumann, Equação (11.a), e de Dirichlet, Equações (11.b-c).

$$\nabla^2 u(x,y) = 0 \qquad (x,y) \in \Omega \tag{11}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} u(x,y) = 0 \qquad (x,y) \in \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_4 \tag{11.a}$$

$$u(x,y) = 0 \qquad (x,y) \in \partial\Omega_2 \tag{11.b}$$

$$u(x,y) = 100 \cos\frac{\pi}{6} x \qquad (x,y) \in \partial\Omega_3 \tag{11.c}$$

onde

$\partial\Omega_1 = [(x,y)\colon 0 \le x \le 3,\ y = 0]$, $\partial\Omega_2 = [(x,y)\colon x = 3,\ 0 \le y \le 2]$, $\partial\Omega_3 = [(x,y)\colon 0 \le x \le 3,\ y = 2]$, $\partial\Omega_4 = [(x,y)\colon x = 0,\ 0 \le y \le 2]$.

Fazendo $u(x,y) = T(x,y)$, onde T é a temperatura nos pontos, para este problema a solução exata é dada, segundo Özisik [8], por

$$T(x,y) = 100 \frac{\cosh[\pi y/6]}{\cosh[\pi/3]} \cos\left(\frac{\pi}{6} x\right) \qquad (x,y) \in \Omega \tag{12}$$

A Figura 1 ilustra graficamente esta solução.

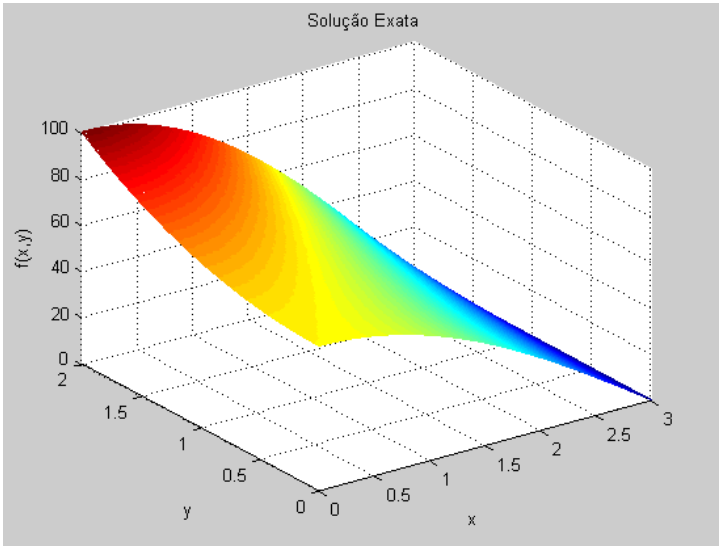


Figura 1 *Solução exata*

3.1. Resultados Obtidos Com a Utilização das FBR e Comparação Com os Obtidos Pelo Método de Diferenças Finitas e Pela Solução Exata.

No programa desenvolvido foram utilizadas as FBR de suporte global multiquádrica, multiquádrica inversa e gaussiana, conforme apresentadas na Tabela 1. Inicialmente, foram distribuídos uniformemente 12 pontos na região, conforme ilustra a Figura 2.

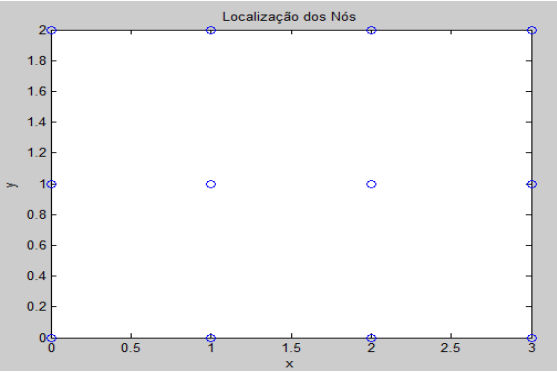


Figura 2 *Distribuição de pontos utilizada nas primeiras simulações*

Para as análises, foram estabelecidos os seguintes pontos: $P_1(0,0)$, $P_2(0,1)$, $P_3(1,0)$, $P_4(1,1)$, $P_5(2,0)$, $P_6(2,1)$. Foram feitas diversas simulações para diferentes valores do parâmetro de forma, ε.
As Tabelas 2, 3 e 4, apresentam os valores de temperatura obtidos para os pontos P_1 a P_6 quando da utilização das FBR multiquádrica, multiquádrica inversa e gaussiana, respectivamente.

Tabela 2 *Valores de Temperatura Obtidos com a FBR Multiquádrica*

ε	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
0,16	62,972803	72,415521	54,319690	62,578820	31,455514	36,211925
0,17	62,588277	72,105087	54,181991	62,455892	31,447826	36,187319
0,18	62,195962	71,788458	54,045069	62,332115	31,442943	36,163689
0,19	61,797786	71,467180	53,910019	62,208290	31,441243	36,141329

Tabela 3 *Valores de Temperatura Obtidos com a FBR Multiquádrica Inversa*

ε	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
0,10	63,132859	72,587497	54,169653	62,494174	31,207129	36,046261
0,11	62,688719	72,249385	53,978750	62,348946	31,157021	36,003533
0,12	62,228892	71,899628	53,785971	62,201398	31,108396	35,961191
0,13	61,759153	71,542610	53,594829	62,053989	31,062609	35,920199

Tabela 4 *Valores de Temperatura Obtidos com a FBR Gaussiana*

ε	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
0,009909	92,189445	94,142292	92,195675	93,494778	60,012852	60,661053
0,009910	71,652771	78,740311	71,026016	75,749786	46,175171	48,536255
0,009911	100,306221	100,229744	77,677782	77,625340	38,503172	38,477407
0,009912	109,193909	106,895111	111,057220	109,520538	80,203430	79,432709

Valores diferentes do parâmetro de forma, ε, tiveram que ser utilizados para as funções. Esses valores foram determinados após um grande número de simulações para cada uma das FBR. Para uma melhor análise, foram determinados os erros médios quadráticos (RMS) com esta distribuição de pontos. Esses valores estão apresentados nas Tabelas 5, 6 e 7.

Tabela 5 *Erros Médios Quadráticos Obtidos com a FBR Multiquádrica*

ε	*RMS*
0,16	4,812e-001
0,17	3,720e-001
0,18	3,026e-001
0,19	3,059e-001

Tabela 6 *Erros Médios Quadráticos Obtidos com a FBR Multiquádrica Inversa*

ε	*RMS*
0,10	5,000e-001
0,11	3,671e-001
0,12	2,847e-001
0,13	3,068e-001

Tabela 7 *Erros Médios Quadráticos Obtidos com a FBR Gaussiana*

ε	*RMS*
0,009909	2,160e+001
0,009910	9,378e+000
0,009911	1,673e+001
0,009912	3,460e+001

Fica evidente que o valor do parâmetro de forma influencia a precisão dos resultados e que o melhor valor de ε vai depender do tipo de FBR utilizada. A FBR gaussiana, mesmo quando utilizados valores bem menores de ε, apresentou os piores resultados. Os melhores resultados foram aqueles obtidos pela FBR multiquádrica inversa, quando utilizado um parâmetro de forma igual a 0,12, seguido da FBR multiquádrica com um parâmetro de forma igual a 0,18.
Devido ao fato de que os melhores resultados foram apresentados pelas funções multiquádrica e multiquádrica inversa, as análises comparativas serão, a partir de agora, realizadas para estas FBR.

3.1.1 Resultados Obtidos Pelo Método de Diferenças Finitas

O método conhecido como método de diferenças finitas (MDF) é um dos métodos numéricos tradicionais utilizados para a solução de equações diferenciais parciais. Consiste em aproximar a equação diferencial utilizando um conjunto de equações algébricas aplicadas em pontos nodais distribuídos na região de estudo. Em um problema de condução de calor, estas equações são obtidas a partir de balanços de energia para elementos diferenciais.
Tomando como nós os pontos P_1 a P_6, especificados anteriormente neste exemplo considerado, as equações algébricas obtidas pelo método de diferenças finitas são

$$Nó\ 1: \quad 2T_2 + 2T_3 - 4T_1 = 0 \tag{13.1}$$

$$Nó\ 2: \quad T_1 + 2T_4 + 100 - 4T_2 = 0 \tag{13.2}$$

$$Nó\ 3: \quad T_1 + 2T_4 + T_5 - 4T_3 = 0 \tag{13.3}$$

$$Nó\ 4: \quad T_2 + T_3 + T_6 + 86,66 - 4T_4 = 0 \tag{13.4}$$

$$Nó\ 5: \quad T_3 + 2T_6 - 4T_5 = 0 \tag{13.5}$$

$$Nó\ 6: \quad T_4 + T_5 + 50 - 4T_6 = 0 \tag{13.6}$$

Após ter solucionado o sistema de equações algébricas lineares, são obtidos os resultados apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 *Valores de Temperatura Obtidos pelo MDF*

Nó	***T***
1	63,640449
2	72,162791
3	55,117647
4	62,505618
5	31,820000
6	36,081633

3.1.2 Análise Comparativa Entre os Resultados Obtidos Pelas FBR, pelo MDF e Pela Solução Exata.

Para a análise comparativa dos resultados, foram determinados os erros absolutos das temperaturas nos pontos, tomando como referência os resultados obtidos através da solução exata, conforme a Equação (12). Foram considerados os resultados obtidos pela FBR multiquádrica com $\varepsilon = 0,18$, pela FBR multiquádrica inversa com $\varepsilon = 0,12$, e pelo método de diferenças finitas. A Tabela 9 apresenta os resultados da solução exata e os erros absolutos obtidos.

Tabela 9 *Solução Exata e Erros Absolutos Obtidos*

Nó	***Solução Exata***	***FBR Multiquádrica***	***FBR Multiquádrica Inversa***	***MDF***
1	62,488797	0,292835	0,259905	1,151652
2	71,252121	0,536337	0,647507	0,91067
3	54,116885	0,071816	0,330914	1,000762
4	61,706146	0,625969	0,495252	0,799472
5	31,244398	0,198545	0,136002	0,575602
6	35,626060	0,537629	0,335131	0,455573

As FBR apresentaram resultados mais precisos que aqueles obtidos pelo método de diferenças finitas em praticamente todos os pontos. Apenas no nó 6, o resultado obtido pelo MDF foi um pouco mais preciso que o apresentado pela multiquádrica. Fica evidente a vantagem da utilização de FBR para a solução de equações diferenciais parciais, ainda mais quando se leva em conta o fato de que não é necessária a definição de malhas, o que, como já foi mencionado, torna-se um grande desafio em problemas multidimensionais de geometrias complexas.

3.2. Simulações Para Outras Distribuições de Pontos

Outros testes foram realizados para verificação do comportamento das FBR multiquádrica e multiquádrica inversa com o parâmetro de forma, alterando a distribuição de pontos.

3.2.1 Testes Aumentando o Número de Pontos

Num primeiro momento, foi simplesmente alterado o número de pontos (centros das FBR) para 25, mantendo a distribuição uniforme, conforme ilustra a Figura 3.

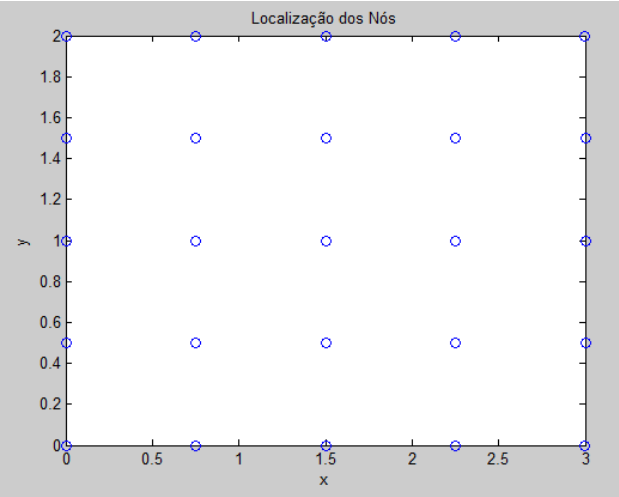


Figura 3 *Distribuição uniforme de 25 nós*

Nas simulações feitas, foi observado que, ao aumentar o número de pontos, os valores do parâmetro de forma utilizados, que apresentaram os melhores resultados, diminuíram. Mais uma vez, pode ser observado que o valor de ε a ser utilizado depende da FBR empregada. As Tabelas 10 e 11 apresentam os erros médios quadráticos obtidos para essa nova distribuição de pontos, quando utilizadas as FBR multiquádrica e multiquádrica inversa, respectivamente.

Tabela 10 *Erros Médios Quadráticos - Multiquádrica (25 nós – distribuição uniforme)*

ε	*RMS*
0,11	1,105e+000
0,12	8,266e-002
0,13	1,450e-001
0,14	2,689e-001

Tabela 11 *Erros Médios Quadráticos – Multiquádrica Inversa (25 nós – distribuição uniforme)*

ε	*RMS*
0,008	6,558e-001
0,009	1,399e-001
0,10	3,336e-002
0,11	1,320e-001

Os menores RMS foram obtidos para $\varepsilon = 0{,}12$ aplicado na multiquádrica e $\varepsilon = 0{,}10$ aplicado na multiquádrica inversa, sendo o melhor resultado aquele obtido pela multiquádrica inversa.

3.2.2 Testes Mudando a Forma de Distribuição dos Pontos

Considerando 25 pontos (nós) distribuídos na região de estudo, foram realizados novos testes alterando a forma de distribuição dos mesmos. Para tal, foram feitas simulações seguindo diferentes razões de progressões geométricas, r_{pg}. Foram considerados os mesmos valores do parâmetro de forma já utilizados para a distribuição uniforme dos 25 nós e também foram utilizadas as mesmas razões da progressão geométrica nas direções x e y.

As Tabelas 12 e 13 apresentam os erros médios quadráticos obtidos pelas FBR multiquádrica e multiquádrica inversa, respectivamente, quando alteradas as razões da progressão geométrica, r_{pg}, utilizadas, para os diferentes valores do parâmetro de forma.

Tabela 12 *Erros Médios Quadráticos – Multiquádrica (25 nós – progressão geométrica)*

ε	$r_{pg} = 1{,}5$	$r_{pg} = 2{,}0$	$r_{pg} = 2{,}5$	$r_{pg} = 3{,}0$	$r_{pg} = 3{,}5$	$r_{pg} = 4{,}0$
0,11	5,260e-001	1,357e-001	5,091e-002	1,753e-002	7,093e-003	1,171e-002
0,12	1,997e-001	4,145e-002	8,550e-003	8,805e-003	1,106e-002	1,470e-002
0,13	2,136e-001	7,427e-001	2,087e-001	4,910e-002	2,581e-002	4,152e-002
0,14	3,000e-001	3,800e-001	8,765e-001	2,883e-001	7,254e-002	1,094e-001

Tabela 13 *Erros Médios Quadráticos – Multiquádrica Inversa (25 nós – progressão geométrica)*

ε	$r_{pg} = 1{,}5$	$r_{pg} = 2{,}0$	$r_{pg} = 2{,}5$	$r_{pg} = 3{,}0$	$r_{pg} = 3{,}5$	$r_{pg} = 4{,}0$
0,08	9,980e+000	4,555e-001	1,340e-001	4,244e-002	1,564e-002	2,987e-002
0,09	1,613e-001	2,577e-001	6,885e-001	5,288e-002	1,328e-002	2,219e-002
0,10	3,112e-002	3,029e-002	3,044e-002	3,313e-002	1,272e-001	4,374e-002
0,11	1,158e-001	9,738e-002	7,520e-002	4,645e-002	3,757e-002	1,630e-001

Observa-se que, ao distribuir os pontos seguindo a progressão geométrica, os melhores resultados foram para a FBR multiquádrica com $r_{pg} = 3{,}5$ e $\varepsilon = 0{,}11$ e no caso de FBR multiquádrica inversa com $r_{pg} = 3{,}5$ e $\varepsilon = 0{,}09$. A utilização da progressão geométrica permite, através do estabelecimento da sua razão, colocar uma maior ou menor quantidade de pontos próximos às fronteiras. A melhoria dos resultados com o aumento da razão da progressão geométrica era esperada, uma vez que assim, mais pontos (centros) das FBR são colocados próximos às fronteiras físicas, traduzindo uma melhor influência das condições de contorno do problema. No entanto, pôde ser observado também que há um limite, pois a partir de uma razão igual a 4, a precisão dos resultados sofreu uma queda. Comparando os melhores resultados obtidos, a FBR multiquádrica agora superou a FBR multiquádrica inversa na precisão dos mesmos.

A Figura 4 ilustra a distribuição dos centros das FBR na região estudada, distribuídos segundo a progressão geométrica com $r_{pg} = 3{,}5$ nas direções x e y.

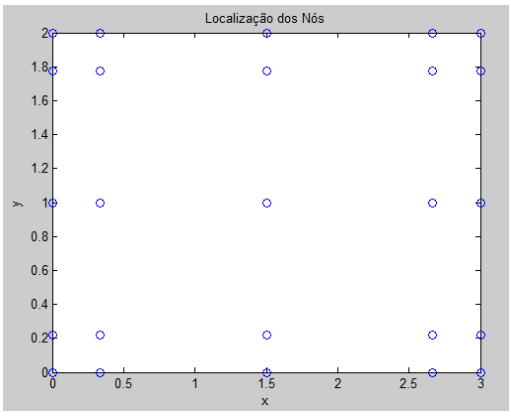


Figura 4 *Distribuição de 25 nós com* $r_{pg} = 3{,}5$

A Tabela 14 apresenta os erros absolutos obtidos para as temperaturas nos pontos $P_1(0,0)$, $P_2(0,1)$, $P_3(1,0)$, $P_4(1,1)$, $P_5(2,0)$, $P_6(2,1)$ da região considerada, tomando como referência a solução exata. Estes resultados foram obtidos para as FBR multiquádrica e multiquádrica inversa considerando os valores do parâmetro de forma e da razão da progressão geométrica que apresentaram os melhores resultados nos testes anteriores.

Tabela 14 *Solução Exata e Erros Absolutos Obtidos*

Nó	***Solução Exata***	***FBR Multiquádrica*** $r_{pg} = 3{,}5$, $\varepsilon = 0{,}11$	***FBR Multiquádrica Inversa*** $r_{pg} = 3{,}5$, $\varepsilon = 0{,}09$
1	62,488797	5,4208e-004	0,0088
2	71,252121	0,0075	0,0113
3	54,116885	0,0195	0,0601
4	61,706146	0,0086	0,0482
5	31,244398	0,0154	0,0213
6	35,626060	0,0214	0,0251

Comparando os erros absolutos apresentados nas Tabelas 9 e 14, observa-se que o aumento do número de pontos e a distribuição dos mesmos, possibilitando maior proximidade com as fronteiras, provocaram um aumento significativo da precisão nos valores da temperatura nos pontos avaliados.

4. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma aplicação de funções de base radial para a solução de equações diferenciais parciais. A partir de um problema clássico de condução de calor permanente, em uma região retangular, com condições de contorno de Neumann e de Dirichlet, foi solucionada a equação de Laplace, utilizando o método de colocação assimétrica. Foram inicialmente utilizadas as FBR de suporte global multiquádrica, multiquádrica inversa e gaussiana.

Os resultados dos primeiros testes, analisados a partir dos erros médios quadráticos (RMS), foram melhores para as FBR multiquádrica e multiquádrica inversa. A função de base radial gaussiana, mesmo quando utilizados pequenos valores do parâmetro de forma, apresentou valores elevados de RMS. Os resultados obtidos pelas funções multiquádrica e multiquádrica inversa foram então comparados com os resultados obtidos pelo método de diferenças finitas e pela solução exata. Os erros absolutos, tomando como referência a solução exata, foram menores para as FBR, se comparados com os apresentados pelo MDF.

Com relação aos valores do parâmetro de forma que apresentaram melhores resultados, foram observados valores diferentes para cada tipo de FBR.

Foram feitos testes aumentando o número de pontos distribuídos uniformemente na região. Ao aumentar o número de pontos na região, houve uma diminuição dos valores do parâmetro de forma que apresentaram melhores resultados, sendo que o melhor resultado foi obtido com a FBR multiquádrica inversa com um parâmetro de forma $\varepsilon = 0{,}10$.

O parâmetro de forma utilizado nas FBR de suporte global influencia significativamente a precisão dos resultados e, se por um lado, cria alguma indeterminação no seu uso, por outro lado oferece a possibilidade de explorar o seu valor para se obter uma melhor solução.

Outras simulações foram realizadas utilizando pontos distribuídos segundo progressões geométricas com diferentes razões. A razão que proporcionou melhores resultados foi a de 3,5, sendo que a FBR multiquádrica apresentou o menor RMS.

Fica evidente que funções de base radial são ferramentas de grande utilidade para a solução de equações diferenciais parciais, apresentando resultados bem precisos. Naturalmente, as definições sobre a FBR a ser utilizada, o número de pontos a serem colocados na região e a forma de distribuí-los, bem como, o valor do parâmetro de forma a ser utilizado, devem levar em conta uma tolerância de erro pré-determinada.

4. REFERÊNCIAS

[1] Kansa, Edward J. (1990). "Multiquadrics – a Scattered Data Approximation Scheme with Applications to Computational Fluid Dynamics I – Surface Approximations and Partial Derivate Estimates". *Computers and Mathematics with Applications. Volume 19, número 8/9, páginas 127-145.*

[2] Kansa, Edward J. (1990). "Multiquadrics – a Scattered Data Approximation Scheme with Applications to Computational Fluid Dynamics II - Solutions to Parabolic, Hyperbolic and Elliptic Partial Differential Equations". *Computers and Mathematics with Applications. Volume 19, número 8/9, páginas 147-161.*

[3] Larsson, E; Fornberg, B. (2003). "A Numerical Study of Some Radial Basis Function Based Solution Methods for Elliptic PDEs". *Computers and Mathematics with Applications. Volume 46, páginas 891-902.*

[4] Cheng, Alexander H. D.; Golberg, M. A.; Kansa, Edward J.; Zammito, G. (2003). "Exponential Convergence and H-C Multiquadric Collocation Method for Partial Differential Equations". *Numerical Methods for Partial Differential Equations, volume 19, número 5, páginas 571-594.*

[5] Micchelli, C. A.. (1986). "Interpolation of Scattered Data: Distance Matrices and Conditionally Positive Definite Functions*". ConstructiveApproximation, volume 2, páginas 11-22.*

[6] Bertolani, M. N.; Loeffler, C. F.; Menandro, F. M.; Bulcão A. (2010). "Desempenho de Funções de Base Radial de Suporte Compacto na Construção de Superfícies Bidimensionais"*. Mecánica Computacional, volume 24, páginas 8503-8519.*

[7] Monção, Thyago de Lellys Faria; Oliveira, Waldir de; (2010). "Resolução de Equações Diferenciais Parciais Através de Funções de Base Radial"*. VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica.* Campina Grande, Brasil.

[8] Özisik, M. N.; (1985). "Heat Transfer - A Basic Approach". McGraw-Hill Inc.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

FORO DOCENTE DEL AREA MECANICA DE LAS INGENIERIAS
FoDAMI

Estudo do Comportamento das Funções de Base Radial de Suporte Compacto para a Construção de Superfícies

Vilela, Márcia Suely Corrêa*, Monção, Thyago de Lellys Faria[(1)], Oliveira, Waldir[(2)]

PUC Minas, campus Poços de Caldas.
Av. Padre Francis Cletus Cox, 1661, CEP 37701-195, Poços de Caldas, Minas Gerais, Brasil.
marcia@pucpcaldas.br

(1) Universidade Federal de Itajubá, Av. BPS 1303, C.P.50, CEP 37500-903, Itajubá, Minas Gerais, Brasil. thylellys@yahoo.com.br

(2) Universidade Federal de Itajubá, Av. BPS 1303, C.P.50, CEP 37500-903, Itajubá, Minas Gerais, Brasil. waldir@unifei.edu.br

RESUMO.

A geração de superfícies contínuas e irregulares, importantes em diversas áreas da ciência e da engenharia, requer procedimentos numéricos de interpolação de grande número de dados dispersos. Nas últimas décadas, as funções de base radial (FBR) têm sido utilizadas como ferramentas importantes, principalmente em problemas multidimensionais. Diversos tipos de FBR estão descritos na literatura e podem ser definidas em todo o domínio (suporte global) ou em parte do domínio (suporte local ou compacto). Apesar de utilizada com frequência e muitas vezes eficiente, a análise global resulta matrizes de interpolação densas e algumas vezes mal condicionadas quando o número de pontos de interpolação é grande, gerando problemas de estabilidade. O uso de FBRs positivas definidas de suporte compacto, no entanto, permite controlar a densidade da matriz de interpolação a partir de um raio de influência. Caso o raio de influência seja maior que a maior distância entre dois pontos do domínio, a matriz será completamente cheia. Por outro lado, quanto menor o valor do raio de influência maior a esparsidade da matriz, resultando em menor precisão. Num caso extremo, se o raio de influência for menor que a menor distância entre dois pontos de colocação (nós), a matriz de interpolação será uma matriz de diagonal. Este trabalho avalia os erros médios quadráticos e os erros máximos obtidos para aproximação das imagens dos nós (centros) de uma função num domínio bidimensional, quando utilizadas algumas FBRs de suporte compacto. São avaliados também os erros médios quadráticos obtidos para as imagens de pontos gerados aleatoriamente no domínio quando utilizadas as mesmas FBRs. Nos testes são utilizados diferentes valores do raio de influência, buscando elucidar a contribuição do mesmo na precisão dos resultados.

Palavras-chave: Interpolação de dados dispersos, Funções de Base Radial, FBR de Suporte Compacto, Raio de Influência.

UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

FORO DOCENTE DEL AREA MECANICA DE LAS INGENIERIAS
FoDAMI

1. INTRODUÇÃO

A geração de superfícies contínuas e irregulares é um importante problema em diversas áreas da ciência e da engenharia. Para a interpolação de dados dispersos, necessária à construção destas superficies, as funções de base radial (FBR) têm-se apresentado nas últimas décadas como ferramentas importantes. Tais funções apresentam como única propriedade geométrica a distância radial e apresentam alto desempenho na interpolação, principalmente em problemas multidimensionais.

Utilizadas em 1971, primeiramente por Hardy [1], diversas FBRs estão descritas na literatura, podendo ser classificadas como globais, quando definidas em todo o domínio, ou locais (quando definidas em parte do domínio.

As FBRs globais (ou de suporte global), embora utilizadas com frequência, geram matrizes de interpolação densas e algumas vezes mal condicionadas quando o número de pontos de interpolação é grande, provocando problemas de estabilidade. Para evitar tais problemas, Wendland [2] propôs o uso de funções locais, também conhecidas como funções de suporte compacto ou local. Tais funções são positivas definidas e utilizam um raio de influência. Se o raio de influência for maior que a maior distância entre dois pontos, a matriz de interpolação gerada será completamente cheia. À medida em que diminui o valor do raio de influência, a matriz fica mais esparsa, resultando em menor precisão dos resultados. No caso limite, quando o raio de influência é menor que a menor distância entre dois pontos de interpolação, a matriz obtida é a matriz identidade. Portanto, a densidade da matriz de interpolação é controlada, pois, para valores da distância maiores do que o raio de influência, a FBR é truncada para zero.

A seção 2 deste artigo apresenta de maneira suscinta a formulação para utilização das FBRs e a seção 3 apresenta as considerações sobre as FBRs de suporte compacto, especialmente as de Wendland [2]. A seção 4 apresenta os resultados numéricos obtidos a partir de simulações utilizando o *software* MATLAB™ para a construção de uma superfície bidimensional obtida a partir da função de Franke [3]. Para os processos de interpolação são utilizadas algumas FBRs de suporte compacto propostas por Wendland [2] com diversos valores do raio de influência. As conclusões são apresentadas na seção 5.

2. FUNÇÕES DE BASE RADIAL.

Funções de base radial (FBR) são funções que dependem somente da distância radial entre centros, denominados de pontos x_i, e pontos genéricos, denominados pontos x. Portanto, são funções esféricamente simétricas, não dependendo da direção. Os centros (x_i) são os pontos para os quais os valores da função a ser interpolada são conhecidos. Faz-se então, a combinação linear e trabalha-se com uma função FBR interpolante (ϕ) para pontos dispersos no domínio de interesse. Assim:

$$f(x_p) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \phi(\|x - x_i\|) \tag{1}$$

sendo $f(x_p)$ o valor aproximado da função no ponto de interesse, $\phi(\|x - xi\|)$ a FBR escolhida, λ_i as incógnitas do sistema de equações lineares, x_i os centros e x os pontos genéricos.

Na forma matricial, a Equação (1) pode então ser escrita como:

$$\begin{pmatrix} \phi(\|x_1 - x_1\|) & \phi(\|x_2 - x_1\|) & \cdots & \phi(\|x_n - x_1\|) \\ \phi(\|x_1 - x_2\|) & \phi(\|x_2 - x_2\|) & \cdots & \phi(\|x_n - x_2\|) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi(\|x_1 - x_n\|) & \phi(\|x_2 - x_n\|) & \cdots & \phi(\|x_n - x_n\|) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} \tag{2}$$

UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

FORO DOCENTE DEL AREA MECANICA DE LAS INGENIERIAS
FoDAMI

Ou na forma vetorial como:

$$\Phi\lambda = F \tag{3}$$

Sendo Φ a matriz simétrica dos elementos $\phi(\|x - x_i\|)$, conhecida como matriz de interpolação, λ o vetor das incógnitas $(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)^T$ e F o vetor $(f_1, \ldots, f_n)^T$ dos valores conhecidos da função nos centros. Uma vez que a matriz de interpolação não é uma matriz diagonalmente predominante, deve-se evitar a solução do sistema por inversão da mesma. Com relação ainda à solução do sistema, para que o mesmo tenha solução e para que esta seja única, a matriz de interpolação deve ser não-singular. Segundo Micchelli [4] isto sempre acontece com as FBRs simples considerando pontos base distintos, sendo estas funções definidas positivas.

Tomando como $\|x - x_i\| = r$, a FBR pode ser escrita como $\phi(r)$.

Quando a FBR é aplicada em todo o domínio, tem-se uma abordagem global e então é conhecida como FBR de suporte global. Quando aplicadas em parte do domínio, a FBR é conhecida como FBR de suporte compacto ou local.

3. FUNÇÕES DE BASE RADIAL DE SUPORTE COMPACTO.

As FBRs de suporte global têm sido largamente utilizadas em diversos problemas com resultados satisfatórios. No entanto, para um número de pontos elevado, estas funções geram matrizes de interpolação densas, podendo ser mal condicionadas, gerando problemas de estabilidade. Esta dificuldade pode ser superada utilizando as FBRs de suporte compacto.

As FBRs de suporte compacto ou local surgiram em meados de 1990 e as mais utilizadas são as funções apresentadas por Wendland [2]. Wendland demonstrou que, para uma determinada dimensão *d* e um determinado grau de suavidade, sempre existe uma função de base radial positiva definida na forma de um polinômio de uma variável de grau mínimo, único dentro de um fator constante. Algumas dessas funções são apresentadas na Tabela 1 para diversos graus de continuidade desejados (C^n) e dimensionalidade *d*. Sendo ϕ positiva definida e se $\phi \in P_d$, deve-se ressaltar que $\phi \in P_k$ sempre que $k \le d$.

Tabela 1 *Funções Radiais de Wendland de Suporte Compacto.*

$\phi(r)$	$C^n \cap P_d$
$(1-r)_+$	$C^0 \cap P_1$
$(1-r)_+^3 (3r+1)$	$C^2 \cap P_1$
$(1-r)_+^5 (8r^2+5r+1)$	$C^4 \cap P_1$
$(1-r)_+^2$	$C^0 \cap P_3$
$(1-r)_+^4 (4r+1)$	$C^2 \cap P_3$
$(1-r)_+^6 (35r^2+18r+3)$	$C^4 \cap P_3$
$(1-r)_+^8 (32r^3+25r^2+8r+1)$	$C^6 \cap P_3$
$(1-r)_+^3$	$C^0 \cap P_5$
$(1-r)_+^5 (5r+1)$	$C^2 \cap P_5$
$(1-r)_+^7 (16r^2+7r+1)$	$C^4 \cap P_5$

As FBRs de suporte compacto geram matrizes positivas definidas com o controle da esparsidade das mesmas feito através de um raio de influência, *a*, além do qual a função de base radial é truncada para o valor *zero*.
As funções apresentadas na Tabela 1 têm raio de influência igual a um ($a = 1$). Para adaptar a interpolação de dados dispersos de diferentes densidades, torna-se necessário dimensionar o raio de influência. Assim, as funções apresentadas podem ser reescritas substituindo r por $\left(\frac{r}{a}\right)$. Caso o valor do raio de influência seja maior que a maior distância entre dois pontos do domínio, a matriz será completamente cheia. Por outro lado, quanto menor o valor do raio de influência maior a esparsidade da matriz, resultando em menor precisão. Num caso extremo, se o raio de influência for menor que a menor distância entre dois pontos de colocação (nós), a matriz de interpolação será uma matriz diagonal. Portanto, um valor apropriado de raio de influência a ser utilizado deve estar entre estes dois limites.
Segundo Floater [5], o valor do raio de influência interfere no comportamento da aproximação e na estabilidade do processo de interpolação. Do ponto de vista do comportamento da aproximação, intuitivamente parece que uma maior densidade de valores na matriz de interpolação produz melhor aproximação, sendo melhor um maior valor do raio de influência. No entanto, grandes valores do raio de influência geram valores pequenos para a razão $\left(\frac{r}{a}\right)$ e colunas da matriz de colocação podem ter valores muito próximos, podendo ocasionar perda de estabilidade no processo de interpolação. Portanto, pensando nesta estabilidade, o melhor seria trabalhar com valores menores do raio de influência.

4. TESTES NUMÉRICOS.

Através de um programa desenvolvido utilizando o *software* MATLAB™ foram realizadas simulações para as funções de suporte compacto de Wendland [2]. Foi utilizada para o estudo da precisão dos resultados, uma das funções clássicas disponíveis na literatura, a saber, a função de Franke [3]:

$$f(x,y) = \frac{0.75}{5} e^{-\frac{0.2}{5}\left((9x-2)^2+(9y-2)^2\right)} + \frac{0.75}{5} e^{-\frac{(9x-2)^2}{4}-\frac{(9y-2)^2}{10}} + \frac{0.5}{5} e^{-\frac{0.2}{5}\left((9x-7)^2+(9y-3)^2\right)} - 0.2e^{-\left((9x-4)^2+(9y-7)^2\right)} \quad (4)$$

Foi considerado neste trabalho um domínio bidimensional unitário, ou seja, $0 \le x \le 1$ e $0 \le y \le 1$.
Bertolani *et al* [6] apresentaram o desempenho de funções de base radial de suporte compacto para a função de Franke e para um parabolóide e concluíram que, dentre as FBRs de suporte compacto, as funções de Wendland [2] apresentavam melhor desempenho.
Sendo bidimensional o domínio estudado, foram utilizadas neste trabalho, as FBRs propostas por Wendland [2] com dimensionalidade $d = 3$ e $d = 5$, uma vez que são válidas para qualquer situação onde $d \le 3$, e diferentes graus de suavidade. Assim, as FBRs utilizadas nas simulações, reescritas considerando o raio de influência (*a*), são as apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 *Funções Radiais de Suporte Compacto Utilizadas*

$\phi(r)$	$C^n \cap P_D$ d
$\left(1-\frac{r}{a}\right)_+^2$	$C^0 \cap P_D$ 3
$\left(1-\frac{r}{a}\right)_+^4\left(4\frac{r}{a}+1\right)$	$C^2 \cap P_D$ 3
$\left(1-\frac{r}{a}\right)_+^6\left[\frac{3}{5}\left(\frac{r}{a}\right)^2+\frac{1}{8}\frac{r}{a}+3\right]$	$C^4 \cap P_D$ 3
$\left(1-\frac{r}{a}\right)_+^8\left[\frac{3}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^3+\frac{2}{5}\left(\frac{r}{a}\right)^2+8\frac{r}{a}+1\right]$	$C^6 \cap P_D$ 3
$\left(1-\frac{r}{a}\right)_+^3$	$C^0 \cap P_D$ 5
$\left(1-\frac{r}{a}\right)_+^5\left(5\frac{r}{a}+1\right)$	$C^2 \cap P_D$ 5
$\left(1-\frac{r}{a}\right)_+^7\left[\frac{1}{6}\left(\frac{r}{a}\right)^2+7\frac{r}{a}+1\right]$	$C^4 \cap P_D$ 5

4.1. Testes de avaliação das imagens da função de Franke para os nós

Foram realizadas simulações com vinte e cinco pontos distribuídos uniformemente no domínio e calculados os valores das imagens da função de Franke para estes pontos (nós). A Figura 1 a seguir, ilustra a superficie descrita pela função de Franke para o domínio bidimensional avaliado.

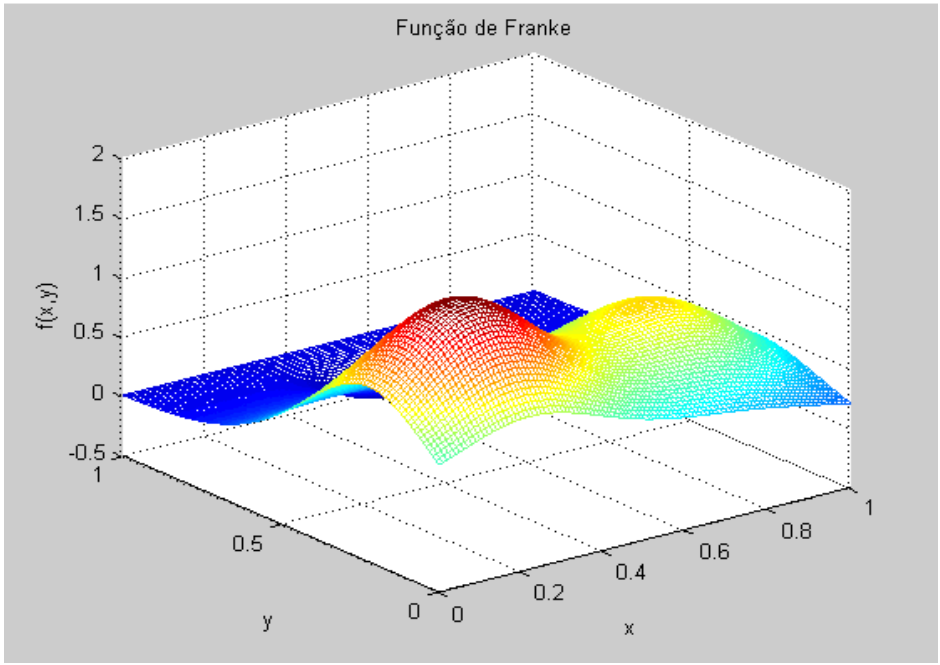


Figura 1 *Representação gráfica da Função de Franke.*

Foram obtidos os erros médios quadrádicos (RMS) e os erros máximos para quatro valores do raio de influência, a saber: $a = 0{,}2 * r_{max}$, $a = 0{,}5 * r_{max}$, $a = 0{,}7 * r_{max}$ e $a = r_{max}$, sendo: a, o raio de influência e r_{max}, a maior distância entre dois nós.

A Tabela 3 apresenta os valores dos RMS obtidos para as imagens da função de Franke, utilizando as FBRs de Wendland, nos vinte e cinco nós.

Tabela 3 *RMS Obtidos para os 25 Nós*

FBR de Wendland	$\frac{a}{r_{max}} = 0{,}25$	$\frac{a}{r_{max}} = 0{,}5$	$\frac{a}{r_{max}} = 0{,}75$	$\frac{a}{r_{max}} = 1$
$\phi_{0,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^2$	7,4991e-017	7,8020e-017	1,4718e-016	1,8004e-016
$\phi_{2,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^4\left(4\frac{r}{a}+1\right)$	4,8889e-017	8,6268e-017	1,0343e-016	2,7471e-016
$\phi_{4,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^6\left[\frac{35}{5}\left(\frac{r}{a}\right)^2+\ldots+3\right]$	4,3021e-017	6,7878e-017	1,5502e-016	2,4726e-016
$\phi_{6,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^8\left[\frac{32}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^3+\ldots+1\right]$	6,9181e-017	8,8471e-017	1,5329e-016	2,1541e-016
$\phi_{0,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^3$	5,4743e-017	1,4577e-016	1,8834e-016	1,1680e-016
$\phi_{2,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^3$	7,0326e-017	9,9961e-017	7,6809e-017	1,7382e-016
$\phi_{4,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^7\left[\frac{16}{6}\left(\frac{r}{a}\right)^2+\ldots+1\right]$	6,4871e-017	1,8795e-016	1,1934e-016	1,1072e-016

Observa-se que todas as FBRs estudadas apresentaram maior precisão para o menor valor do raio de influência testado, ou seja, um raio de influência (a) igual a um quarto da maior distância entre dois nós (r_{max}). Considerando apenas a densidade da matriz de interpolação, este resultado não seria esperado uma vez que, valores maiores do raio de influência promovem maior densidade de valores diferentes de zero na matriz de interpolação, favorecendo melhores aproximações.

A Tabela 4 a seguir, apresenta os erros máximos obtidos para os mesmos vinte e cinco nós distribuídos uniformemente e as mesmas FBRs de Wendland. Os melhores resultados, para cada FBR, foram também obtidos para um raio de influência igual a um quarto de r_{max}, sendo que a melhor precisão foi observada para as funções $\phi_{2,3}(r)$ e $\phi_{4,3}(r)$, que apresentaram o mesmo resultado.

Tabela 4 *Erros Máximos Obtidos para os 25 Nós*

FBR de Wendland	$\frac{a}{r_m} = 0{,}25$	$\frac{a}{r_m} = 0{,}5$	$\frac{a}{r_m} = 0{,}75$	$\frac{a}{r_m} = 1$
$\phi_{0,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^2$	2,2204e-016	3,3307e-016	6,6613e-016	4,4409e-016
$\phi_{2,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^4\left(4\frac{r}{a}+1\right)$	1,1102e-016	2,2204e-016	2,2204e-016	7,7716e-016
$\phi_{4,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^6\left[\frac{35}{3}\left(\frac{r}{a}\right)^2+\ldots+3\right]$	1,1102e-016	2,2204e-016	4,4409e-016	6,6613e-016
$\phi_{6,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^8\left[\frac{32}{3}\left(\frac{r}{a}\right)^3+\ldots+1\right]$	2,2204e-016	2,2204e-016	6,6613e-016	6,6613e-016
$\phi_{0,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^3$	2,2204e-016	6,6613e-016	8,8818e-016	3,3307e-016
$\phi_{2,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^3$	2,2204e-016	3,3307e-016	2,2204e-016	6,6613e-016
$\phi_{4,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^7\left[\frac{16}{3}\left(\frac{r}{a}\right)^2+\ldots+1\right]$	2,2204e-016	8,8818e-016	4,4409e-016	2,2204e-016

4.2. Testes de avaliação das imagens da função de Franke para pontos no domínio

Foram realizadas outras simulações para verificação das imagens de quarenta pontos distribuídos aleatoriamente no domínio. Foram considerados inicialmente vinte e cinco nós uniformemente distribuídos como nos primeiros testes. A Figura 2 a seguir ilustra a distribuição dos nós e a distribuição dos quarenta pontos de teste gerados aleatoriamente.

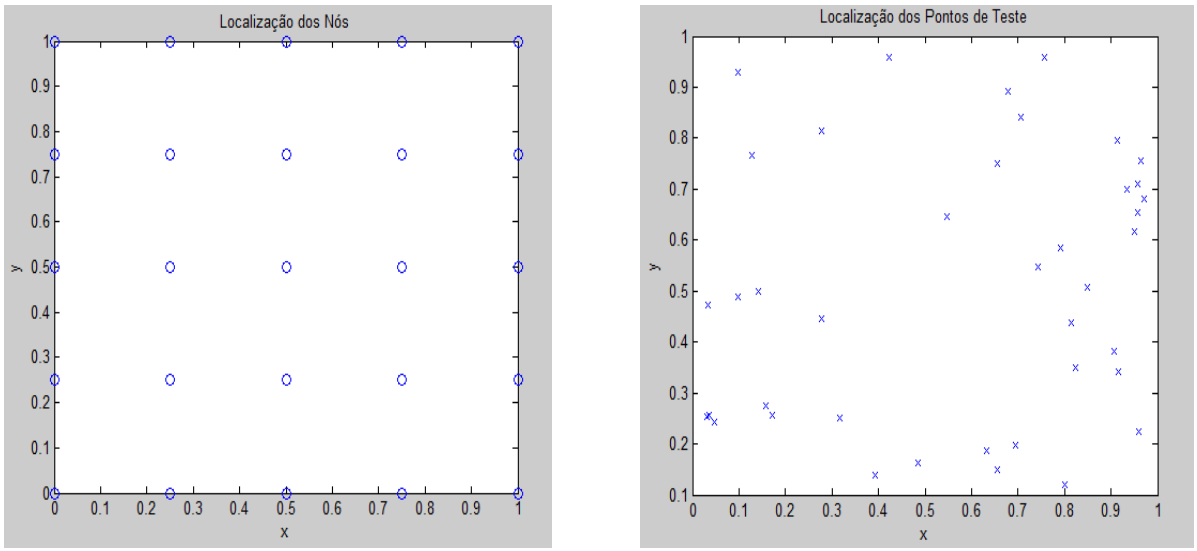


Figura 2 *Distribuição dos 25 nós e dos pontos de teste*

A Tabela 5 apresenta os erros médios quadráticos obtidos para as FBRs em função do raio do influência utilizado.

Tabela 5 *RMS Obtidos para 40 Pontos de Teste e 25 nós*

FBR de Wendland	$\frac{a}{r_{max}} = 0,25$	$\frac{a}{r_{max}} = 0,5$	$\frac{a}{r_{max}} = 0,75$	$\frac{a}{r_{max}} = 1$
$\phi_{0,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^2$	6,6081e-001	6,6062e-001	6,6115e-001	6,7433e-001
$\phi_{2,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^4\left(4\frac{r}{a}+1\right)$	6,6094e-001	6,6047e-001	6,5844e-001	6,4328e-001
$\phi_{4,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^6\left[\frac{35}{3}\left(\frac{r}{a}\right)^2+\ldots+3\right]$	6,6099e-001	6,6060e-001	6,5686e-001	6,4681e-001
$\phi_{6,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^8\left[\frac{32}{3}\left(\frac{r}{a}\right)^3+\ldots+1\right]$	6,6101e-001	6,6060e-001	6,5909e-001	6,5593e-001
$\phi_{0,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^3$	6,6096e-001	6,6073e-001	6,6145e-001	6,6427e-001
$\phi_{2,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^3$	6,6099e-001	6,6063e-001	6,5984e-001	6,5550e-001
$\phi_{4,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^7\left[\frac{16}{3}\left(\frac{r}{a}\right)^2+\ldots+1\right]$	6,6101e-001	6,6061e-001	6,5958e-001	6,5169e-001

Apesar das pequenas diferenças entre os valores obtidos, as funções $\phi_{0,3}(r)$ e $\phi_{0,5}(r)$ apresentaram melhor precisão para um valor do raio de influência igual à metade de r_{max}, sendo que as demais, apresentaram melhores resultados para o raio de influência igual a r_{max}. O menor RMS foi obtido pela função $\phi_{2,3}(r)$, que Shaback [7] cita como a mais precisa função radial positiva definida de suporte compacto. A Figura 3 ilustra graficamente o comportamento do RMS obtido para a distribuição aleatória de 40 pontos no dominio quando considerados vinte e cinco nós.

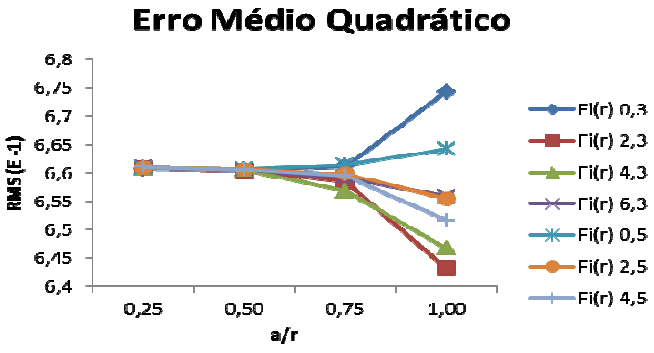


Figura 3 *Comportamento do RMS para os pontos de teste considerando 25 nós*

Esperava-se para todas as funções, os melhores resultados para o raio de influência igual à maior distância entre os pontos (r_{max}) uma vez que, como já foi dito anteriormente, um maior valor do raio de influência torna a função menos compacta, sendo maior o número de pontos introduzidos ao raio de ação das funções.
Avaliando ainda as imagens obtidas para os mesmos quarenta pontos distribuídos aleatoriamente, foram realizados testes considerando agora, uma distribuição de oitenta e um nós.
A Figura 4 a seguir ilustra a distribuição dos oitenta e um nós e dos quarenta pontos de teste.

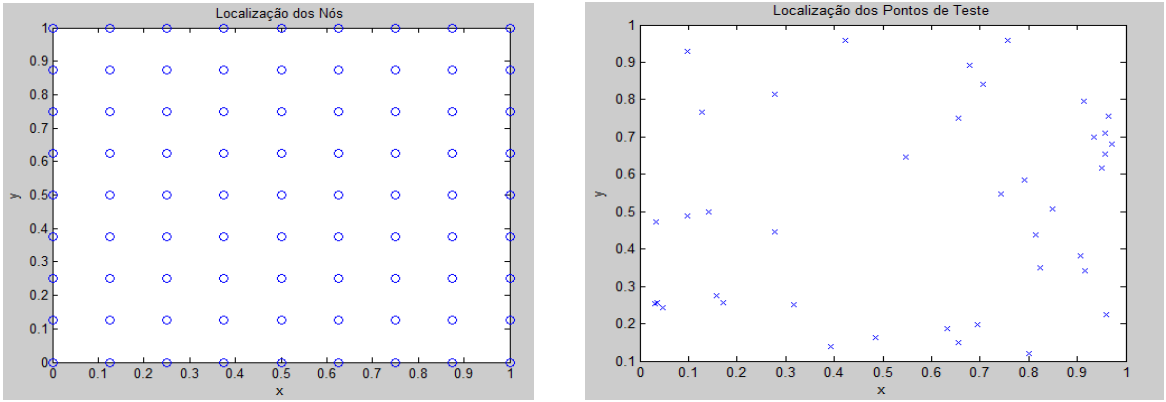


Figura 4 *Distribuição dos 81 nós e dos pontos de teste*

Os resultados são apresentados na Tabela 6 a seguir.

Tabela 6 *RMS Obtidos para 40 Pontos de Teste e 81 nós*

FBR de Wendland	$a = 0{,}2 * r_{max}$	$a = 0{,}5 * r_{max}$	$a = 0{,}7 * r_{max}$	$a = r_{max}$
$\phi_{0,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^2$	6,6105e-001	6,6074e-001	6,6028e-001	6,6170e-001
$\phi_{2,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^4\left(4\frac{r}{a}+1\right)$	6,6106e-001	6,6094e-001	6,5791e-001	6,4579e-001
$\phi_{4,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^6\left[\frac{3}{5}\left(\frac{r}{a}\right)^2+\ldots+3\right]$	6,6106e-001	6,6063e-001	6,5974e-001	7,1452e-001
$\phi_{6,3}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^8\left[\frac{3}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^3+\ldots+1\right]$	6,6106e-001	6,6010e-001	6,6013e-001	6,6932e-001
$\phi_{0,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^3$	6,6106e-001	6,6105e-001	6,6094e-001	6,6062e-001
$\phi_{2,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^3$	6,6106e-001	6,6094e-001	6,5961e-001	6,5543e-001
$\phi_{4,5}(r) = \left(1-\frac{r}{a}\right)_+^7\left[\frac{1}{6}\left(\frac{r}{a}\right)^2+\ldots+1\right]$	6,6106e-001	6,6090e-001	6,5894e-001	6,6451e-001

Nos testes com vinte e cinco nós, as funções $\phi_{0,3}(r)$ e $\phi_{0,5}(r)$ apresentaram melhores resultados para raios de influência iguais à metade de r_{max}. No entanto, com oitenta e um nós, a função $\phi_{0,3}(r)$ apresentou maior precisão para um raio de influência igual à 75% de r_{max} e a função $\phi_{3,3}(r)$ para o raio de influência igual ao r_{max}. As funções $\phi_{4,3}(r)$, $\phi_{6,3}(r)$ e $\phi_{4,5}(r)$ apresentaram para vinte e cinco nós resultados melhores quando o raio de influência era igual ao r_{max}. Já com oitenta e um nós, apresentam maior precisão com valores do raio de influência menores. As funções $\phi_{2,3}(r)$ e $\phi_{2,5}(r)$ continuaram a apresentar os melhores resultados para o valor do raio de influência igual ao r_{max}.

A Figura 5 a seguir ilustra graficamente o comportamento do RMS obtido para a distribuição aleatória de 40 pontos no dominio quando considerados vinte e cinco nós.

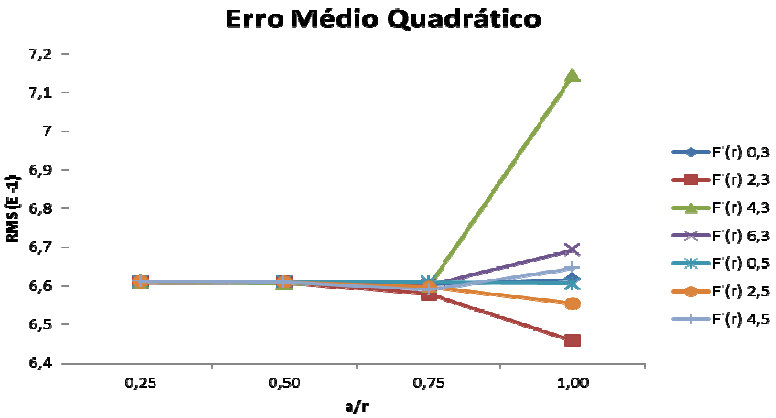


Figura 5 *Comportamento do RMS para os pontos de teste considerando 81 nós*

5. CONCLUSÕES.

As funções de base radial têm se apresentado nas últimas décadas como ferramentas importantes para a solução de diversos problemas da ciência e da engenharia, dentre eles a construção de superficies contínuas e irregulares.

As FBRs de suporte global, aplicadas em todo o domínio, têm sido amplamente utilizadas, apresentado bons resultados em diversas aplicações. No entanto, para problemas multidimensionais com grande número de dados, podem gerar matrizes de interpolação densas e mal condicionadas. As FBRs positivas definidas de suporte compacto, aplicadas em parte do domínio, se apresentam então como solução para tais problemas, pois limitam o domínio de influência da função de interpolação. Tais limites são definidos a partir do chamado raio de influência que controla a esparsidade da matriz de interpolação, devendo este raio de influência estar compreendido entre os valores da menor e da maior distância entre dois nós.

No trabalho aqui apresentado, foram avaliados os comportamentos de algumas funções de Wendland de suporte compacto para quatro valores específicos do raio de influência, na aproximação da Função de Franke.

Os primeiros testes mostraram bons resultados de aproximação obtidos para os nós para todos os valores do raio de influência utilizados. A análise foi feita a partir dos erros médios quadráticos e dos erros máximos para vinte cinco nós distribuídos uniformemente. Os melhores resultados foram obtidos para o menor valor utilizado, ou seja, um raio de influência igual a um quarto da maior distância entre os nós. Era esperado que valores mais precisos fossem conseguidos para maiores raios de influência por gerarem matrizes menos esparsas.

Para uma distribuição aleatória de quarenta pontos de teste no domínio, as funções apresentaram pequenas diferenças nos erros médios quadrádicos, mas os melhores resultados foram obtidos para

a função $\phi_{2,3}(r)$ com o raio de influência igual à maior distância entre dois nós (ou centros). Um bom resultado desta função era esperado e tal comportamento foi observado tanto quando foram distribuídos uniformemente vinte e cinco nós, como também quando foram utilizados oitenta e um nós distribuídos uniformemente.

A priori, não se pode identificar a melhor FBR e o melhor valor do raio de influência a ser utilizado, pois tal definição irá depender da distribuição e do número de nós (centros) para os quais os valores deverão ser conhecidos. Neste trabalho foram utilizadas distribuições uniformes de poucos pontos base (nós). No entanto, quantidades maiores e distribuições não uniformes de nós poderiam ser testadas. Na solução de um problema prático, a análise do mesmo torna-se fundamental para identificar as regiões de maior demanda para a determinação da distribuição adequada.

4. REFERÊNCIAS.

[1] Hardy, Rolland L. (1971). "Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces". *Journal of Geophys. Volume 76, páginas 1905-1915*.

[2] Wendland, Holger. (1995). "Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree". *Advances in Computational Mathematics. Volume 4, páginas 389-396.*

[3] Franke, Richard. (1982). "Scattered Data Interpolation". *Mathematics of Computation. Volume 38, número 157, páginas 181-200.* Califórnia, USA.

[4] Micchelli, Charles A.. (1986). "Interpolation of Scattered Data: Distance Matrices and Conditionally Positive Definite Functions". *Constructive Approximation. Volume 2, número 1, páginas 11-22.*

[5] Floater, Michael S., Iske, Armin. (1996). "Multistep Scattered Data Interpolation Using Compactly Supported Radial Basis Functions". *Journal of Computational and Applied Mathematics. Volume 73, páginas 65-78.*

[6] Bertolani, Marcos N., Loeffler, Carlos F., Menandro, Fernando M., Bulcão, André. (2010). "Desempenho de Funções de Base Radial de Suporte Compacto na Construção de Superfícies Bidimensionais". *Mecánica Computcional. Volume 29, páginas 8503-8519.* Buenos Aires, Argentina.

[7] Schaback, R. (2007). "A Pratical Guide to Radial Basis Functions", http://num.math.unigoettingen.de/shaback/teaching/texte/approx/sc.pdf.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

OTIMIZAÇÃO DE VENTILADORES CENTRÍFUGOS COM PÁS AUXILIARES UTILIZANDO TÉCNICAS DE DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

Prado, Carina[1], Ramirez, Ramiro G.[2], Oliveira, Waldir[3], Silva, Edna R.[4]

[1234] *Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade federal de Itajubá.*
Caixa Postal: 50 - CEP: 37500 903 - Itajubá – MG Brasil.
Av. BPS 1303, Bairro Pinheirinho.

carina.prado@gmail.com, *ramirez@unifei.edu.br*, *waldir@unifei.edu.br*, *ednaunifei@yahoo.com.br*

RESUMO

Ventiladores centrífugos com pás auxiliares podem apresentar um ou mais conjuntos de pás auxiliares que são intercalados no conjunto de pás principais de rotores convencionais. Neste estudo são analisados ventiladores centrífugos com apenas um conjunto de pás auxiliares que têm um comprimento menor que aquele das pás de rotores convencionais. Via de regra, esse conjunto de pás auxiliares é intercalado exatamente no meio do conjunto de pás principais, ou seja, as pás auxiliares estão equidistantes circunferencialmente das pás principais. Também, em geral, o formato das pás auxiliares é feito idêntico àquele das pás principais. No que se referem às pás auxiliares, quatro parâmetros geométricos influenciam as características de desempenho aerodinâmico de ventiladores centrífugos, mantendo-se o mesmo ângulo de saída das pás principais: *i*) comprimento, *ii*) posição circunferencial, *iii*) ângulo de entrada e *iv*) formato das pás auxiliares. Com base na geometria de um ventilador centrífugo convencional de 10 pás (principais), é inserido pás auxiliares de forma atingir a máxima eficiência. Este ventilador é otimizado, é estabelecido o melhor comprimento e a melhor posição circunferencial, para o formato de pás fixado (arco de circulo). Inicialmente foi feita a validação do rotor convencional através da comparação com os resultados experimentais [1]. Os resultados numéricos com pás auxiliares foram analisados, mostrando que a utilização de pás auxiliares melhora as condições do escoamento no rotor, resultando em eficiências hidráulicas menores, porém com faixa de operação mais estável.

Palavras Chaves: CFD, Otimização, Ventilador Centrífugo.

1. Introdução

A Mecânica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics*) pode ser descrita, de forma generalizada, como a simulação numérica dos processos físicos e químicos que representam um campo de escoamento.

As técnicas de CFD, assim como programas do gênero, apresentam como principal função obter a solução numérica do campo de escoamento através da solução das equações diferenciais de transporte, para com numa geometria pré-definida. Esta metodologia de analise incorpora o pré-processamento (criação da geometria e malha), o agente de resolução e módulos de pós-processamento que utilizam uma interface gráfica. Programas comerciais de uso geral, tais como Fluent® e CFX®, ambos com base na técnica de discretização dos volumem finitos, tem mostrado capacidade em modelar e simular os processos físicos nos fluidos.

O uso desta ferramenta tem se destacado na área das Turbomáquinas, de forma a prever a eficiência dos rotores. Ambos os softwares comerciais oferecem vantagem e desvantagens um em relação do outro, porem para se ter sucesso num dado problema é importante conhecer a física do comportamento do escoamento e qual modelo de turbulência (geração de energia cinética e de dissipação) pode conduzir a representar o complexo campo de escoamento nos canais das turbomáquinas. De acordo com [2], a utilização das ferramentas de CFD permite obter características de desempenho com alto grau de precisão, em uma ampla faixa de operação, de modo que testes de laboratórios possam ser reduzidos ao mínimo. Entre tanto, quando se tratando de escoamentos incompressíveis, muitos códigos comerciais podem atender soluções com boa precisão quando comparados com ensaios experimentais. Deve-se lembrar que uma solução em CFD necessariamente tem que iniciar com as grandezas de projeto das turbomáquinas, isto é rotação, vazão e variação de pressão, que geralmente são obtidas do projeto unidimensional com base na definição da geometria. Não devemos esquecer que o tratamento adequado da malha computacional será importante na convergência dos resultados numéricos, sendo assim devemos estar atentos com os critérios de refino de elementos próximos da parede com base na *lei de parede*.

1.1. CFD Aplicada em Turbomáquinas Radiais.

[3] estudaram o efeito das pás auxiliares sobre a eficiência de uma bomba centrífuga através de simulação numérica e de resultados experimentais. A geometria da bomba é modelada a partir de uma malha híbrida, e é utilizada a técnica de malha deslizante para permitir as interações rotor-voluta. O refinamento da malha foi feito de acordo com o regime de escoamento no canal. Também foi feito um estudo que mostrava a independência da malha com os resultados globais, isto é maiores refinos não resultam em melhora da solução e só encarecem o tempo computacional. O modelo de turbulência utilizado foi o κ-ω padrão. Percebeu-se que, independente da taxa de fluxo, a adição de pás auxiliares sempre aumenta a altura efetiva de elevação. Porém a eficiência não melhora, já que as perdas hidráulicas são maiores. O efeito mais positivo foi a diminuição nas flutuações de pressão, pois diminui as acelerações vibratórias, e consequentemente o nível de ruído.

[4] utilizou as técnicas de CFD para visualização do fluxo, cálculo do torque, estimativa da potência e análise da aero acústica de um ventilador centrífugo com as pás inclinadas para trás. Para simulação numérica deste escoamento em regime não permanente, FLUENT® foi utilizado, e o modelo de turbulência k-ε foi escolhido. O cálculo numérico foi executado através de um único referencial móvel (SRF, *Single Referance Frame*) onde foi dada a rotação do ventilador e do fluido relativo ao referencial não inercial. Nos resultados verificou-se que a simulação numérica com relação à vazão tem um desvio de 3 a 4% dos ensaios experimentais. Segundo as análise de [4], a variação do desvio se deve principalmente ao modelo de turbulência semi-empírico que foi utilizado que produz instabilidades no canal do ventilador centrifugo.

[5] também estudam a influência dos modelos de turbulência em turbomáquinas radiais. Neste caso o objeto de estudo foi uma bomba radial testada no ponto de projeto e fora dele. Para a simulação foram testados diversos modelos de turbulência, desde os mais clássicos como; κ-ε padrão, modelo RNG κ-ε e modelo κ-ω, e outros mais completos como; modelo SST (*Shear Stress Transport*), modelo DES (*Detached Eddy Simulation*) e modelo SSG Reynolds stress model (Speziale-Sarkar-Gatski). Todos os resultados simulados foram comparados com resultados experimentais obtidos em bancos de ensaios. O tempo computacional gasto por todos os modelos foi bem parecido, menos para o modelo SSG que demora duas vezes mais que os outros, já que este resolve seis equações de

transporte a mais de forma de simular os tensores de Reynolds de forma independente. Os resultados demonstraram que no ponto de projeto, o modelo κ-ε padrão apresenta os melhores resultados em relação à magnitude da velocidade, um pouco melhor que o modelo κ-ω. Entretanto, o modelo κ-ω é bem mais preciso ao predizer a direção dos vetores de velocidade e a energia kinética turbulenta.
[6] estudou o efeito das pás auxiliares em diversas posições geométricas do rotor centrífugo. Com o auxilio do CFD foi feita uma análise numérica do efeito dessas pás auxiliares e dos pontos de separação da camada limite, no ventilador. Para tanto foi utilizada malha não estruturada, e o modelo de turbulência κ-ε. O tamanho da pá auxiliar é constante e igual a 40% da pá principal. Foram testadas sete configurações de rotores com as pás em posições circunferenciais diferentes. E foi observado que as pás próximas ao bordo de ataque melhoram a recuperação de pressão, entretanto as pás próximas ao bordo de fuga prejudicam esta recuperação de pressão.
Com base nestes trabalhos pode-se concluir que a simulação numérica nos canais de rotores centrífugos tem-se mostrado eficientes, sendo importante a escolha do modelo de turbulência de forma a prever mais realisticamente o ponto de separação no canal. Entre tanto, em muitas situações as eficiências calculadas utilizando CFD são maiores que dos modelos ensaiados experimentalmente.

2. Técnicas de Simulação em CFD

No presente trabalho optou-se por dois softwares comerciais o ICEM-CFD® para o pré-processamento e o FLUENT® como "*solver*" para a análise do campo de escoamento. Na geometria foi utilizada uma malha tetraédrica (tridimensional) com elementos prismáticos na parede, para garantir resultados confiáveis da potencia de eixo e potencia hidráulica, com refino de elementos nos bordos de ataque e fuga.

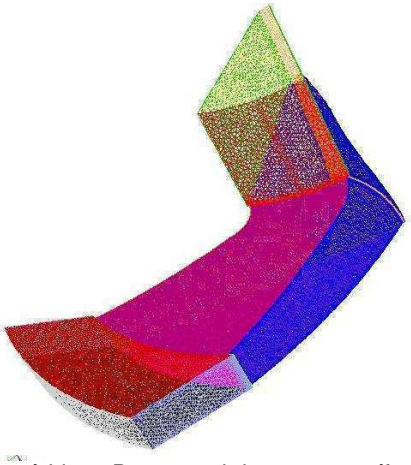
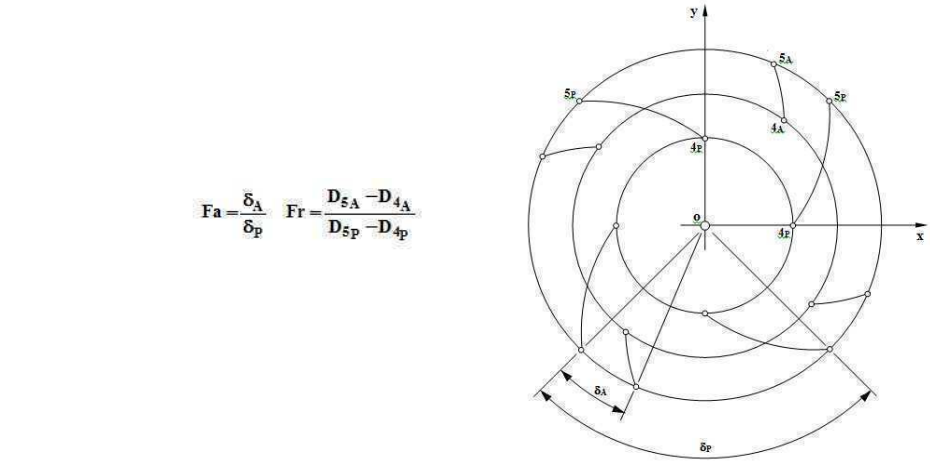


Figura 1 *Malha tetraédrica 3D no canal do rotor centrífugo. (927344 células).*

2.1 Procedimentos de Solução.

Para a realização deste trabalho foram necessárias diversas tarefas multidisciplinares. Primeiramente foi gerado o desenho de 1/10 do rotor ventilador centrífugo sem pás auxiliares, visto que este tem simetria radial. Neste desenho foram respeitadas as condições de periodicidade e de espessura das pás. Após isso foi gerado o *script* de comandos escritos na linguagem TCL/Tk para interpretação do software ICEM-CFD®, para a geração da geometria do canal e malha tetraédrica 3D. O *script* foi estendido de forma a gerar o canal com a pá auxiliar. A utilização do *script* permite a integração com o otimizador, de forma a este provocar variações no posicionamento das pás auxiliares em relação ao fator de raio *(F_r)* e ao fator de ângulo *(F_a)*.



$$Fa = \frac{\delta_A}{\delta_P} \qquad Fr = \frac{D_{5A} - D_{4A}}{D_{5P} - D_{4P}}$$

Figura 2 *Esquema da seção transversal de um rotor centrífugo com pás auxiliares indicando o fator de raio, F_r, e o fator de ângulo, F_a.*

No programa FLUENT® as informações, tais como o modelo de turbulência, o esquema de convergência, as condições de contorno, condições de parede e periodicidade, entre outros são introduzidos através de um arquivo auxiliar, *Journal.dat*, interpretado pelo FLUENT®. Neste é possível gerar arquivos de saída de dados após a convergência na simulação ter sido alcançada.

2.2 Modelo de Turbulência

O modelo de turbulência escolhido foi o κ-ω/SST. De acordo com [7] este modelo consegue resolver os problemas dos modelos κ–ω e κ–ε, ou seja, em regiões com curvaturas e próximas à parede é usado o modelo κ–ω, e nas regiões mais longe da parede, o modelo κ– ε. O modelo SST baseado em κ–ω leva em conta o transporte das tensões de cisalhamento turbulentas e fornece predições precisas para casos de escoamento com gradientes adversos de pressão envolvendo separação [8].

2.3 Condições de Contorno

Foi dada como condição de contorno na entrada do rotor a velocidade de 19,0 [m/s] determinada através da vazão de projeto no ponto de eficiência máxima e a pressão estática manométrica (0 Pascal). Para a condição de saída, foi imposta uma pressão obtida do ensaio experimental [1], valor de 3203,42 [Pa]. Foram considerados níveis de turbulência na entrada e saída do rotor em torno de 5%. Nas pás principais, pás auxiliares, bordos de fuga e de ataque, condição de parede lisa, e nas outras regiões, condições de periodicidade, como é mostrado na Fig. 3. A condição de periodicidade em rotores radiais sem efeito da voluta permite realizar a simulação de apenas um canal, neste caso, para um rotor com 10 pás, apenas um décimo do rotor. A pá auxiliar será adicionada entre as pás principais em função dos fatores de radio F_r e fator de ângulo F_a, como mostrado na Fig. 2.

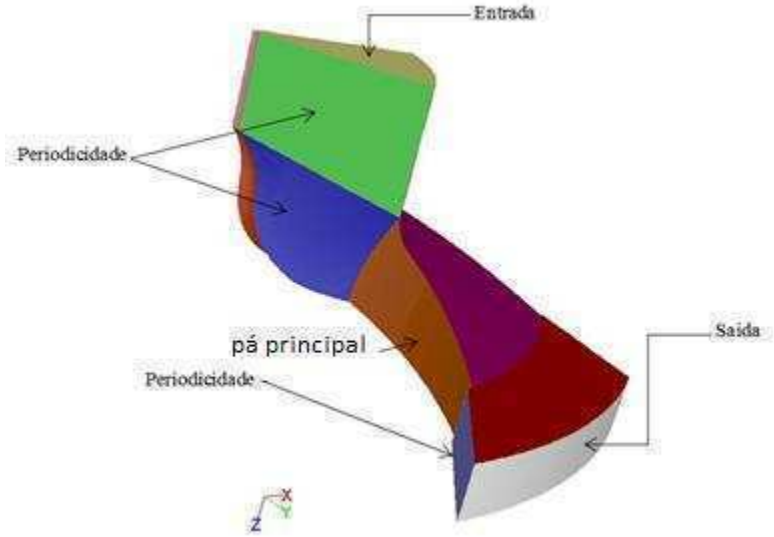


Figura 3 *Condições de contorno do problema*

3. Método de Otimização

Para o processo de otimização foi escolhido um algoritmo de otimização global estocástico conhecido como Algoritmo de Busca Aleatória Controlada (*Controlled Random Search Algorithm – CRSA*). O CRSA é um algoritmo baseado num conjunto populacional, assim como os Algoritmos Genéticos e de Evolução Diferencial. O CRSA a partir de uma população inicial de indivíduos sobre uma região coerente do problema promove as substituições iterativas dos piores indivíduos pelos melhores, desejando que a população contraia-se em torno do ótimo global.

Definido como $S = \left\{ \mathbf{x} \in \Re^n : x_j^L \le x_j \le x_j^U,\ j = 1,\ldots,n \right\}$, onde $x_j^L \le x_j \le x_j^U$, representa respectivamente, os limites inferiores e superiores para n coordenadas de x. O ponto x^* é um mínimo global de f se $f(x^*) \le f(x), \forall\ x \in S$. Além das restrições laterais usados na definição de S, podem ser impostos outros tipos de restrições.

Os CRSA's foram propostos como aperfeiçoamento para os métodos de busca aleatória simples, nos quais apenas o ponto com o melhor valor da função-objetivo permanece em cada iteração [9]. O CRSA parte de um conjunto ou população inicial P de N pontos aleatoriamente tomados em S e então executa um processo iterativo de contração dessa população em direção ao ótimo global por meios puramente heurísticos [10] [11].

Nos CRSA's, o tamanho N da população é mantido ao longo de todo o processo de otimização. Ao contrário de outros algoritmos de otimização globais, o CRSA substitui um único ponto da população (seu pior ponto, h) por um ponto melhor l em cada iteração. Assim sua implementação é mais direta.

O CRSA básico para minimização é descrito como segue (adaptado [10] e [11]):

1. Geração da população inicial P de N pontos aleatórios em S: $P = \{x_1,\ldots, x_N\}$. Determinação do pior ponto, h, e do melhor ponto, l, isto é, pontos em P com os melhores e os piores valores da função, f_h e f_l, respectivamente. Se o critério de parada sempre for satisfeito, então pare (por exemplo, pare se $f_h - f_l < \varepsilon$, onde ε é uma tolerância obtida).
2. Geração dos pontos de teste p para substituir o pior ponto, h.
3. Se p é inviável ($p \notin S$), seguir para o passo 2 (ou alterar p, tornando-o viável).
4. Avaliar $f_p = f(p)$. Se p é insatisfatório ($f_p \ge f_h$), seguir para o passo 2.
5. Atualizar o conjunto de pontos P substituindo o atual pior ponto pelo ponto de teste: ($P \leftarrow P \cap \{p\} / \{h\}$). Encontrar h e f_h em novo P. Se $f_p < f_l$, então configurar p, f_p como novo l, f_l.
6. Se o critério de parada for satisfeito, finalizar, senão seguir para o passo 2.
7. As duas principais diferenças entre os CRSA's disponíveis referem-se: (*i*) o modo de geração do ponto tentativa (passo 2); (*ii*) o acesso opcional a uma fase de busca local sempre que o

melhor ponto for o mais recente na população (quando $f_p < f_i$ no passo 5). Deve-se notar que todas as versões assumem que N >> n; como regra geral, sugere-se tipicamente $N_{pop} = 10(n + 1)$ [12] [13].

3.1 Metodologia de Integração de Processos

Segundo [14], para otimizar sistemas complexos em engenharia é necessário utilizar metodologias de integração de processos, isto é, calculo de escoamento em CFD e algoritmos de otimização. Estas metodologias contribuem de forma significativa para o desenvolvimento de projetos ótimos em engenharia.

Com base em metodologias de projeto unidimensionais de rotores de ventiladores centrífugos, é possível obter as dimensões básicas a partir das variáveis de projeto tais como: vazão volumétrica, diferencial de pressão e rotação.

Com base nas dimensões básicas já definidas, define-se o domínio computacional do rotor, isto é, a construção automática de malhas e geometrias parametrizadas através de arquivo tipo *script*, com comandos de edição escritos na linguagem *Tcl/Tk*, que será interpretado pelo programa comercial ICEM-CFD®, resultando assim na construção da geometria e malha do rotor. Para a solução do escoamento no rotor do ventilador, utilizou-se o software FLUENT®, em que as condições de contorno são introduzidas através de arquivos auxiliares tipo *Journal file*. Para a otimização do rotor, é realizada a integração de todos os processos (CRSA→ *script.dat* →ICEM-CFD® → *Journal.file* → Fluent®) na qual o CRSA é o administrador do processo escrito em linguagem FORTRAN®.

O fluxograma da Figura 4 ilustra o processo de integração, onde os arquivos de entrada e saída são utilizados como ponte de integração.

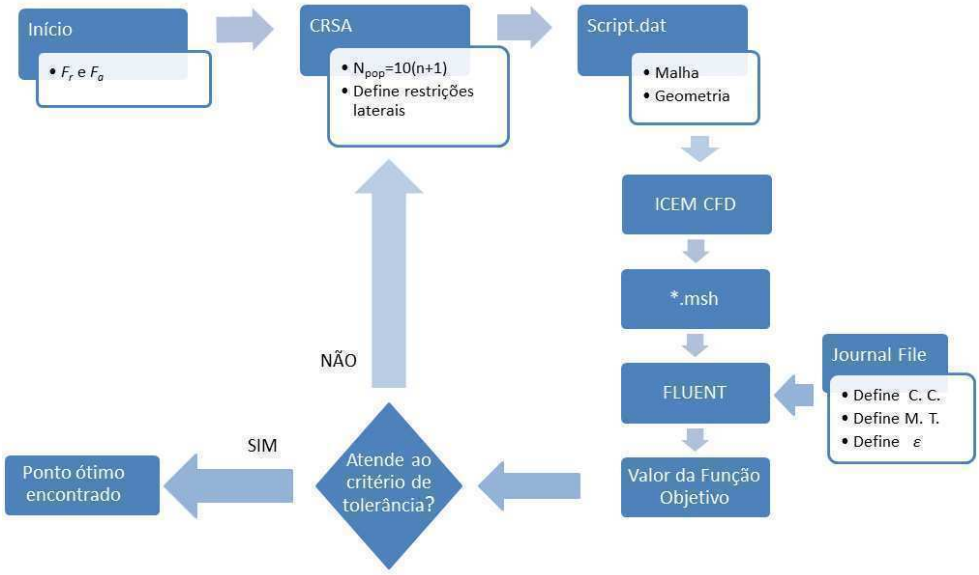


Figura 4 *Fluxograma da estrutura da Integração dos processos.*

4 Análise Experimental

Para efeito de comparação entre os dados experimentais e a simulação em CFD, é necessário que haja compatibilidade entre os testes. Portanto, os resultados experimentais foram obtidos sem que o rotor o ventilador sofresse nenhuma interferência externa (rotor isolado). O estudo experimental realizado por [1], levantou-se uma análise experimental de cinco rotores isolados com diferentes números de pás, e de formatos diferentes. Para tanto necessitou de um banco de testes especial, que foi construído no Laboratório de Ventiladores do Instituto de Engenharia Mecânica (IEM) da UNIFEI.

O rotor analisado neste trabalho foi testado por [1], e tem uma rotação específica, n_{qA}, igual a *150*, sendo $n_{qA} = 10^3 \, n \, Q^{1/2} / Y^{3/4}$, onde *n* é a rotação do rotor em [rps], *Q* é a vazão da turbomáquina em

[m^3/s] e *Y* é o trabalho específico da turbomáquina em [J/kg]. A seção meridional desse rotor é representada na Fig. 5 (a) e as suas dimensões principais são dadas na Tab. 1. A Figura 5 (b) apresenta a seção meridional do ventilador centrifugo. As principais dimensões dessa seção de testes são dadas na Tab. 2. Detalhes da sonda, para medição da pressão total na saída do rotor podem ser vistos na "*seção C-C"* da Fig.5. Detalhes da técnica de medição para obtenção dos resultados experimentais do campo de operação do ventilador, como os desenhos executivos do projeto podem ser encontrados em [1]. A seção transversal desse rotor é representada na Fig. 6 (a) e as suas dimensões principais são dadas na Tab. 3. O rotor analisado numericamente têm 10 pás principais, de espessura constante e em formato de arco de círculo (ARC).

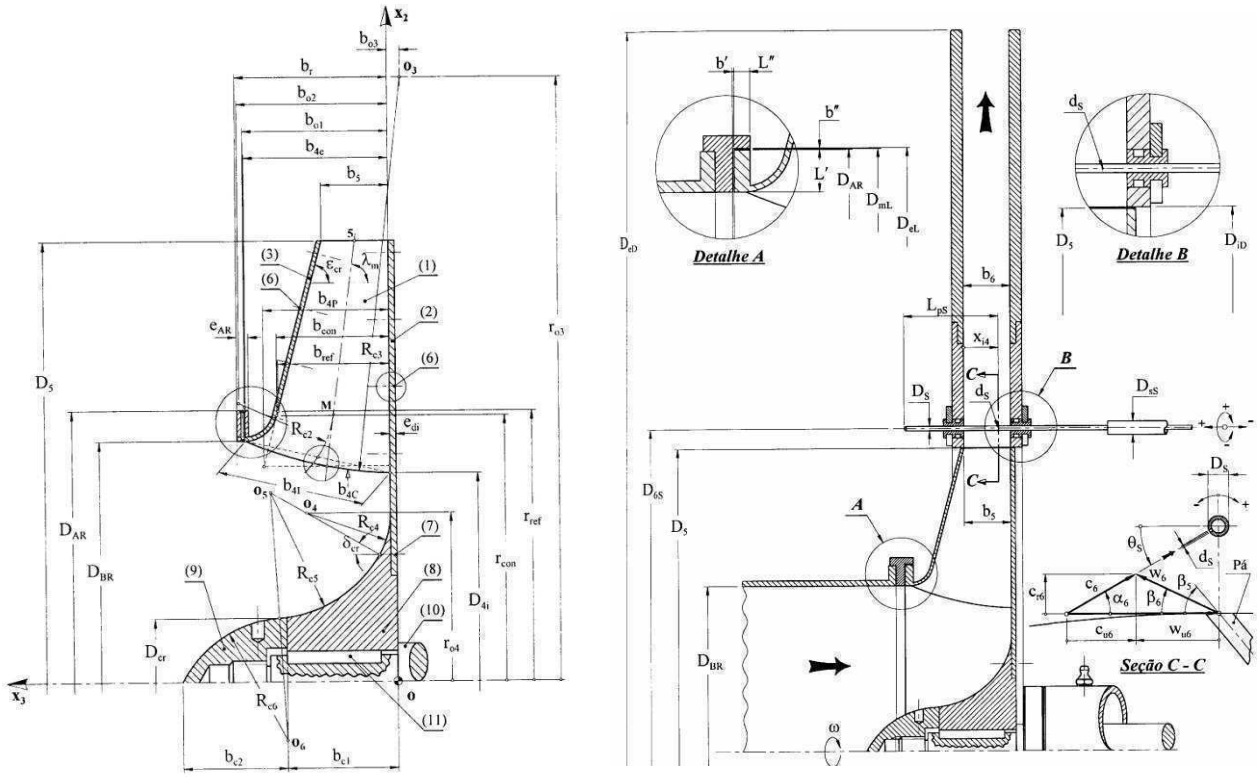


Figura 5 *Esquemas da seção meridional e da seção de testes do rotor centrífugo, Oliveira (2001)[1].*

Tabela 1 *Dimensões principais da seção meridional do rotor centrífugo de n_{qA} = 150 com pás em formato de arco de círculo (Fig. 5a)*

Comprimentos mm		Comprimentos mm		Comprimentos mm		Comprimentos mm		Comprimentos mm	
b_{4C}	71,141	b_{o3}	-6,166	D_{BR}	229,0	r_{ref}	128,5	δ_{cr}	30,0
b_{4e}	69,0	b_{ref}	53,45	D_{cr}	60,23	R_{c1}	16,0	ε_{cr}	75,277
b_{4I}	70,721	b_r	73,0	e_{ar}	5,5	R_{c2}	45,491	λ_m	82,515
b_{4P}	60,302	D_{4C}	207,647	e_{de}	2,0	R_{c3}	188,802		
b_5	32,1	D_{4e}	229,014	e_{di}	3,0	R_{c4}	40,0		
b_{cl}	53,0	D_{4i}	198,0	r_{con}	126,434	R_{c5}	60,0		
b_{c2}	50,0	D_{4I}	213,507	r_{o1}	130,5	R_{c6}	56,44		
b_{com}	53,993	D_{4P}	204,85	r_{o2}	132,36				
b_{o1}	69,468	D_5	419,5	r_{o3}	287,702				
b_{o2}	72,099	D_{AR}	257,5	r_{o4}	80,0				

Tabela 2 *Dimensões referentes à Fig. (5b)*

Comprimentos mm		Comprimentos mm		Comprimentos mm		Comprimentos mm		Comprimentos mm	
b_5	32,1	D_{AR}	257,5	D_{iL}	420,5	L'	14,25	X_{14}	2,236
b_6	32,2	D_{BR}	229,0	D_{mL}	258,0	L"	5,5	x_{24}	10,626
b'	0,5	D_{6S}	447,0	d_S	0,35	L_B	237,0	x_{34}	21,574
b"	0,5	D_{eD}	1000,0	D_S	3,0	L_{pS}	65,0	x_{44}	29,964
D_5	419,5	D_{eL}	258,5	D_{sS}	9,5	s_{RC}	170,0		

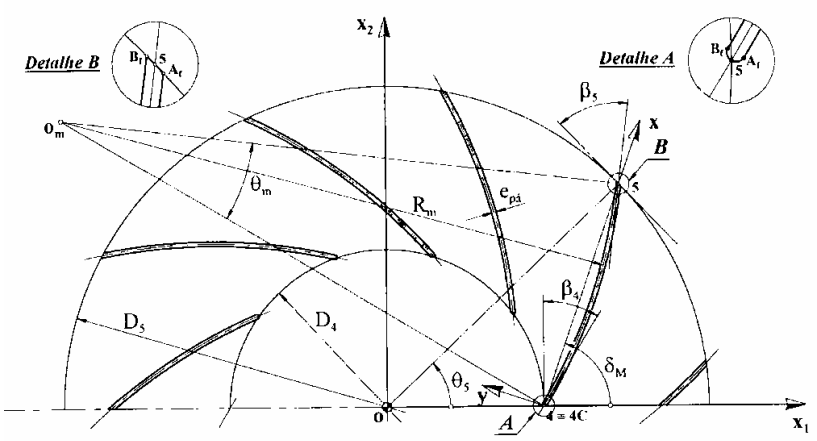


Figura 6 *Esquema da seção transversal do rotor centrífugo de n_{qA} = 150 com pás em formato de arco de círculo, Oliveira (2001)[1].*

Tabela 3 *Dimensões principais da seção transversal do rotor centrífugo de n_{qA} = 150 com pás em formato de arco de círculo, Oliveira (2001)[1].*

Comprimento mm		Comprimento mm		Ângulos °		Ângulos °		Ângulos °	
D_{4C}	207,647	l	150,171	β_{4C}	31,87	λ_C	31,634	θ_{5p}	41,749
D_{4I}	213,507	r_{4C}	104,621	β_{4I}	33,50	θ_{4c}	0,699	θ_{5s}	42,812
D_{4P}	204,85	r_{4p}	105,891	β_{4P}	31,02	θ_{4p}	0,265	θ_m	23,700
D_5	419,5	r_{4s}	103,356	β_5	50,41	θ_{4s}	1,143	θ_p	23,311
$e_{pá}$	3,0	R_m	365,013	δ_M	70,00	θ_5	42,282	θ_s	23,742

5. Validação do Modelo

Primeiramente foi realizada a validação do modelo numérico (CFD) com dados experimentais de [1], para um ventilador centrifugo de 10 pás, sem pás auxiliares e sem voluta. A Figura 7 mostra os resultados da simulação, utilizando Fluent®, comparados com os dados experimentais [1]. Pode-se verificar que de numa faixa de vazões com máximas eficiências, a simulação numérica representou concordância com os dados experimentais. Foi utilizado como modelo de turbulência κ-ω - SST. As condições de contorno foram introduzidas de acordo ao item 2.3. Verificou-se também que existem instabilidades na convergência nas vazões mais baixas, sendo provocada pela formação de fluxos secundários que impossibilitam a convergência da massa. Situação também observada nos ensaios experimentais.

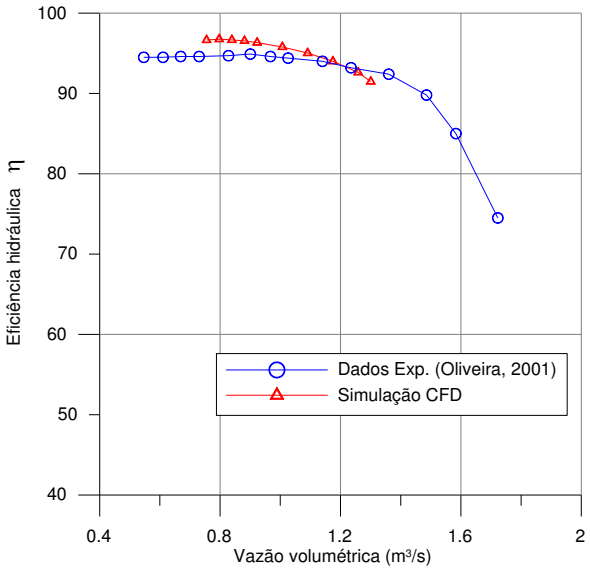


Figura 7 *Eficiência hidráulica vs. vazão volumétrica*

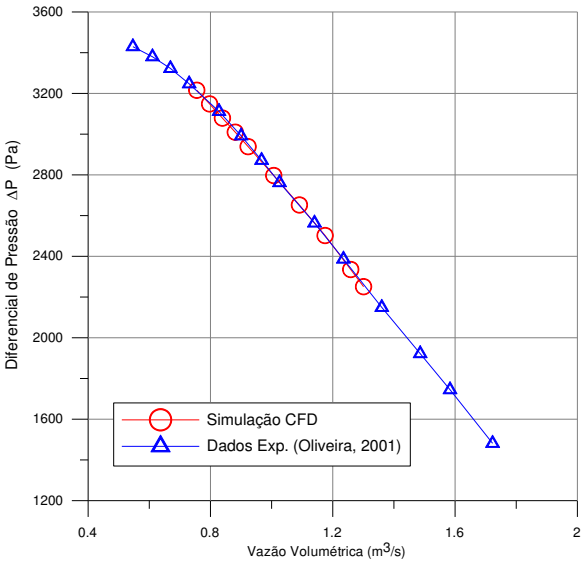


Figura 8 *Diferencial de pressão vs. vazão volumétrica*

Na Figura 8, apresenta os resultados da simulação numérica da variação de pressão total entre a entrada e saída do domínio-rotor, verificando-se concordância dentre a faixa de operação de 0,8 a 1,4 m^3/s.

5. Resultados do Processo de Otimização

Os resultados do processo de otimização foram obtidos integrando-se o CRSA com o CFD, como já descritos anteriormente (Vide Fig. 4). Foram escolhidas como variáveis de projeto, o fator de ângulo (F_a) e o fator de raio (F_r). O conjunto populacional foi escolhido para ser N vezes a quantidade de variáveis de projeto + 1. Foi utilizada como critério de resíduo, a contração da população em 10^{-4}. O espaço de projeto explorado foi: F_a [15º – 21º]; F_r [0,4 – 0,6].

A Figura 9 mostra a evolução do número de avaliações da função objetivo - eficiência hidráulica. Pode-se notar que com 36 avaliações da função o CRSA consegue encontrar a melhor eficiência hidráulica, considerando que o tamanho da população foi de 30 mais os pontos de tentativas gerados,

igual a 37, então, com apenas 6 avaliações já se obtém o ótimo, 93.7728, segundo o critério de parada escolhido. A tabela 4 apresenta os melhores valores ótimos das variáveis de projeto F_r e F_a encontrados através do CRSA com três sementes populacionais.

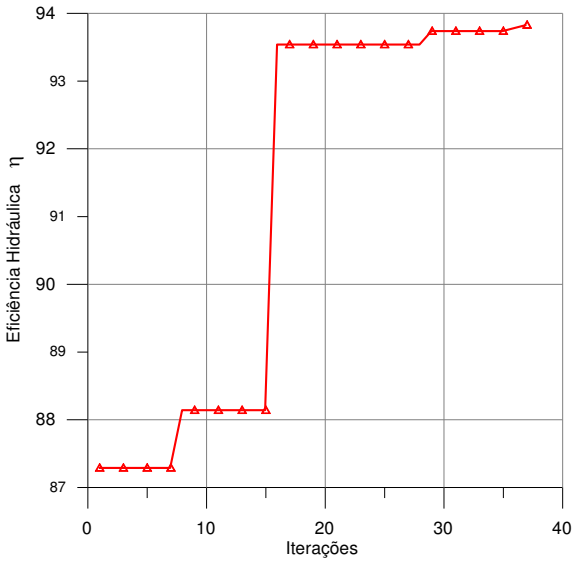


Figura 9 *Evolução do Processo de Otimização – semente populacional 1.*

Para o levantamento da curva características do ventilador foram consideradas as medias dos valores de F_r e F_a, como mostra a Tab. 4.

Tabela 4 *Melhores pontos e respectivos valores de eficiência de cada população.*

População	F_a	F_r	Eficiência η
1ª população	16,88478863	0,547862339	93,83080
2ª população	17,48786741	0,587248718	93,83297
3ª população	17,38805025	0,537828278	93,81747
Média	17,25356877	0,557646445	

Ao observar este resultado com aqueles obtidos experimentalmente, verifica-se que há uma pequena queda na eficiência, porém se deve lembrar que os resultados experimentais foram obtidos com uma geometria sem pá auxiliar. A adição de pás auxiliares aumentam as perdas hidráulicas por atrito, consequentemente reduzindo a eficiência. No entanto, o resultado do processo de otimização, pode não ser tão bom, porém permite que se possa trabalhar com uma faixa de operação mais estável como mostra o gráfico da Fig. 10, dentre uma faixa ampla de operação.
A inserção de pás auxiliares em rotores radiais direciona mais eficientemente o campo de escoamento no canal do rotor, evitando escoamentos instáveis na região de lado de sucção da pá. A correção na direção foi verificada pelo processo de otimização no qual mostrou que o valor do Fator de ângulo ótimo corresponde aproximadamente na metade do canal e o fator de raio em aproximadamente na metade da posição radial.

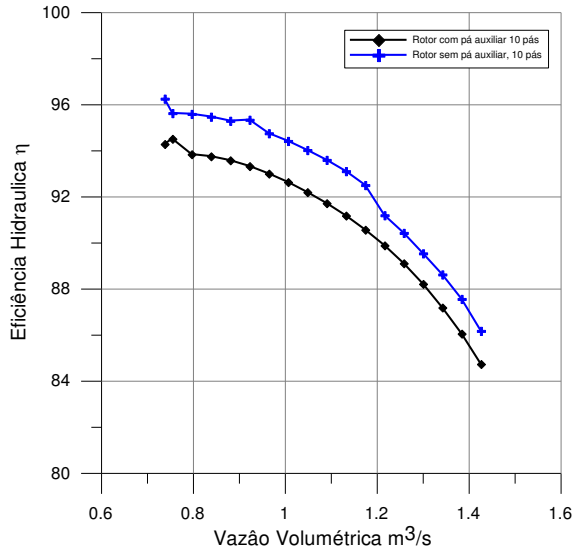


Figura 10 *Eficiência Hidráulica Vs. Vazão Voumétrica.*

6.Conclusões

Apresentou-se uma metodologia de projeto, com base na integração de processos entre algoritmos de otimização heurísticos e ferramentas de CFD para o calculo do escoamento em ventiladores centrífugos. Numa primeira abordagem foi considerado um rotor de 10 pás sem efeito da voluta, onde foram inseridas 10 pás auxiliares, resultados mostraram que existe uma perda de eficiência devido ao aumento de atrito no canal da maquina. Entretanto existe um comportamento mais estável na eficiência, Novos testes deverão ser realizados, prevendo considerar como variáveis de projeto os fatores de ângulo, raio e numero de pás. Espera-se obter para um numero reduzido de pás, projetos efetivamente robustos, isto é, eficiências menores porem com amplas faixas de operação.

7. Referências

[1] Oliveira, W. (2001), "Análise de escoamento em Turbomáquinas Radiais", Dissertação de Doutorado – Curso de Engenharia Aeronáutica e Mecânica na Área de Aerodinâmica, Propulsão e Energia – Instituto Tecnológico de Aeronáutica.

[2] Casey M. V. (1994), "The industrial use of CFD in the design of turbomachinery", *AGARD Lecture Series LS195*.

[3] Kergourlay, G., Younsi, M., Bakir, F., and Rey, R., (2006), "Influence of Splitter Blades on the Flow Field of a Centrifugal Pump: Test-Analysis Comparison", *International Journal of Rotating Machinery*, *Vol. 2007, Article ID 85024, 13 pages*.

[4] Sheam –Chyun Lin, Wen-Liang Chen, Ming-Lu Tsai, Hsien-Chang Shih, (2010), "An Integrated Numerical Analysis For A Bacward-Inclined Centrifugal Fan", *International Symposium on Computer, Communication, Control and Automation*.

[5] Jianjun Feng, F.-K. Benra, H.J. Dohmen, (2010), "Application of Different Turbulence Models in Unsteady Flow Simulations of a Radial Diffuser Pump", *Forsch Ingenieurwes, 74: 123–133.*

[6] Madhwesh N., K. Vasudeva Karanth e N. Yagnesh Sharma, (2011), "Impeller Treatment For a Centrifugal Fan Using Spliter Vanes - A CFD Aproach", *Proceedings of the World Congress on Engineering, 2011 Vol III, WCE 2011, July 6 – 8*.

[7] Galarça, M. M. (2004) "Análise Numérica Para Modelos De Turbulência κ-ω e SST/κ-ω para o Escoamento de Ar no Interior de uma Lareira de Pequeno Porte", Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PROMEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

[8] Menter, R. F. (1993), "Zonal two-equation k-w turbulence models for aerodynamics flows", *Proceedings of Fluid Dynamics Conference*, New York.

[9] Price, W. L. (1977), "Global optimization by Controlled Randon Search", *Computer Journal*, Vol. *20, No 4, pp.367-370*.

[10] Ali, M. M., Törn, A., Viitanem, S., (1997), "A Numerical Comparison of Some Modified Controlled Random Search Algorithms", *Journal of Global Optimization*, *Vol. 11, pp. 377-385*.

[11] Ali, M. M., Törn, A., (2004), "Population Set-Based Optimization Algorithms: Some Modifications and Numerical Studies", *Computer and Operations Research*, *Vol. 31*, *pp. 1703-1725*.

[12] Albuquerque, R. B. F., Manzanares Filho, N., Oliveira, W., (2006), "Study of Controlled Randon Search Algorithms with Application to Conceptual Design Optimization of Axial-Flow Hydraulic Turbines", *Proceedings of XXVII CILAMCE*, Belém, Setembro. CLI09-508.

[13] Manzanares Filho N., Moino, C. A. A., Jorge, A. B., (2005), "Na Improved Controlle Randon Search Algorithm for Inverse Airfol Cascade Design", *Proceedings of 6th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization*, Rio de Janeiro.

[14] Silva, E. R (2012), "Técnicas de Metamodelagem Aplicadas a Otimização de Turbomáquinas.", Tese de Doutorado – Curso de Engenharia Mecânica na área de Dinâmica dos Fluidos e Máquinas de Fluxo – Instituto de Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Itajubá- UNIFEI.

Agradecimentos

Os autores deste trabalho desejam agradecer a FAPEMIG e CAPES, pelo suporte financeiro.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Selección, adaptación y validación de un entorno de simulación computarizado para el modelado y análisis del comportamiento dinámico de sistemas mecatrónicos en robots móviles complejos.

Bauer, Jorge M., Garayalde Damian A.

Instituto de Tecnología, Universidad Argentina de la Empresa.
Lima 775, CABA, Argentina.
dagarayalde@uade.edu.ar
doktorjbauer@yahoo.com.ar

RESUMEN.

El desarrollo de sistemas mecatrónicos orientados a robótica móvil es una tarea cada vez más interdisciplinaria donde la creciente interacción entre partes aumenta la complejidad de coordinación. En el desarrollo de prototipos, mecánica, actuadores, sensores y electrónica de control se hallan hoy completamente interrelacionados requiriendo constante actualización.

Los costos y duración de los desarrollos pueden reducirse mediante programas de simulación computarizada. En particular, la simulación robótica permite relacionar bajo el mismo entorno el diseño mecánico, la dinámica física y las estrategias de control. Con detalles y complejidad crecientes, situaciones próximas a las reales pueden ser recreadas en mundos virtuales, prediciendo el comportamiento dinámico del robot dentro del ambiente y bajo las exigencias propias de su aplicación.

El objetivo de este trabajo es presentar un estudio sistemático de la capacidad del software de simulación robótica genérico Marilou™ [1] para modelar el aspecto y comportamiento físico de diversos desarrollos específicos y luego emular la dinámica de unidades mecatrónicas integradas en robots móviles con diferentes estrategias de control.

Para ello se trabajó en la construcción de prototipos y se estudió comparativamente los resultados obtenidos mediante modelos teóricos, simulaciones en entornos virtuales y dispositivos reales [2]. Incrementando escalonadamente la complejidad dinámica, se evaluó la capacidad del software para emular el comportamiento de dispositivos sin control retroalimentado (tiro oblicuo y péndulo). A posteriori, se realizó la comparación entre el modelo virtual y real de un sistema “péndulo invertido” aplicando a ambos idéntica estrategia de control.

Los resultados demostraron que el simulador permite extrapolar con certeza conclusiones del mundo virtual al real en sistemas mecatrónicos con velocidades perceptibles por el hombre. Se infiere que recurriendo a mayor potencia computacional podrían manipularse dinámicas aún más veloces y complejas haciendo posible la simulación de nuevos dispositivos mecatrónicos con estrategias de control en tiempo real.

Palabras Claves: Validación – Sistema mecatrónico – Entorno virtual – Modelado por software.

1. INTRODUCCIÓN

Comúnmente, el desarrollo de los diseños mecánicos suele requerir iteraciones y ajustes con el fin de lograr un continuo perfeccionamiento. Dada la multiplicidad de disciplinas asociadas al desarrollo de un prototipo mecatrónico, cada iteración del diseño mecánico repercute sobre muchos de los detalles relacionados a las demás especialidades.

Aunque costoso, este proceso dinámico es esencial. En su desarrollo, generalmente los recursos disponibles son menores que los requeridos, ante lo cual, una alternativa es el uso de softwares de simulación robótica (SSR) como herramienta complementaria. Estos, se suman a las metodologías existentes, permitiendo realizar un análisis de los dispositivos mecatrónicos de manera convergente sobre las diferentes perspectivas del diseño mecánico, su dinámica física y el sistema de control del mismo.

El objetivo buscado en este trabajo es la validación sistemática de la capacidad de un software de simulación robótica genérico para emular el comportamiento dinámico de sistemas mecatrónicos. Para ello, en primer lugar se dedicará una breve reseña al proceso de selección de dicho software, luego se mencionará el método para adaptar el mismo al modelado de cualquier tipo de sistema mecatrónico y finalmente se realizará la validación propiamente dicha, verificando paulatinamente la exactitud de la simulación para diversos sistemas y configuraciones.

El propósito del proceso de validación es evaluar el uso del SSR como herramienta adicional a otras que actualmente son utilizadas por nuestro grupo de trabajo en el diseño y desarrollo de prototipos, como por ejemplo CAD (diseño mecánico asistido por computadora) y CAM (mecanizado asistido por computadora).

Por otra parte, un concepto crucial para nuestro desarrollo es la relación entre la mecatrónica y las ramas de la ingeniería vinculadas a esta. La mecatrónica, puede ser definida como la disciplina que utiliza y combina los fundamentos y aplicaciones de la informática, la electrónica y la mecánica. De manera análoga a los soportes de un banco, la robustez y estabilidad del mismo estará dada por la coherencia y equilibrio entre el diseño de cada una de las bases. Consecuentemente, se puede deducir que un desequilibrio entre sus soportes producirá que el peso de los requisitos no sostenidos por un apoyo sobrecarguen a los restantes, empeorando la estabilidad del diseño mecatrónico global.

Figura 1 *Representación gráfica de la relación entre mecatrónica, mecánica, informática y electrónica.*

Tomando esto como punto de partida, se hará hincapié a lo largo de este trabajo en la necesidad de un diseño mecánico robusto y equilibrado con los aspectos electrónicos e informáticos. En particular, lo que se busca es que el sistema de control no deba salvar los comportamientos y características anormales del sistema originados en un diseño mecánico deficiente.

2. SELECCIÓN

Entre los diversos programas existentes en el mercado actual, se analizaron comparativamente el Robotics Studio de Microsoft, el software de la Universidad Politécnica de Valencia - Automática e Informática Industrial (UPV-ai2) y el software Marilou de la firma francesa Anykode.

En primer lugar, consideramos que el Robotics Studio, al ser un software comercial relativamente cerrado, termina acotando las posibilidades de interfaz con otros entornos o aditamentos personalizados complementarios. Por otra parte, la versión de la UPV, difundida para el uso libre de los alumnos, se focaliza en el posicionamiento y representación gráfica de los actuadores, sin resolver el análisis de inercias y colisiones. [3]

En tercer lugar, el software de simulación robótica Marilou (SSR-M) permite diseñar escenarios virtuales e incorporar modelos tridimensionales desde otros programas de CAD 3D. Asimismo, mediante lenguajes básicos como C permite poner a prueba algoritmos de control y comunicarse con múltiples programas en paralelo a su simulación. Dado que el perfil del programa excede la simulación robótica tradicional, este sistema cuenta con el análisis de inercias y colisiones antes mencionado. También es importante aclarar que el SSR-M posee una versión gratuita orientada a estudiantes y hobbistas. Esta versión, limitada en la cantidad de unidades físicas involucradas en la simulación, permite modelar y simular configuraciones con un grado de complejidad y desempeño aceptables.

A este análisis, en función del cual se decidió utilizar para este trabajo el SSR-Marilou, se sumaron también las experiencias desarrolladas sobre Marilou en conjunto con grupos nacionales e internacionales de investigación en robótica (UNER - Cátedra Robótica/ Facultad de Bioingeniería, UTN-FRBA,TU-Wien, etc.) [4].

En la Figura 2 se observa una imagen de la interfaz de usuario del software seleccionado. Se puede apreciar que el entorno de simulación posee una disposición similar a la mayoría de programas de diseño mecánico. Sobre la izquierda se despliega una lista con las diferentes entidades físicas o piezas que componen nuestra simulación y sobre la derecha un menú extremadamente didáctico para el diseño de nuevos componentes.

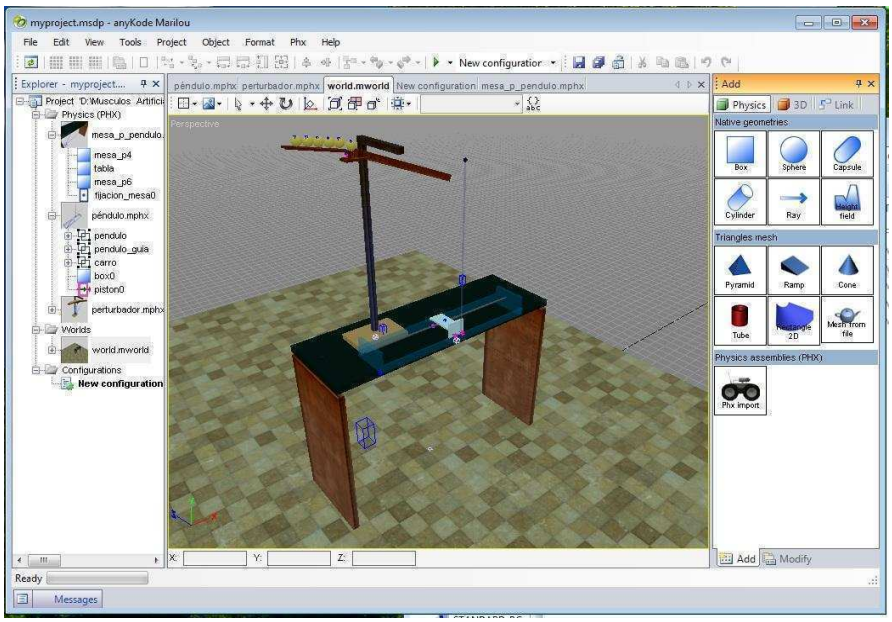


Figura 2 *Modelo virtual del péndulo invertido dentro del entorno de simulación robótica Marilou.*

3. ADAPTACIÓN

Por una parte, los sistemas mecatrónicos suelen relacionar y operar con diversas magnitudes físicas como presión, temperatura, tensión, caudal, fuerza, etc. Por otra, muchos SSR basan la evolución temporal del sistema en la interacción entre masas, fuerzas y coeficientes de rozamiento. En particular, estos parámetros pueden ser modificados y controlados sencillamente dentro del SSR-M.

Debido a estos hechos se debe hallar una forma de implementar el modelo mecatrónico con sus múltiples magnitudes en el entorno de simulación virtual. En base a esto, proponemos el agregado de funciones particulares que, introducidas en el software como una capa de abstracción, cumplan el rol de nexo entre el modelo a representar y las opciones nativas del entorno de simulación.

Para ejemplificar esto, supongamos que se desea modelar una prensa horizontal controlada por un pistón neumático de simple efecto (Figura 3). Para obtener las ecuaciones representativas se analizó el equilibrio de fuerzas en la dirección de movimiento de la prensa.

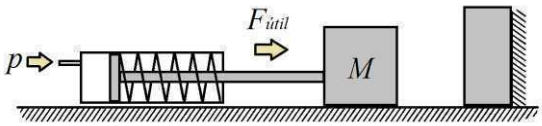


Figura 3 *Pistón neumático en prensa horizontal.*

En el actuador neumático (Ecuación 1) la fuerza $F_{útil}$ aplicada por el cilindro es el resultado del balance entre múltiples factores. Primero, la fuerza generada por la diferencia de presión p sobre las caras del émbolo de área A. Segundo, la fuerza restitutiva del resorte interno con constante de elasticidad k, la cual es proporcional al desplazamiento respecto de su posición de reposo $x_{émbolo}$. Tercero, la fuerza debida al rozamiento viscoso entre el émbolo y la camisa del cilindro (coeficiente B), la cual es proporcional a la velocidad de desplazamiento $v_{émbolo}$.

$$F_{útil} = p \,.\, A - k \,.\, x_{émbolo} - B.v_{émbolo} \quad (1)$$

Asimismo, la prensa posee su propia dinámica. Sobre el bloque de masa M se aplican la fuerza $F_{útil}$, la fuerza debida al rozamiento viscoso entre dicho bloque y la superficie horizontal (coeficiente C) y la fuerza asociada a la inercia del bloque, acelerado según $a_{émbolo}$.

$$F_{útil} = M.\, a_{émbolo} + C \,.\, v_{émbolo} \quad (2)$$

El SSR-M cuenta con módulos para simular ciertos actuadores. Sin embargo, si se desea simular un actuador donde el parámetro de control es la presión se requiere el agregado de funciones especiales propias. Para emular la dinámica de la Ecuación (1) otro programa de diseño propio es ejecutado en paralelo a la simulación del software de simulación robótica. Éste, calcula periódicamente el valor de $F_{útil}$ en función de p y actualiza el valor sobre la simulación virtual.

Debido a que las Ecuación (2) es actualizada por el motor del software mientras que la Ecuación (1) es actualizada por nuestro propio software con otra tasa de refresco, los resultados obtenidos de la simulación no serán representativos del modelo real. Para evitar esto, se debe buscar que los términos que se modifican dinámicamente sean incorporados en las características del sistema dentro del entorno Marilou. Con este fin, podemos igualar las Ecuaciones (1) y (2), despejar la relación $p.A$ y finalmente agrupar los términos relacionados a la velocidad del émbolo:

$$p \,.\, A = M.\, a_{émbolo} + (B+C).\, v_{émbolo} + k \,.\, x_{émbolo} \quad (3)$$

Observando la Ecuación (3), los miembros a la derecha de la igualdad pueden ser completamente simulados dentro del entorno virtual. Para esto, se debe sumar el coeficiente de rozamiento B al C y agregar un resorte en el eje del actuador. De esta manera, el único dato a actualizar en nuestra función particular será la relación entre la p y la fuerza sobre el émbolo dada por $p.A$.

Utilizando este sistema podemos optimizar el potencial del SSR-M, incluyendo partes del modelo del actuador en la interacción física de las fuerzas e inercias modeladas en el entorno virtual. De manera general, teniendo cuidado en un correcto análisis previo del modelo dinámico del sistema a emular, éste método permite expandir la capacidad del SSR-M a la correcta virtualización de sistemas mecatrónicos con diversas magnitudes físicas.

4. VALIDACIÓN

El objetivo de esta sección será comprobar, mediante ensayos, que el SSR-M cumplimenta el requisito establecido como: *"capacidad para emular correctamente el comportamiento de dispositivos mecatrónicos con y sin realimentación"*.

4.1. Simulación de dinámicas físicas NO realimentadas.

4.1.1. Simulación de una dinámica lineal, caso tiro oblicuo.

Para ensayar el software bajo dinámicas simples utilizamos una experiencia que consideramos típica de la física clásica como lo es el tiro oblicuo. Éste, combina un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en el eje vertical y un movimiento rectilíneo uniforme sobre el eje horizontal. Dichas pruebas permitirán evaluar la simulación de sistemas representables por ecuaciones lineales con intervención de la gravedad g (9.81 m/s^2).

Para el ensayo en el entorno virtual se implementó un esquema donde un péndulo con ángulo inicial Φ hace de martillo. Al liberarse, éste golpea una pequeña esfera posicionada en y_o = 0.2686 m, saliendo despedida con un ángulo θ y velocidad modulo v_o. La curva descrita por la esfera entre el impacto y el primer contacto con el suelo debe ser coherente con un tiro oblicuo descrito por la Ecuación (4). En base a esto, solo el primer lóbulo tendrá relevancia para nuestro análisis.

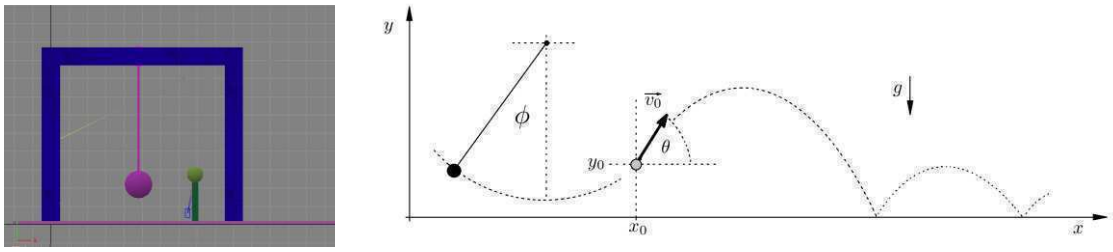


Figura 4 *Tiro oblicuo, set up experimental en SSR-M y trayectoria espacial.*

$$y_{(t)} = -\frac{g}{2}.t^2 + v_o.\sin\theta.t + y_o \qquad (4)$$

Al repetir el ensayo virtual para diferentes ángulos iniciales del martillo se obtuvieron diferentes trayectorias. Los datos asociados a estas mediciones se observan en la imagen izquierda de la Figura 5. Sobre estos datos, para las muestras correspondientes a cada ángulo inicial se realizó un ajuste

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Aplicación del Modelo ISCSCT3 para la Evaluación de la Dispersión de Contaminantes producto a la Operación de Centrales Termoeléctricas en la Ciudad de Guayaquil

Peralta Juan[1]*, Delgado Emérita[1], Barriga Alfredo[1]

(1) Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la Producción, Centro de Desarrollo Tecnológico Sustentable, Escuela Superior Politécnica del Litoral. Km 30.5 Vía Perimetral. Ecuador. jperal@espol.edu.ec,eadelgad@espol.edu.ec , abarriga@espol.edu.ec

RESUMEN

El presente trabajo muestra los diferentes pasos y mecanismos para el análisis de los efectos a la calidad del aire-ambiente derivados de la emisión de contaminantes (SO2, NOx, PM_{10}, CO) durante la operación de centrales termoeléctricas en la ciudad de Guayaquil. Este estudio se realizó utilizando el modelo matemático de dispersión gaussiano para la emisión de contaminantes a la atmósfera desde fuentes fijas.

Dentro de la metodología de análisis primero se evalúo los diferentes parámetros meteorológicos existentes en la ciudad de Guayaquil como son: la velocidad y dirección del viento, temperatura, nubosidad, etc. Con los resultados del análisis se procedió a crear el archivo meteorológico, el cual será utilizado en el modelo ISCST3 (MODELO DE DISPERSION DE COMPLEJO DE FUENTE INDUSTRIAL), usando la interface del programa ISC GISPRO, perteneciente a la compañía Breeze Trinity.

Posteriormente se establecen las emisiones y parámetros representativos de las fuentes disponibles y su ubicación espacial para la ejecución del Modelo de Dispersión ISCST3 en los diferentes periodos establecidos en la legislación ambiental nacional.

Finalmente se presenta los datos de concentración máximas estimados por el modelo y su comparación con la norma local vigente; los resultados obtenidos serán presentados en forma grafica y numérica para cada contaminante a ser evaluado.

Palabras Claves: termoeléctrica, dispersión, atmosfera, contaminantes

1. INTRODUCCIÓN

La ciudad de Guayaquil actualmente mantiene los valores de consumo de electricidad más elevado del país derivado del crecimiento socio productivo que presenta. Producto a esta demanda de energía ha sido necesario complementar la generación eléctrica local con la utilización de unidades termoeléctricas, que operan principalmente con bunker y diesel.
El uso de estos equipos no solo genera un problema energético sino también ambiental, debido que durante el proceso de combustión se generan gases, partículas en suspensión, cenizas entre otras sustancias; las cuales son arrojadas directamente a la atmósfera.

Tabla 1. *Principales Planta de Generación en Guayaquil*

Planta	Potencia	Tipo
Electroguayas Ing. Gonzalo Zevallos	175MW	Central vapor
Electroguayas Dr. Enrique García	102MW	Turbina Diesel
Electroguayas Trinitaria	133MW	Central vapor
Electroguayas Pascuales II	136,8MW	Turbinas Diesel
Eléctrica de Guayaquil Álvaro Tinajero	45MW	Turbinas Diesel
Eléctrica de Guayaquil Anibal Santos	120MW	Turbinas Diesel
Corporación Nacional de Energía - GENEROCA	48MW	Motores Combustión Interna (~bunker)
Intervisa Trade Victoria II	102MW	Turbinas
Termoguayas Generation	150MW	Motores Combustión Interna (~bunker)

El presente trabajo tiene como objetivo la evaluación de la calidad del aire por la operación de los diferentes complejos termoeléctricos en la ciudad de Guayaquil a través de Modelaje de la dispersión de Contaminantes en la Atmósfera por medio del programa ISCST3.
El diagnóstico y posterior modelaje de la dispersión de los gases de combustión comprende tres objetivos fundamentales:

a) Evaluación de los parámetros meteorológicos necesarios para la ejecución del modelo.
b) Establecer el posible comportamiento de los contaminantes en la atmósfera y zonas de influencia directa.
c) Identificar potenciales parámetros para el control apropiado de las emisiones en la fuente.

2. MODELO DE SIMULACIÓN UTILIZADO

En el Ecuador existen una serie de disposiciones técnico-legales específicas sobre emisión de gases de fuentes fijas, la modelación matemática de la dispersión de contaminantes atmosféricos y calidad de aire; que en la práctica se basan en los lineamientos establecidos por la Agencia de Protección Ambiental de E.U. (EPA). [1 2]

2.1 Descripción teórica del modelo de dispersión gaussiano

Los modelos de transporte y difusión de contaminantes son representaciones numéricas o físicas del comportamiento de gases o partículas en el aire; permitiendo la determinación cuantitativa de la concentración de contaminantes emitidos a partir de fuentes fijas; Este análisis se basa principalmente en el modelo matemático de la distribución de Gauss [3 4]

El modelo de dispersión de Gauss puede expresarse mediante la siguiente ecuación (1):

$$C_{(x,y,z,H)} = \frac{Q}{2.\pi.\bar{u}.\sigma_y.\sigma_z} \exp\left[-\frac{y^2}{2.\sigma_y^2}\right]\left\{\exp\left[-\frac{(z-H)^2}{2.\sigma_y^2}\right] + \exp\left[-\frac{(z+H)^2}{2.\sigma_z^2}\right]\right\} \quad (1)$$

En donde:
Q: Caudal de contaminante emitido (masa por unidad de tiempo)
u: Velocidad promedio (m/s)
$\sigma_y.\sigma_z$: Parámetros de dispersión o de distribución.
H: Altura Efectiva
y: Coordenada transversal a la dirección horizontal del viento.
z: Coordenada de altura a la dirección horizontal del viento.

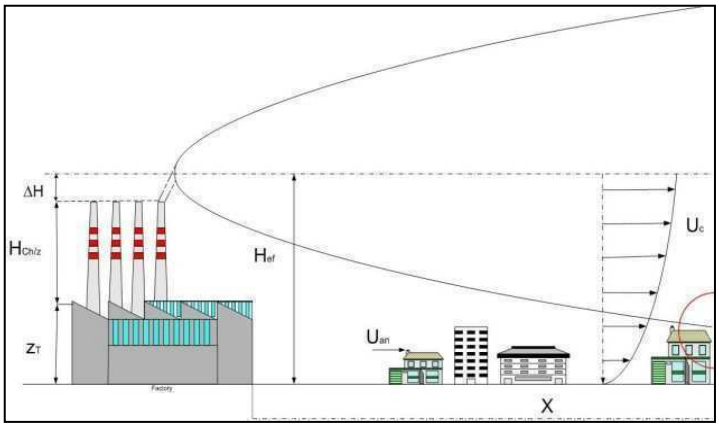


Figura 1 *Esquema del modelo de dispersión convencional*

En la figura 2, se muestra la forma tridimensional de concentraciones generado por una fuente puntual en condiciones meteorológicas y de emisión estacionaria. A medida que un penacho progresa en la dirección del viento, el modelo gaussiano supone que el perfil de concentración por mezcla turbulenta adquiere una distribución gaussiana.

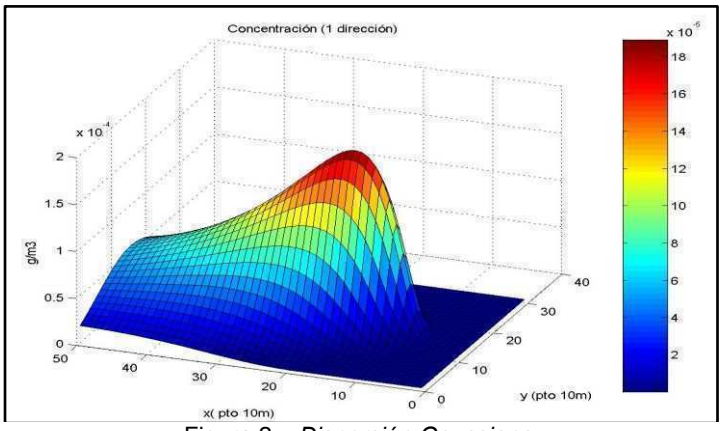


Figura 2. *Dispersión Gaussiana*

Para la aplicación del modelo se tomaran en cuenta las siguientes suposiciones:

a) El flujo se mantiene estable (Régimen estacionario).
b) Magnitud y dirección constante en el periodo de interés.
c) No existen barreras para la dispersión encima o por debajo de la fuente.
d) La fuente emite de manera constante un caudal Q.
e) Contaminantes Inertes.
f) Distribución de la concentración en los ejes perpendiculares al plano x es de tipo gaussiano.
g) Contaminante con densidad igual a la del aire.

Para la ejecución del modelo es necesario previamente determinar las siguientes variables de entradas correspondientes a las fuentes de emisión y climatología local:

- ✓ Velocidad y dirección del viento.
- ✓ Estabilidad Atmosférica.
- ✓ Temperatura Ambiental
- ✓ Dimensiones de la chimenea
- ✓ Velocidad de salida de los Gases
- ✓ Temperatura de salida de los Gases
- ✓ Tasa de emisión por contaminante

2.1.1 Altura efectiva de emisión

La altura física de emisión es el resultado de añadir la elevación de la pluma (Δh) a la altura física de la fuente (hs). Este fenómeno de elevación de la pluma es el resultado de la flotación de la corriente de gas debido a su mayor temperatura con respecto al aire ambiente y el momentum vertical derivado de la velocidad de salida de los gases.

2.1.2 Estabilidad atmosférica

La estabilidad atmosférica se acopla al movimiento vertical de la atmósfera. El Método de Turner clasifica las estabilidades en base a las observaciones efectuadas en las estaciones completas del Servicio Meteorológico, fundándose en que la estabilidad cerca del suelo que depende esencialmente de la radiación solar neta y de la velocidad del viento. [4 5]

Tabla 2. *Clases de la Estabilidad Atmosférica (PASQUILL-GIFFORD)*

Viento Superficial Velocidad[a] m/s	**Insolación día solar[e]**			**Índice de nubosidad**	
	Intenso [b]	**Moderada [c]**	**Baja[d]**	**Nublado ≥4/8**	**Claro ≤3/8**
<2	A	A-B [f]	B	E	F
2-3	A-B	B	C	E	F
3-5	B	B-C	C	D	E
5-6	C	C-D	D	D	D
>6	C	D	D	D	D

a. Superficie de viento medida a 10 m sobre el suelo.
b. Corresponde a un día de verano despejado con sol alto (60º sobre el horizonte).
c. Corresponde a un día de verano nublado, con el sol 35-60 º sobre el horizonte.
d. corresponde a un día de verano nublado, o en la caída de la tarde, con el sol 15-35º sobre el horizonte.
e. El índice de nubosidad es definido como la fracción del cielo cubierta por nubes.
f. Para las condiciones A-B, B-C o C-D, promedio de valores obtenidos para cada uno.
A = extremadamente inestable. .B = inestabilidad moderada, C = ligeramente inestable, D = Neutra, E=ligeramente estable y F = moderadamente estable

2.1.3 Coeficientes o parámetros de dispersión

El método de cálculo se basa en el empleo de relaciones semi-empíricas, considerando las distintas categorías de estabilidad atmosférica y la distancia viento abajo de la fuente en el que se encuentra el receptor, este se calcula a través de la fórmula de Briggs. Los modelos de EPA utilizan estas ecuaciones en vez de monogramas.

Este factor depende del área en la cual se localicé la fuente de emisión, ya que las ecuaciones para el cálculo varían en función de la estabilidad atmosférica y el tipo de zona urbana o rural.

3. METODOLOGIA DE TRABAJO

El desarrollo de cualquier modelo de dispersión comprende tres etapas, siendo estas: Análisis de datos meteorológicos, cálculo de emisión de contaminante e implementación computacional del modelo. [6]

3.1 Análisis de datos meteorológicos

La evaluación de datos meteorológicos se deberá realizar hora por hora durante un año en el sector de influencia de la fuente, con el fin de obtener un año característico de la zona de influencia. Por lo cual es necesario conocer los siguientes datos:

a) Velocidad de Viento
b) Dirección de Viento
c) Nubosidad
d) Temperatura del ambiente
e) Insolación

Los datos de velocidad del viento y estabilidad atmosférica, siempre que sea posible, deben obtenerse de estaciones meteorológicas locales. Dado que no siempre es posible disponer de esta información. En nuestro caso particular utilizaremos la información proporcionada por la compañía Trinity Consul para el año 2006. A partir de este análisis se obtienen los siguientes resultados para la ciudad de Guayaquil, con un total de 8760 horas correspondiente al año 2006:

Tabla 3. *Distribución de la velocidad del viento y horas de incidencia*

Velocidad	0.1-1.54	1.55-3.09	4-5.14	5.15-8.23	8.24-10.8	>10.8	Total
N	230	254	12	1	0	0	497
NNE	35	311	33	0	0	0	379
NE	54	261	12	0	0	0	327
ENE	27	91	2	0	0	0	120
E	34	52	2	0	0	0	88
ESE	35	172	8	0	0	0	215
SE	58	409	104	1	0	0	572
SSE	40	319	137	6	0	0	502
S	40	246	117	50	1	1	455
SSW	46	829	757	622	9	0	2263
SW	44	884	732	398	9	1	2068
WSW	26	216	49	8	0	0	299
W	23	61	8	2	0	0	94
WNW	17	48	12	0	0	0	77
NW	16	67	5	2	0	0	90
NNW	16	65	1	0	0	0	8
Total	741	4285	1991	1090	19	2	8054

CALMA: 706 horas

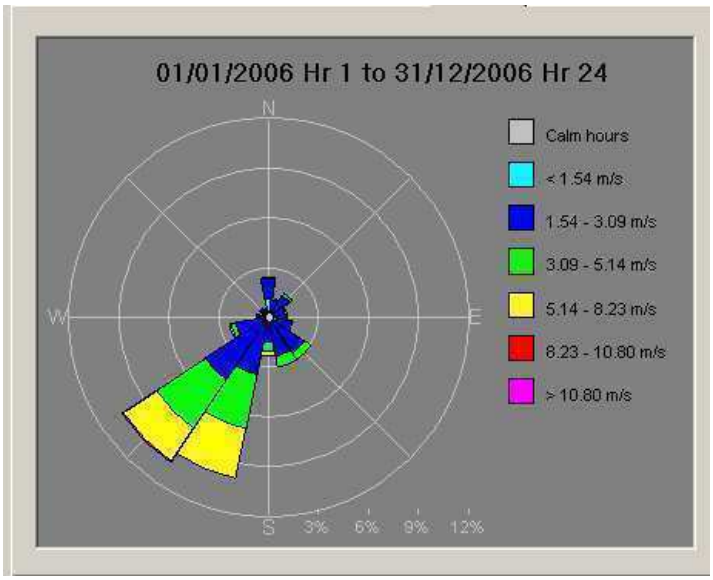


Figura 3. *Rosa de frecuencia de Vientos*

Tabla 4. *Porcentaje de ocurrencia de las condiciones de estabilidad atmosférica*

Estabilidad	Horas	%	Característica
A	476	5.43	Muy inestable
B	1227	14.01	inestable
C	3295	37.61	ligeramente inestable
D	2245	25.63	neutra
E	1396	15.94	ligeramente estable
F	121	1.38	estable

3.2 Procedimiento general para la ejecución del modelo

Para ejecutar el modelo de dispersión ISCST, se ha utilizado el software de dispersión Breeze ISC GIS PRO, creado por la empresa TRINITY CONSULTANTS de los Estados Unidos de América. Básicamente, el software de dispersión mencionado se encarga de colocar en ambiente Windows, tanto los archivos de entrada como los de salida, requeridos en el manejo del software ISCST3 (versión 02035) de la US. EPA, siendo este último de acceso gratuito al público en general a través del sitio web de la mencionada entidad ambiental.

El ingreso de datos al software de dispersión, ha sido desarrollado de acuerdo con la información técnica disponible para las fuentes de emisión atmosféricas, para este caso particular se ha evaluado los siguientes complejos de generación:

- Electroguayas Ing. Gonzalo Zevallos
- Electroguayas Dr. Enrique García.
- Electroguayas Trinitaria.
- Electroguayas Pascuales II.
- Intervisa Trade Victoria II.
- Termoguayas Generation.

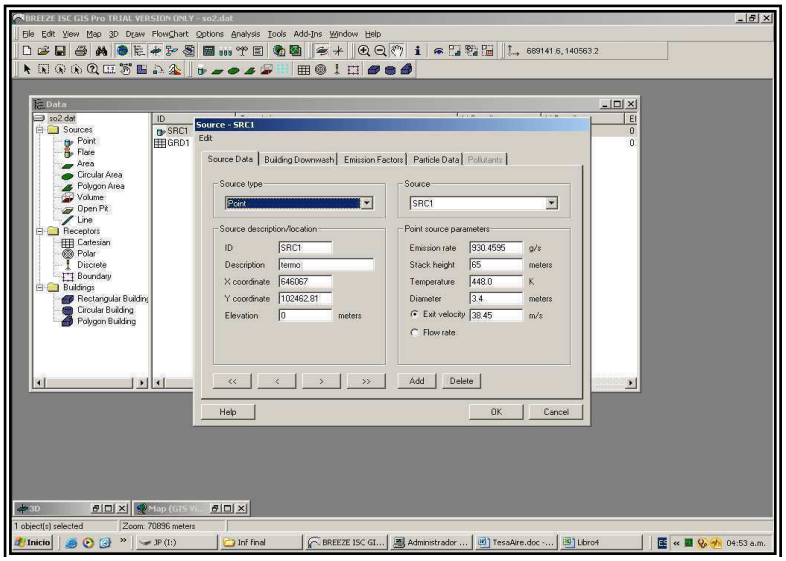


Figura 4. *Ingreso de Datos de las Fuentes al Modelo*

En la figura anterior, se muestra la forma de ingreso de datos al software de dispersión; es importante destacar que la operación adecuada del modelo, requiere una serie de parámetros que definen por completo la operación de la fuente de emisión. Nótese el requerimiento de coordenadas específicas para cada fuente, por lo que se tendrá una ubicación exacta para cada fuente puntual considerada en el análisis.
Se utilizó un arreglo de receptores tipo 'malla' (GRID), la misma que consiste de 100 puntos en el eje X, y 180 puntos en el eje Y, ubicados a 200 metros uno respecto de otro, por lo que el número de receptores para el presente análisis en total es de 18000.

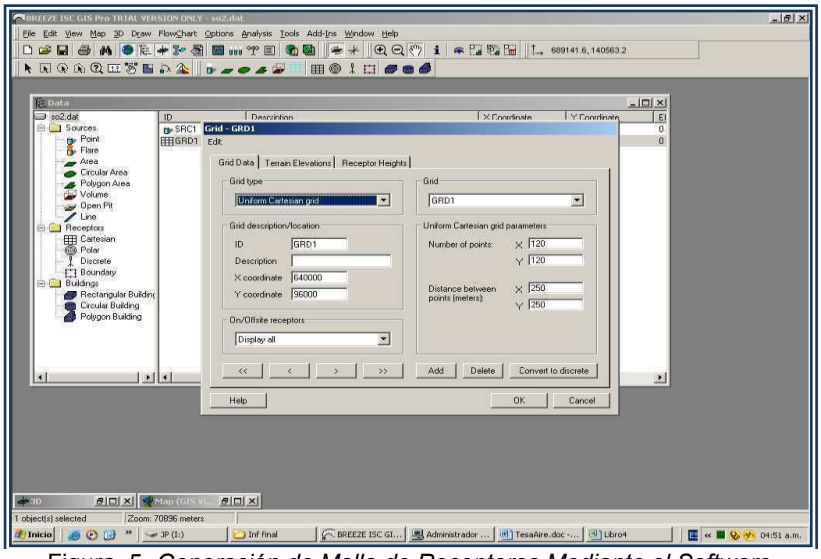


Figura 5. *Generación de Malla de Receptores Mediante el Software*

El software de dispersión ISC GIS Pro, tiene incorporado un Sistema de Información Geográfica (GIS), que facilita la interpretación de resultados en forma gráfica, de manera que es posible visualizar los perfiles de concentración generados por la operación de las diferentes fuentes evaluadas con el modelo. Se destaca que la función de GIS, es una ventaja propia del software BREEZE, en cambio, con la versión de EPA no es posible obtener directamente resultados en forma gráfica. [7]

3.3 Información de entrada requerida por el modelo

La evaluación de calidad del aire desarrollada mediante la aplicación del software de dispersión ISCST3, ha requerido la utilización de información de los estudios ambientales. Esta información, básicamente consiste de las características físicas de la fuente, de sus parámetros operativos, y fundamentalmente, de la tasa de emisión de cada sustancia contaminante evaluada.

Así, la información de entrada del modelo, referente a la fuente de emisión, previo a la obtención de resultados de concentraciones de sustancias contaminantes a nivel del suelo, consiste en lo siguiente:

- Altura de Chimenea
- Diámetro Interno de la Chimenea
- Temperatura de los Gases
- Velocidad del Gas
- Tasa de Emisión por contaminante de interés

Los valores de estas variables han sido tomados de los diferentes estudios de impacto ambiental o auditorías ambientales realizados por la administración del complejo de generación.

3.4 Principales criterios asumidos

Para la utilización del modelo de dispersión, así como, para la obtención de resultados representativos de la operación de las fuentes bajo condiciones críticas, para el modelaje de calidad del aire se ha asumido con los siguientes condiciones: [7 8]

a) El terreno que rodea el área donde operarán es relativamente plano.
b) Operan en forma continua durante todo el año.
c) Todas las chimeneas emiten al mismo tiempo, es decir, cada complejo opera a su máxima capacidad

Bajo estos criterios, lo que se recomienda es evaluar un escenario crítico, el cual representará la peor situación esperada por la operación de los complejos termoeléctricos. No obstante, se debe destacar que el efecto de la concentración de contaminantes a nivel del suelo, es aditivo, de manera que cada una de las fuentes evaluadas, contribuirá por separado a los niveles de contaminación esperados.

Tabla 5. *Límites Máximos Permisibles de Calidad del Aire [2]*

Sustancia Contaminante	**Límite Máximo Permisible *(µg/m^3)***	**Periodo Regulado**	**Observaciones**
Dióxido de Azufre – SO_2	60	Anual	-
	125	24 horas	Primer Máximo
Óxidos de Nitrógeno – NOx	40	Anual	-
	200	24 horas	Primer Máximo
Monóxido de Carbono – CO	10000	8 Horas	No más de una vez en un año
	30000	1 Hora	No más de una vez en un año
Material Particulado Menor a 10 micras – PM_{10}	50	Anual	-
	100	24 horas	Primer Máximo

Posteriormente, los resultados de este trabajo serán mostrados en forma gráfica y mediantes tablas. El lector deberá referirse a los resultados presentados en formato de tablas, por cuanto los gráficos provistos por el Sistema de Información Geográfico del software de dispersión, podrían interpretarse en base a criterios no uniformes, además de que rara vez la representación gráfica de resultados proveerá un único valor máximo, sino que más bien los resultados son graficados

mediante curvas de nivel, o denominadas por la literatura técnica como Curvas de Iso-concentración.

4. RESULTADOS

Los contaminantes evaluados, y por lo tanto los resultados generados por el modelo de dispersión, corresponden a las principales sustancias reguladas en el Texto Unificado de Legislación Secundaria del Ministerio del Ambiente, Título IV, Libro VI, Anexo 4 – Norma de Calidad de Aire Ambiente. A continuación se presentan las graficas y valores obtenido de la simulación:

Figura 6. *Concentraciones de SO_2 – 1do Máximo en 24 horas*
Área sin color concentración menor a 50 µg/m^3

Figura 7. *Concentraciones de SO_2 – 1er Máximo Anual*
Área sin color concentración menor a 30 µg/m^3

Figura 8. *Concentraciones de NOx – 1er Máximo en 24 horas*
Área sin color concentración menor a 100 µg/m³

Figura 9. *Concentraciones de NOx – 1er Máximo Anual*
Área sin color concentración menor a 50 µg/m³

Figura 10. *Concentraciones de CO – 2do Máximo en 1 Hora*
Área sin color concentración menor a 50 µg/m³

Figura 11. *Concentraciones de CO – 2do Máximo en 8 Horas*
Área sin color concentración menor a 45 µg/m^3

Figura 12. *Concentraciones de PM$_{10}$ – 1er Máximo en 24 Horas*
Área sin color concentración menor a 5 µg/m^3

Figura 13. *Concentraciones de PM10 – 1er Máximo Anual*
Área sin color concentración menor a 5 µg/m^3

Tabla 6. *Resultados Obtenidos con el Modelo de Dispersión ISC*

Sustancia Contaminante	Límite Máximo Permisible ($\mu g/m^3$)	Periodo Regulado	Valor del Modelo ($\mu g/m^3$)	Observaciones
Dióxido de Azufre – SO_2	60	Anual	366.52	No cumple
	125	24 horas	859.4	No cumple
Óxidos de Nitrógeno – NOx	40	Anual	640.97	No cumple
	200	24 horas	1504.67	No cumple
Monóxido de Carbono – CO	10000	8 Horas	158.567	Sí cumple
	30000	1 Hora	414,862	Sí cumple
Material Particulado Menor a 10 micras – PM_{10}	50	Anual	135.862	No cumple
	100	24 horas	321.772	No cumple

5. CONCLUSIONES

Los resultados de la evaluación mediante el modelo de dispersión ISCST3 de la USEPA, muestran que la operación CONJUNTA de las fuentes ocasionará un impacto local en la calidad del aire, especialmente en la zona ubicada hacia el Sureste de la ciudad, aunque se registran también valores altos al Noroeste de la ciudad. La zona de mayor afectación, es la Isla Santay y parte del Río Guayas, aunque también se verifican concentraciones por encima de la norma en sectores ubicados dentro del perímetro urbano de la Ciudad de Guayaquil. Cabe destacar que un análisis más detallado muestra que las medias aritméticas de concentración de todos los contaminantes evaluados están por debajo de los límites de la norma.

No obstante de los resultados obtenidos, se destaca que el escenario evaluado corresponde a la peor situación esperada, esto es, las fuentes operando en forma continua durante todo el año a su máxima capacidad de generación. Sin embargo es muy importante tener en cuenta que la mayoría de parámetros que influyen en el cálculo de los niveles de concentración deben ser monitoreados de manera continua para la correcta aplicación del modelo de dispersión.

6. REFERENCIAS

[1] Ministerio de Energía y Minas, (2001). Reglamento Sustitutivo del Reglamento Ambiental para las Operaciones Hidrocarburíficas en el Ecuador. Decreto No. 1215, publicado en el Registro Oficial No. 265, Ecuador.

[2] Ministerio de Medio Ambiente del Ecuador, (2011) LEY DE GESTION AMBIENTAL, Registro Oficial Nº 464, Quito, Ecuador.

[3] Peralta Juan, (2008), "Aplicación del Modelo de Dispersión ISCST3 para la Simulación de Emisión en Plantas Térmicas Medianas en la Ciudad de Guayaquil", ESPOL. Guayaquil, Ecuador

[4] Pal Arya,. (1999) Air Pollution Meteorology and Dispertion, First edition Oxford University Press. Estados Unidos.

[5] Espert V, López P. (2004), Dispersión de contaminantes en la atmósfera, Primera Edición, Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España.

[6] Wark K, Warner C (1996), Contaminación del Aire Origen y Control, Universidad de Purdue, Primera Edición

[7] EPA. (2000), Guía Del Usuario Para El Modelo De Dispersión De Complejo De Fuente Industrial (ISC), Estados Unidos.

[8] EPA (1992). Screening Procedures for estimating the Air Quality Impact for Stationary Sources, Revised. United States Environmental Protection Agency. Estados Unidos.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Simulación numérica y ensayo experimental de un tanque auxiliar de combustible según Resolución ST 553/2006

Arrien, Luis María; Godoy, María Laura; Pico, Leonel Osvaldo

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Facultad de Ingeniería.
Av. Del Valle 5737, B7400JWI, Olavarría, Argentina.
lmarrien@fio.unicen.edu.ar mgodoy@fio.unicen.edu.ar

RESUMEN.

En la actualidad, la exigencia de las normativas, manuales y reglamentos conduce a la realización de diversos ensayos, entre los que se destacan los puramente experimentales y como complemento de ellos, las simulaciones numéricas. En particular, para la verificación y certificación de tanques de combustible se requiere que cumplan estándares de estanqueidad, sobrepresión, verificación de los sistemas de fijación, ensayos de durabilidad de componentes de caucho/goma, existencia de rompeolas, etc.
En este trabajo se analizó un tanque auxiliar/suplementario de combustible líquido para propulsión de automotores de carga, según lo dispuesto por la Secretaría de Transporte de la Nación. Para la materialización del ensayo, se utilizó una bomba hidráulica marca Rothemberger Nº 9910118. Mediante la realización de dicho ensayo, se pudo observar que al aumentarse la presión hidráulica dentro del tanque a 1,3 bar, el mismo no sufre deformaciones permanentes dado que el volumen de agua ingresado es equivalente al devuelto por el recipiente ensayado, una vez regresado éste a su estado de despresurización.
Adicionalmente, se realizaron ensayos virtuales por medio de modelos numéricos utilizando un software de elementos finitos, en los que se simuló el ensayo de estanqueidad/sobrepresión a igual presión que la utilizada experimentalmente, a fin de poder verificar mediante los mapas de tensiones obtenidos por este medio, si fue superada la tensión de fluencia del material, lo cual indicaría la presencia de deformaciones permanentes.
La realización de los ensayos numérico-computacionales representa una alternativa destacada para conocer y predecir el comportamiento de tanques de combustible sometidos a presiones de prueba.

Palabras Claves: tanque combustible, análisis experimental y numérico.

1. INTRODUCCIÓN

En el autotransporte automotor de cargas resulta de práctica habitual la utilización de tanques auxiliares/suplementarios de combustible líquido en vehículos que efectúan transporte internacional, como así también nacional de media y larga distancia.

Si bien la Ley de Tránsito y Seguridad Vial Nº 24.449/94 permite realizar modificaciones a las configuraciones originales de los vehículos, éstos deben ser realizados por un profesional con título habilitante y con incumbencias en la materia.

Nuestro país cuenta con una norma técnica [1] para la fabricación, instalación y certificación de tanques auxiliares/suplementarios de combustibles líquidos para la propulsión de automotores de carga, de manera que en condiciones normales su utilización cumpla con las normas de seguridad vigentes.

A los efectos de esta norma se entiende por tanque adicional de combustible al depósito y sus fijaciones, destinado a contener carburante líquido utilizado para la propulsión de un vehículo automotor, que no sea ni instalado ni provisto por el fabricante del vehículo ni incluido en la "Licencia de Configuración de Modelo- LCM-" como equipamiento normal u opcional.

La normativa establece que el fabricante de tanques adicionales deberá realizar un ensayo del modelo a utilizar en el Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI), u otro laboratorio acreditado, que certifique el cumplimiento de los requisitos técnicos exigidos por la misma.

Entre los requisitos técnicos que deberán cumplir los tanques adicionales de combustible, se encuentran:

- Que el tanque satisfaga los ensayos de estanqueidad efectuados por el fabricante a una presión igual al doble de la presión relativa de servicio, y en cualquier caso no inferior a 1,3 bar.
- Toda sobrepresión que supere la presión de servicio deberá compensarse automáticamente mediante dispositivos adecuados.
- La instalación no debe contener piezas salientes o bordes cortantes en la proximidad de los tanques.
- Las tapas deberán asegurar estanqueidad durante la marcha.
- Los sistemas de fijación del tanque al chasis (soportes, tensores, cintas de amarre, etc.), deben resistir sin roturas ni deformaciones permanentes, una desaceleración del vehículo de 8 g.
- Los elementos de fijación y montaje deben ser normalizados y tener una resistencia mínima de 8,8 DIN.
- Los soportes y dispositivos de fijación deben estar construidos sin presentar cantos vivos ni elementos punzantes.
- Los tanques deberán estar asentados en soportes fijados al chasis del vehículo en cantidad suficiente, de acuerdo con el volumen del tanque (largo, ancho, alto y peso del mismo). Se deberán utilizar sunchos, tirantes u otro tipo de anclaje adecuado a los soportes y al peso cargado del tanque, para evitar el movimiento relativo de éste en los soportes.
- Los sunchos deberán estar aislados del tanque, al igual que los soportes, por una cinta de caucho o goma resistente a los hidrocarburos para evitar el roce "metal-metal".
- Todo el sistema de alimentación de combustible (conexiones, tubos, tanques, soportes, etc.) deberá estar construido de forma tal que se evite derrame o pérdidas de combustible aún en condiciones extremas de operación, o por vibraciones, con el objetivo de propender a la seguridad en la operación del mismo.
- En ninguna condición el ancho del tanque podrá superar los 2300 mm.
- Los tanques deberán poseer al menos dos rompeolas u otro dispositivo equivalente que garanticen que el combustible líquido no adquiera durante la operación, movimientos dinámicos extremos que afecten su resistencia estructural.

Todos estos requisitos han sido verificados para la aprobación del tanque analizado. Sin embargo, para el objetivo del presente trabajo, solo se han considerado los referentes a estanqueidad y sobrepresión.

2. DESCRIPCIÓN DEL TANQUE ANALIZADO

El tanque de combustible analizado tiene las siguientes características:
Marca: DEPSAN.
Material: Polietileno rotomoldeado de alta densidad
Volumen: Tanque 375 litros.
Dimensiones:
- Largo: 1310 mm.
- Alto: 590 mm.
- Ancho: 620 mm.
- Espesor: 4 mm.
- Espesor en cercanías del agujero: 12 mm.
- Diámetro Tapa: 64 mm. Rosca Whitworth 4 hilos.
- Diámetro Flotante: 70 mm.
- Diámetro en Ingreso y Retorno: 35 mm.
- Diámetro Tapón: 60 mm.

Observaciones:
Boca con tapa a rosca con o sin llave y trampa anti-robo
Tapón con filtro-chupador de bronce orientable.
Retorno de bronce orientable. Inserto flotante para SCANIA/VW/MB/FORD.

Figura 1 *Tanque de combustible analizado.*

3. ENSAYOS REALIZADOS

3.1. Ensayo experimental

En base a lo solicitado por el fabricante se realizaron los ensayos tendientes a la certificación de un tanque de combustible según la Resolución SST 553/2006, que se detallan a continuación:

a) Estanqueidad.
b) Sobrepresión.
c) Verificación de resistencia de los sistemas de fijación (8 g).
d) Verificación del sistema de fijación (8.8 DIN).
e) Verificación de cantos vivos y elementos punzantes.
f) Verificación de soportes y movimientos relativos.
g) Ensayo de resistencia al combustible en cintas de caucho/ goma.
h) Verificación del sistema de alimentación al derrame.
i) Verificación ancho máximo.
j) Verificación existencia de rompeolas.

A los fines de este trabajo, solo se considerarán para el análisis los ensayos de estanqueidad y sobrepresión, a saber:

a) Estanqueidad

En relación al punto 4.1 de la Resolución SST 553/2006 se procedió a realizar el ensayo de estanqueidad a una presión de 1,3 bar durante un período de 30 min. Para elevar la presión en el tanque se trabajó con una bomba hidráulica Marca: Rothemberger Nº 9910118.

Una vez realizado el ensayo se observó la deformación del tanque, sin detectar fugas, pérdidas ni roturas.

Figura 2 *Prueba de estanqueidad.*

Figura 3 *Presión de prueba 1,3 bar.*

b) Sobrepresión

En relación al punto 4.2 de la Resolución SST 553/2006 se observa que el tanque posee una conexión destinada a realizar el venteo en caso de una sobrepresión.

De ambos ensayos se puede inferir que el tanque de combustible en estudio reúne los requisitos exigidos por la norma. Cabe aclarar que el resto de los ensayos no detallados en el presente trabajo, también dieron resultados satisfactorios.

3.2 Ensayo numérico computacional

Para la modelización estructural, se utilizó el Método de Elementos Finitos [2] mediante software específico [3], lo cual implica abordar los siguientes aspectos: modelo físico o geométrico, modelo constitutivo o material y modelo de acciones. Dentro de estos aspectos de modelización, se encuentra la definición del mallado, tipos de elementos a utilizar y el tipo de análisis a efectuar. Esto último conlleva a la adopción de hipótesis simplificativas acordes al problema que se está resolviendo. Todas estas variables están consideradas en el software empleado a través de distintos módulos.

3.2.1. Modelo Físico

En la instrumentación del modelo, la primera consigna a resolver es adoptar el tipo de elemento, distribución de mallado y su densidad de manera que reproduzca el real comportamiento estructural. En el caso abordado en el presente trabajo, se adoptó un elemento del tipo placa rectangular de cuatro nodos isoparamétrica con interpolación lineal, como se puede apreciar en la Figura 4, disponible en la biblioteca de elementos del software utilizado.
El empleo de este elemento se adoptó sobre la base de que el recipiente estudiado es de paredes delgadas [4], por lo que el estado de esfuerzos se corresponde con un estado biaxial de tensiones, siendo válido despreciar la tensión en el espesor.
Dado que los ensayos de sobrepresión y estanqueidad se realizaron sobre el suelo, la condición de vinculación es simplemente apoyada.

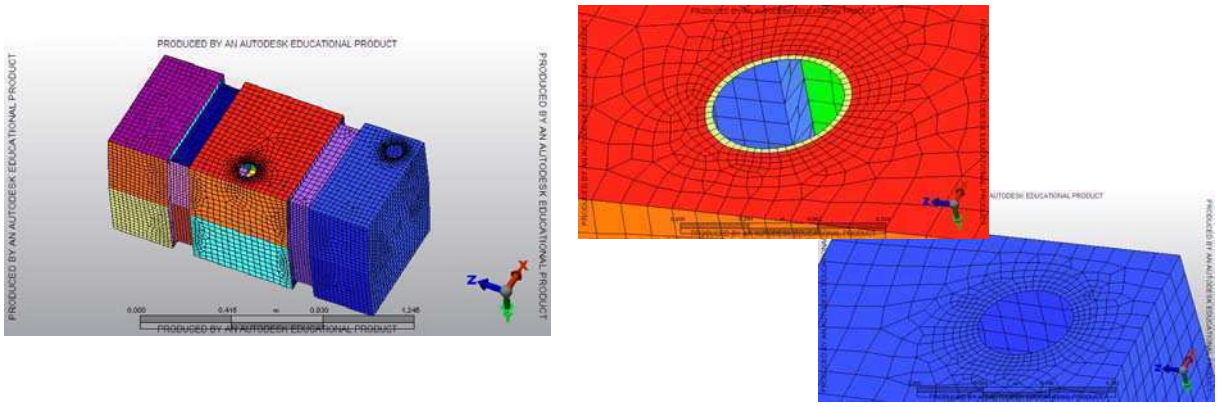


Figura 4 *Perspectiva del tanque y detalle en la zona de aberturas*

3.2.2. Modelo Material

El material corresponde a un compuesto de polietileno de alta densidad de comportamiento isotrópico, cuya tensión de fluencia es $\sigma_{fluencia}$ = 8 x 10^8 Pa, módulo de elasticidad E= 8 x 10^{10} Pa, densidad γ = 1690 kg/m^3, módulo de Poisson μ = 0,2.

3.2.3. Modelo de Acciones

El estado de carga considerado corresponde a una presión interna de 1,3 bar, equivalente a 1,3 x 10^5 N/m^2

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Luego de realizado el análisis utilizando un modelo elástico lineal, se obtuvieron mapas de desplazamientos, rotaciones y tensiones. En la Figura 5 se muestra un mapa de desplazamientos, en el que puede observarse que los máximos valores se encuentran en el centro de las tapas y alcanzan un valor de 58 mm.

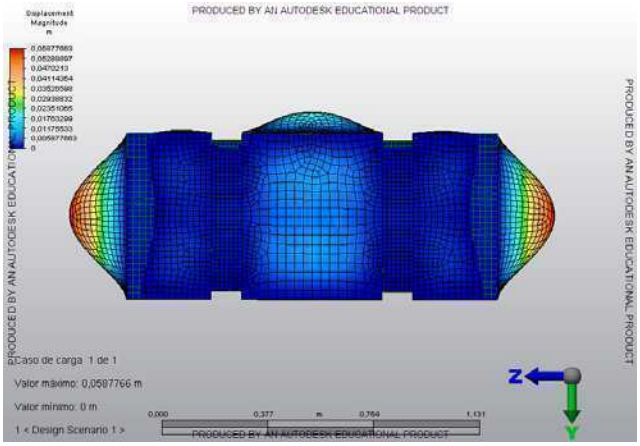


Figura 5 *Mapa de desplazamientos*

En la Figura 6 se muestra un mapa de rotaciones nodales, con el cual se pueden cuantificar las flexiones que se originan en el tanque. Puede observarse que las máximas rotaciones se producen como es de esperar en las tapas extremas y alcanzan un valor de 17º.

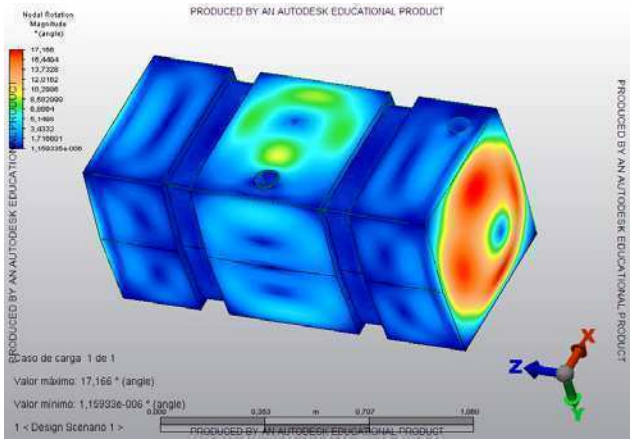


Figura 6 *Mapa de rotaciones nodales*

Los mapas de tensiones se muestran en la Figura 7. En ella se observa la distribución de las mismas y las zonas donde éstas alcanzan su valor máximo.

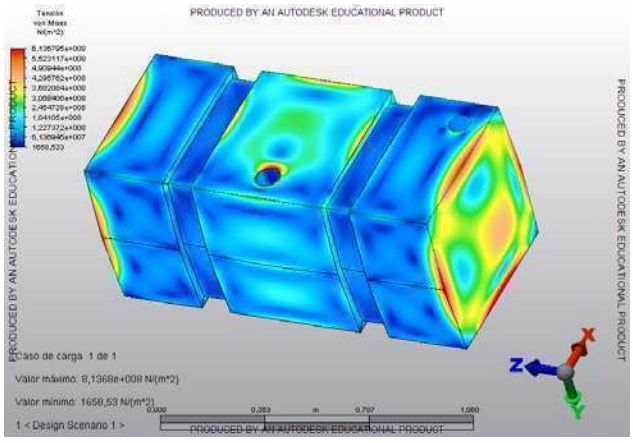


Figura 7 *Mapa de tensiones*

Los valores máximos se localizan en los encuentros de los extremos con el cuerpo del tanque y en los bordes de las aberturas. El valor máximo de tensión es 6,14 x 10^8 Pa, que resulta menor a la tensión de fluencia del material.

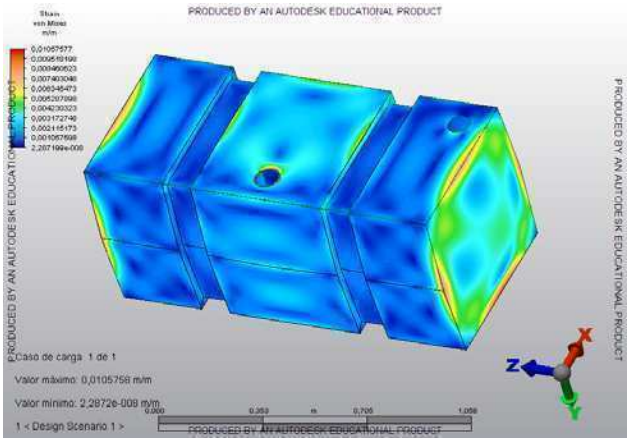


Figura 8 *Mapa de deformaciones*

La Figura 8 muestra la distribución de las deformaciones en el tanque. Se puede observar que los valores máximos (0,01 m/m) se encuentran en las zonas de agujeros y en los encuentros de los extremos con el cuerpo del recipiente [5,6].
Mediante la realización del ensayo de sobrepresión, se pudo comprobar que al aumentar la presión hidráulica dentro del tanque a 1,3 bar, el mismo no sufre deformaciones permanentes dado que el volumen de agua ingresado es equivalente al devuelto por el recipiente ensayado, una vez regresado éste a su estado de despresurización.

5. CONCLUSIONES

- Atentos a la normativa vigente y sobre la base de los ensayos realizados por esta Universidad se concluye que el tanque de combustible Marca: DEPSAN, Modelo: 375 LC cumple con lo especificado en la Resolución 553/2006.
- Del análisis numérico realizado surge que, el comportamiento del tanque ha sido concordante con el obtenido mediante el análisis experimental.
- Del ensayo experimental de sobrepresión se comprobó que el volumen de agua devuelto coincide con el entregado al tanque, por lo que no quedaron deformaciones permanentes, lo cual indica que no ha sido superado el límite elástico del material para el estado de solicitación considerado.
- La metodología numérica representa una alternativa de análisis válida y valiosa para la resolución de problemas en los que no sea posible la realización de ensayos experimentales, y constituye una herramienta de verificación en los casos en que estos ensayos sí puedan realizarse.

4. REFERENCIAS

[1] Resolución ST 553/2006 (BO 20/07/06) de la Secretaría de Transporte de la Nación.
[2] Zienkiewicz, O.C. (1982). *El método de los elementos finitos*. Primera Edición. Editorial Reverté. España.
[3] Autodesk Algor Simulation Professional (2011). Educational Product. License for 3 years.
[4] Timoshenko, S.; Woinowsky-Krieger, S. (1970). *Teoría de láminas y placas*. España. Número de la edición. Ediciones Umo - McGraw-Hill. España.
[5] Godoy, M.L.; Arrien, L.M; Pico, L.O. (2009). "Análisis de refuerzos en recipientes a presión de tapas planas". *Mecánica Computacional. Volumen XXVIII, pp. 1827-1834*. AMCA, Santa Fe.
[6] Godoy, M.L.; Pico, L.O; Ortega, N.F.; Arrien, L.M. (2010). "Utilización de técnicas de optimización para el diseño de cabezales en recipientes a presión". *Mecánica Computacional. Volumen XXIX, pp. 999-1011*. AMCA, Santa Fe.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Simulación computacional para el diseño estructural de un vehículo híbrido experimental

Ciancio, Patricia, Peralta, María*, Pico, Leonel, García Scrimizzi, Manuel

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
Av. Del Valle 5737, 7400 Olavarría. pciancio@fio.unicen.edu.ar,mperalta@fio.unicen.edu.ar, lpico@fio.unicen.edu.ar,

RESUMEN.

La necesidad creciente de reducir la emisión de gases al medio ambiente generó la idea de los Autos Eléctricos como Vehículos de Emisión Cero. Esto conduce a indagar acerca de los conocimientos científico-tecnológicos en el uso de energías alternativas. Así se canaliza la iniciativa de construir un vehículo híbrido experimental por parte de estudiantes avanzados y docentes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Motivó esta iniciativa una competencia latinoamericana de autos solares, denominada la Carrera de la "Ruta Solar", llevada a cabo en el desierto de Atacama en Chile en el mes de septiembre de 2011.
El objetivo general fue diseñar y construir un automóvil híbrido con tracción humana y eléctrica sobre base solar fotovoltaica para participar en dicha competencia. Este diseño permite sentar las bases para futuros desarrollos tecnológicos que marquen nuevas tendencias en transporte que utilicen fuentes de energía renovables.
Contribuyendo con el objetivo general enunciado, en el Área de Estructuras de la institución se efectuó el diseño del chasis y del panel solar del vehículo mencionado. De esta manera, se realizó la optimización del modelo estructural para lograr una reducción en el peso que se traduzca en menor consumo energético, cuyo desarrollo motiva el presente trabajo.
Para cumplir el objetivo de este trabajo, se empleó la técnica del Método de los Elementos Finitos. La consideración de diferentes materiales, tipologías, formas de sustentación y uniones permitió generar diferentes modelos. Los modelos estudiados y la solución óptima encontrada respetaron las bases de la competencia.

Palabras Claves: simulación computacional, emisión cero, energías alternativas, automóvil híbrido, método de los elementos finitos.

1. INTRODUCCIÓN

Desde hace una década aproximadamente la búsqueda de desarrollos aplicables de Vehículos de Emisión Cero (VECs) , Vehículos Eléctricos (Ves) y Vehículos Eléctrico Híbrido (VEH) se ha visto en los sucesivos salones de automóviles del mundo en forma de conceptos y en los últimos años con una incipiente presencia en el mercado, básicamente con tecnología híbrida. En todos los casos hay una búsqueda de suplantar en forma directa los motores de combustión interna por tracción con motores eléctricos, solucionando un problema de emisiones de gases de efecto invernadero, aunque sin aportes sustantivos a la generación del recurso eléctrico para hacer una ecuación que cierre completamente el proceso de Cero Emisión en la Fuente y en el Consumo.
Allí apunta este trabajo, el cual forma parte de un proyecto mayor cuyo objetivo promueve la innovación tecnológica. Si bien ésta no posee una mejora inmediata como impacto productivo en un determinado proceso, sí es considerado relevante para posicionar regionalmente el conocimiento y sus recursos humanos, que sean capaces de interactuar y generar sistemas de movilidad que utilicen energías alternativas a los combustibles fósiles.
La necesidad creciente de hacer aplicable la idea de los Autos Eléctricos como Vehículos de Emisión Cero (referidos a la emisión de dióxido de carbono) en correlato a la problemática compartida de cómo vincular los conocimientos científicos tecnológico a los intereses globales de un planeta sustentable a través del fomento del uso de energías alternativas, hace evidente el objetivo de contar inicialmente con un prototipo experimental de un móvil híbrido. Así se canaliza la iniciativa de un grupo importante de estudiantes avanzados, docentes, investigadores de la Facultad de Ingeniería y no docentes motivados por una competencia latinoamericana de autos solares a través del desierto de Atacama en Chile, que tiene el mayor nivel de radiación solar del mundo, y en el que se aplica el conocimiento desarrollado para otras aplicaciones. El éxito del proyecto además de permitir el trabajo en un grupo interdisciplinario, también posibilitó la realización de encuentros en la región para divulgar los desafíos que conllevan estas tecnologías innovadoras.
El objetivo general fue la construcción de un automóvil híbrido con tracción humana y eléctrica sobre base solar fotovoltaica que permita competir en la Carrera de la “Ruta Solar”, constituirse en el vínculo de los sucesivos desarrollos tecnológicos que reporten las líneas de investigación y pueda transferirse como conocimiento sobre las nuevas tendencias en transporte, tracción eléctrica y fuentes de energía renovables a la sociedad.
Particularmente en lo referente al diseño de la estructura del vehículo se trataba de considerar aquellos parámetros que representaran una influencia notable en su velocidad y eficiencia. Una concepción de energía económica determinaba que se debía hacer hincapié en la resistencia aerodinámica y el peso del vehículo. Esto conllevó a idear una estructura que ofreciera la menor resistencia a la fricción del aire y a su vez se asegurara la estabilidad frente a las acciones dinámicas. Es así que se concibió el chasis sobre el cual se ubicaría el conductor, el equipo eléctrico, el arrastre y la estructura sobre la que apoyaba el panel solar. El desafío se centraba en lograr un diseño estructural optimizado que se correlacionara con la necesidad del menor consumo energético posible para la circulación del móvil. Ello implicó la consideración de diferentes materiales, tipologías, formas de sustentación, uniones, en modelos de análisis hasta arribar a la solución del problema, lo cual se pretende describir en el presente trabajo.

2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL VEHÍCULO SOLAR

En términos básicos, un vehículo solar de emisión cero es alimentado por energía solar mediante paneles solares compuestos por módulos fotovoltaicos, con almacenamiento de energía en baterías y la tracción se obtiene mediante un motor eléctrico [1].
Shin [2], luego de un exhaustivo estudio de cómo los vehículos eléctricos pueden influir sobre el uso de los vehículos existentes, concluye que el potencial de mercado futuro de los VE es mayor que el de los híbridos y los clásicos con motores de combustión interna.
De acuerdo con [3] Rizzo et al. (2010) el empleo de energía solar en vehículos requiere del cuidadoso análisis de puntos fundamentales como: a) aportes energéticos, b) eficiencia y costo de los paneles solares, c) cómo maximizar la radiación solar y d) la gestión de las energías y el

control. Los anteriores constituyen puntos elementales que fueron considerados en el diseño electromecánico y construcción del Pampa Solar, denominación que se asignó al vehículo solar.
Entre las reglas generales de la competencia se destacan:

1. Los equipos recorrerán en 3 días de competencia un recorrido entre las ciudades de Iquique, Calama y Antofagasta por el desierto más árido del mundo, con una extensión aproximada de 1060 km.
2. El vehículo debe ser impulsado sólo por energía solar y humana.
3. El vehículo debe cumplir una serie de pruebas de seguridad para poder competir.

Los participantes de la competencia y los correspondientes vehículos que tripularan debían atenerse a una serie de requisitos establecidos en las Bases de la competencia; entre ellas figuran que en funcionamiento, el vehículo no podrá exceder los 2.5 m de largo, 1.2 m de ancho y 1.8 m de alto; deberá tener al menos tres puntos de apoyo funcionales y al menos un ocupante.
Se exigirá que para la competencia al menos el 50% de la energía utilizada sea energía solar.
Los vehículos deben tener un asiento para cada ocupante, consistente en una base y un respaldo, que permita apoyar toda la espalda. Como recomendación, el ángulo de inclinación del asiento no debiera ser mayor a 27º con respecto a la vertical. Conducir un vehículo en un ángulo de inclinación mayor induce fatiga, dificulta la visión y evita el correcto funcionamiento del cinturón de seguridad en el evento de colisión.
Los vehículos deben poder realizar una curva en “U” en ambas direcciones en una pista de 9 m de ancho.
La velocidad promedio mínima desde una parada de control a otra deberá ser de 20 km/h.
Lógicamente se respetaron otros requisitos en relación a los componentes eléctricos y demás accesorios establecidos en las bases.
Tomando ello como base, se diseñó y construyó el vehículo eléctrico híbrido experimental, con el empleo de energía solar fotovoltaica como fuente principal de electricidad y energía eléctrica provista por un generador accionado mediante el pedaleo de un conductor. El vehículo contó con una batería para almacenar la energía provista por ambos sistemas.
El vehículo solar fue construido a partir de una estructura de tres ruedas, en forma de una tricicleta invertida, con dirección de giro en el par de ruedas delanteras y con motor eléctrico contenido en la rueda trasera que oficiaría de traccionante.
En la Figura 1 se muestra una imagen del vehículo sin el carenado realizado como medio de protección para el conductor, según las disposiciones requeridas que se dispuso en el modelo final. La suspensión se encuentra ubicada en la horquilla trasera, y la trocha delantera se sujeta a la estructura sin sistema de amortiguación. La pedalera se ubicó en la parte frontal y transmisión por coronas, piñones, sistema de cambios manuales y cadena también sobre la rueda trasera.
El área del vehículo proyectada fue de 1,1 m x 2,4 m x 1,43 m cumpliendo las disposiciones reglamentarias. También se observa en la Figura 1 la pantalla solar en posición horizontal sobre la que se ubican los módulos fotovoltaicos conformando un array de 48 V con celdas de silicio monocristalino. Cuenta con un pack de baterías conformando un sistema eléctrico de potencia de 48 V y se dispondrán en la parte posterior al asiento del conductor en gabinete donde también se incluyen los sistemas electrónicos. También existe un subsistema de energía en 12 V para alimentar las luces, bocinas e instrumental.
El motor es del tipo Brushless de 48 V con control de velocidad y frenado de recuperación de los típicos comerciales utilizados para convertir bicicletas en transporte eléctrico. La pantalla apoya sobre un sistema de barras en la parte delantera y otro en la parte trasera que asientan sobre el eje delantero del chasis y sobre el sostén del portaequipaje respectivamente. Además sobre la parte trasera acompaña al sistema de barras un actuador hidráulico, utilizado para posicionar la pantalla a las dos posiciones: de máxima y mínima carrera para alcanzar el ángulo máximo de inclinación que determina el aprovechamiento solar máximo.

Figura 1. *Tricicleta sin carenado final*

La pantalla está constituida por una placa superficial realizada con fibras de vidrio embebidas en una resina polyester que apoya sobre un sistema de emparrillado conformado por tubos de aluminio 6063 T6. Dicho entramado sirve de sostén a la trama-resina y la rigidiza en su plano; también fue impregnado con la resina a los efectos de formar una unión solidaria entre las partes del conjunto. A los efectos de lograr la mayor captura de rayos solares, la pantalla debía tener un movimiento de rotación sobre la barra rigidizante, comandado mediante el actuador lineal, constituyéndose así en un seguidor solar móvil.
Las propiedades mecánicas de los materiales utilizados en las distintas partes del vehículo se muestran en la Tabla 1 y se encuentran comprendidos dentro de los materiales a utilizar, especificados para la competencia.

Parte	***Material***	***Densidad ρ [kg/m^3]***	***Módulo elástico [N/m^2]***	***Coeficiente de Poisson***
Chasis, soportes delanteros y traseros de pantalla	Acero	7855	$2x10^{11}$	0,29
Emparrillado de pantalla	Aluminio	2700	$6,89x10^{10}$	0,33
Placa de pantalla	Matriz polyester reforzada con fibra de vidrio	2320	$3,6x10^{10}$	0,23

3. Modelos Analizados

A efectos de lograr un trabajo estructural optimizado que se traduzca en el menor consumo energético posible para la circulación del móvil, se efectuó el análisis estructural sobre modelos para el diseño del chasis, por un lado y para la estructura del panel solar y sostén del mismo, por otro lado. Lo indicado implicó la consideración de diferentes materiales, tipologías, formas de sustentación y uniones en los modelos hasta arribar a la solución del problema.
Cabe mencionar que la competencia implicó respetar, de acuerdo a las Especificaciones de Diseño contenidas en las Bases Técnicas, dimensiones preestablecidas relacionadas con el ancho de trocha, distancia entre ejes, inclinación del asiento, área del panel solar, altura del vehículo, presupuesto requerido.

3.1 Chasis

Originalmente se diseñó el chasis para recibir un panel fijo apoyado en 3 puntos, según se indica en la Figura 2.

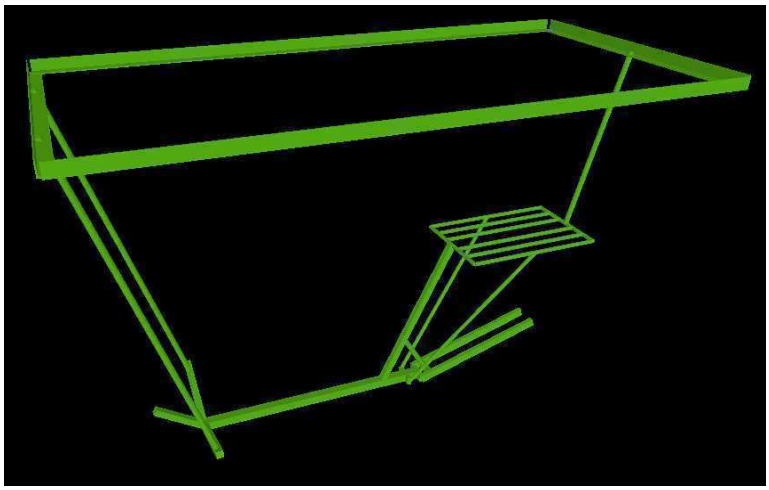


Figura 2. *Primer Modelo para análisis estructural del vehículo*

3.1.1 Vinculaciones

La vinculación fija externa se indica en Figura 3, a modo de ejemplo en el punto (1). Se tomaron como articulaciones los puntos correspondientes a los enganches de la horquilla trasera y los extremos de posicionamiento de los rodados delanteros.
Con respecto a la vinculación interior, se tomaron como empotrados la totalidad de los nudos internos representados por el punto (2) (empotramiento interior) en Figura 3 con excepción de los siguientes puntos (3) indicados en Figura 4:

- Nudo de enganche del amortiguador en la horquilla trasera, y tubo de respaldo de la butaca. Estos nudos se definieron como nudos genéricos con desplazamiento longitudinal en el sentido del eje del amortiguador, para simular la compresión que sufre dicha pieza.
- Nudo de unión del tubo estructural principal con la horquilla trasera, éste se considera una articulación.

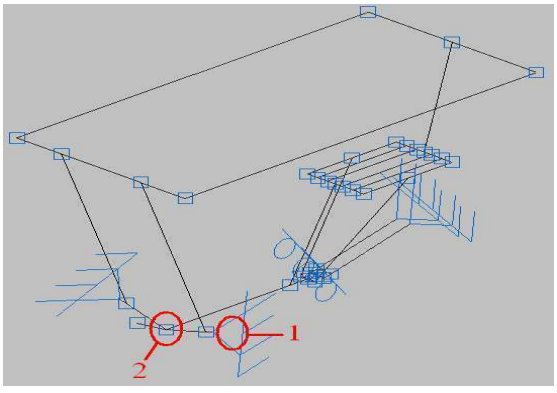


Figura 3. *Vinculaciones Primer Modelo*

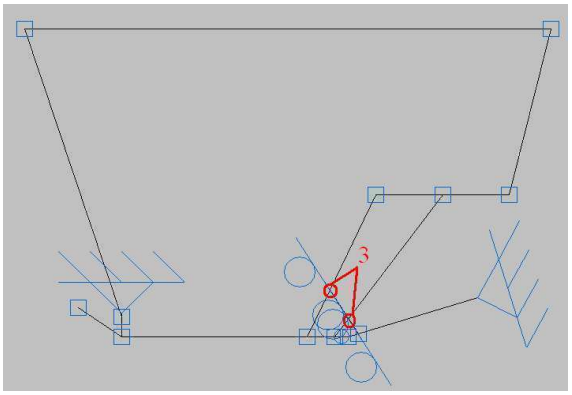


Figura 4. *Vinculaciones Primer Modelo*

3.1.2 Perfilería adoptada

La estructura del chasis del vehículo está compuesta por tubos de acero de distintas geometrías.
Para la estructura principal, compuesta por los tubos 1, 2, 4, 5 indicados en la Figura 5, se utilizaron tubos estructurales cuadrados para facilitar los procesos de soldadura; y en el caso del tubo 1, para mejorar el apoyo y rigidez de la butaca del conductor.
Para el rak se optó por tubos redondos de pequeño diámetro pero altamente reforzados con dos rigidizadores laterales pues este elemento recibe grandes cargas provenientes del soporte para los paneles solares, de la batería eléctrica y del sistema electrónico.

El apoyo inclinado de la butaca soldado a 63º respecto de la horizontal (2), al cual acomete el sistema de amortiguación (3).
En la parte delantera se dispusieron dos brazos en ángulo para la instalación de las ruedas (4) y una extensión en la cual se instaló un sistema telescópico para la regulación de la posición de la caja pedalera (5).
La horquilla trasera (6) se independizó del resto de la estructura por medio de una articulación en el tramo final del tubo principal (7), se dispuso de un amortiguador que conecte ambos componentes para rigidizar el conjunto.
Tomando como base este modelo se ensayaron diversas variantes, entre ellas una alternativa con tubos de acero de sección cuadrada. Se optó por una solución que combina tubos estructurales de sección cuadrada o rectangular para la estructura principal, y tubos redondos para las estructuras de sostén de los paneles solares, de la batería y electrónica

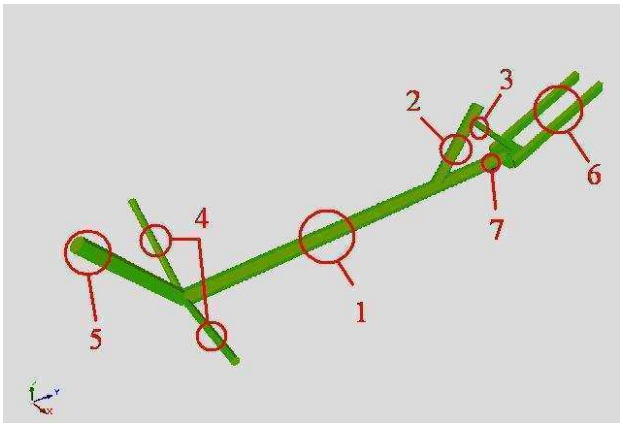


Figura 5. *Modelo de la estructura principal del chasis*

En el diseño del soporte para los paneles solares se utilizaron originalmente perfiles angulares de alas iguales. Estos serían soldados entre sí formando un marco rígido que tiene como función evitar cualquier desplazamiento relativo o flecha que pudiera dañar las celdas fotovoltaicas.

3.1.3 Variante considerada

A efectos de optimizar la generación de energía solar se resolvió dotar al panel solar de un movimiento que permita el seguimiento del sol, lo cual motivó la modificación de los soportes del panel según se indica en Figura 6. Para posibilitar el movimiento se utilizó un actuador hidráulico en la parte trasera. El diseño definitivo del panel y su estructura sostén se indican en el ítem 3.2

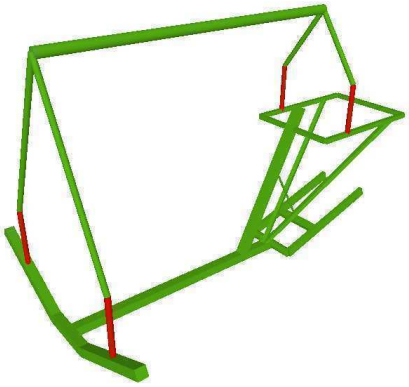


Figura 6. *Modelo de análisis modificado*

3.1.4 Cargas

Para la simularon de las cargas de servicio del vehículo, se tomaron en cuenta distintas hipótesis. Se consideró sobre el tubo 1 una carga distribuida lineal que simulara el peso del conductor; se dispuso una carga horizontal en el extremo del tubo 5 para simular el empuje producido por el conductor al pedalear y por último las cargas provenientes del soporte de los paneles solares (teniendo en cuenta la modificación indicada) en los que se consideró el peso propio y el viento actuando en la posición más desfavorable, esto es con el panel dispuesto según la máxima inclinación. En Figuras 7 se observan las cargas consideradas.

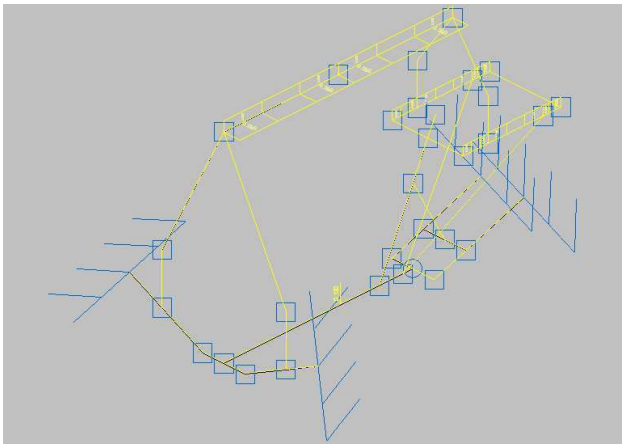


Figura 7. *Modelo de cargas considerado*

3.1.5 Resultados Obtenidos

Se analizaron los modelos indicados efectuándose las verificaciones de rigidez y resistencia correspondientes. En Figura 8 se indican las flechas obtenidas.

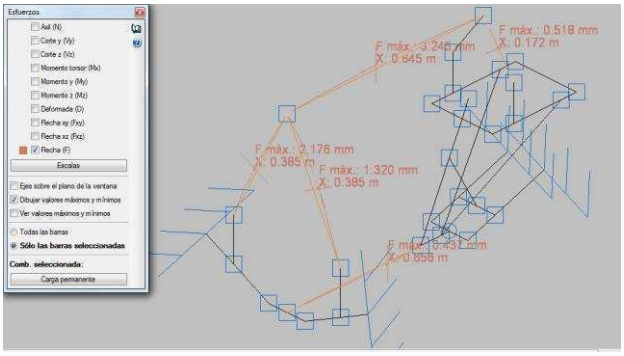


Figura 8. Flechas obtenidas

Efectuadas las verificaciones y de acuerdo a las referencias de la Figura 4 para los tramos 1, 2 y 5 se adoptaron tubos estructurales de 40 x 40 x 1,6 [mm]; para el tramo 4 las dimensiones del tubo resultaron de 30 x 50 x 1,6 [mm] y para el tramo 6 de 40 x 20 x 1,6 [mm].
En la Figura 9 aparece una imagen del chasis en su versión final. La zona de unión al que concurren el tramo inclinado de apoyo de la butaca, la horquilla trasera y el tramo principal se reforzó con una placa. Para el portaequipaje se utilizaron tubos estructurales de 20 x 20 x 1,6 [mm].

Figura 9. *Modelo final del chasis*

3.2 Panel solar y soportes
3.2.1 Modelos Analizados

Paralelamente, se diseñó la estructura de la pantalla plana sobre la que se distribuyeron los paneles solares y la estructura que le sirve de sostén y unión al chasis del vehículo. En la Figura 10 se muestra el modelo final utilizado.

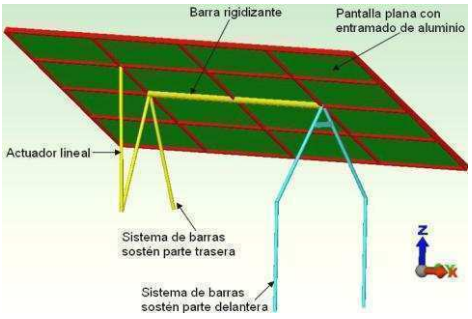


Figura 10. *Modelo adoptado para pantalla solar y estructura de sostén*

La Figura 11 presenta la geometría de la pantalla y del emparrillado de aluminio adoptado con sus dimensiones:

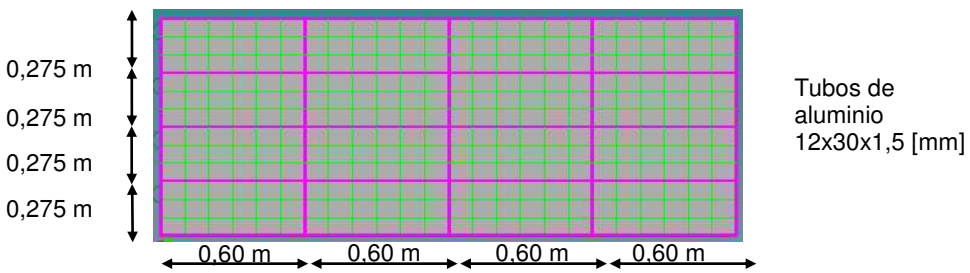


Figura 11. *Vista en planta del emparrillado de la pantalla*

Dicho emparrillado se modelizó de manera solidaria con la placa, la que se conformó de un material liviano compuesto por un polyester reforzado con fibra de vidrio, con un espesor de 1,5 mm.
En la Figura 12 se observa una vista en perspectiva de la pantalla y de su estructura sostén.

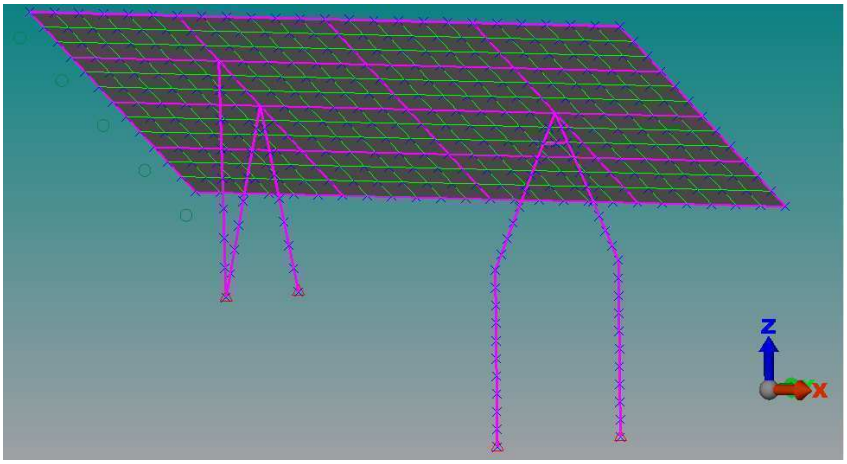
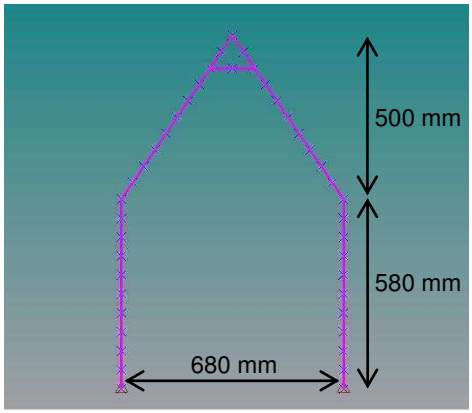


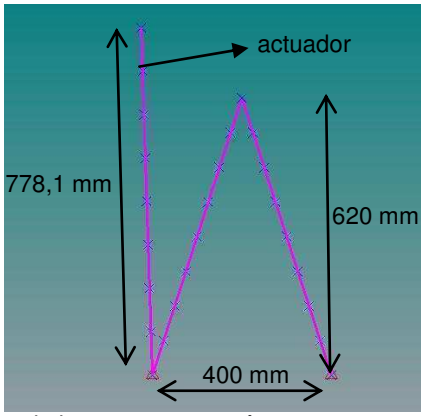
Figura 12. *Vista de la pantalla y su estructura sostén*

En las Figuras 13 y 14 aparecen las estructuras de barras sostén delantera y trasera respectivamente y sus respectivas dimensiones y perfilería. La longitud del actuador corresponde a su máxima carrera.



Tubos de acero
ϕ 19,05 mm
Espesor: 2 mm

Figura 13. *Vista de la estructura sostén delantera*



Tubos de acero
ϕ 19,05 mm
Espesor: 1,25 mm
Actuador: ϕ 20 mm

Figura 14. *Vista de la estructura sostén trasera y actuador*

Una de las premisas a cumplir por el panel solar era la de lograr el mejor aprovechamiento de la incidencia de los rayos solares. Ello determinó que la pantalla solar tuviera movilidad para lograr el seguimiento de los mismos. Esto condicionó sobremanera los apoyos a considerar, y fundamentalmente la posibilidad de su materialización constructiva de la manera más fidedigna.
Diferentes posibilidades para la estructura sostén de la pantalla fueron consideradas hasta alcanzar la estructura adoptada, tal como se muestra en las Figuras 11 a 14.
Dados los resultados obtenidos para esas alternativas, y en pos de lograr un menor peso, tratando de mantener el efecto de rigidez que introducía la estructura sostén sobre los movimientos de la pantalla es que se decidió la inclusión de un actuador hidráulico, con la posibilidad de adicionar otro ubicado en forma simétrica si hubiera sido necesario.
En los modelos iniciales las estructuras trasera y delantera de sostén del techo eran independientes, y se diseñaron con secciones tubulares rectangulares. Con ello resultaba que las tensiones por flexión excedían los valores permitidos. Por lo que había que aumentar la rigidez en la dirección normal al plano que contenía a las barras de la estructura sostén delantera. Ello se logró con secciones tubulares. Además, para evitar el corrimiento relativo entre ambas estructuras, delantera y trasera se las unió mediante una barra rigidizante de sección tubular. Esto a su vez logró disminuir aún más las tensiones de flexión en las barras de la estructura sostén delantera, resultando bajo los límites admisibles.
El panel de resina se modeló con elementos tipo “plate” de cuatro nodos con 5 grados de libertad por nodo. Los elementos planos de forma rectangular adoptados para el modelo son los adecuados cuando la tipología estructural responde a formas superficiales planas de pequeño espesor. En relación a la densidad del mallado se menciona el hecho de haber efectuado el análisis de convergencia tomando diferentes densidades de elementos asegurando la precisión de resultados.
El emparrillado se simuló con elementos lineales tipo “beam” para materializar la flexión bajo carga distribuida.
Los sistemas de barras delantero y trasero se modelaron con elementos “beam”.

3.2.2. Cargas.

Para la placa se consideró una presión estática de 270 Pa, que incluye cargas muertas y cargas vivas adicionando un factor multiplicador de 1,5 a dicha presión para contemplar el efecto dinámico del viento.
Asimismo se asignaron fuerzas laterales de una magnitud del 10 % de la presión estática ubicadas sobre los nodos de uno de los lados mayores de la placa para considerar asegurar la estabilidad correspondiente según se indica en Figura 15.
Los elementos beam se consideraron solidarios frente a las cargas anteriores.

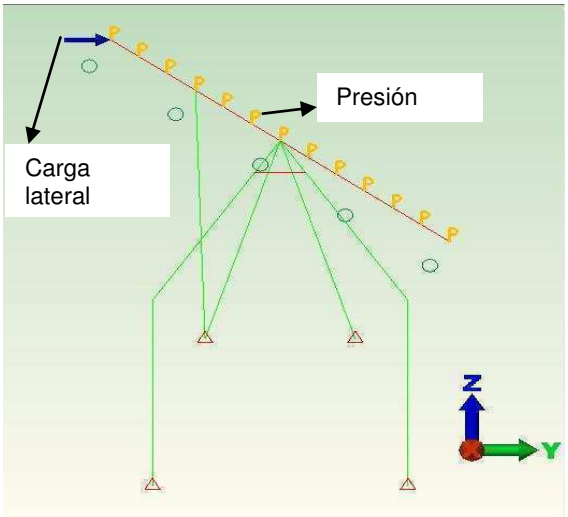
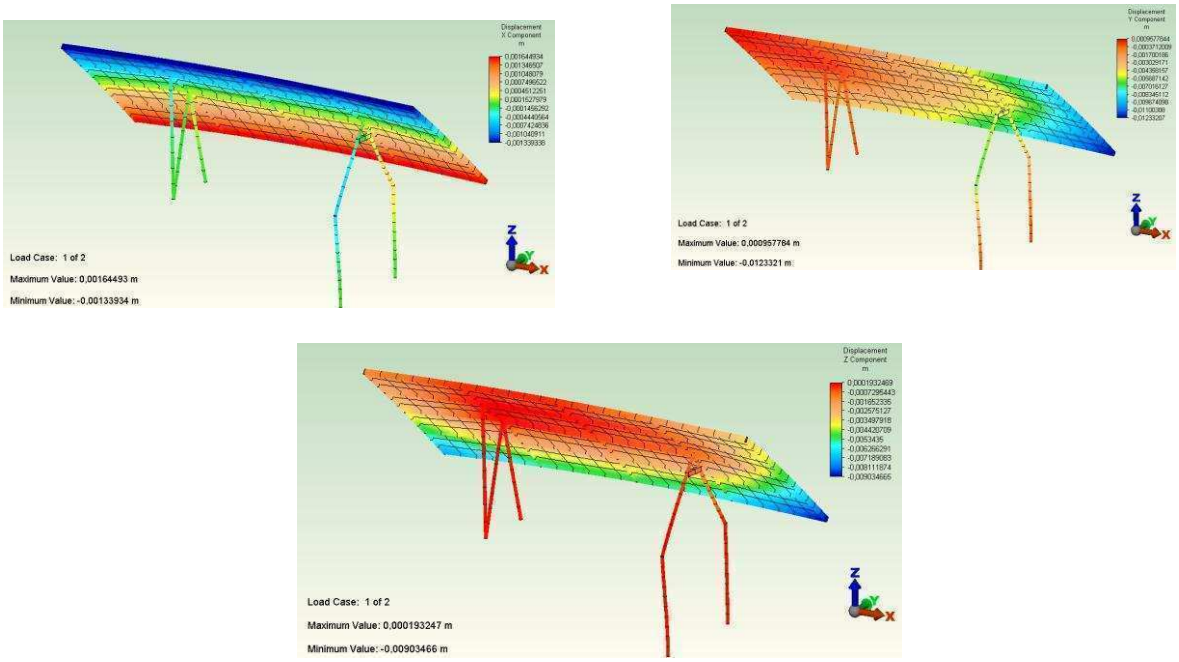


Figura 15. *Cargas actuantes en el plano zy*

La modelización estructural se realizó mediante el uso de un software comercial [4] que emplea el Método de los Elementos Finitos [5]. Para el chasis se utilizaron elementos de tipo unidimensional.

3.2.3 Resultados Obtenidos

Se analizaron los modelos para los distintos estados de cargas, evaluándose desplazamientos, tensiones y deformaciones máximas. En Figuras 16 a 18 se indican algunos de los resultados obtenidos.



Figuras 16. *Desplazamientos del panel*

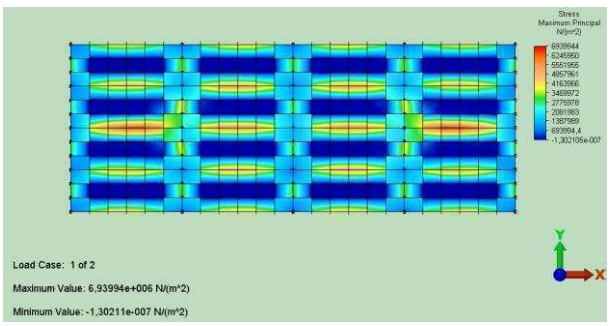


Figura 17. *Tensiones máximas principales en el panel*

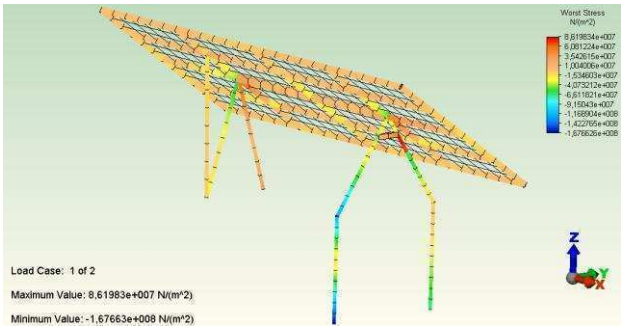


Figura 18. *Tensiones normales*

Los análisis indicados permitieron arribar al diseño definitivo del vehículo que tuvo el siguiente peso y capacidad de almacenamiento de energía:

- Peso: 165,5 [kg]
- Cell power 430 [W]

Habiendo desarrollado durante la travesía [6] una velocidad máxima: 55 [km/h] y obtenido por su desempeño el premio al vehículo que efectuó el uso más eficiente de la energía solar.
En la Figura 19 aparece una imagen del vehículo híbrido solar diseñado en el momento de la competencia.

Figura 19. V*ehículo solar diseñado, en competencia.*

4. CONCLUSIONES.

Entre los aspectos que se consideran relevantes de destacar en primer lugar es el haber concretado un proyecto multidisciplinario, que logró el premio al *Mejor uso de la energía solar* en la competencia de "La Ruta Solar" en Atacama, Chile. El modelo llevado a cabo representa una iniciativa para fomentar la creación de modelos de vehículos de emisión cero. Se continúa trabajando, incorporando modificaciones al modelo, aspirando a competir en futuros eventos en categorías que exigen desarrollos de vehículos cuya movilidad sea exclusivamente mediante energía solar.
Asimismo se puntualiza la importancia de la utilización de herramientas computacionales, que permiten no solamente optimizar el modelo diseñado sino también permiten constituir verdaderos laboratorios virtuales sumamente necesarios cuando el factor económico es una de las claves para la concreción de un proyecto.

5. REFERENCIAS.

[1] Connors, J. (2007). "On the subject of solar vehicles and the benefits of the technology", *Proc. ICCEP'07,* pp. 700-705.
[2] Shin, J.; Hong, J.; Jeong, G. y Lee, J. (2012). "Impact of electric vehicles on existing car usage: A mixed multiple discrete–continuous extreme value model approach", *Journal of Transportation Research*, Part D 17, pp. 138-144.
[3] Rizzo, G.; Arsie, I.; Sorrentino, M. (2010). Solar energy for cars: perspectives, opportunities and problems, *GTAA Meeting*, pp. 1-6.
[4] ALGOR Software y sus correspondientes manuales. Pittsburgh. USA.
[5] Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L. (1991). The finite element method, volume II. McGraw Hill.
[6] http://www.carrerasolar.com/beta/descargas/bases/Bases_generales_1.1.pdf

Agradecimientos
El presente trabajo ha sido financiado por la Facultad de Ingeniería - UNCPBA, la Municipalidad de la ciudad de Olavarría y diferentes empresas y compañías que han manifestado su compromiso con el proyecto.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

DISEÑO FLUIDO DINÁMICO DE UN ROTOR DE TURBINA DE PASO CON FLUJO AXIAL (WCT: WATER CURRENT TURBINE), MEDIANTE EL USO DE MÉTODOS NUMÉRICOS (CFD)

Oller, Sergio A. [(1)] *; Coussirat, Miguel* [(2)]*, Nallim, Liz G.* [(3)]

(1) Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ingeniería INIQUI - CONICET.
Av Bolivia 5150, (4400) Salta - Argentina. Tel/Fax: +54-3874258615
sergio.oller@conicet.gov.ar

(2) Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional de Mendoza.
Rodríguez Cnel. 273 (5502) Mendoza - Argentina. Tel/Fax: +54-2615244500
miguel.coussirat@frm.utn.edu.ar

(3) Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ingeniería INIQUI - CONICET.
Av Bolivia 5150, (4400) Salta - Argentina. Tel/Fax: +54-3874258615
lnallim@unsa.edu.ar

RESUMEN.

El presente trabajo muestra el diseño fluido - dinámico de un rotor de turbina de paso con flujo axial (WCT: Water Current Turbine), mediante el uso de métodos numéricos, (Computational Fluid Dynamics, CFD). Los códigos de CFD están basados en la discretización de las ecuaciones de conservación de masa y momentum (Reynolds Averaged Navier-Stokes equations, RANS) para flujo turbulento. El modelado numérico de las ecuaciones RANS implica la cuidadosa elección de un submodelo que sea adecuado para tener en cuenta los efectos del nivel de turbulencia del flujo estudiado [1].

Los parámetros a obtener mediante CFD permitirán el posterior conocimiento de las cargas aerodinámicas relacionadas con las fuerzas de sustentación y arrastre ("Lift" y "Drag" respectivamente) y, por tanto, de los esfuerzos ejercidos sobre los álabes, pudiendo luego proceder a su posterior diseño mecánico. Se analizaron en detalle los campos de presiones y velocidades, obtenidos a partir de las condiciones de borde e iniciales, definidas para velocidades, presiones y nivel de turbulencia del flujo, prefijadas a partir del diseño clásico de turbomáquinas axiales.

Los resultados base para poder evaluar los parámetros anteriormente citados, se obtuvieron mediante un código de CFD denominado Kratos [2], desarrollado en el Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE, Barcelona, España), y corresponden a la obtención de los campos de presión y de velocidades.

El objetivo que se persigue en este trabajo es el de optimizar el diseño aerodinámico de un rotor de WCT, maximizando la relación Lift/Drag y por tanto su rendimiento hidráulico, teniendo en cuenta que la turbina funciona con una muy baja energía cinética (velocidad del cauce del río). El máximo aprovechamiento de la energía mediante esta turbina, en estudio por los autores, se cumplimenta con la mínima inercia conseguida en su rotor gracias al uso de materiales compuestos en su conformado [3].

Palabras Claves: CFD, Water Current Turbines.

1. INTRODUCCIÓN

El aumento de las necesidades energéticas del mundo, sumado al impacto medioambiental y la escasez de fuentes no renovables de energía, han producido un aumento en el interés y estudio de las fuentes de energía renovables. Entre ellas, la energía hidráulica está entre las de mayor importancia, dado su alto poder energético y su alta previsibilidad. Los altos costes a niveles de ecosistemas y económicos (por las construcciones de diques), llevaron a una falta de interés en seguir desarrollándola y construyendo nuevos reservorios acuáticos: muy pocos embalses alrededor del mundo se han inaugurado a lo largo de los últimos años.

Las turbinas de paso o Water Current Turbines (WCT) constituyen una manera relativamente más simple de usar la energía hidráulica, por lo que se están siendo investigando y desarrollando distintas versiones de WCT en el mundo entero. Éstas utilizan la energía cinética de los flujos acuáticos (fluviales/de marea), en vez de usar la energía potencial de los saltos de agua de los diques. Hasta la fecha, muy pocas WCT han sido probadas, y todas ellas en corrientes marinas. Estos rotores marinos no son útiles en los ríos debido a su gran tamaño (de 4 a 8 veces más altos que la profundidad estándar de un río).

El estudio fluido – dinámico del rotor que se propone estudiar, corresponde a una WCT fluvial que está en proceso de diseño por parte de los autores [3]. Dicho análisis completa el estudio de la turbina fluvial de flujo axial cuyo diseño compacto de alta velocidad específica (axial), con un diámetro de $\phi = 3{,}5\,\mathrm{m}$ y de baja inercia rotatoria debido a su conformación en material compuesto, orientan su aplicación en los lechos fluviales con bajas velocidades de flujo, pero con grandes caudales, evitando los grandes movimientos de tierra, costosas obras civiles y negativos impactos medioambientales.

2. DESCRIPCIÓN DE LA FORMULACIÓN PARA SIMULAR EL COMPORTAMIENTO FLÚIDO DINÄMICO DEL ROTOR AXIAL DE WCT.

La obtención de datos para el análisis fluido-mecánico del rotor de WCT se realiza mediante CFD (Computational Fluid Dynamics). En este caso concreto se utiliza un código de elementos finitos desarrollado por CIMNE, denominado KRATOS [2].

Kratos se basa en el empleo de las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales gobiernan todos los movimientos de los fluidos y lo que sucede en su interior, dadas por:

$$\rho\frac{Dv_i}{Dt} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \mu\frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\left(\mu_v - \frac{2}{3}\mu\right)\frac{\partial v_k}{\partial x_k}\right) \tag{1}$$

donde ρ es la densidad del fluido, μ es la viscosidad, μ_v es el coeficiente volumétrico de la viscosidad, v_i es la velocidad descompuesta en sus distintos ejes locales y F es el efecto gravitatorio ejercido sobre la partícula de fluido.

Despreciando las pequeñas variaciones de posición que provocan μ y μ_v debido a que son funciones termodinámicas que varían con la temperatura del fluido, se puede reescribir la Ecuación (1) como:

$$\rho\frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho\vec{g} - \nabla P + \mu\nabla^2\vec{V} + \left(\mu_v + \frac{1}{3}\mu\right)\nabla\nabla\vec{V} \tag{2}$$

Si se considera fluido incompresible, se llega a la expresión general de Navier-Stokes para flujo incompresible (3):

$$\forall\ \nabla\cdot\vec{V} = 0 \Rightarrow \rho\frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho\vec{g} - \nabla P + \mu\nabla^2\vec{V} \tag{3}$$

En donde $\rho D\vec{V}/Dt$ es el campo de velocidades de la partícula de fluido, $\rho\vec{g}$ representa el efecto gravitacional, ∇P son las fuerzas debidas a los gradientes de presiones, y $\mu\nabla^2\vec{V}$ las fuerzas viscosas.
La expresión general de Navier-Stokes para flujo incompresible (3), se puede descomponer en tres ecuaciones diferenciales a derivadas parciales no lineales de segundo orden, una por cada eje de coordenadas, formando así las llamadas Ecuaciones de Navier-*Stokes (4), (5), (6).*

$$\text{dirección x} \Rightarrow \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=\rho g-\frac{\partial P}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \quad (4)$$

$$\text{dirección y} \Rightarrow \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)=\rho g-\frac{\partial P}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \quad (5)$$

$$\text{dirección z} \Rightarrow \rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=\rho g-\frac{\partial P}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \quad (6)$$

Estas ecuaciones representan el flujo instantáneo del fluido. Para representar los efectos de la turbulencia sobre el flujo medio, a estas ecuaciones se les aplica un promediado temporal (Reynolds Averaging) a escala de los valores medios quedando finalmente las ecuaciones expresadas para los valores medios de la velocidad (Reynolds Averaged Navier Stokes equations, RANS). Los efectos de las turbulencias se recogen en un término de tensiones aparentes, relacionados con la viscosidad turbulenta (Eddy viscosity) el que luego debe modelarse mediante alguna estrategia para cerrar el conjunto de ecuaciones para el flujo medio. Dentro del rango de modelos del tipo Eddy viscosity models, EVM surgen distintos modelos para la turbulencia, desde los más simples (algebraicos) hasta los más complejos de 7 ecuaciones como los del tipo Reynolds Stress Models, RSM.

3. SIMULACIONES NUMÉRICAS FLUIDODINÁMICAS DEL ROTOR DE TURBINA HIDRÁULICA.

Las simulaciones numéricas del comportamiento fluido - mecánico del rotor de la turbina axial, que se presentan en esta sección, se llevan a cabo mediante las ecuaciones RANS de Navier-Stokes y el método de los elementos finitos [2]. En este estudio se muestra la optimización del ala y la configuración óptima del rotor, a partir de los datos iniciales, que son: velocidad de flujo de entrada a la turbina $v = 2\,m/s$ (estándar en ríos de llanura), y parámetros de fluido correspondientes al agua.
El objetivo es conseguir el mayor "Lift and Drag" (Ecuación 7) con líneas de corriente estables y sin desprendimiento de la capa límite.

$$\Delta P = P_{\text{superficie inferior del alabe}} - P_{\text{superficie superior del alabe}} \quad (7)$$

La velocidad adoptada se relaciona a una estándar de río de llanura. Los resultados obtenidos corresponden a presiones y velocidades de flujo en el interior de la turbina, los cuales se utilizan para el estudio de "Lift and Drag" en los álabes (Figura 1).
La presión calculada, también se utiliza en el estudio estructural del rotor [3] (no incluido en este trabajo).
Primero se realizó el modelado del álabe sólo para estudiar su aerodinámica y posteriormente el rotor completo para observar el patrón general del flujo. Se sigue está metodología para definir las condiciones más aceptables de diseño hidrodinámico del álabe, dado la complejidad y potencia computacional que es requerida para el problema del rotor completo, cuyos 9.200.000 elementos finitos lineales tetraédricos, obligan al uso de un clúster y por supuesto esa potencia de cálculo en paralelo también obliga al uso de sistema UNIX. Estos ejemplos demandan varias semanas corriendo

en el clúster de cálculo. Estos motivos motivaron a optimizar, en primera instancia, un álabe solo, cuya simulación es factible en un equipo de procesador i7 con 12Gb de memoria RAM, corriendo bajo sistema operativo Windows 64bits.

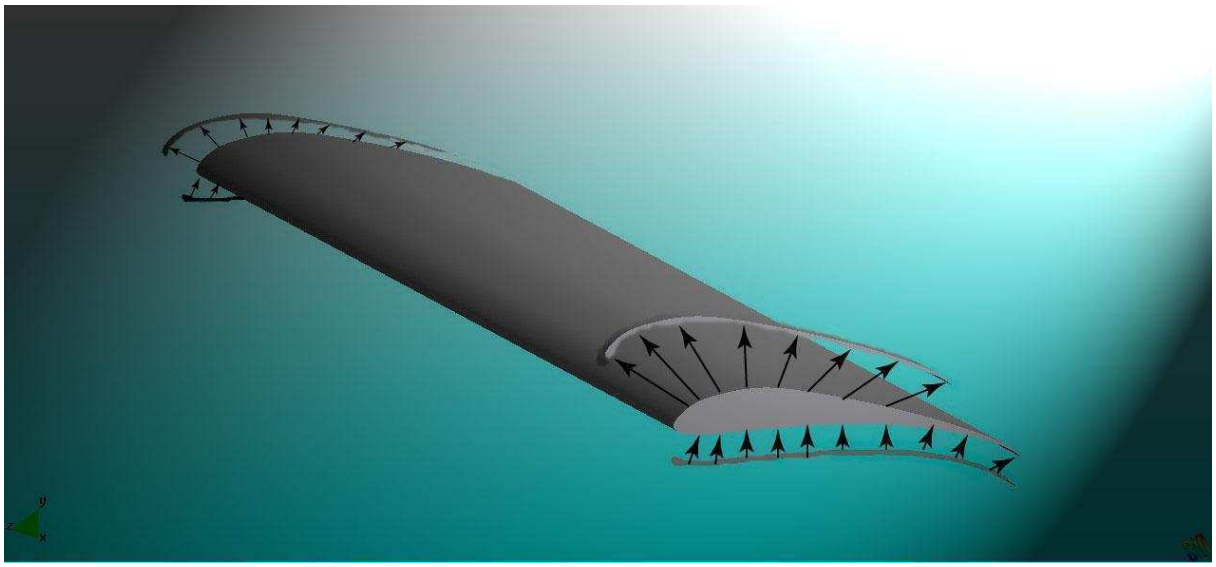


Figura 1 Distribución simplificada de presiones en el álabe (Lift and Drag).

3.1 Geometría, condiciones de contorno y malla de elementos finitos.

Para tener una perspectiva de los requerimientos computacionales de todo el rotor, se ha procedido a mostrar su mallado (Figura 4). El rotor de $\phi = 3{,}50\,\mathrm{m}$ de diámetro (Figura 2) pose 36 álabes de perfil hidrodinámico dispuestos en forma radial alrededor del eje de la turbina (Figura 3). Los límites del dominio fluido en la dirección radial de la turbina se extienden lo suficiente como para poder usar condiciones de borde del tipo Newman (Figura 5). Dicho flujo posee como condición de contorno una entrada (o "inlet") de velocidad axial a la turbina $\mathrm{v} = 2\,\mathrm{m/s}$, una viscosidad cinemática $\mu = 1000 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Kg/m \cdot s}$, y una densidad. Para las simulaciones del álabe aislado, el número de elementos de la malla se reduce a 925.000, y el flujo posee una velocidad de entrada al volumen de control de $\mathrm{v} = 2\,\mathrm{m/s}$ (debido a que el objetivo es simplemente someter a ensayo el perfil).

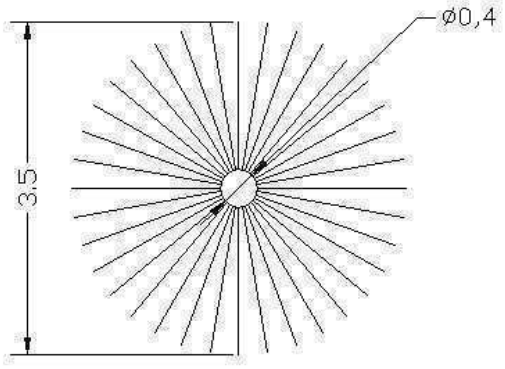


Figura 2 Dimensiones del rotor en unidades del SI (m).

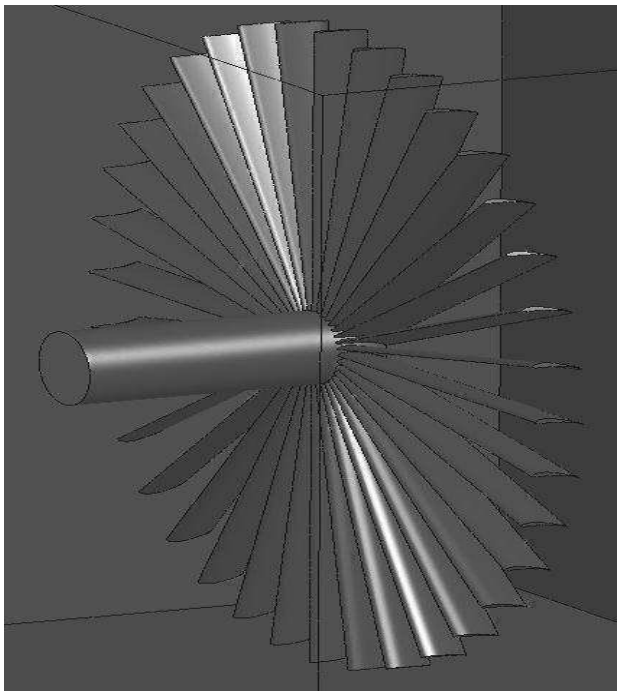


Figura 3 Vista general de la geometría del rotor de la turbina.

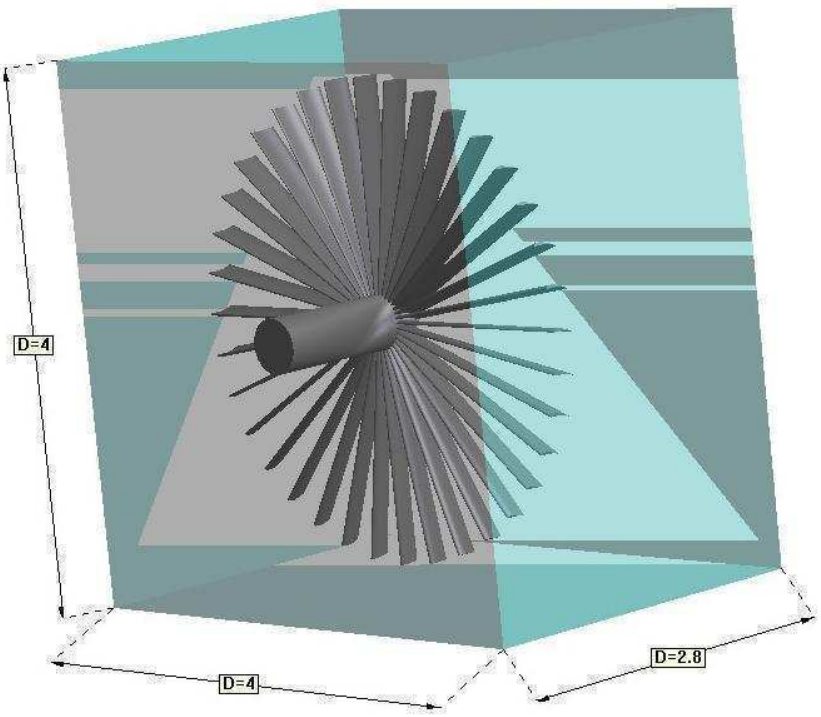


Figura 4 Límites del volumen de control en unidades del SI (m).

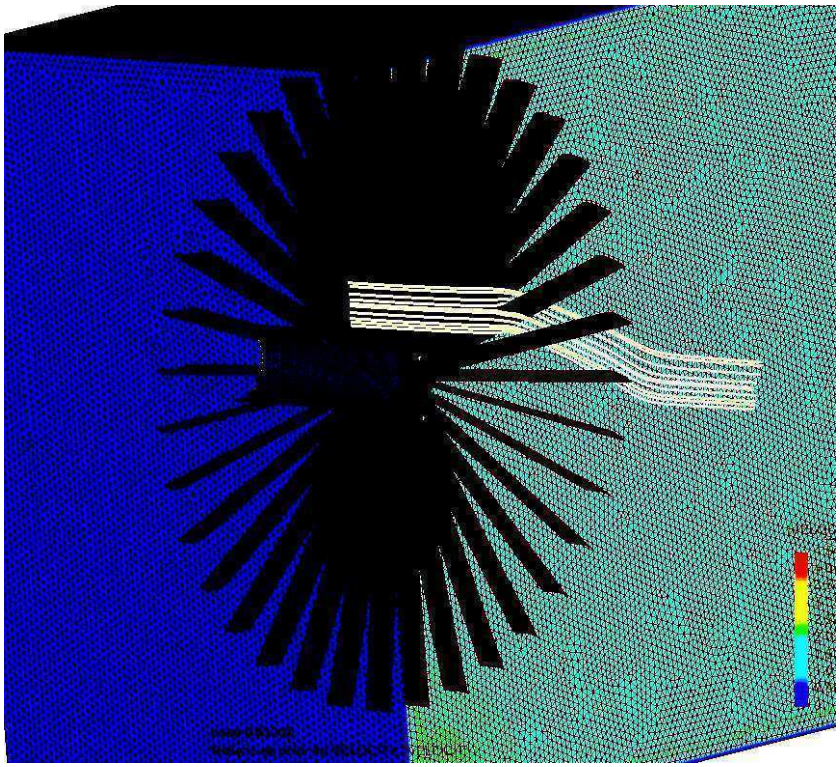


Figura 5 Detalle de la malla de elementos finitos.

3.2 Simulaciones numéricas.

En este apartado se nuclean los resultados correspondientes a las simulaciones numéricas realizadas para la búsqueda de la configuración geométrica óptima para el rotor.

3.2.1 Álabe a 0º.

Inicialmente se estudia un alabe orientado a 0º en su ángulo de ataque para comprobar la aerodinámica del perfil, que sea capaz de generar Lift and Drag sin desprendimientos de capa límite.
Procesando los resultados se observa que el álabe produce una presión de $P = -312.17\,\mathrm{Pa}$ en la cara superior (Figura 6) y $P = 111.25\,\mathrm{Pa}$ en la cara inferior (Figura 7).
Las líneas de corriente muestran poco desprendimiento tanto en las zonas colindantes al álabe como en la superficie del mismo (Figuras 8, 9, y 10).
Por tanto, se puede concluir que se tiene un desarrollo de álabe con un buen Lift and Drag, y sin desprendimientos….).

Figura 6 Presiones de succión (Lift) en la cara superior del álabe. (Pa)

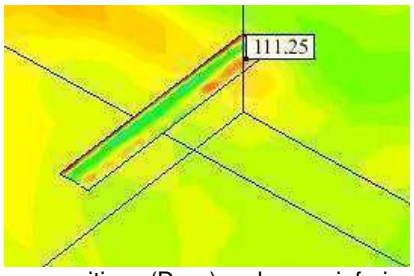


Figura 7 Presiones positivas (Drag) en la cara inferior del álabe. (Pa)

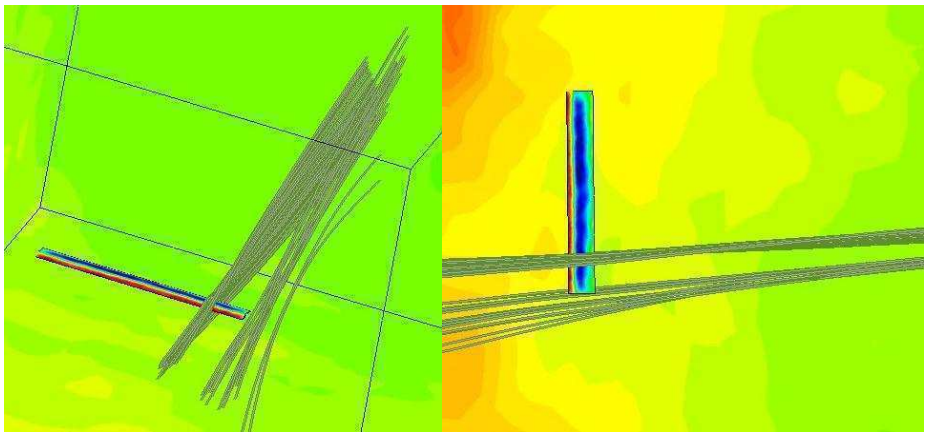


Figura 8 Líneas de corriente generales.

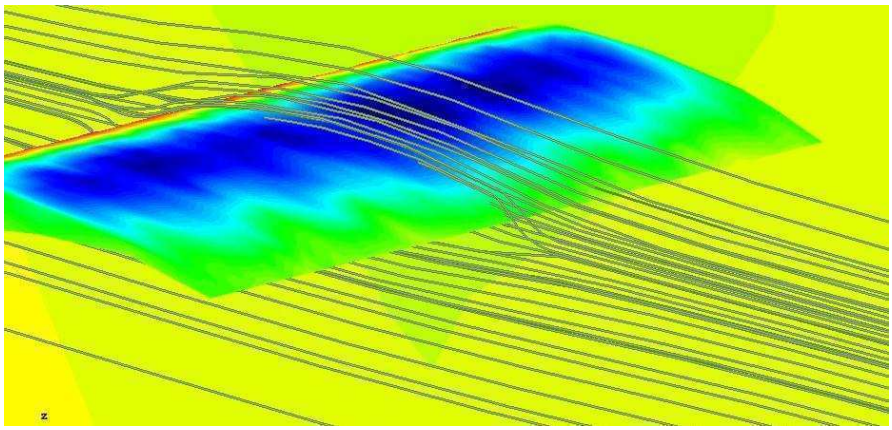


Figura 9 Líneas de corriente en la cara superior del álabe.

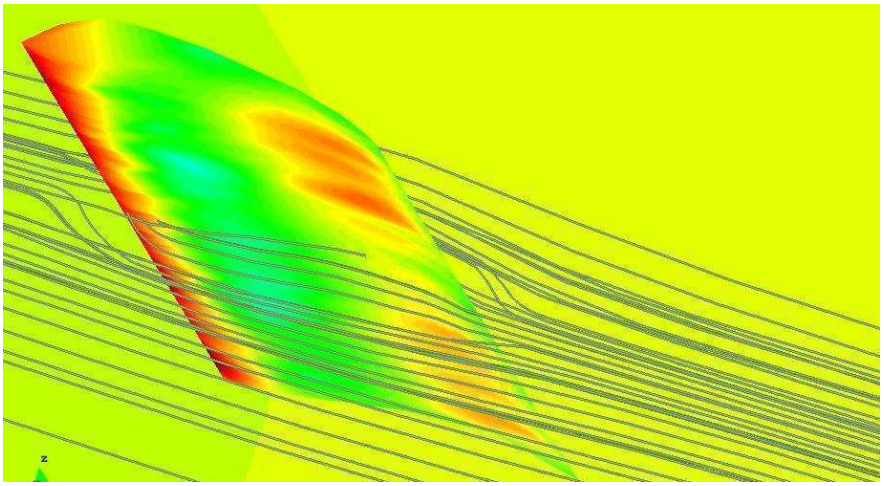


Figura 10. Líneas de corriente en la cara inferior del álabe.

3.2.2 Álabe a 10º.

Una vez conocido el comportamiento de un álabe a 0º, se pasa en este apartado a estudiar un álabe a 10º. Éste ángulo se mostró como el más adecuado después de varias pruebas con otros ángulos de ataque. Concretamente este nuevo ángulo de ataque para nuestro álabe, permite obtener los mayores valores de presión y depresión, todo ello sin llegar a provocar desprendimientos en la capa límite. En las Figuras11 y 12 se puede observar como es posible conseguir aún mayor Lift and Drag que con el ángulo de ataque a 0º. La Figura13 muestra inicio de desprendimiento de la capa límite (Figuras 14 y 15), lo que indica que se está en presencia del máximo ángulo de ataque deseable.

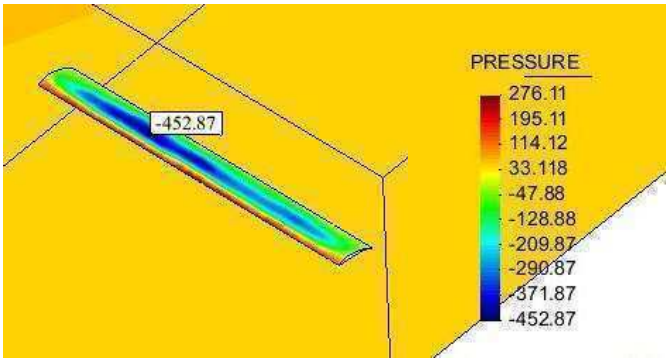


Figura 11 Presiones de succión (Lift) en la cara superior del álabe. (Pa)

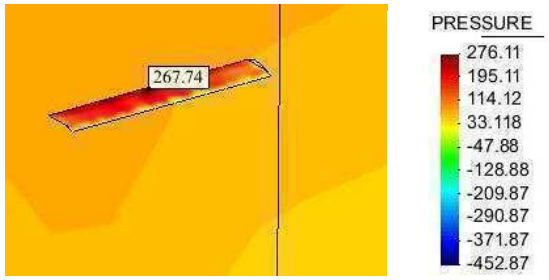


Figura 12 Presiones positivas (Drag) en la cara inferior del álabe. (Pa)

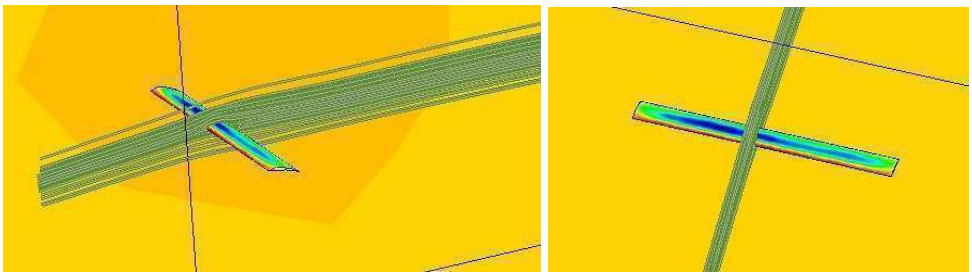


Figura 13 Líneas de corriente generales.

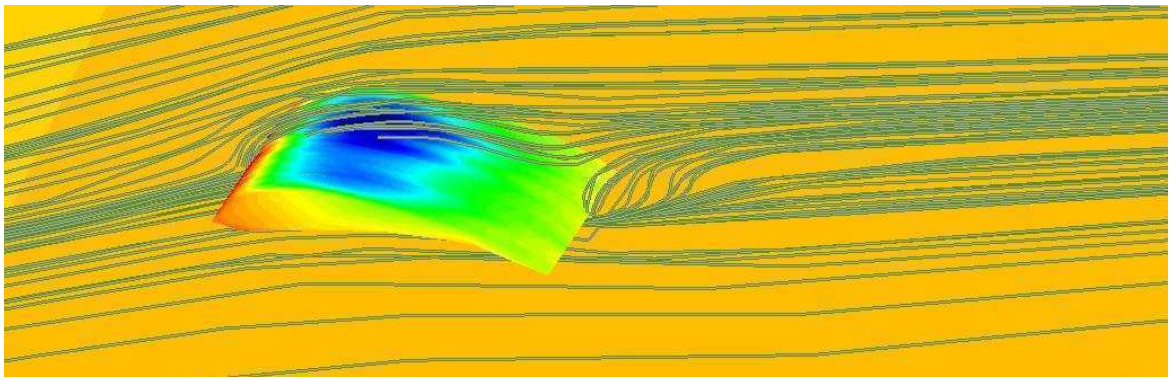


Figura 14 Líneas de corriente en la cara superior del álabe, con inicio de desprendimiento en la capa límite.

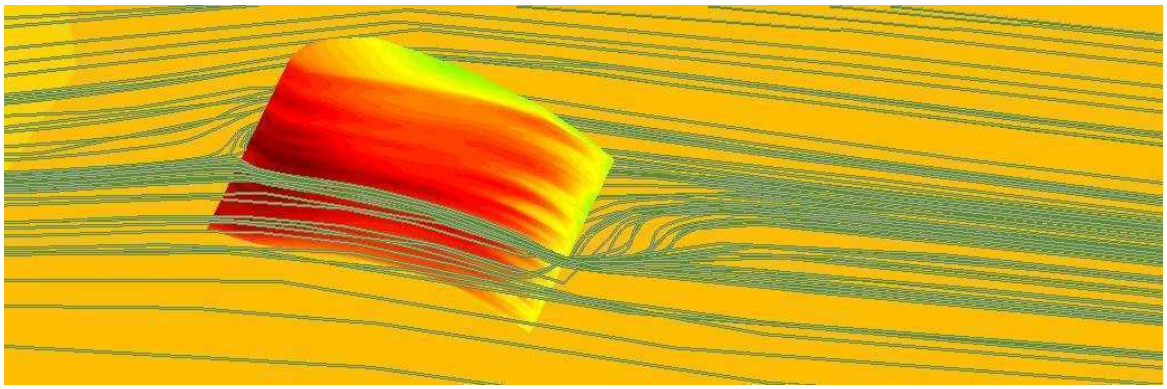


Figura 15 Líneas de corriente en la cara inferior del álabe.

3.2.3 Rotor a 0º.

Después de varias simulaciones con resultados no deseados en cuanto a generación de presiones, en rotores con 22 y 29 álabes, el rotor con 36 álabes y 0º de ángulo de ataque se mostró como una configuración estable en cuanto al flujo (Figuras 16 y 17), pero pobre en cuanto a la generación de

ΔP (Figura 18), tal y como ocurría con el álabe solo a 0º (sección 3.2.1). Por ello es que se descarta el uso de esta configuración del rotor.

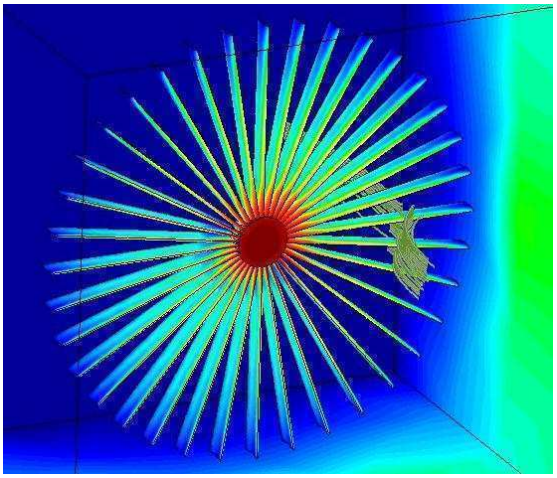


Figura 16 Líneas de corriente en el rotor.

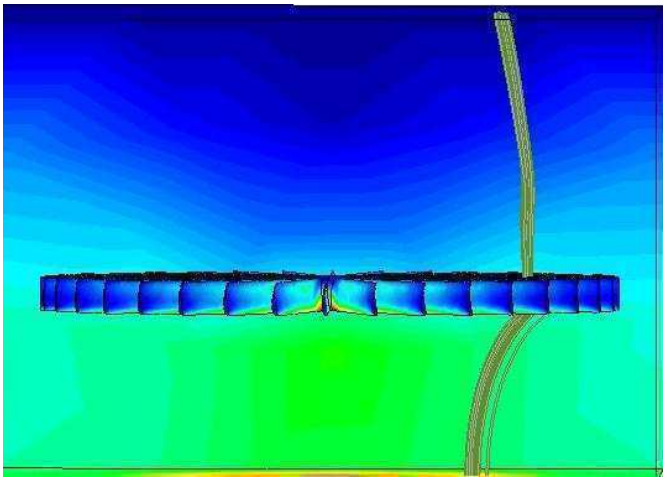


Figura 17 Líneas de corriente en la vista axial del rotor.

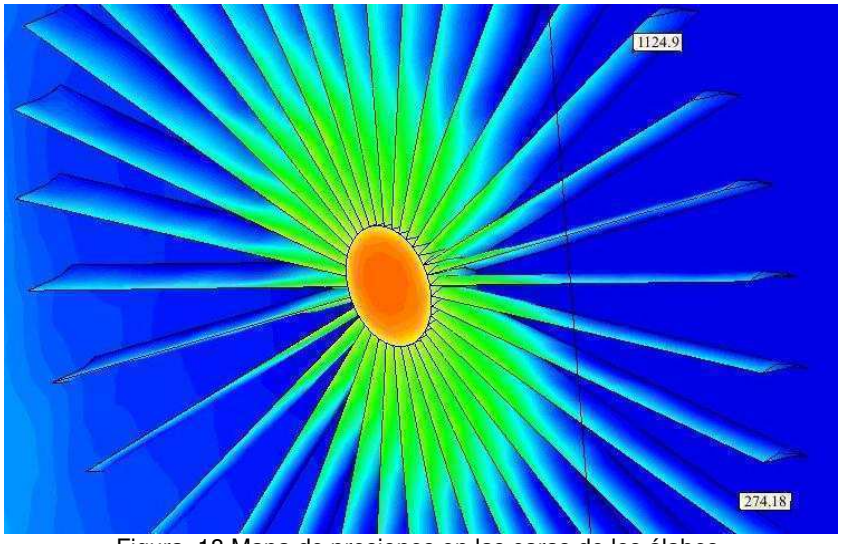


Figura. 18 Mapa de presiones en las caras de los álabes.

3.2.4 Rotor a 10º.

Esta simulación consiste en una configuración para el rotor de 36 álabes y 10º de ángulo de ataque. Como adicional, esta simulación consta además, con la pieza cilíndrica que conforma el eje de la turbina. Esta configuración se muestra estable en cuanto al flujo (Figura 19), y con mucho poder de generación de presiones (Figura 20). De acuerdo a lo determinado en la sección 3.2.2, se sabe que no es posible sobrepasar los 10º de ángulo de ataque con el perfil propuesto, por lo que se concluye que ésta es la configuración ideal.

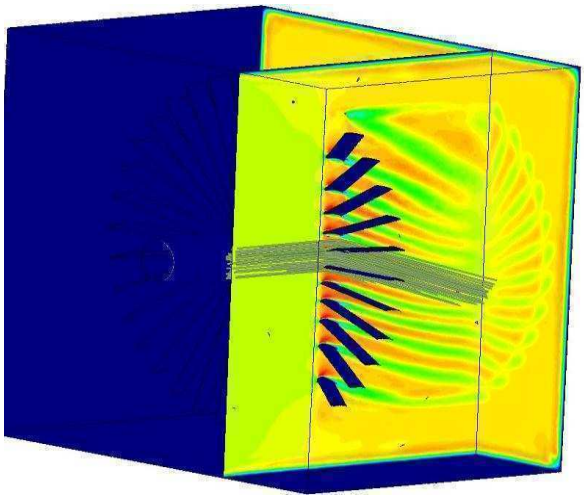


Figura 19 Flujo a través de los álabes del rotor.

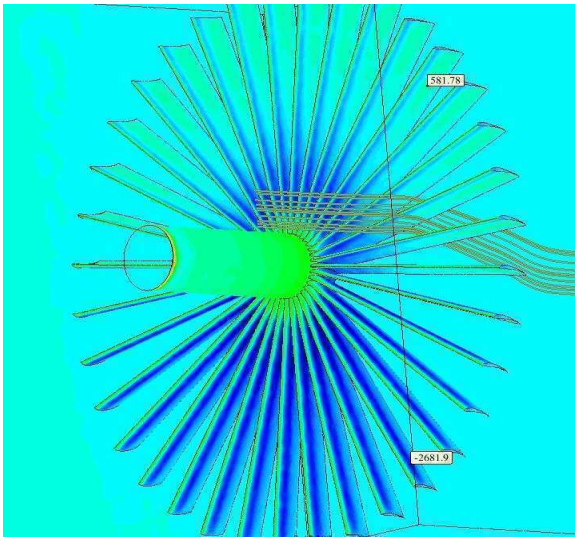


Figura 20 Presiones en las caras de los álabes.

4. CONCLUSIONES.

Luego de diversas simulaciones numéricas, de las cuáles se han presentado en este trabajo las 4 más significativas (2 álabes aislados, y 2 rotores completos), se llega a la conclusión de que los 3263,68 Pa generados para sustentación y arrastre (ΔP) en cada álabe (Figura 21), y su estabilidad de flujo, permiten evaluar positivamente el diseño fluido - mecánico del rotor de turbina de paso con la configuración de 36 álabes y 10º de ángulo de ataque, con el perfil hidrodinámico propuesto.

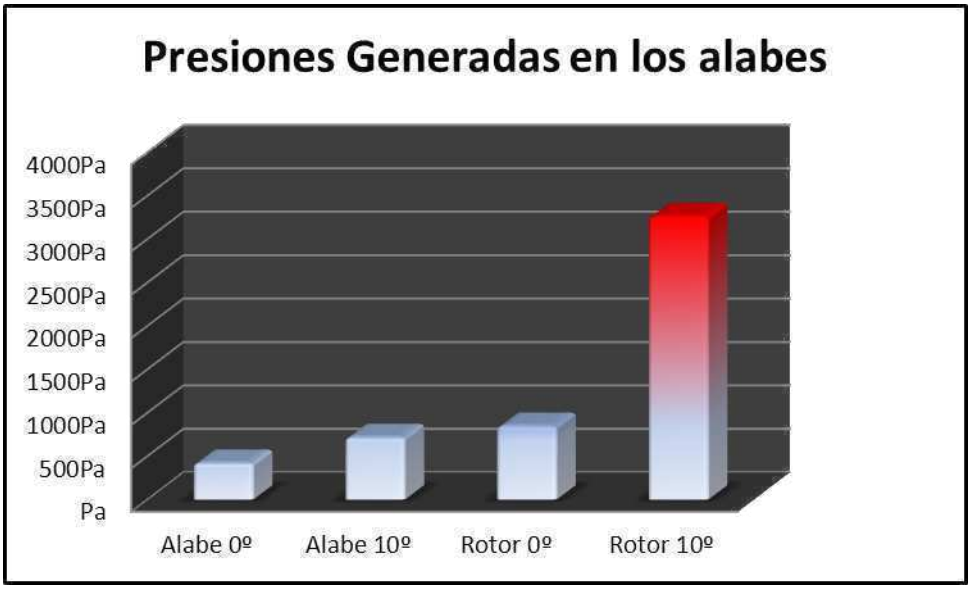


Figura 21. Comparativa de presiones generadas por distintas configuraciones de álabes.

5. LÍNEAS FUTURAS.

El trabajo aquí presentado se completará con la simulación del comportamiento fluido-dinámico, mediante CFD (Computational Fluid Dynamics), de la implantación en un tramo fluvial de una turbina de paso (cuyo rotor se expuso en este trabajo). Se buscará estudiar el comportamiento de la lámina libre de agua y las modificaciones que provoca la turbina en los parámetros del volumen del cauce fluvial. También se prevé realizar un acoplamiento débil bidireccional (fluido-sólido), mediante un procedimiento entre la simulación mediante CFD del diagrama de presiones fluido-dinámicas en las superficies alares de los álabes y el proceso mecánico de comportamiento de la turbina simulado mediante un código de elementos finitos. Así, se analizará el comportamiento fluido-dinámico y luego se introducirá mediante el acoplamiento, a través de una comunicación informática de datos entre los dos códigos, todas las presiones nodales alares en el código mecánico para el mismo instante de tiempo. De esta forma se conseguirá una interacción completa entre dos campos distintos: la fluido-dinámica, simulada mediante el código Kratos (CFD) [2], y el campo estructural, cuyo comportamiento se analiza mediante el código de elementos finitos ComPack-Aero [4].

4. REFERENCIAS.

[1] Fontanals A., Coussirat M., Guardo A., Egusquiza E., "Detailed Study of the Rotor-Stator Interaction Phenomenon in a Moving Cascade of Airfoils" :Proceedings of the 25th IAHR Symposyum on Hydraulic Machinery and Systems,Tiramisoara, RUMANIA,2010.

[2] Kratos Multi-Physics. General Finite Elements Multiphisics code. CIMNE. International Center for Numerical Methods in Engineering , Barcelona España, http://www.cimne.com/kratos/.

[3] Oller, S. A.; Nallim L. G.; Oller S. H. "MATERIAL COMPUESTO *vs* ACERO EN EL CONFORMADO DE UN ROTOR DE TURBINA HIDROELÉCTRICA – VENTAJAS EN SU UTILIZACIÓN". *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica. Vol. 16, N.º 1, 2012, (en prensa).*

[4] ComPack-Aero. Innovative finite element methods for non linear analysis of composite structures. Explicit finite element, code developed by CIMNE & Quantech ATZ www.cimne.com; www.quantech.es/ QuantechATZ/Stampack.html.

Agradecimientos

Los autores agradecen a las siguientes instituciones, por el soporte económico obtenido para esta investigación: Proyecto AECID (A/024063/09), España; Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), España; Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), España; Aula-CIMNE de la Universidad Nacional de Salta, Argentina; Consejo Nacional de Investigación Científica y Técnica (Proyecto PIP CONICET 0105/2010) de Argentina y al Consejo de Investigación de la Universidad Nacional de Salta (CIUNSa): Proyecto CIUNSa 1903, Argentina.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

SIMULACION NUMÉRICA MEDIANTE EL USO DE MEF PARA PROBLEMAS DE CAMPO ACOPLADO DE MAQUINAS ELECTRICAS ROTATIVAS CON MATERIALES PIEZOELECTRICOS

Avila, Jair (1º Autor)*, Paternina, Edgardo[(1)]

Universidad Pontificia Bolivariana Sede Montería
Km 7 vía Cereté, Montería - Córdoba. Colombia. jair.avila@upb.edu.co;
edgardo.paternina@upb.edu.co

RESUMEN.

Mediante el uso de la modelación numérica por elementos finitos, utilizamos elementos de campo acoplado para análisis piezoeléctrico, termoeléctrico, electro-estático, térmico-estructural y eléctrico-termo-estructural, en el diseño de maquinaria eléctrica rotativa con materiales piezoeléctricos. Usando dichos materiales, como el PZT, SMKA, G1195, entre otros, cuyos modelos matemáticos y ecuaciones constitutivas físicas de comportamiento han sido desarrollados en años anteriores en aplicaciones militares y aeroespaciales, ahora se utilizan para modelar el funcionamiento de nuevos mecanismos de actuación para máquinas eléctricas rotativas. A fin de garantizar una respuesta ajustada a un modelo experimental se desarrolla un modelo de optimización de mallado tipo Z2.

El modelo simulado utiliza una geometría especial en forma de anillo delgado plano. Aplicando análisis modal, se determina modo de forma y frecuencia de vibración adecuada para generar el patrón de onda viajera en anillo delgado compuesto de dos materiales, trabajando como “estator” de la máquina eléctrica rotativa. Luego, mediante análisis transiente, aplicado por medio de acoplamiento de contacto friccionante sobre otra geometría similar de anillo delgado plano de un único material, trabajando como “rotor” de la máquina eléctrica rotativa, se genera el movimiento giratorio sobre el rotor, efectuando un trabajo mecánico en la estructura. Se emplean métodos de validación entre los modelos teóricos de viga Bernoulli-Euler, y el modelo de anillo plano de Rayleigh-Kirchoff, con los resultados numéricos de las simulaciones tanto en el análisis modal como del análisis transiente, en las frecuencias de vibración del modo de forma deseado y del desplazamiento transversal mecánico máximo, respectivamente. Igualmente, se emplean técnicas de optimización del enmallado de la estructura para mejorar la aproximación numérica con los modelos teóricos para mejores resultados, que permita en etapas futuras desarrollar su fabricación y ensamble como prototipo físico real.

Palabras Claves: anillo plano delgado compuesto, viga longitudinal, frecuencias naturales, modos de vibración, ondas viajeras flexionantes.

1. INTRODUCCIÓN

La miniaturización de motores electromagnéticos convencionales está limitada por dificultades prácticas en los procesos de fabricación [2, 3]. Dichos motores están comprometiendo la velocidad debido al torque mecánico usado por los engranajes o reductores de velocidad. El uso de engranajes agrega masa, volumen y complejidad, así como disminuciones en la confiabilidad del sistema de impulsión del motor, por aumento de un número más grande de los componentes del sistema. La introducción reciente de los motores ultrasónicos rotatorios (USM's) permitió una nueva tecnología eficiente para la impulsión de mecanismos de arrastre de los instrumentos miniatura [4, 5, 6]. Estos motores tienen muchas ventajas, tales como alta densidad de energía, bajos voltajes de excitación, no necesitan cajas de engranajes, no funcionan mediante levitación por carga electrostática como los motores de capacitancia variable, utilizan acoplamiento axial en vez del acoplamiento radial de los motores convencionales, pueden utilizarse cualquier material para fabricar el rotor, y finalmente, poseen alto torque de sostenimiento en ausencia de potencia aplicada [7].

2. MOTORES PIEZOELÉCTRICOS ULTRASONICOS DE ONDA VIAJERA FLEXIONANTE.

Básicamente, los componentes principales un motor rotativo ultrasónico piezoeléctrico son el *estator* y el *rotor* [7]. El movimiento circular de acoplamiento friccionante se ilustra en la figura 1. La parte inferior en la imagen representa el estator que produce una onda viajera que transmite movimiento por fricción mecánica hacia el bloque superior que representa el rotor, el cual avanza y se mueve en dirección contraria al movimiento de la onda viajera.

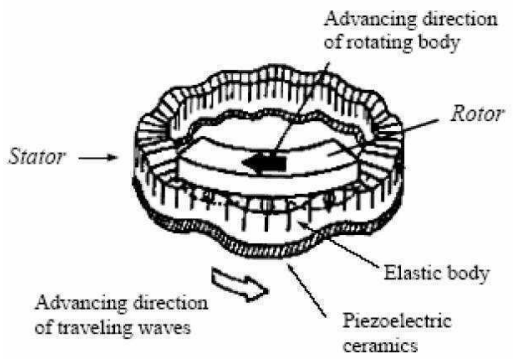


Fig. 1 Proceso de funcionamiento básico del micromotor piezoeléctrico ultrasónico [7].

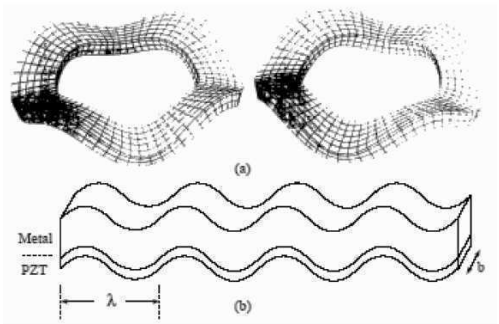


Fig. 2 Visualización del 4to. modo lambda (4λ) de vibración en el anillo plano delgado, así como el modelo de viga Bernoulli-Euler para el anillo plano delgado en su 4to. modo de vibración flexionante [7].

En la figura 2, podemos observar el modelo de viga Bernoulli-Euler del anillo plano delgado compuesto, como si se extendiera y se formara una viga longitudinal. Para una viga con desplazamiento transversal ***w***, densidad de masa por unidad de longitud ρ , con módulo de Young`s del material ***E***, momento de inercia de la sección transversal ***I***, y área de sección transversal ***A***, la ecuación de movimiento de vibración libre flexionante en una viga es [7]:

$$\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\rho A}{EI}\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

Conociendo que ***k*** es el número de onda, λ es la longitud de onda de la onda viajera flexionante, se tiene que:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c_T} \tag{2}$$

Donde ω es la frecuencia natural y $\mathbf{c_T}$ es la velocidad de la onda flexionante. Además, para una viga en condiciones de frontera "pinned-pinned" (sostenida-sostenida), y de la relación de dispersión, obtenemos que la frecuencia natural [7] está dada como:

$$\omega_n = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \tag{3}$$

Donde **EI** es la rigidez elástica equivalente del bloque compuesto, y ρ**A** es la masa total por unidad de longitud del mismo bloque. Por lo cual, esta frecuencia natural corresponde al 4to. modo de vibración flexionante en el anillo plano delgado, pero en el modelo de viga Bernoulli-Euler corresponde al 1er. modo de vibración, es decir que **n = 1**, para nuestro caso.

Puede ser mostrado que para la solución de la onda viajera [7] esta dada como:

$$w(x,t) = w_0 \cos(kx - \omega t) \tag{4}$$

Donde **w(x,t)** es la solución de la onda viajera para el desplazamiento transversal en función del espacio (dirección del eje X) y del tiempo, $\mathbf{w_0}$ es el máximo desplazamiento transversal de la onda viajera, **k** es el número de onda, y ω es la frecuencia natural en la viga flexionante. Aca en la figura 3, observamos cómo es la definición del patrón de electrodos en el anillo piezoeléctrico, que definen los desplazamientos mecánicos espacio-temporales adecuados para generar la onda viajera flexionante sobre el material.

En la figura 4, podemos observar el modelo estructural de viga longitudinal de tamaño L = λ/2, que incluye la posible deformación mecánica debido a un voltaje de polarización aplicado en las caras superior e inferior del electrodo del material piezoeléctrico. Utilizando las ecuaciones matriciales constitutivas de los materiales piezoeléctricos [11, 15], así como las ecuaciones de balance de momento, obtenemos que la deflexión estática en el punto medio (x = L/2), esta dado como:

$$w_{max}\left(x = \frac{L}{2}\right) = -\frac{1}{8}\frac{d_{21} c_p V_2}{h_p}\frac{L^2}{r_k} \tag{6}$$

UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

FORO DOCENTE DEL AREA MECANICA DE LAS INGENIERIAS
FoDAMI

MODELO COMPUTACIONAL DEL ENSAYO DE SISTEMAS ANTIEMPOTRAMIENTO TRASEROS EN VEHICULOS DE CARGA

Cazzola, Gustavo José*, Russo, Agustín[(1)], Kippes, Marcos[(2)]

Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional General Pacheco, Departamento de Ingeniería Mecánica.
Hipólito Irigoyen 288, General Pacheco (B1617FRP), Buenos Aires , Argentina
gcazzola@arnet.com.ar

(1) tinchorusso@gmail.com
(2) marcoskippes@hotmail.com

RESUMEN

Los accidentes que se producen con impactos traseros en los que participan vehículos para transportes de cargas, destacan por su gravedad aquellos en los que un vehículo de pasajeros literalmente se introduce en la parte trasera del vehículo de carga (empotramiento trasero). Por tal motivo ha sido aprobado el Reglamento Técnico MERCOSUR/GMC/RES Nº 23/02 sobre Paragolpe Trasero de los Vehículos de Carga. Dicho Reglamento determina las condiciones dimensionales y de resistencia exigibles a los paragolpes traseros de vehículos de carga.
Por lo anteriormente expuesto, se ha utilizado el programa de elementos finitos comercial ABAQUS como una herramienta para reproducir el ensayo solicitado en el reglamento técnico. Los modelos desarrollados comprenden simulaciones elásticas y elasto-plásticas.
El objetivo principal del trabajo propuesto es, mediante los modelos de elementos finitos, determinar la resistencia de los paragolpes traseros empleados actualmente en los vehículos de carga en nuestro país, respecto a los requisitos reglamentarios.
Los modelos desarrollados conducen a un potencial ahorro para los fabricantes, ya que las pruebas virtuales son mucho más económicas que las pruebas experimentales, y en consecuencia permiten realizar un diseño optimizado de los paragolpes traseros, para que estos actúen como un sistema anti empotramiento.

Palabras Claves: Anti empotramiento, vehículos, simulación computacional, deformaciones plásticas.

1. Introducción.

Los accidentes por alcance trasero contra vehículos de carga se caracterizan por su agresividad y su tendencia a resultar fatales. Las estadísticas en nuestro país (Figura 1), muestran que la participación de camiones en accidentes de tránsito es un 30 % y que los impactos por alcance representan un 13 % de los tipos de accidentes, encontrándose en tercer lugar detrás de los accidentes frontales y laterales.

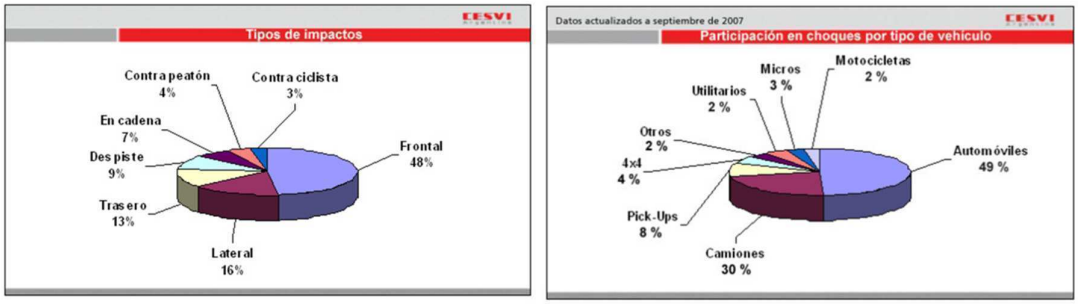


Figura 1 *Distribución de accidentes en función del tipo de impacto y participación por tipo de vehículo.*

Para evitar que el vehículo de pasajeros se incruste en la parte trasera del vehículo de carga (empotramiento trasero), es importante que se cumplan dos condiciones, que exista compatibilidad geométrica entre los vehículos que colisionan, y que el sistema de protección trasera del vehículo de carga sea capaz de resistir las cargas del impacto [2].
El 20 de Junio de 2002 se aprobó el Reglamento Técnico MERCOSUR Nº 23/02: Reglamento sobre Paragolpe Trasero de los Vehículos de Carga [4], el cuál establece los requisitos dimensionales (Figura 2) y de resistencia (Figura 3) que deben cumplir los paragolpes traseros de vehículos de carga. A su vez este Reglamento, estipula en el artículo 6 que los países miembros del MERCOSUR deberán incorporar la presente Resolución a sus ordenamientos jurídicos nacionales antes de 31/12/2002.

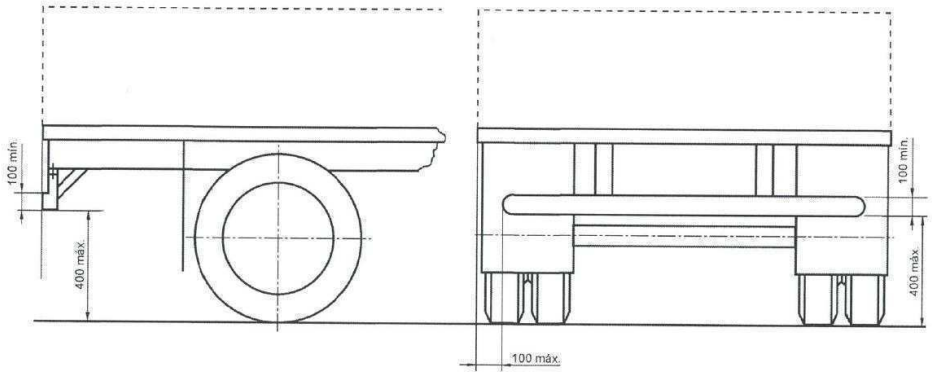


Figura 2 *Medidas y ubicación de los dispositivos de protección trasera Norma IRAM 10260.*

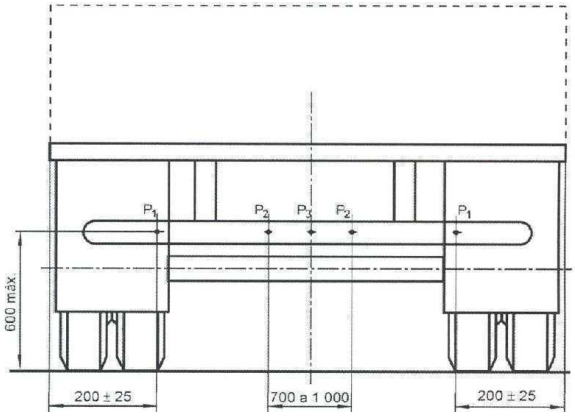


Figura 3 *Puntos de aplicación de las cargas según Norma IRAM 10260.*

En nuestro país, la Ley Nacional 24.449 de Tránsito y Seguridad Vial y su Decreto Reglamentario 779/95 [6] establecen que los paragolpes traseros de los vehículos deben ajustarse a las especificaciones de las normas IRAM correspondientes. La norma IRAM 10260/2005 [5] fija los requisitos y métodos de ensayos para los dispositivos traseros de protección, manteniendo los mismos requisitos fijados en el Reglamento MERCOSUR Nº 23/02. Cabe destacar que en Brasil se implementó el Reglamento MERCOSUR Nº23/02 a través de la resolución CONTRAN Nº 152/03. En Brasil, los fabricantes de vehículos para transportes de cargas se rigen por la resolución CONTRAN 152/03, como podemos apreciar en la figura 4. Los paragolpes deben llevar una placa donde conste que el mismo cumple con los requisitos de la resolución. Por el contrario, en Argentina no se ha reglamentado hasta el momento ninguna resolución o disposición que instrumente la exigencia a los fabricantes de cumplir con la Norma IRAM 10260.

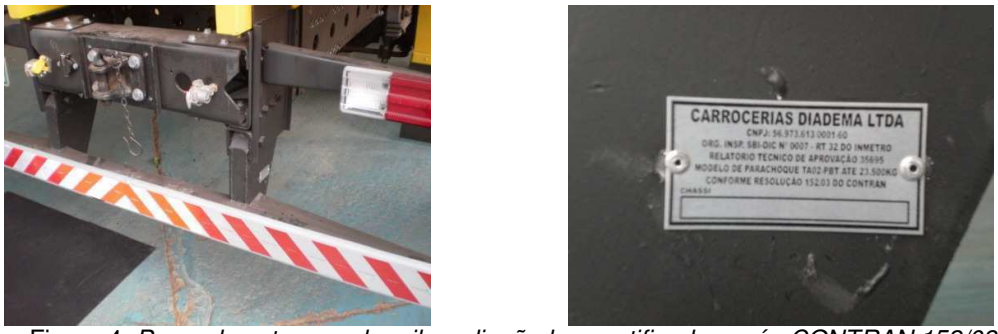


Figura 4 *Paragolpes trasero brasilero diseñado y certificado según CONTRAN 152/03.*

Los vehículos de carga que deben cumplir con esta norma, son los vehículos para transporte de cargas motrices y remolques con una masa total máxima mayor a 4.600 Kg (vehículos categoría N2, N3, O3 y O4 de acuerdo a la clasificación de la Ley Nacional de Tránsito y Seguridad Vial 24.449).
Los valores de cargas máximos aplicados a los paragolpes traseros, corresponden a los vehículos con una masa mayor a 23.500 Kg (Tabla 1), siendo estos los vehículos motrices de la categoría N3 y remolques de la categoría O4. En este trabajo se han analizado los paragolpes traseros de los remolques categoría O4, por ser los que pueden transportar más carga que el resto de los vehículos.

Tabla 1 *Fuerzas máximas aplicadas en el dispositivo trasero de protección [5].*

Masa total máxima del vehículo m_T (Kg)	**Fuerzas aplicadas en P_1** (daN)	**Fuerzas aplicadas en P_2** (daN)	**Fuerzas aplicadas en P_3** (daN)	**Secuencia de aplicación de las fuerzas**
$4600 < m_T \leq 6500$	5000	7500	5000	P_1, P_3, y P_2
$6500 < m_T \leq 10000$	6000	9000	6000	P_1, P_3, y P_2
$10000 < m_T \leq 23500$	8000	12000	8000	P_1, P_3, y P_2
$m_T > 23500$	10000	15000	10000	P_1, P_3, y P_2

El objetivo de este trabajo es determinar las características que debe tener un sistema de protección trasero para cumplir con los requisitos de resistencia exigidos por la normativa correspondiente. Para ello, se han caracterizado y evaluado la resistencia de sistemas de protección trasera empleados comúnmente en los vehículos remolcados mediante un modelo de elementos finitos.

2. Paragolpes traseros en vehículos de carga.

Los paragolpes traseros de los vehículos de carga están conformados por dos partes principales, un travesaño o paragolpes unido a dos elementos verticales o bajadas que se fijan a los largueros del chasis del vehículo.

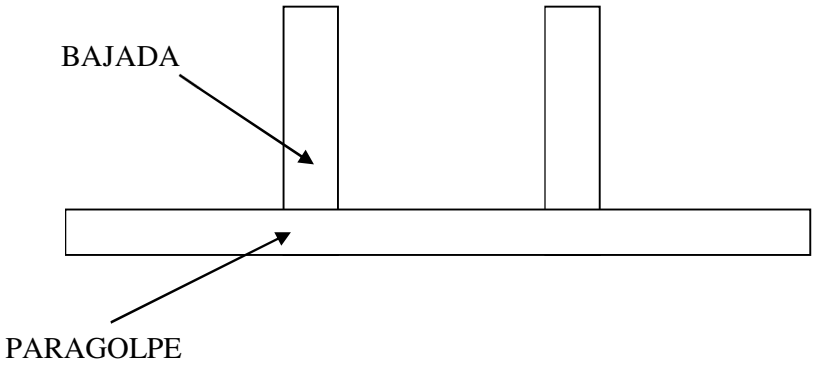
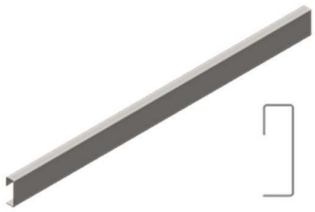
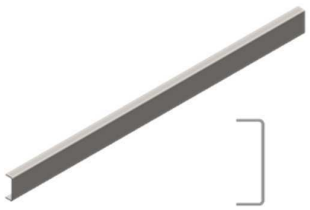
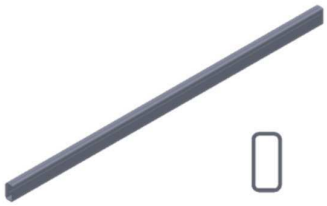


Figura 5 *Configuración de un sistema de protección trasera.*

2.1 Paragolpe

Por lo general, los paragolpes empleados en los vehículos de carga están constituidos en la mayoría de los casos en chapa plegada con espesores entre 3 y 5 mm. El material empleado en este tipo de elemento es generalmente acero de bajo contenido de carbono Las secciones transversales corresponden a secciones abiertas de diversas formas geométricas como se detallan a continuación:

Tabla 2 *Perfiles empleados en los paragolpes de los vehículos de carga.*

PERFIL EN CHAPA DOBLADA (TIPO J) 	**PERFIL EN CHAPA DOBLADA (TIPO C)** 
PERFIL EN CHAPA DOBLADA (TIPO SOMBRERO)	**PERFIL EN CHAPA DOBLADA (TIPO SOMBRERO)**
PERFIL ESTRUCTURAL RECTANGULAR 	**PERFIL LAMINADO UPN**

2.2 Bajadas

Las bajadas se construyen en chapa plegada, generalmente en forma de perfil U asimétrico, con espesores entre 3 y 5 mm. El material utilizado es chapa SAE 1010.
Las bajadas pueden vincularse a los largueros de forma rígida o articulada. La vinculación rígida se realiza soldando la bajada junto a un refuerzo que se suelda a los largueros. La vinculación articulada consiste en vincular la bajada al refuerzo soldado a los largueros mediante bulones en uno de sus extremos.

3. Modelo de elementos finitos

Para realizar el modelo computacional del ensayo de los sistemas de protección trasera de vehículos de carga se empleó el código comercial de elementos finitos ABAQUS 6.11, mediante un cálculo estático no lineal. Como fuentes de no linealidades se presentan grandes desplazamientos y comportamiento plástico del material. Los sistemas de protección trasera se modelaron empleando elementos tipo placa de 4 nodos.

3.1 Propiedades del material.

El material modelado corresponde a un acero tipo SAE 1010, de bajo contenido de carbono, con una tensión de límite elástico de 240 MPa, tensión de rotura 370 MPa, alargamiento 25%.

Para caracterizar la curva tensión deformación del material se utilizó una curva bilineal de endurecimiento isotrópico.

3.2 Aplicación de restricciones y desplazamientos.

Para simular el ensayo de resistencia según lo especificado en la Norma Iram 10260, se empotró el sistema de protección trasera en la parte superior de las bajadas, y en las zonas definidas por la norma se aplicó un desplazamiento de 125 mm, correspondiendo al desplazamiento máximo admitido (Figura 6 y Figura 7).

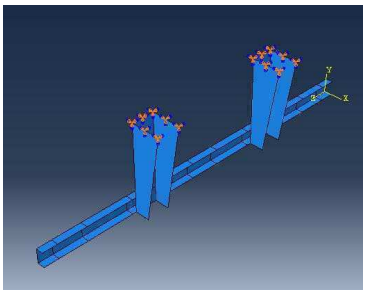
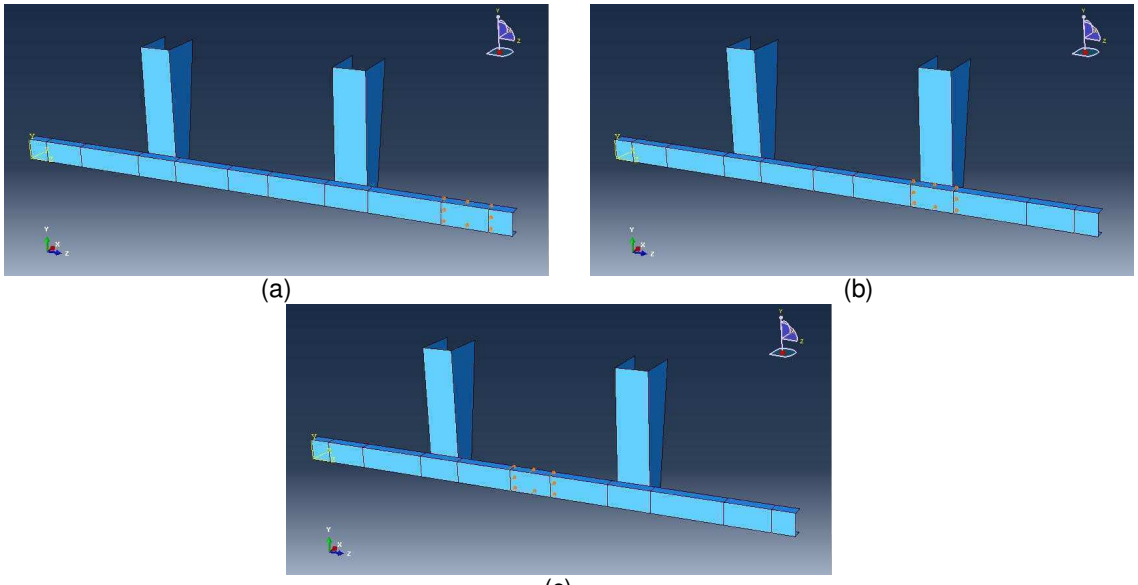


Figura 6 *Empotramiento de la bajada*.



(a) (b)

(c)

Figura 7 *Aplicación del desplazamiento correspondiente a las cargas P1 (a), P2 (b) y P3 (c).*

3.3 Método de solución.

Se realizo un análisis estático no lineal, utilizando el método de Newton Raphson. Para lo cual, el desplazamiento aplicado en los nodos del paragolpe correspondiente a las cargas P1, P2 y P3 se aplica en pasos sucesivos hasta llegar al valor máximo impuesto.

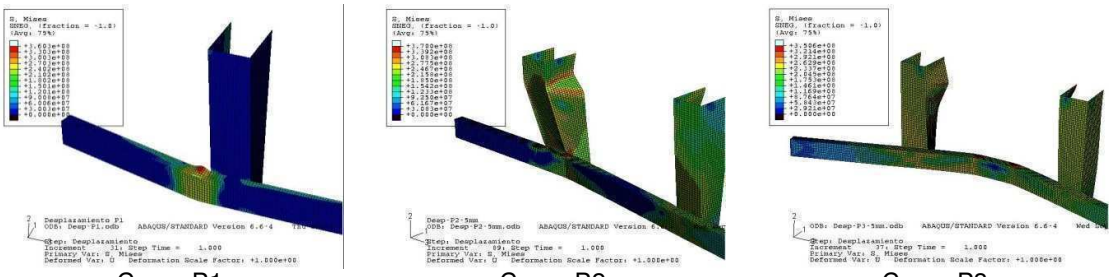
3.4 Sistemas de protección modelados.

Se modelaron los siguientes sistemas traseros de protección:

3.4.1 Paragolpes sección abierta tipo "C" con bajada abierta, espesor del paragolpes y la bajada 5 mm.

3.4.2 Paragolpes cerrado sección rectangular de 100x50mm con bajada cerrada y refuerzo longitudinal de sección rectangular 50x100. Los espesores empleados fueron 7,94 mm para el paragolpes y el refuerzo y 6,36 mm para la bajada.

3.5 Resultados obtenidos de los modelos:



Carga P1 Carga P2 Carga P3

Figura 8 *Gráficos comparativos de tensión-deformación correspondientes a las cargas P1, P2 y P3 aplicadas al paragolpes abierto con bajada abierta.*

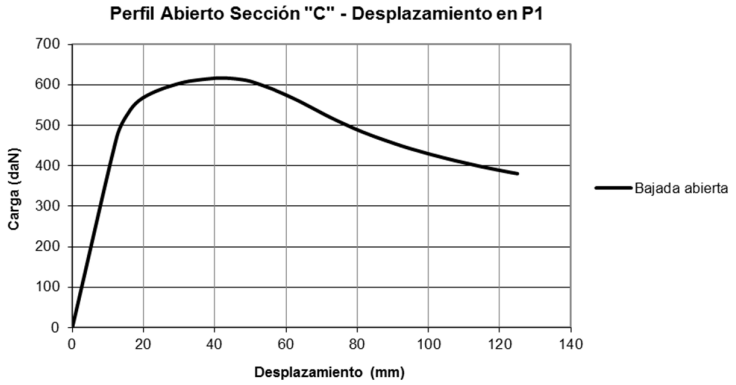


Figura 9 *Gráfico fuerza-desplazamiento comparativo correspondiente a la carga P1 del paragolpes abierto con bajada abierta.*

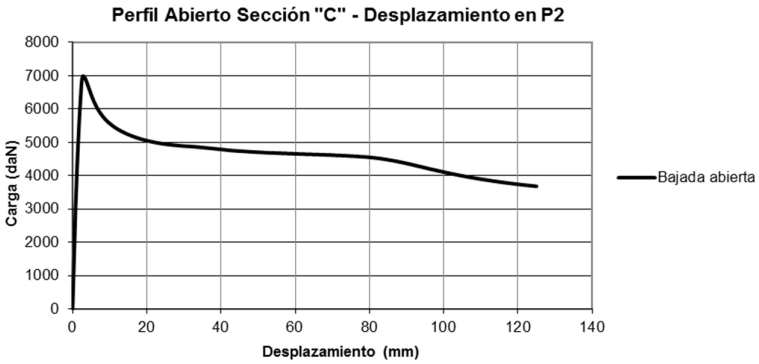


Figura 10 *Gráfico fuerza-desplazamiento comparativo correspondiente a la carga P2 del paragolpes abierto con bajada abierta.*

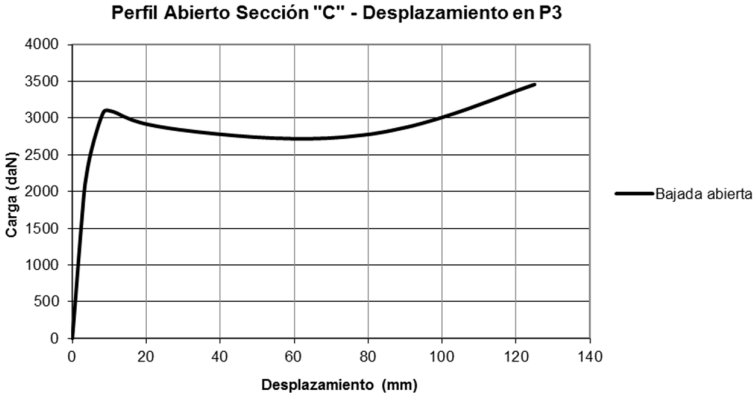
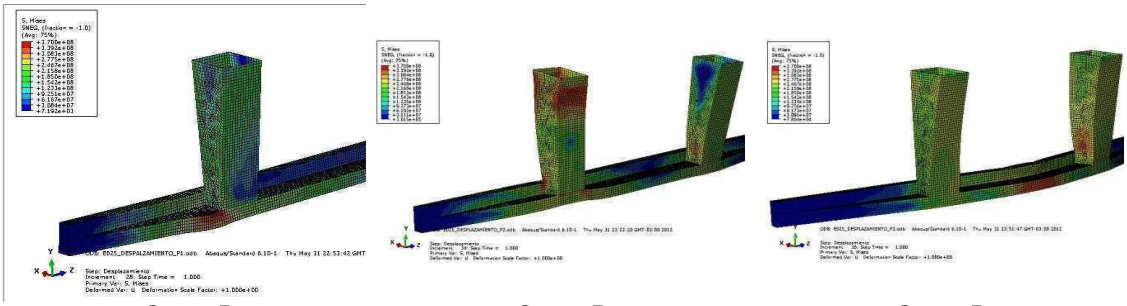


Figura 11 *Gráfico fuerza-desplazamiento comparativo correspondiente a la carga P3 del paragolpes abierto con bajada abierta.*



Carga P1 Carga P2 Carga P3

Figura 12 *Gráficos tensión-deformación correspondiente a las cargas P1, P2 y P3 aplicadas al paragolpes reforzado con bajada cerrada.*

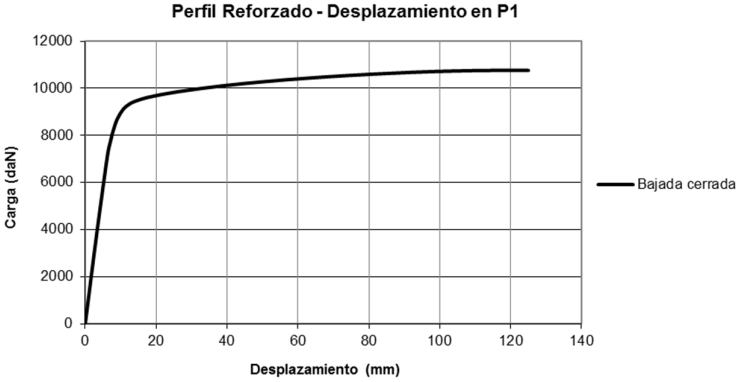


Figura 13 *Gráfico fuerza-desplazamiento comparativo correspondiente a la carga P1 del paragolpes reforzado con bajada cerrada.*

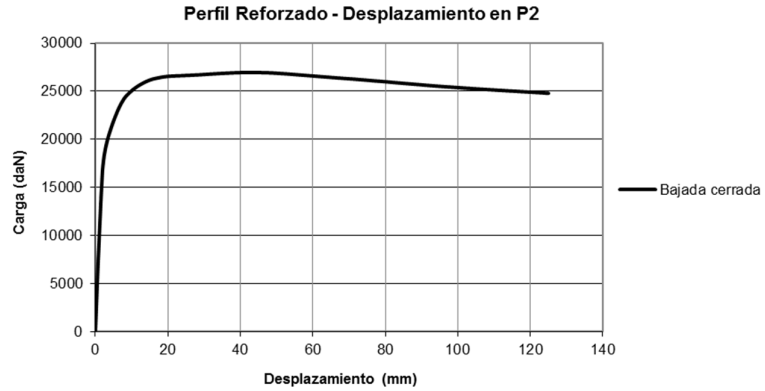


Figura 14 *Gráfico fuerza-desplazamiento comparativo correspondiente a la carga P2 del paragolpes reforzado con bajada cerrada.*

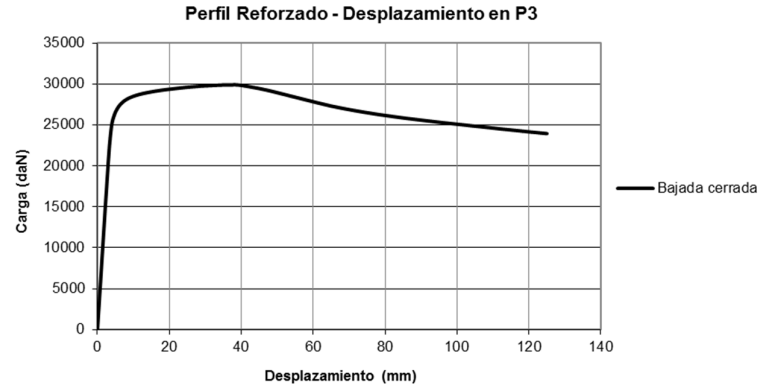


Figura 15 *Gráfico fuerza-desplazamiento comparativo correspondiente a la carga P3 del paragolpes reforzado con bajada cerrada.*

4. Análisis de resultados.

A continuación se resumen los valores de carga máxima alcanzados en los sistemas de protección trasera modelados. En la tabla 3 se comparan los valores máximos de cargas alcanzados en los paragolpes de sección abierta y el reforzado con bajada cerrada.

Tabla 3 *Valores máximos de carga para paragolpe de sección abierta y reforzado con bajada cerrada.*

Bajada cerrada rígida				
Perfil	Espesor [mm]	P1 [daN]	P2 [daN]	P3 [daN]
	5	616.7	6985.8	3459.4
	7.94	10761.4	26961.7	29855.5

5. Conclusiones.

Los sistemas de protección trasera empleados actualmente no cumplen con los requisitos exigidos por las normativas vigentes, y por lo tanto no se comportan como un sistema anti empotramiento.

La utilización de perfiles plegados de bajo espesor, con secciones abiertas, hace que se produzca el colapso de este tipo de perfiles en forma localizada, con tensiones locales que sobrepasan el límite elástico del material, con la consecuente pérdida de resistencia.

Es necesario emplear secciones cerradas, tipo cajón, tanto en el paragolpes como en las bajadas, con un espesor mínimo que garantice el cumplimiento de los valores de carga exigidos.

6. Referencias

[1] Je-Seung, Park; Shin-Hee, Park2; Dong-Chul, Han. 2000. Energy Capacity of Vehicle Structure under Oblique Load. FISITA World Automotive Congress. Seoul, Korea.

[2] Zoran, Ren; Matej, Glavac. 2002. Computational approval of rear underrun protection device with msc.nastran. Worldwide Aerospace Conference & Technology Showcase. Toulouse, France.

[3] Knight, Iain. 2006. The development of improved rear underrun protection. VC-Compat final workshop. Eindhoven, NL.

[4] MERCOSUR. (2002). Reglamento técnico MERCOSUR sobre paragolpe trasero de los vehículos de carga. Requisitos y métodos de ensayo. Resolución Nº 23/02. Sudamérica.

[5] IRAM. (2005). Norma IRAM 10260: Vehículos comerciales de carretera. Dispositivos traseros de protección (paragolpes). Requisitos y métodos de ensayo. Primera edición. Referencia numérica: IRAM 10260.2005. Argentina.

[6] Tránsito y Seguridad Vial Ley Nº 24.449 y Decreto Reglamentario Nº 779. Ministerio de Justicia. Secretaría de Asuntos técnicos y Legislativos. Dirección Nacional del Registro Oficial.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE ELEMENTOS DE BOGIE DE FERROCARRIL DISEÑADOS UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Ruiz, Miguel E.*, Castelló, Walter B.*

Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
Universidad Nacional de Córdoba.
Av. Vélez Sarsfield 1611
mruiz@efn.uncor.edu, wcastello@efn.uncor.edu

RESUMEN

En nuestro país los convoyes ferroviarios son uno de los medios más importantes para el transporte de material a granel de diferente tipo de cereales, manufacturas agrícolas, y productos de la minería. Como tal, requiere de grandes inversiones en equipamiento y material rodante, tanto en cuanto a su adquisición como mantenimiento y reparación. En la actualidad un gran porcentaje del material rodante y sus accesorios son importados por las empresas prestatarias de los servicios ferroviarios, debido a que nuestro país ha dejado de producir estos elementos hace más de 30 años. Sin embargo, y frente a los elevados costos que supone importar elementos de gran porte como son los vagones y bogies de ferrocarril para convoyes de carga, algunas empresas han tomado la decisión de llevar adelante un programa de inversión que les permita fabricar algunas de estas importantes piezas en el mercado local, mostrando tener de esta manera importantes ventajas económicas.
De esta manera surge el presente estudio, mediante el cual se llevó a cabo un diseño, análisis, y verificación de una mesa y un costado para un nuevo bogie de ferrocarril de carga de hierro fundido para ser fabricado por industrias argentinas. El trabajo consistió en realizar un relevamiento detallado de los elementos importados que actualmente se encuentran en uso para obtener una base sobre la cual se realizó el diseño. A partir de esta geometría se elaboraron modelos numéricos tridimensionales y se corrieron análisis no-lineales de elementos finitos con el objeto de optimizar su diseño y satisfacer las normas de verificación imperantes, establecidas por la Comisión Nacional de Regulación del Transporte (CNRT). Los análisis se llevaron a cabo utilizando el software multipropósito ABAQUS [1]. El trabajo se completó con una serie de ensayos de laboratorio realizados sobre prototipos a escala real que incluyen distintos niveles de solicitación (servicio y rotura). El diseño se convalidó contrastando los resultados de los ensayos con los límites exigidos por la norma de aplicación, obteniéndose excelentes resultados.
En este artículo se presenta una breve reseña del proceso de análisis y diseño llevado a cabo y de los modelos numéricos elaborados. También se presenta una descripción de los ensayos realizados y de los resultados obtenidos.

Palabras Claves: bogie, elementos finitos, no lineal, ensayos, verificación experimental

1. INTRODUCCIÓN.

Debido a diversas causas, los ferrocarriles argentinos cuentan actualmente con tecnología cuya producción, en algunos casos, puede haber resultado discontinuada. En este rubro se encuentran vagones, enganches y sus accesorios, bogies, y herramentales varios. Como consecuencia de esto se puede tornar difícil el reemplazo y reparación de ciertos elementos vitales para alcanzar un correcto y eficiente funcionamiento del ferrocarril lo que puede conducir a elevados costos de operación y mantenimiento.

Puede agregarse al problema anterior que la tecnología que se está utilizando en muchas compañías ferroviarias tiene, al menos, 30 años. Por tanto, es de suponer que los elementos que se utilizan actualmente cuentan con un diseño que probablemente pueda mejorarse desde el punto de vista funcional y tecnológico. Además, el uso de maquinaria vieja o desactualizada puede poner en riesgo la entrega de la mercadería y la integridad de las personas que operan los ferrocarriles. En la actualidad, se suelen utilizar bogies fabricados en China o en Brasil y que, a pesar de contar con habilitaciones o licencias de producción, nunca fueron sometidos a los ensayos que solicitan las normas argentinas. Estos elementos han mostrado un buen desempeño hasta el momento, sin embargo, las características de las cargas a transportar han cambiado en el último tiempo mientras que el desgaste propio de estas piezas sometidas a un intenso uso a lo largo de los años puede provocar roturas inesperadas que conducen a descarrilamiento y, como consecuencia de ello, a roturas de partes de los vagones y pérdida de mercadería transportada.

Además, debido al crecimiento global del país de los últimos años, se ha vuelto necesario transportar más carga disminuyendo los costos de transporte por lo que algunas de las maquinarias existentes podrían ser inapropiadas debido a que se las sometería a una exigencia mayor que la habitual o que superaría las esfuerzos para los cuales han sido diseñadas años atrás. Este efecto puede verse magnificado si se tienen en cuenta los problemas de mantenimiento y estado de las vías y la obsolescencia del herramental existente.

Los bogies que se utilizan actualmente han mostrado un buen desempeño ahora, pero se han encontrado fallas cada vez más frecuentes en los elementos estructurales debidas, quizá, a una mayor exigencia de los mismos y al agotamiento de su vida útil. Por otro lado, el costo de adquisición de estos equipos y los tiempos asociados a su provisión atentan contra la eficiencia del servicio del ferrocarril.

Las anteriores son algunas de las razones por las que algunas empresas del medio local están estudiando la posibilidad de fabricar bogies en la Argentina. Según estudios de costos internos realizados por algunas compañías ferroviarias (ej. Nuevo Central Argentino S.A.) esto reportaría beneficios importantes a la empresa, desde los puntos de vista económico, técnico y productivo.

El desarrollo de un bogie de fabricación nacional representa un importante desafío de ingeniería que involucra un riguroso estudio analítico del elemento a diseñar y el desarrollo de ensayos de laboratorio para la verificación del diseño. Debido a esto se elaboró un importante plan de trabajo que incluyó el relevamiento de elementos de bogie existentes, desarrollo de modelos numéricos para su evaluación y verificación y se elaboró un plan de ensayos de prototipos a escala real para confirmar el diseño elaborado. El trabajo se llevó a cabo en el Departamento de Estructuras de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba.

En este artículo se presentan las principales características del trabajo realizado en cuanto al diseño de los elementos de un nuevo bogie de acero fundido y de los ensayos ejecutados sobre prototipos fundidos según el nuevo diseño y de la verificación del diseño en relación a las exigencias de la norma vigente.

2. METODOLOGÍA DE TRABAJO Y DESCRIPCIÓN DE LOS ELEMENTOS.

El diseño de los elementos de bogie para convoyes de carga se encuentra regulado por la norma FAT V1301 - V1302 [2] y su aprobación depende de la Comisión Nacional de Regulación del Transporte (CNRT). En esta repartición pública no se disponen de antecedentes recientes de diseños similares al que se presenta en este trabajo, por lo que el diseño se llevó a cabo a partir de elementos de bogie importados y que habitualmente recorren las vías de nuestro país. Los autores de este artículo encontraron antecedentes de bogies de fabricación nacional pero la documentación técnica de respaldo se perdió luego de la privatización de la compañía que los fabricaba. Los elementos de

bogie que sirvieron de punto de partida para el diseño de las nuevas piezas cuentan con licencia de producción según las normas AAR [3], pero nunca se ensayaron en nuestro país conforme a la reglamentación propia. Esta situación, junto con un período de uso sumamente extenso de los elementos que actualmente se encuentran en circulación, arroja incertidumbre acerca de la aptitud estructural de los bogies existentes si se los compara con la reglamentación local vigente. Este punto fue decisivo para el desarrollo del presente trabajo, tanto desde la posición de la empresa privada que lo encargó como de la CNRT que debía aprobar el nuevo diseño.
De acuerdo a esto, se elaboró un plan de trabajo que se ilustra esquemáticamente en la Figura 1. Allí se observa que el punto de partida es un relevamiento completo de la geometría y material constituyente de elementos de bogie que actualmente se encuentran en uso y finaliza con ensayos sobre prototipos fabricados según el nuevo diseño, y una verificación de los elementos diseñados de acuerdo a la norma vigente. En las siguientes secciones de este artículo se describen las actividades llevadas a cabo durante el proceso ilustrado en la Figura 1.

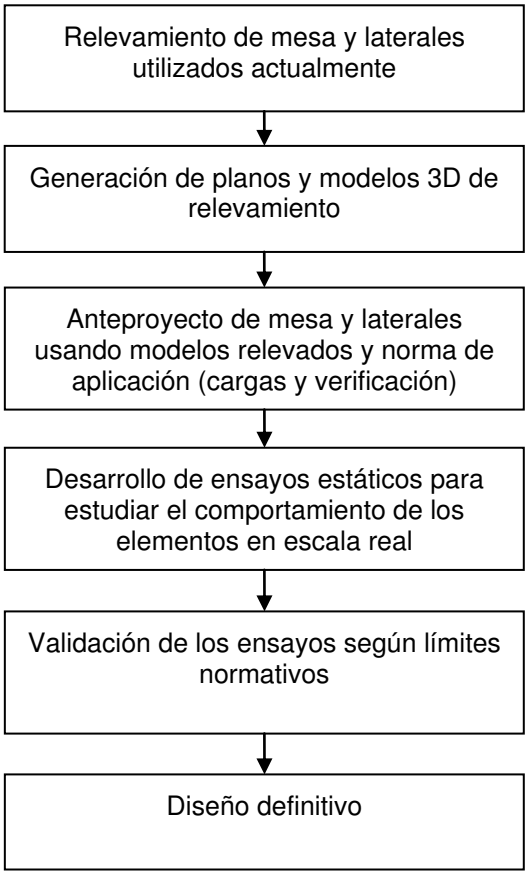


Figura 1 *Esquema de trabajo propuesto.*

En la Figura 2 se ilustra esquemáticamente un bogie de ferrocarril en donde se indican las piezas involucradas en el estudio que se resume en este trabajo. Como se observa en la figura, un bogie está compuesto estructuralmente por una “mesa” (llamada también travesaño o viga bolster) y dos “laterales” (o costados de bogie). En los extremos de los laterales se alojan cubos que reciben los ejes de las ruedas. Sobre la mesa se coloca el dispositivo de freno y los laterales tienen una “bandeja” en su zona central que recibe los extremos de la mesa a través de resortes de amortiguación.

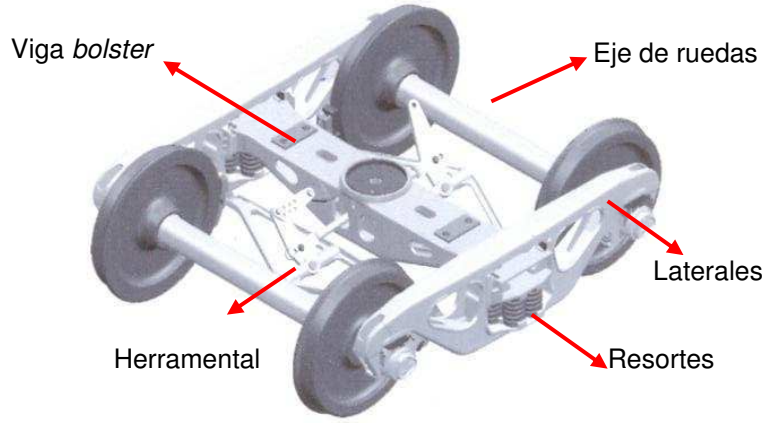


Figura 2 *Elementos de un bogie de ferrocarril.*

3. RELEVAMIENTO DE PIEZAS EXISTENTES.

El relevamiento de las piezas existentes se hizo en el Laboratorio del Departamento de Estructuras sobre piezas existentes. Con los resultados del levantamiento geométrico se elaboraron modelos 3D de la mesa y lateral de bogie a diseñar. Estos modelos constituyen la primera geometría de los nuevos elementos, sobre la que se harán modificaciones para satisfacer los requerimientos normativos de resistencia y deformaciones, tal como se describe más adelante en este artículo.

El relevamiento de los elementos existentes además, permite conocer medidas que deben respetarse en el nuevo diseño, tales como: presencia de cavidades que permiten la vinculación de herramental del bogie, distancia entre ejes de ruedas, lugares para alojamiento de mecanismos, etc.

Además del relevamiento señalado, se llevaron a cabo ensayos estáticos de acuerdo a los lineamientos de la norma de aplicación para evaluar cómo responderían los elementos existentes a las especificaciones vigentes. El objeto de esta primera serie de ensayos es adquirir un conocimiento del desempeño de los elementos para controlar el modelo numérico elaborado según el relevamiento y orientar el diseño nuevo de acuerdo a los resultados obtenidos en estos ensayos preliminares.

El resultado general de los ensayos sobre prototipos existentes indicó que las piezas no satisfacen los límites normativos desde el punto de vista de su deformabilidad. Los límites de resistencia fueron adecuados.

Esto indicó la necesidad de incrementar la rigidez de las piezas, ya que los requerimientos de deformaciones elásticas y plásticas máximas son exigentes y el nuevo diseño debe satisfacerlo. Los límites establecidos por la norma se indican más adelante en este artículo.

4. ELABORACIÓN DE MODELOS NÚMERICOS.

A partir de la geometría relevada durante el primer paso del estudio se construyeron modelos numéricos no lineales para analizar y verificar las tensiones y desplazamientos de las piezas. El material asignado a estos elementos se adoptó de acuerdo con el futuro fabricante y las especificaciones normativas.

En la Figura 2 se ilustran los modelos numéricos preliminares elaborados en esta etapa.

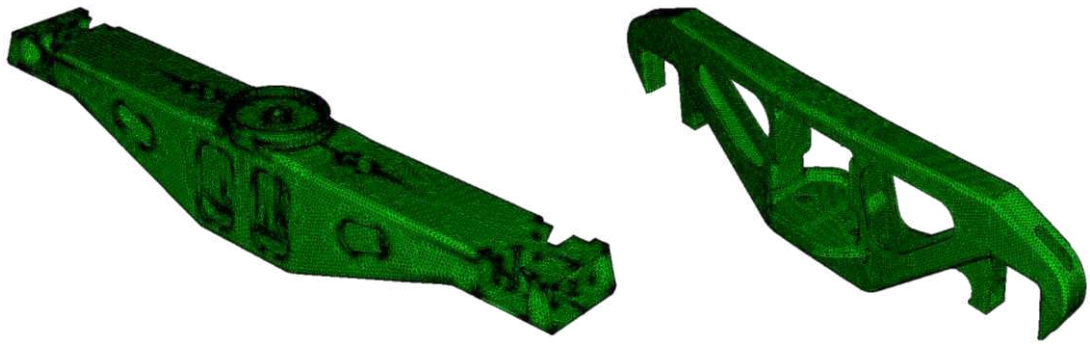


Figura 2 *Modelos numéricos preliminares de mesa y lateral de bogie.*

Con los modelos numéricos elaborados a partir del relevamiento se reprodujeron los ensayos especificados en las normas y se obtuvieron resultados razonablemente buenos comparados con las mediciones de los ensayos preliminares, ejecutados sobre las piezas existentes de origen extranjero. A partir de esta modelación inicial se realizaron ajustes de espesores y dimensiones geométricas hasta alcanzar satisfacer los límites indicados por las normas, tanto para las limitaciones de tensiones como de desplazamientos en las dos piezas.
El modelo resultante de esta etapa se utilizó para fabricar los moldes de la nueva pieza y fundir dos prototipos con los que se ajustó el diseño.

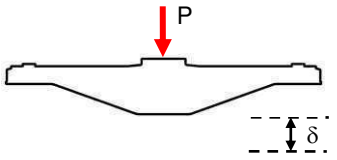
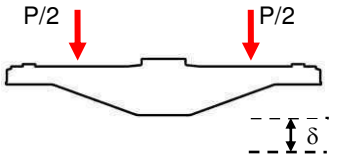
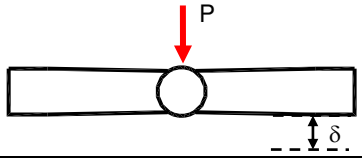
5. PROGRAMA DE ENSAYOS SOBRE PROTOTIPOS Y VERIFICACIÓN SECCIONAL.

La norma FAT V1301 - V1302 establece una serie de ensayos que deben ejecutarse en elementos nuevos de bogie que involucran cargas de servicio, cargas últimas y requiere de la medición de flechas elásticas y remanentes. En este apartado se indican los límites normativos y las condiciones de carga especificados.

5.1 Límites normativos asociados a los desplazamientos de los elementos.

En la Tabla 1 y Tabla 2 se ilustran esquemáticamente las cargas establecidas por la norma, el parámetro de control y la carga a aplicar en cada uno de los ensayos requeridos, para la mesa y lateral de bogie.

Tabla 1. *Límites de deformaciones elásticas y permanentes para mesas nuevas de bogie de hierro fundido*

# de Ensayo	***Carga P [t]***	***δ elástica máxima [mm]***	***δ permanente máxima [mm]***	***Condición de carga***
1	54.70	2.40	0.00	
2	104.90	No aplica	0.47	
3	54.70	1.76	0.00	
4	104.90	No aplica	0.47	
5	37.23	2.40	0.00	
6	69.92	No aplica	0.47	

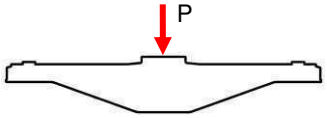
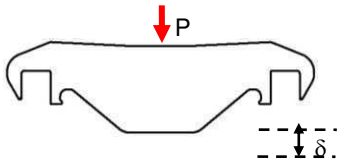
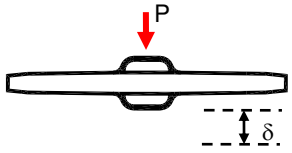
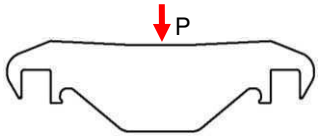
7	192.25	No aplica	No aplica	

Tabla 2. *Límites de deformaciones elásticas y permanentes para laterales nuevos de bogie de hierro fundido.*

# de Ensayo	***Carga P [t]***	***δ elástica máxima [mm]***	***δ permanente máxima [mm]***	***Condición de carga***
8	43.10	1.14	0.00	
9	81.60	No aplica	0.28	
10	13.20	1.98	0.00	
11	21.70	No aplica	0.28	
12	227.00	No aplica	No aplica	

De acuerdo a lo que se ilustra en las Tabla 1 y Tabla 2 se observa que la norma requiere de una comprobación de la resistencia y flexibilidad de los elementos para los esfuerzos principales a los que se somete un bogie, teniendo en cuenta la carga del vagón, movimientos de “lazo”, frenado, y balanceo. Cabe destacar que las cargas especificadas por las normas para limitar los desplazamientos son significativamente mayores a las que realmente operan en los convoyes de carga, principalmente porque el estado de las vías de los tendidos actuales no permiten altas velocidades ni transportar cargas importantes, aunque esta situación es variable según distintos sectores de vías.

5.2 Límites normativos asociados a las cargas de servicio.

Además de la verificación de los límites de deflexiones indicados en la Tabla 1 y Tabla 2 la norma requiere verificar límites tensionales para dos casos de cargas de servicio. El primer límite establecido es para cargas verticales u horizontales actuando solas. En estos casos se limita la tensión máxima de la pieza a 880 kg/cm^2. El segundo límite establece que la combinación de cargas verticales y horizontales no debe provocar en las piezas tensiones normales mayores a 1125 kg/cm^2. Estos valores aplican tanto a la mesa como al lateral del bogie. Las cargas de servicio para las piezas y que están asociadas a los límites indicados se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. *Cargas para verificación de estados de servicio.*

Pieza	***Carga Vertical [t]***	***Carga Horizontal [t]***
Mesa	34.95	8.75
Lateral	27.20	7.25

5.3 Límites normativos asociados a las cargas últimas.
Finalmente la norma FAT V1301 - V1302 indica las cargas máximas que deben soportar las piezas sin romperse. Para estas solicitaciones no se requiere de un determinado desplazamiento elástico o remanente, sino que la condición es sólo de evitar la rotura. Además, este estado límite de verificación aplica sólo a cargas verticales, tanto para la mesa como para el lateral. En la Tabla 4 se indican las cargas máximas que se corresponden con los ensayos indicados en filas 7 y 12 de Tabla 2 y Tabla 3, respectivamente.

Tabla 4. *Cargas máximas para verificación de rotura de los elementos de bogie.*

Pieza	***Carga Vertical [t]***
Mesa	192.25
Lateral	227.00

6. ENSAYOS SOBRE PROTOTIPOS DISEÑADOS.
En este apartado se ilustran los resultados de los ensayos a escala real ejecutados sobre los prototipos diseñados. Se llevaron a cabo un total de 12 ensayos, de acuerdo con lo especificado en la norma y resumido en los apartados anteriores. Siete ensayos corresponden a la mesa (seis pruebas para comprobar flechas elásticas y remanentes y una para verificar rotura) y cinco ensayos corresponden al lateral (cuatro pruebas para comprobar flechas y una para verificación a rotura). En las Figura 3 a Figura 14 se ilustran las curvas Carga vs. Desplazamiento, obtenidas para cada uno de estos ensayos. En las mismas curvas se indican los límites normativos y cómo comparan con ellos los resultados obtenidos.

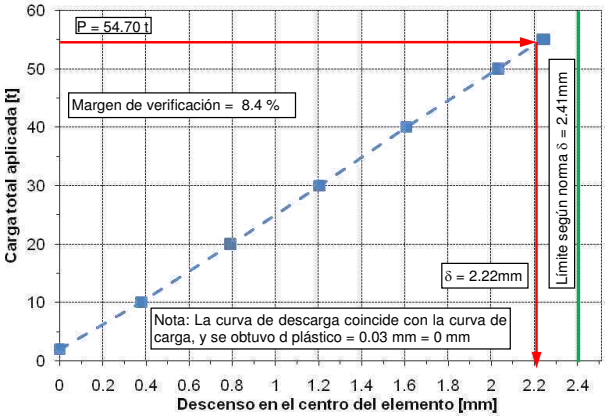


Figura 3. *Curva Carga – Desplazamiento de la mesa para ensayo vertical con carga centrada y verificación de flechas elásticas (ensayo 1).*

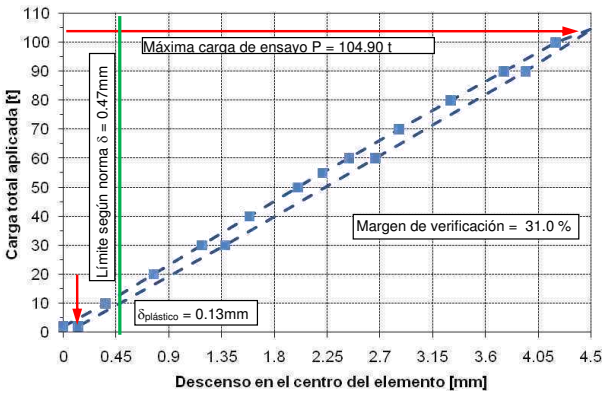


Figura 4. *Curva Carga – Desplazamiento de la mesa para ensayo vertical con carga centrada y verificación de flechas permanentes (ensayo 2).*

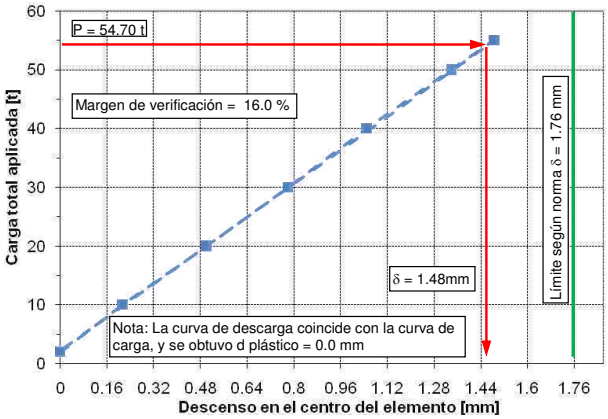


Figura 5. *Curva Carga – Desplazamiento de la mesa para ensayo vertical con carga en los patines y verificación de flechas elásticas (ensayo 3).*

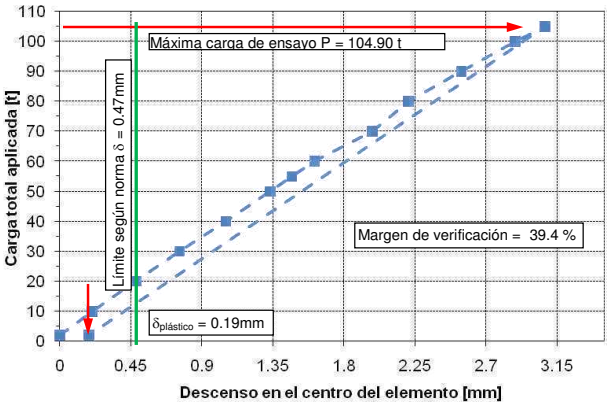


Figura 6. *Curva Carga – Desplazamiento de la mesa para ensayo vertical con carga en los patines y verificación de flechas permanentes (ensayo 4).*

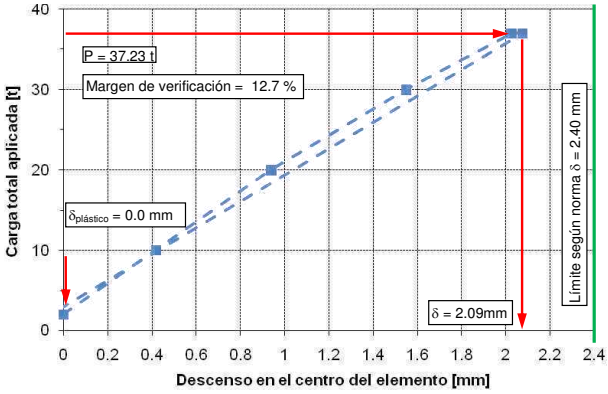


Figura 7. *Curva Carga – Desplazamiento de la mesa para ensayo horizontal y verificación de flechas elásticas (ensayo 5).*

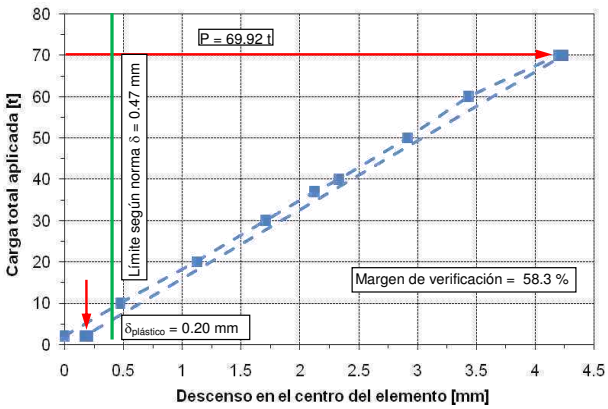


Figura 8. *Curva Carga – Desplazamiento de la mesa para ensayo horizontal y verificación de flechas permanentes (ensayo 6).*

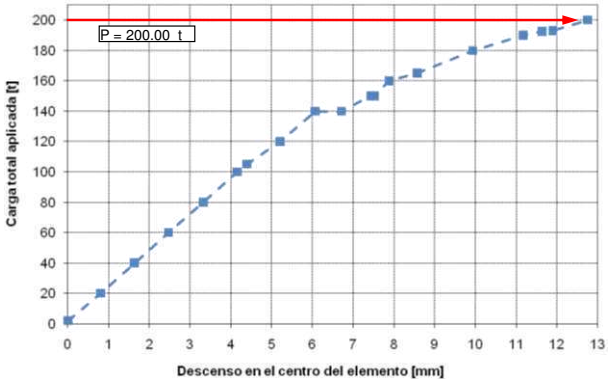


Figura 9. *Curva Carga – Desplazamiento de la mesa para ensayo vertical con carga centrada y estado límite último (ensayo 7).*

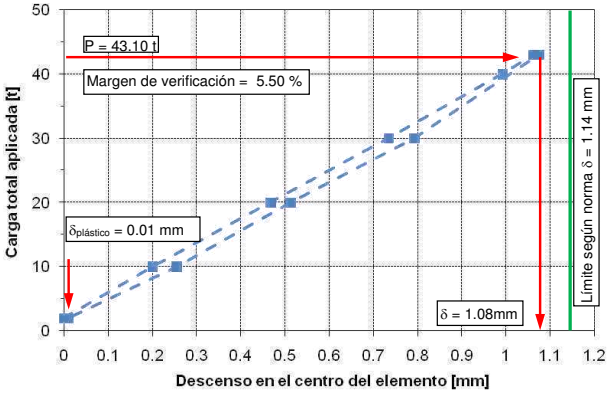


Figura 10. *Curva Carga – Desplazamiento del lateral para ensayo vertical con carga centrada y verificación de flechas elásticas (ensayo 8).*

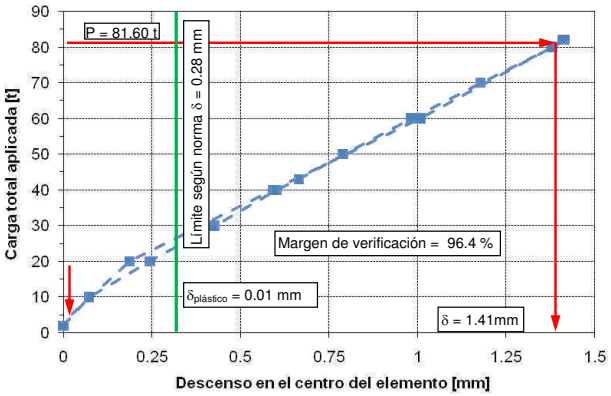


Figura 11. *Curva Carga – Desplazamiento del lateral para ensayo vertical con carga centrada y verificación de flechas permanentes (ensayo 9).*

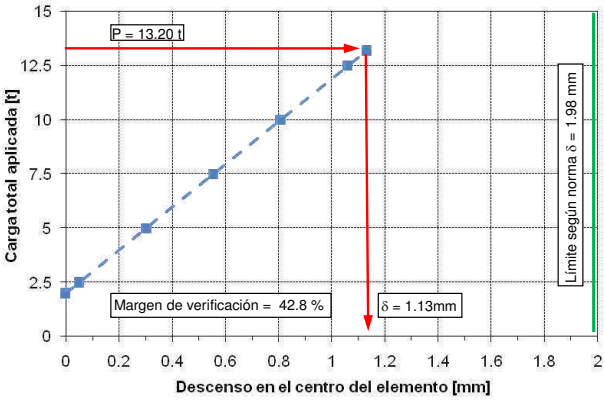


Figura 12. *Curva Carga – Desplazamiento del lateral para ensayo horizontal y verificación de flechas elásticas (ensayo 10).*

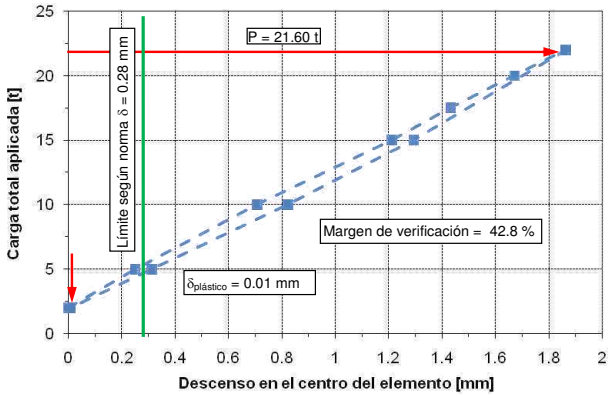


Figura 13. *Curva Carga – Desplazamiento del lateral para ensayo horizontal y verificación de flechas permanentes (ensayo 11).*

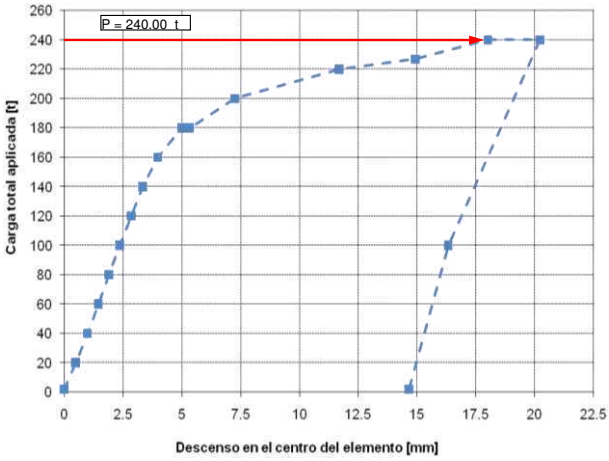


Figura 14. *Curva Carga – Desplazamiento del lateral para ensayo vertical con carga centrada y estado límite último (ensayo 12).*

Las figuras anteriores indican que los prototipos de mesa y lateral ensayados cumplieron satisfactoriamente todos los límites normativos para todos los ensayos practicados según los lineamientos de la FAT V1301 - V1302. Además, se verificaron los estados límites de rotura de modo tal que para la carga máxima especificada se inspeccionaron los prototipos en busca de fisuras, deformaciones o indicios de agotamiento seccional encontrando resultados positivos para las dos piezas ensayadas. La Tabla 5 presenta una comparación de los desplazamientos finales obtenidos con los modelos numéricos y los resultados obtenidos de ensayo. Las diferencias entre los resultados son adecuados, mas aun cuando se tiene en cuenta el acomodamientos del herramental de ensayo dentro de los pequeños valores medidos.

Tabla 3. *Comparativa de desplazamientos elásticos y permanentes obtenidos para el nuevos de bogie.*

# de Ensayo	***Carga P [t]***	***δ elástico modelo [mm]***	***δ elástico medido [mm]***	***δ permanente modelo [mm]***	***δ permanente medido [mm]***
1	54.70	2.05	2.22	0.00	0.00
2	104.90	3.96	4.50	0.00	0.13
3	54.70	1.26	1.48	0.00	0.00
4	104.90	2.68	2.97	0.00	0.19
5	37.23	1.97	2.09	0.00	0.00
6	69.92	3.98	4.20	0.00	0.20
8	43.10	0.97	1.08	0.00	0.00
9	81.60	1.51	1.41	0.00	0.01
10	13.20	1.43	1.13	0.00	0.00
11	21.70	2.56	1.85	0.00	0.01

7. CONCLUSIONES.

En este artículo se presentaron las principales tareas y resultados de un proyecto llevado a cabo por el Centro de Vinculación del Departamento de Estructuras de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba para diseñar elementos de bogie de ferrocarril de cargas como transferencia tecnológica a terceros.

La motivación de la empresa que encargó el presente estudio era desarrollar un diseño propio de mesa y lateral de bogie con el objeto de lograr una importante economía evitando la compra de estos elementos en el exterior. Además, la CNRT habría favorecido la inversión de la empresa ya que los elementos importados que actualmente circulan por las vías de nuestro país nunca se ensayaron según las normas locales, por lo que el cumplimiento de las mismas era incierto, a pesar de que las empresa que venden las piezas cuentan con homologaciones internacionales. A esta situación debe sumarse el hecho de que los bogies existentes han prestado servicio, en algunos casos, durante más de 30 años, por lo que existe cierta reserva acerca de su desempeño.

En el marco de la situación descrita, en el Laboratorio del Departamento de Estructuras (UNC) se llevó a cabo un programa de diseño compuesto por tres fases: relevamiento de piezas existentes, diseño estructural de los nuevos elementos utilizando la norma local, y ensayo de prototipos para verificar el diseño. Los elementos de bogie son de acero fundido.

El diseño está basado en la geometría de piezas existentes importadas que se relevaron detalladamente para elaborar modelos 3D de análisis y verificación. Utilizando modelos de elementos finitos se simularon los ensayos a escala real de la mesa y laterales ajustando sus dimensiones para satisfacer los requerimientos normativos. La geometría resultante se utilizó para fundir prototipos que se ensayaron en un todo de acuerdo con lo especificado por la norma.

Los resultados de los ensayos indican que todos los límites reglamentarios se cumplieron satisfactoriamente, lo que validó el diseño llevado a cabo.

8. REFERENCIAS.

[1] ABAQUS 6.5 “User’s Manual”.

[2] V1301. “Características de las mesas de acero fundido para bogies diamantes integrales – nuevas, rehabilitadas y en condiciones de retiro de servicio”.
[3] V1302. “Características de costados de acero fundido para bogies diamantes integrales – nuevas, rehabilitadas y en condiciones de retiro de servicio”.
[4] Association of American Railroads (2012). “Manual of Standards and Recommended Practices, Section A, Part I”. Manual de la Asociación Americana de Ferrocarriles, Washington DC.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Efecto de la concentración de polvo y de la temperatura sobre la eficiencia de un ciclón

Pico, Leonel Osvaldo; Barbosa, Mirta Raquel

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
Av. Del Valle 5737. B7400JWI – Olavarría. Argentina.
lpico@fio.unicen.edu.ar mbarbosa@fio.unicen.edu.ar

RESUMEN.

La separación de partículas desde el seno de un gas es una operación de gran aplicación en Ingeniería. Este proceso sigue básicamente dos objetivos: limpieza de aire y clasificación de material particulado. La eficiencia de estos dispositivos está condicionada por un gran número de variables, en particular la concentración de polvo en el aire.
En este trabajo se estudió la eficiencia de separación en función de la concentración de polvo y de la temperatura de operación. Los respectivos rangos de estas variables fueron de 2 g/m^3 de aire a 20 g/m^3 y de 20 ºC a 500 ºC, respectivamente.
Se trabajó con un ciclón Stairmand de alta eficiencia, se utilizaron las técnicas de fluidodinámica computacional y se realizó la simulación numérica del flujo en el ciclón utilizando el modelo de Simulación de Grandes Remolinos (LES) para flujo turbulento.
Para las simulaciones del flujo se empleó software específico que permite incorporar diferentes concentraciones de partículas trabajando a distintas temperaturas. Las simulaciones mostraron claramente el fenómeno de resuspensión, ya sea a través de las líneas de flujo o de los diagramas de distribución de partículas, especialmente para alta temperatura de operación y alta concentración de partículas.
Los resultados indican que se logran mayores eficiencias de separación cuando la concentración de polvo es elevada. Sin embargo, la calidad de la clasificación por tamaño de partícula es mejor cuando se opera con bajas concentraciones de polvo.

Palabras Claves: eficiencia del ciclón, fluidodinámica computacional, flujo gas-sólido, separación de partículas.

1. INTRODUCCIÓN.

Los separadores ciclónicos se utilizan en la industria con dos objetivos básicos: limpieza de aire y clasificación de material particulado. Su construcción sencilla y bajos costos de mantenimiento han extendido ampliamente su utilización. Por ejemplo, la industria del cemento los aplica como limpiadores y recuperadores de polvo y como precalentadores del material que ingresa al horno de clinquer. Por otra parte, la demanda de material particulado de muy pequeño tamaño es creciente. El uso de ciclones de alta eficiencia para la obtención de este material constituye una importante alternativa pues se trata de aparatos económicos, de simple construcción y fácil mantenimiento. Pueden fabricarse en una amplia gama de materiales y ser diseñados para altas temperaturas y presiones de operación [1,2]. La operación de estos dispositivos está condicionada por un gran número de variables.

En este trabajo se estudió la eficiencia de separación en función de la concentración de polvo y de la temperatura de operación. Los respectivos rangos de estudio de estas variables fueron de 2 g/m^3 a 20 g/m^3 de aire y de 20 ºC a 500 ºC, respectivamente.

Se trabajó con un ciclón Stairmand de alta eficiencia, se utilizaron las técnicas de fluidodinámica computacional (CFD: Computacional Fluid Dynamics) [3,4] y se realizaron simulaciones del flujo de aire con distintos contenidos de partículas utilizando el modelo LES (Large Eddy Simulation) para flujo turbulento.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.

El campo de flujo en un ciclón corresponde a un comportamiento altamente turbulento, describiendo dos helicoides coaxiales, el externo descendente y el interno ascendente. Este flujo puede describirse matemáticamente mediante las ecuaciones de Navier-Stokes. Sin embargo, la complejidad del movimiento hace que no sea posible resolver de manera analítica estas ecuaciones, por lo que normalmente se recurre a una simulación del comportamiento del flujo mediante modelos numéricos de turbulencia que se implementan computacionalmente.

La Figura 1 muestra un esquema de un ciclón de entrada tangencial, donde se indican las principales dimensiones. En la Tabla 1 se especifican las características geométricas correspondientes a un ciclón de tipo Stairmand de alta eficiencia [1].

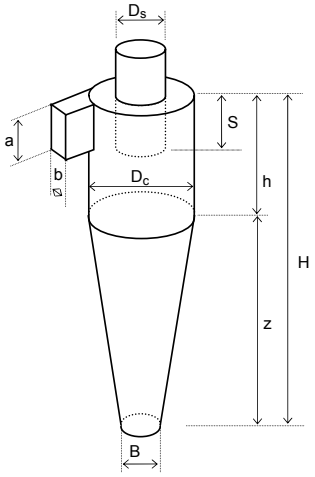


Figura 1 *Esquema de un ciclón de entrada tangencial.*

Tabla 1 *Características de los ciclones tipo Stairmand.*

Dimensión	Relación dimensional	
Diámetro del ciclón	D_C/D_C	1,0
Altura de entrada	a/D_C	0,5
Ancho de entrada	b/D_C	0,2
Altura de salida	S/D_C	0,5
Diámetro de salida	D_S/D_C	0,5
Altura de la parte cilíndrica	h/D_C	1,5
Altura de la parte cónica	z/D_C	2,5
Altura total del ciclón	H/D_C	4,0
Diámetro de salida de polvo	B/D_C	0,375
Factor de configuración	G	551,22
Número de cabezas de velocidad	N_H	6,4
Número de vórtices	N	5,5

La eficiencia de un ciclón depende fuertemente del caudal de entrada. Sin embargo su incremento está limitado por el fenómeno de resuspensión de las partículas causado por la velocidad de saltación. Este fenómeno es función, entre otras cosas, de la temperatura y de la concentración de partículas sólidas en el gas portador. Es decir, las variables interactúan de forma compleja [5].

La velocidad de saltación (V_S) es fundamental en el diseño de un ciclón. Se ha definido una expresión semiempírica para la V_S [5] que describe el fenómeno de la disminución de la eficiencia de recolección cuando la velocidad de entrada supera determinado valor (Ecuación (1)).

$$V_S = \frac{4.913\ W\ K_b^{0.4}\ D_C^{0.067}\ \sqrt[3]{V_i^2}}{\sqrt[3]{1-K_b}} \tag{1}$$

donde K_b = b/D_C, V_i es la velocidad de entrada y W es la velocidad equivalente, dada por la Ecuación (2).

$$W = \left(\frac{4\ g\ \mu\ (\rho_p - \rho)}{3\ \rho^2} \right)^{1/3} \tag{2}$$

donde μ y ρ son la viscosidad y la densidad del aire, respectivamente, y ρ_p es la densidad del material particulado.
Las correlaciones experimentales obtenidas por Kalen y Zenz muestran que para obtener la máxima eficiencia, se debe cumplir que V_i = 1,25 V_S. Por otro lado, para que no se produzca la resuspensión del material ya recolectado, se debe respetar que $V_i \leq 1{,}35\ V_S$.
La eficiencia total η se define como la fracción de los sólidos de entrada separados en el ciclón. Aplicando un balance de masa en el ciclón, bajo la hipótesis de no acumulación de sólidos en el mismo, la eficiencia total se expresa según la Ecuación (3).

$$\eta = \frac{m_c}{m_{ent}} \tag{3}$$

donde m_c y m_{ent} son las masas de sólido colectadas en la parte inferior y la masa de polvo total ingresada, respectivamente. La eficiencia fraccional se calcula mediante la Ecuación (4).

$$\eta_i(x) = \frac{m_c(x)}{m_{ent}(x)} \tag{4}$$

donde $m_c(x)$ es la masa colectada de partículas de tamaño x, y $m_{ent}(x)$ es la masa total ingresada de partículas de ese tamaño.
Es necesario aclarar que no existe un método teórico sencillo que permita el cálculo de la eficiencia de forma exacta. Esto se debe a que en la práctica las partículas pequeñas que, teóricamente deberían salir con el gas, están sometidas a la aglomeración, al barrido y choque con partículas mayores, por lo que son capturadas; mientras que las partículas grandes que deberían ser retenidas rebotan contra las paredes o son capturadas por turbulencias, escapándose del ciclón.
Una de las teorías para calcular la eficiencia de separación fue propuesta por Leith y Licht. Consiste en un modelo matemático que predice las eficiencias de recolección considerando las propiedades físicas del aire cargado con partículas como así también las proporciones del ciclón [6]. Esta teoría se expresa según la Ecuación (5).

$$\eta_i = 1 - \exp\left[-2 \left(\frac{G\ T_i\ Q\ (n+1)}{D_c^3} \right)^{\frac{0.5}{(n+1)}} \right] \tag{5}$$

donde: η_i: eficiencia fraccional por intervalos de tamaño, G: factor de configuración del ciclón, T_i: tiempo de relajación para cada partícula, Q: caudal de gas, n: exponente del vórtice del ciclón que es función de la temperatura y de la geometría del ciclón.
Otro modelo para estimar la eficiencia de remoción de partículas es el denominado de Número de Vórtices, que se basa en el número de giros externos que la corriente gaseosa realiza en el interior

del ciclón [2,6-8]. La Ecuación (6) relaciona la eficiencia del ciclón con los parámetros geométricos, las propiedades del fluido y las condiciones de operación.

$$\eta_i = 1 - \exp\left(\frac{-\pi\ N\ \rho_p\ x^2\ V_i}{9\ \mu\ b}\right) \tag{6}$$

donde N: número de giros, x: diámetro de la partícula (m).
Dirgo y Leith [9] ajustaron datos experimentales para obtener la Ecuación (7).

$$\eta_i = \frac{1}{1+\left(\frac{x_{50}}{x}\right)^m} \tag{7}$$

donde x_{50} es el tamaño de partícula crítico o de corte y m es el exponente que varía de 2 a 6,4. El x_{50} se calcula mediante la Ecuación (8), [8].

$$x_{50} = \sqrt{\frac{9\ \mu\ b}{2\ \pi\ N\ \rho_p\ V_i}} \tag{8}$$

Las Ecuaciones (5), (6) y (7) describen razonablemente bien el comportamiento de la eficiencia fraccional para ciclones de alta eficiencia. Estas ecuaciones ofrecen una forma funcional de representar la curva de grado de eficiencia.
La eficiencia total se calcula a partir de la Ecuación (9).

$$\eta = \sum_i \eta_i\ m_i \tag{9}$$

donde m_i es la fracción másica de partícula. El subíndice i indica el intervalo de tamaño correspondiente a la distribución de partículas.
La complejidad del patrón de flujo en los ciclones ha sido objeto de numerosos estudios teóricos y experimentales. La fluidodinámica computacional constituye la principal herramienta numérica para simular los flujos gaseosos en los ciclones [10]. La CFD presenta una gran potencialidad para predecir las características del campo de flujo y de las trayectorias de las partículas dentro del ciclón, así como también para describir la caída de presión que se origina [3,11-13].
Los flujos reales en ingeniería son turbulentos por lo que responden a mecanismos complejos dominados por fluctuaciones y, pese al gran número de investigaciones realizadas sobre el tema, la teoría del flujo turbulento aún no se conoce totalmente. Las fluctuaciones proporcionan un mecanismo adicional para transferir movimiento y energía. Aún cuando el flujo promedio sea estacionario, el movimiento en remolinos genera cambios importantes en los valores de velocidad, temperatura, presión e incluso densidad (en flujo compresible). El esfuerzo de corte en flujo turbulento refleja la presencia de remolinos, por lo que es conveniente interpretarlo como compuesto por dos partes: la componente laminar, que explica la fricción entre capas en la dirección del flujo y la componente turbulenta que corresponde a la fricción entre las partículas y que se debe a la presencia de los remolinos. Esta última componente recibe el nombre de Tensor Esfuerzo de Reynolds o Tensor de Esfuerzos Turbulentos. Se han desarrollado muchas formulaciones semiempíricas que modelan los esfuerzos de Reynolds en términos de los gradientes de velocidad; estos modelos se llaman modelos de turbulencia y entre los más conocidos y en orden de complejidad creciente pueden mencionarse el de la viscosidad de remolino, sugerido en 1877 por el matemático francés Joseph Boussinesq; el de la longitud de mezcla, propuesto por el ingeniero alemán Ludwig Prandtl a principios del siglo XX; el de la calle de vórtices, del húngaro Theodore von Kármán y la Fórmula de Deissler para la zona cercana a la pared sólida [14-15].

Todos los modelos conducen a expresiones matemáticas complejas, por lo que las resoluciones analíticas no son posibles en la gran mayoría de los casos. Lamentablemente no existe un modelo de turbulencia universal.
La calidad de la solución obtenida por medio de CFD depende de lo apropiado que sea el modelo de turbulencia que se emplea. Pese a esta limitación, los modelos estándares producen resultados razonables para muchos problemas de ingeniería.
En algunos cálculos, la CFD se aplica a través de una técnica llamada simulación numérica directa (DNS: Direct Numeric Simulation), donde se intenta resolver simultáneamente el movimiento de los remolinos en todas las escalas en que se producen. Sin embargo las diferencias en tamaños y en escala de tiempo entre los remolinos grandes y pequeños pueden ser de varios órdenes de magnitud. Estas diferencias se incrementan con el número de Reynolds [16], lo que hace que los cálculos de DNS resulten aún más complicados. Las soluciones demandan mallas tridimensionales muy finas, computadoras potentes y gran cantidad de tiempo de CPU.
En un intento de simplificar la situación anterior, se emplea la simulación de remolinos grandes (LES). Con esta técnica se obtienen a gran escala las características no estacionarias de los remolinos grandes mientras que los remolinos turbulentos disipativos pequeños se modelan implícitamente. La suposición básica es que los remolinos pequeños son isotrópicos, es decir que son independientes de la orientación del sistema de coordenadas y se comportan de manera estadísticamente similar y predecible. En comparación con DNS, LES demanda recursos computacionales considerablemente menores porque se elimina la necesidad de resolver los remolinos más pequeños presentes en el campo de flujo turbulento.
El siguiente nivel de complejidad decreciente es modelar todos los remolinos turbulentos no estacionarios. Tres de los modelos más aplicados son las formulaciones k-ε, k-ω y q-ϕ [3], todos ellos denominados modelos de turbulencia de dos ecuaciones, por lo que adicionan dos expresiones más a la formulación matemática del problema. El sistema de ecuaciones debe resolverse considerando la conservación de masa y de cantidad de movimiento y, en algunos casos, también el balance de energía. Además es necesario especificar dos nuevas condiciones de frontera en entradas y salidas del dominio computacional.
En general, los modelos de turbulencia dependen en gran medida de constantes halladas experimentalmente y se calibran con la ayuda de simulación numérica directa y de datos obtenidos de campos de flujos simples.
Existen diversas funciones capaces de modelar las distribuciones de tamaño de partículas, las que ofrecen un buen ajuste para un gran número de polvos. Entre las más utilizadas están la distribución normal o gaussiana, la log-normal y la de Rosin-Rammler [1]. En este trabajo se emplea la distribución de Rosin-Rammler, cuya función densidad de probabilidad está dada por la Ecuación (10).

$$f(x) = n\,k\,x^{n-1}\exp\left(-k\,x^{n}\right) \tag{10}$$

La forma de la f(x) depende de las constantes n y k. Para obtener la función de distribución acumulada, F(x), se integra la Ecuación (10), lo que conduce a la Ecuación (11).

$$F(x) = 1 - \exp\left(-kx^{n}\right) \tag{11}$$

La constante k depende del valor de la mediana de la distribución de tamaños, ésta última definida como el tamaño para el cual la F(x) = 0,5.

3. RESULTADOS.

Debido a la naturaleza turbulenta del flujo presente en los separadores ciclónicos, es necesario utilizar modelos numéricos capaces de representar la fluidodinámica involucrada. Esto se realizó mediante software específico empleado el modelo LES. La simulación utiliza el modelo de distribución de Rosin-Rammler para la distribución de partículas del polvo de una caliza típica de la zona de Olavarría, de densidad 2650 kg/m^3, con la cual se realizó el presente trabajo. La curva granulométrica correspondiente a este material y su distribución acumulada se muestran en la Figura 2.

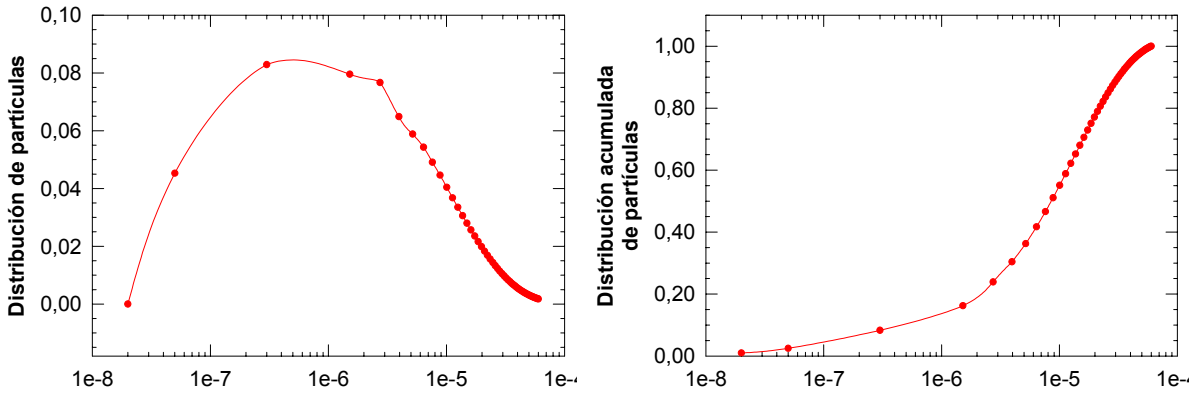
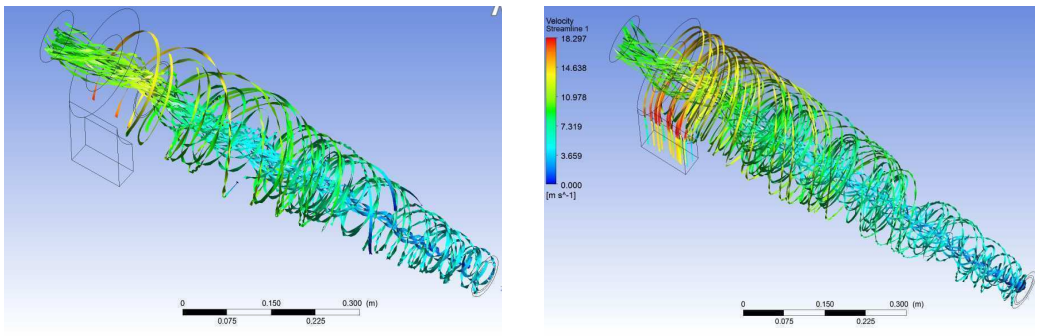


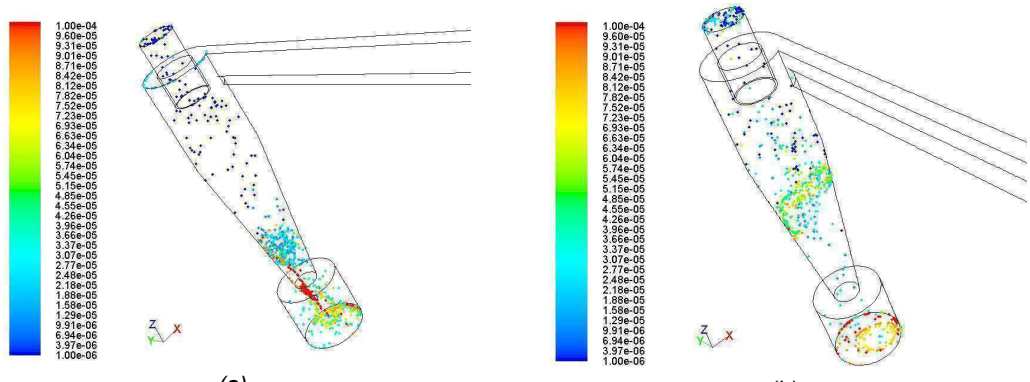
Figura 2 *Curvas de distribución de tamaño de partículas de la caliza utilizada.*

La Figura 3 muestra las líneas de flujo con la formación de los dos helicoides presentes en el ciclón, a 20 ºC. En la Figura 4 puede apreciarse la dispersión de las partículas en el ciclón, cuando éste trabaja a una temperatura de operación de 20 ºC y con una velocidad de entrada de 20 m/s, para concentraciones de polvo C = 2 g/ m^3 (Figura 4a) y C = 20 g/ m^3 (Figura 4b).



(a) *(b)*

Figura 3 *Líneas de flujo en un ciclón Stairmand. (a) V_i = 15 m/s; (b) V_i = 25 m/s.*



(a) *(b)*

Figura 4 *Dispersión de partículas por tamaños (en metros) en el ciclón, para T = 20ºC y V_i = 20 m/s. (a) C = 2 g/ m^3; (b) C = 20 g/ m^3.*

La Figura 5 permite apreciar el fenómeno de resuspensión de las partículas. Este ocurre para alta velocidad de entrada, cuando la relación V_i/V_S > 1,35.

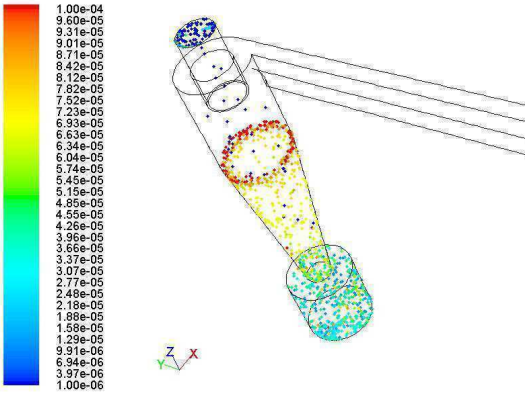


Figura 5 *Resuspensión de partículas en el ciclón, para V_i = 50 m/s y C = 2 g/m^3.*

Las simulaciones se llevaron a cabo para distinto contenido de polvo. La Figura 6(a) muestra la distribución de tamaño correspondiente al polvo recogido en la tolva del ciclón para las concentraciones de 2, 5, 10 y 20 g/m^3. En la Figura 6(b) se observan las correspondientes curvas de distribución acumulada.

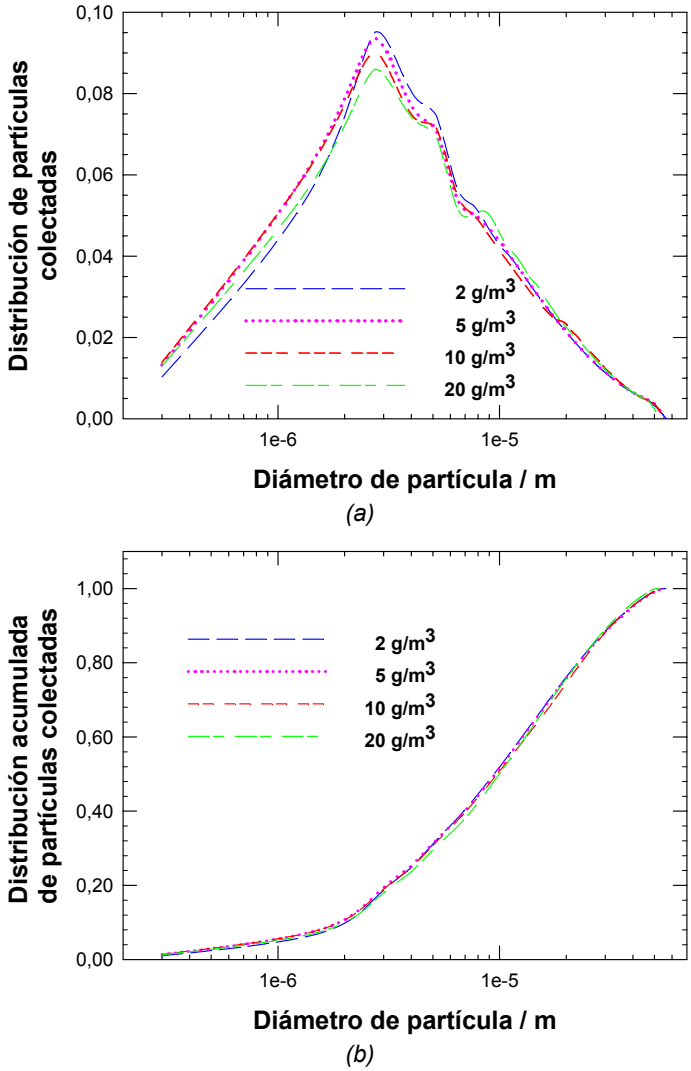


Figura 6 *Partículas colectadas. (a) Distribución por tamaños; (b) Distribución acumulada.*

Se calcularon las eficiencias fraccionales empleando la definición dada por Ecuación (4) a partir de los resultados obtenidos por simulación numérica. Por otra parte se utilizaron los modelos teóricos de Leith y Licht, de Número de Vórtices y de Dirgo y Leith, Ecuaciones (5), (6) y (7), respectivamente, donde el diámetro x_{50} de la Ecuación (7) se calculó usando la Ecuación (8).
De las simulaciones se hallaron las masas correspondientes a cada fracción de tamaño de partícula. Con los datos anteriores se construyeron las curvas de grado de eficiencia (GEC) mostradas en la Figura 7, para concentración de 2 g/m^3 y temperaturas de 20 ºC y 500 ºC.
En el caso del modelo de Dirgo y Leith (Ecuación (7)) se usaron distintos exponentes m, a fin de lograr un mejor ajuste entre los datos simulados y los correspondientes al modelo.

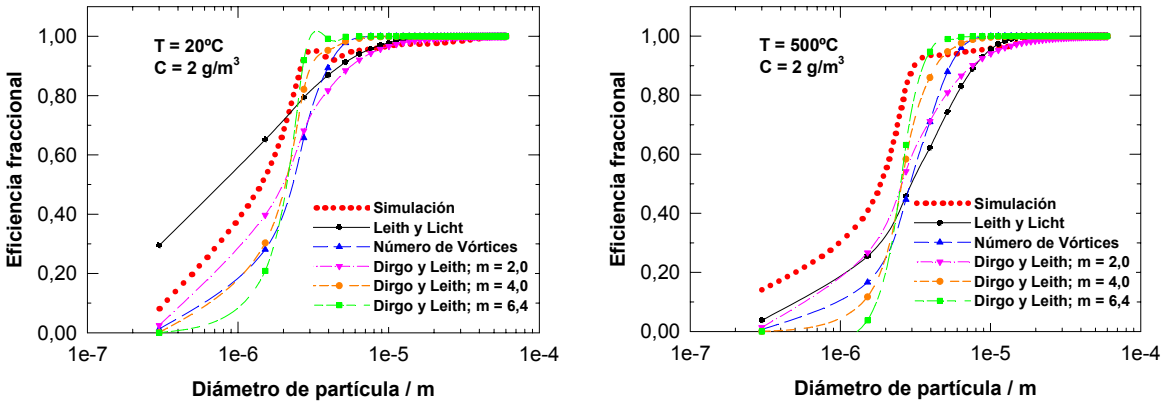


Figura 7 *Curvas de grado de eficiencia. Comparación de modelos con simulaciones numéricas.*

Los datos obtenidos a partir de la simulación generan una curva de grado de eficiencia que es concordante con la que presenta la literatura. Dicha curva predice un valor de x_{50} menor que los correspondientes a los de las GEC de los modelos. Esta situación ocurre para las dos temperaturas analizadas.
La Figura 8 muestra las curvas de grado de eficiencia obtenidas a partir de las simulaciones numéricas realizadas, para 20 ºC y 500 ºC y concentraciones de polvo de 2, 5, 10 y 20 g/m^3.

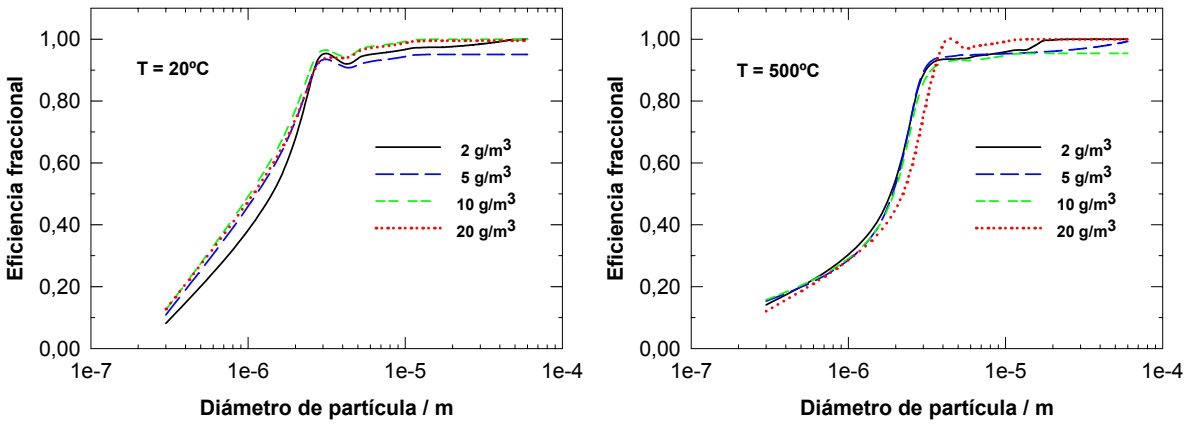


Figura 8 *Curvas de grado de eficiencia obtenidas de simulaciones numéricas.*

La Figura 9 ilustra el diámetro crítico en función de la concentración de polvo, para 20 ºC y 500 ºC, obtenido a partir de las GEC halladas de las simulaciones, mostradas en la Figura 8.

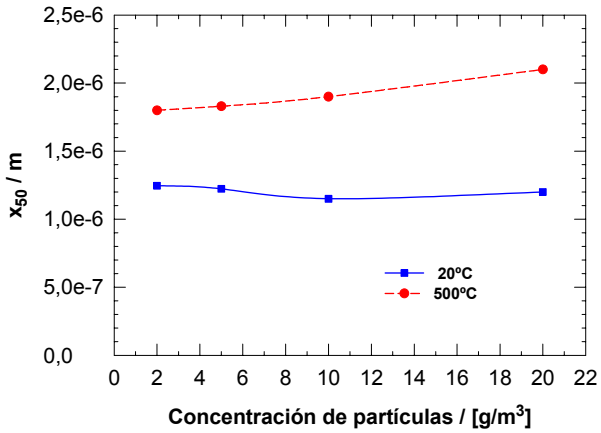


Figura 9 *Diámetro crítico obtenido en función de la concentración de polvo, para 20 ºC y 500 ºC.*

Se puede observar que para la temperatura de 20 ºC el x_{50} es prácticamente constante, en tanto que para T = 500 ºC este valor crece con la concentración. Esto indica que a alta temperatura la calidad de la separación disminuye cuando aumenta la concentración.
A partir de las eficiencias fraccionales, se calcularon las eficiencias totales de las simulaciones para concentraciones de partículas de 2, 5, 10 y 20 g/m^3.
Para los modelos teóricos de Ecuaciones (5), (6) y (7) se calcularon las respectivas eficiencias totales, $\eta(C_1)$, considerando una concentración de C_1 = 2 g/m^3. Usando ésta como referencia y la fórmula de Smolik (Ecuación (12)) [1,17] se hallaron las eficiencias totales, $\eta(C_2)$, corregidas para las demás concentraciones (C_2 = 5, 10 y 20 g/m^3).

$$\eta(C_2) = 1 - \left[1 - \eta(C_1)\right] \left(\frac{C_1}{C_2}\right)^{0,182} \qquad (12)$$

La Figura 10 muestra las eficiencias totales calculadas con la Ecuación (12), para las temperaturas de 20 ºC y 500 ºC y su comparación con las eficiencias totales halladas de las simulaciones.

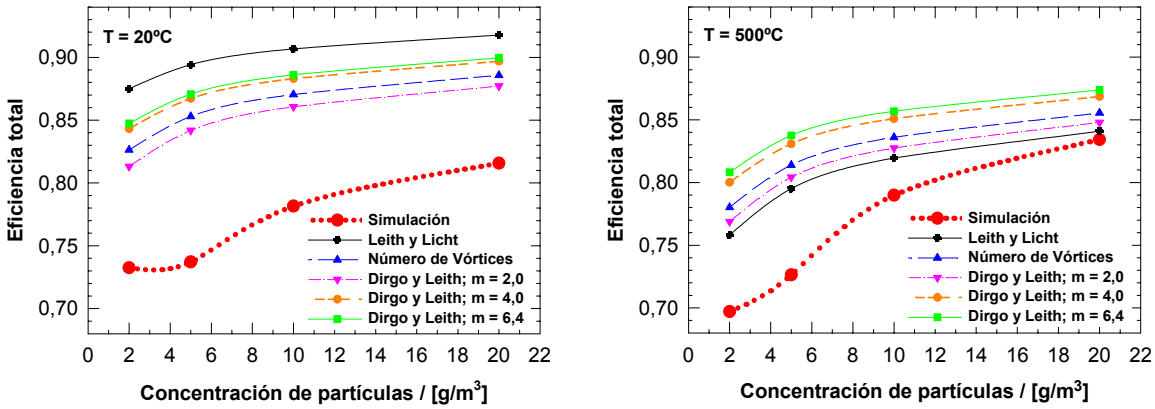


Figura 10 *Eficiencia total en función de la concentración de polvo.*

Los valores de eficiencia total obtenidos de las simulaciones numéricas predicen eficiencias menores que las encontradas con las ecuaciones de los modelos teóricos en todos los casos.
Comparando las eficiencias totales para las dos temperaturas analizadas, se observa que la eficiencia disminuye cuando aumenta la temperatura de operación. Sin embargo, es conocido que la eficiencia de un ciclón crece cuando lo hace la temperatura. Esto se debe a que el límite impuesto por la condición de no resuspensión (V_i / V_S < 1,35) permite elevar la V_i cuando aumenta

la temperatura. En consecuencia, la eficiencia total se ve favorecida por el incremento de la velocidad de entrada. En este trabajo se utilizó la V_i constante para ambas temperaturas.
Se puede observar que a T = 500 ºC, la teoría de Leith y Licht es la que más se aproxima al comportamiento simulado para la eficiencia total. Esto puede asociarse a que la Ecuación (5) es más sensible al cambio de temperatura a través del exponente del vórtice n = n(T) [18] que la Ecuación (6) que sólo refleja el cambio de temperatura a través de la viscosidad.
Los resultados indican que se obtiene mayor eficiencia del ciclón cuando la concentración de polvo empleada es más grande. Las distribuciones de tamaño de partículas colectadas mostradas en la Figura 6 permiten inferir que el total de partículas separadas es mayor cuando aumenta la concentración de polvo. Por otra parte, la recolección obtenida en la parte inferior del ciclón es más rica en partículas de mayor tamaño cuando el contenido de polvo es más elevado.

4. CONCLUSIONES

Las simulaciones de flujo realizadas en distintas condiciones de operación, con diferentes contenidos de partículas de polvo, permitieron obtener las eficiencias fraccional y total en el ciclón.
La eficiencia fraccional aumenta cuando lo hace el contenido de polvo para temperatura de 20ºC, mientras que a 500ºC no se manifiestan cambios apreciables.
La eficiencia total obtenida a partir de las simulaciones presenta mejor concordancia con las curvas correspondientes a los modelos semiempíricos cuando el ciclón trabaja a alta temperatura.
El tamaño de corte es prácticamente independiente de la concentración de polvo en el aire a 20ºC. Sin embargo cuando se opera a 500ºC el x_{50} crece para altas concentraciones de polvo, lo que sugiere una desventaja desde el punto de vista de la clasificación de material particulado.
La potencialidad de la fluidodinámica computacional permitió la visualización de las líneas de flujo y la dispersión de partículas en el interior del ciclón. Además fue posible observar el fenómeno de resuspensión de las partículas cuando la velocidad de entrada es lo suficientemente alta.

5. REFERENCIAS.

[1] Hoffmann, A.C.; Stein, L.E. (2008). *Gas Cyclones and Swirl Tubes*. First Edition. Springer Verlag. Berlín.
[2] Echeverri Londoño, C.A. (2006). “Diseño óptimo de ciclones”. *Rev. Ing. Univ. Medellín. Vol. 5, nº 9, pp. 123-139*. Medellín, Colombia.
[3] Chung, T.J. (2002). *Computational Fluid Dynamics*. Part Five, Chapter Twenty-one Cambridge University Press, U.K.
[4] Ferziger, J.H.; Perić, M. (2002). *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Third Edition Springer-Verlag. Berlín.
[5] Kalen, B.; Zenz, F.A. (1974). “Theoretical Empirical Approach to Saltation Velocity in Cyclone Design”. *AIChE Symp. Vol. 70, nº 137, pp. 388-396*.
[6] Leith, D.; Licht, W. (1972). “The collection efficiency of cyclone type particle collectors-a new theoretical approach”. *AIChE Symp. Vol. 68, nº 126, pp. 196-206*.
[7] Clift, R.; Ghadiri, M.; Hoffmann, A.C. (1991). “A critique of two models for cyclone performance”. *AIChE J. Vol. 37, pp. 285-289*.
[8] Cortés, C.; Gil, A. (2007). “Modeling the gas and particle flow inside cyclone separators”. *Prog. Energy Comb. Sci. Vol. 33, pp. 409-452*.
[9] Dirgo, J.; Leith, D. (1985). “Performance of theoretically optimized cyclones”. *Filtration and Separation. Vol. 22, pp. 119-125*.
[10] Hoekstra, A.J.; Derksen, J.J.; Van Den Akker, H.E.A. (1999). “An experimental and numerical study of turbulent swirling flow in gas cyclones”. *Chem. Eng. Sci. Vol. 54, pp. 2055-2065*.
[11] Griffiths, W.D.; Boyson, F. (1996). “Computational fluid dynamics (CFD) an empirical modeling of the performance of a number of cyclone samplers”. *J. Aerosol Sci. Vol. 27, pp. 281-304*.
[12] Derksen, J.J. (2005). “Simulations of confined turbulent vortex flow”. *Comp. & Fluids. Vol. 34, pp. 301-318*.
[13] Martignoni, W.P.; Bernardo, S.; Quintani, C.L. (2007). “Evaluation of cyclone geometry and its influence on performance parameters by computational fluid dynamics (CFD)”. *Braz. J.Ch. Eng.. Vol. 24, nº 1, pp. 83-94*.

[14] Bird, R.B.; Stewart, W.E.; Lightfoot; E.N. (2006). *Fenómenos de Transporte*. 2da. Ed. Limusa-Wiley. México.
[15] Hinze, J.O. (1975). *Turbulence*. 2nd. Ed. McGraw-Hill. Blacklick, Ohio, U.S.A.
[16] Tennekes, H.; Lumley, J.L. (1972). *A first course in turbulence*. The MIT Press. Cambridge, MA.
[17] Svarovsky, L. (1981). *Handbook of powder technology*. J. C Williams and T Allen, eds. Elsevier Scientific Publishing Company, New York.
[18] Alexander, R.M.C.K.; (1949). "Fundamentals of cyclone design and operation". *Proc. Aust. Inst. Min. Metall. Vol. 152, pp. 203-228*.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Análisis Numérico del Efecto del Endurecimiento por Deformación en el Proceso de Granallado

Molina-Ballinas, Arafat[1], Urriolagoitia-Sosa[2], Guillermo, Torres-Franco, David[3], González-Lugo, Esther[4] y Urriolagoitia-Calderón, Guillermo[5].

Instituto Politécnico Nacional
Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME). Edificio 5, 2do piso, Unidad Profesional Adolfo López Mateos "Zacatenco", Col. Lindavista, C.P. 07738, México D. F., México.
yaced_83@hotmail.com[1] guiurri@hotmail.com[2] David_torres20@hotmail.com[3]
estherlg770520@hotmail.com[4] urrio332@hotmail.com[5]

RESUMEN.
Actualmente, el interés en prevenir y/o retardar el crecimiento de grietas en elementos mecánicos ha llevado a desarrollar diversas técnicas para incrementar la resistencia mecánica del material. Una técnica ampliamente utilizada para este fin es el granallado (shot peening), el cual induce un campo de tensiones benéficas en la superficie del componente. En el presente trabajo, se realiza un análisis numérico para evaluar el campo de tensiones residuales inducidas en un componente (viga) mediante el proceso de granallado. En primera instancia, el análisis se lleva acabo considerando a la viga como un elemento libre de historia previa. Posteriormente, se analiza cuando la viga es sometida a diferentes grados de endurecimiento por deformación en tracción ($3\varepsilon_Y$ y $5\varepsilon_Y$) previo al proceso de granallado. Para la evaluación del campo de tensiones residuales se utiliza el Método de Respuesta de Grieta (CCM por sus siglas en ingles), el cual es una técnica destructiva que consiste en inducir una ranura de longitud incremental de forma controlada en el material, lo cual induce una relajación parcial de las tensiones internas en la vecindad de corte, dicha relajación es medida y utilizada para el cálculo del campo de las tensiones residuales. Por otro lado, durante el análisis numérico se utilizó la regla de endurecimiento cinemática, que toma en cuenta el efecto Bauschinger

Palabras Claves: Granallado, Tensiones residuales, endurecimiento por deformación, Método de respuesta de Grieta.

1. INTRODUCCIÓN.

Todos los componentes mecánicos están sujetos a diversos procesos de manufactura, cada uno de los cuales es diferente entre sí pero todos tienen el mismo objetivo principal, el cual es el de producir una pieza con una geometría especifica. Sin embargo, estos procesos pueden causar que el comportamiento del material sea diferente al esperado. La razón principal puede ser la inducción de historia previa como lo es un campo de tensiones residuales generado por la acción de agentes externos aplicados en forma no homogénea durante los procesos de manufactura [1-2].

Las tensiones residuales se pueden definir como tensiones presentes en un material o componente mecánico que se encuentra libre de la aplicación de agentes externos (lo cual dificulta en gran medida la medición de dichas tensiones). Las tensiones residuales son el resultado de la aplicación de una deformación plástica no homogénea [1,3,4]. Los efectos de dichas tensiones pueden ser benéficos o detrimentales dependiendo de su signo, magnitud y distribución con respecto a las tensiones inducidos durante el servicio [5]. Se dice que son benéficos cuando se encuentran a compresión e incrementan la vida de servicio del componente manufacturado, o puede ser detrimentales al ser de tracción, lo cual puede ocasionar una falla inesperada en el componente [6].

En este sentido, la generación de un campo de tensiones residuales compresivas en la superficie del componente puede resultar en una mejora significante en la resistencia mecánica del material, específicamente en la resistencia a la fatiga, debido a que la presencia de tensiones residuales compresivas puede reducir el efecto de la propagación de grietas en el componente.

Dentro de los tratamientos superficiales que mejoran el comportamiento de los componentes mecánicos, uno de los más utilizados es el granallado (Shot peening) [7], esta técnica tiene como objetivo principal incrementar el límite a la fatiga de los componentes mecánicos mediante la inducción de tensiones residuales compresivas en la superficie del componente, observando un lento crecimiento de grieta en los especímenes sometidos al proceso de granallado, en comparación con los especímenes no tratados con esta técnica [8].

El granallado es un tratamiento superficial que consiste en trabajar en frío un metal, impactando directamente sobre este una corriente de proyectiles de forma esférica llamados comúnmente bolas. Dicho proceso es equivalente a ejercer un trabajo de pequeños martilleos en la superficie del metal, ocasionando flujo plástico y endurecimiento en la superficie del material [9].

Por otro lado es importante mencionar que las tensiones residuales no son el único tipo de historia previa que se encuentran en los componentes mecánicos. Al cargar de forma homogénea un material de tal manera que se sobrepase el punto de fluencia, induce a que el comportamiento del material cambie, incrementando el punto de fluencia en la dirección de la aplicación de dicha carga como una propiedad mecánica y consecuentemente una disminución de dicho punto en la dirección opuesta de la aplicación de la primer carga. Esto es, se presenta el fenómeno de endurecimiento por deformación y el efecto Bauschinger respectivamente [10]. Dicho fenómeno no solo afecta el punto de cedencia, sino que también afecta la distribución del campo de tensiones residuales cuando existe endurecimiento por deformación previo al proceso de manufactura [11].

En el presente trabajo se realiza la evaluación numérica del efecto del endurecimiento por deformación previo al proceso de granallado. Dicho análisis se realiza evaluando el proceso de granallado en un espécimen que se encuentra libre de historia previa, posteriormente se realiza un nuevo análisis en donde el espécimen cuenta con una pre-deformación homogénea en tracción de tal forma que el material quede endurecido por deformación, para posteriormente simular el proceso de granallado.

Para la evaluación del campo de tensiones residuales se utiliza el Método de Respuesta de Grieta (CCM por sus siglas en ingles), el cual consiste en la inducción de una pequeña ranura o grieta en el componente a estudiar, la ranura es incrementada de forma controlada conforme avanza la prueba, dicha ranura produce una relajación parcial del campo de tensiones residuales en la vecindad de la ranura, la relajación es medida en la superficie opuesta de donde se inicio la ranura y es utilizada para el cálculo del campo de tensiones residuales [12-13].

2. Simulación numérica del proceso de granallado.

El objetivo principal del presente trabajo es evaluar numéricamente el efecto del endurecimiento por deformación en tracción con respecto a la distribución y magnitud del campo de tensiones residuales de un elemento (viga), el cual va a estar sujeto al proceso de granallado. Para la evaluación numérica se utilizó una viga prismática de sección transversal rectangular (Figura 1). Se usaron las propiedades mecánicas de un acero SAE/AISI 1045; Módulo Elástico (E) = 200x10^3 N/mm^2, Razón de Poisson (υ) = 0.28, tensión de fluencia (σ_Y) = 622 N/mm^2, Deformación unitaria de fluencia (ε_Y) = 0.00311, Tensión última (σ_U) = 944.7 N/mm^2, Deformación unitaria última (ε_U) =0.09624. La curva de tensión deformación completa se muestra en la figura 2.

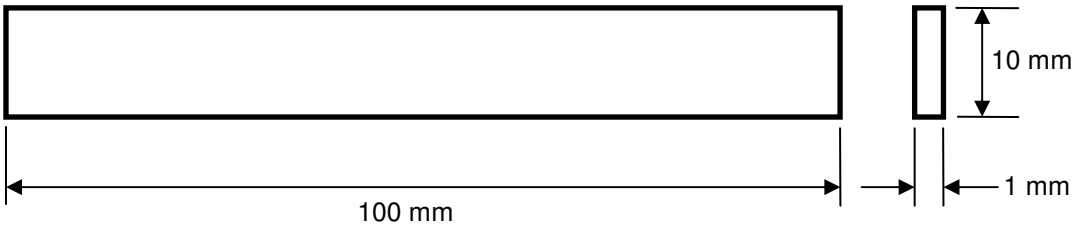
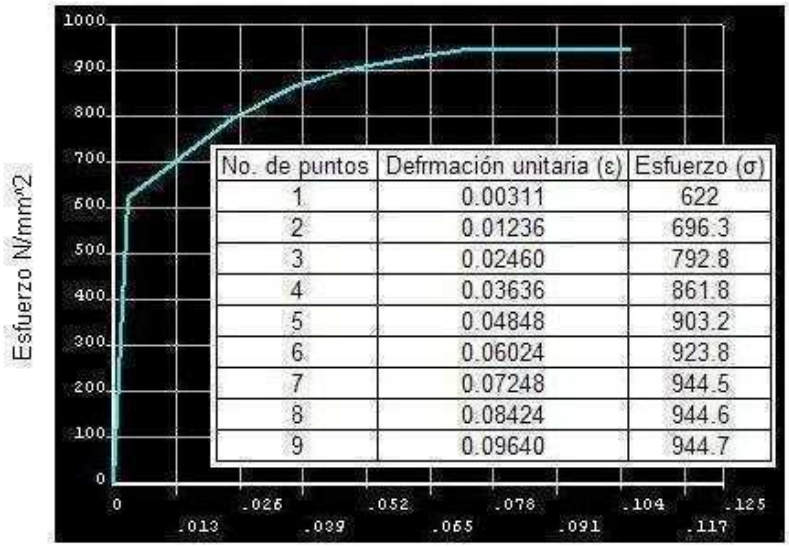


Figura 1. Dimensiones de la viga utilizada para el análisis numérico.



No. de puntos	Defrmación unitaria (ε)	Esfuerzo (σ)
1	0.00311	622
2	0.01236	696.3
3	0.02460	792.8
4	0.03636	861.8
5	0.04848	903.2
6	0.06024	923.8
7	0.07248	944.5
8	0.08424	944.6
9	0.09640	944.7

Figura 2. Curva de tensión deformación

El análisis se realizó en condiciones de tensión plana para ahorrar recursos computacionales. También se utilizó la regla de endurecimiento Cinemática ya que toma en cuenta el efecto Bauschinger que presentan los materiales metálicos cuando se supera el punto de fluencia de forma homogénea. El elemento que se utilizó para el análisis fue un elemento plano de 8 nodos (*Plane 183*). Para simular el proceso de granallado, se modeló un elemento llamado granalla sobre el elemento viga (Figura 3), el cual tiene medias circunferencias las cuales simulan la granalla que va a ser impactada sobre el elemento viga.

La granalla es designada acorde a su medida, y están estandarizada por la norma SAE: J 441 [14], el rango es de S-70 a S1320. Para el presente trabajo se utilizó la granalla con la designación S-230 la cual cuenta con un radio de 0.3 mm, ya que fue con la que se obtuvo mejores resultados en el análisis realizado por Urriolagoitia-Sosa y sus colaboradores [15].

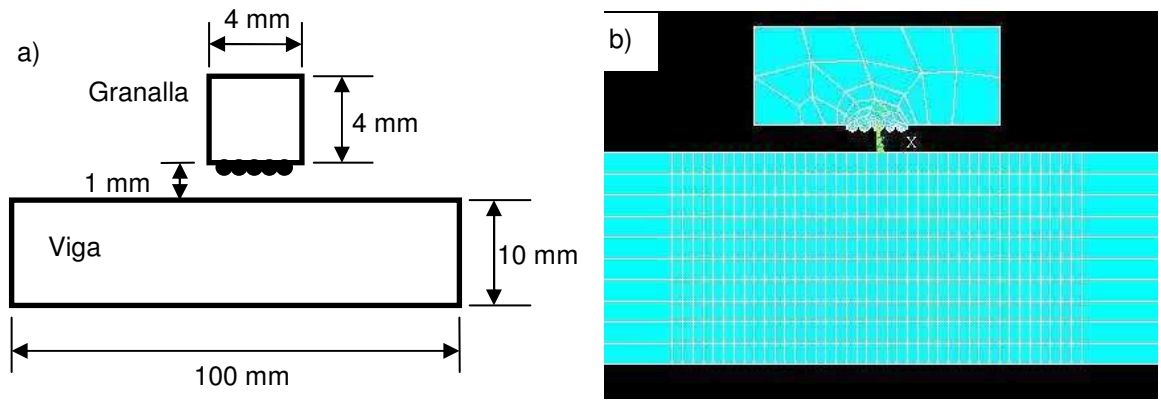


Figura 3. a). Modelo para la simulación numérica del proceso de granallado
b) Modelo en MEF.

Debido a que la dureza de la granalla debe tener al menos la misma dureza que el material a granallar, se utilizaron las mismas propiedades mecánicas para ambos elementos (viga y granalla). Al establecer las condiciones de contacto entre ambas piezas, al elemento granalla se toma como un elemento rígido y al elemento viga como un elemento deformable.
El mallado del elemento viga fue de tal manera que presente una malla burda en los extremos de la viga y una malla fina en el centro de la misma ya que es donde se observa el efecto del granallado. Para el elemento granalla el mallado fue libre, ya que es un elemento rígido y no presenta deformación.

3. Procedimiento utilizado.
En el presente trabajo se plantea el análisis del cambio del campo de tensiones residuales debido al endurecimiento por deformación en tracción, debido a esta se plantean tres casos de estudio:

1. **Primer caso:** se evalúa el procedimiento desarrollado por Urriolagoitia-Sosa y sus colaboradores [15] para la inducción de tensiones residuales mediante la simulación del granallado. Este análisis sirve como base para comparar los demás campos de tensiones residuales.
2. **Segundo caso:** Se aplica una deformación axial en tracción igual a tres veces la deformación unitaria de fluencia, con el propósito de inducir endurecimiento por deformación y por consiguiente alterar el campo de tensiones residuales generado por el granallado.
3. **Tercer caso:** Se incrementa la deformación axial a cinco veces la deformación unitaria de fluencia, esto con el fin de magnificar el efecto del endurecimiento por deformación en el campo de tensiones residuales.

3.1 Primer caso de análisis.
La solución para este tipo de problemas se establece mediante diversos pasos de carga y descarga. Para el primer paso de carga se establece como condiciones de frontera la restricción (UY) en la parte inferior de la viga para impedir su desplazamiento en esa dirección. Al elemento granalla se le aplica un desplazamiento en dirección de la viga para producir una penetración de 0.2 mm (Figura 4), la cual es suficiente para generar una deformación plástica no-homogénea en la superficie del material.

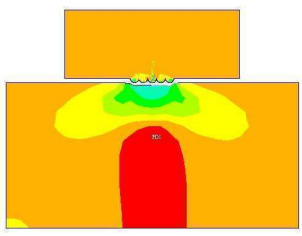


Figura 4. Simulación del paso de carga del elemento granalla sobre la viga.

En el segundo paso del análisis (descarga), se remueve el desplazamiento del elemento granalla para poder observar el campo de las tensiones residuales inducido por la deformación plástica no-homogénea que genera el granallado.

3.2 Segundo caso de análisis.

Para el segundo caso de estudio, el elemento viga es sometido a una pre-deformación homogénea en tracción para endurecer el material en dicha dirección y simular historia previa en el elemento. La pre-deformación axial es igual a tres veces la deformación unitaria que presenta en el punto de fluencia. Para evaluar el comportamiento isotrópico en el material y el cambio en los puntos de fluencia se somete al elemento viga a un ensayo de flexión pura [16].

El cambio en el comportamiento mecánico generado por una pre-deformación axial de tres veces el punto de fluencia se puede observar en la figura 5.

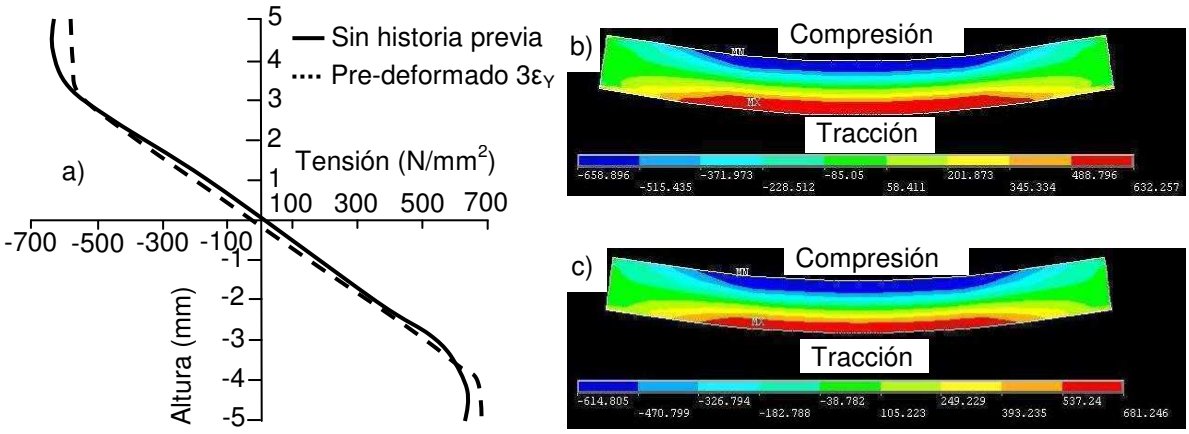


Figura 5. a) Comportamiento mecánico del material b) Sin historia previa c) Pre-deformado de $3\varepsilon_Y$ en tracción

Como se puede observar, en el ensayo de flexión pura se puede obtener el comportamiento tanto a compresión (del eje neutro hacia arriba) como a tracción (del eje neutro hacia abajo) del material en una misma prueba. En el ensayo de flexión pura para una probeta sin historia previa se puede observar la isotropía del material, presentando una tensión de fluencia en tracción igual que al de compresión que es 622 N/mm^2. Al endurecer el material en tracción el comportamiento del material cambia, presentando una tensión de fluencia en tracción de 665 N/mm^2, y una tensión de fluencia en compresión de 544 N/mm^2.El cambio que presenta el material en los puntos de fluencia alterarán el campo de tensiones residuales generado por el proceso de granallado.

Una vez aplicada la pre-deformación axial de tres veces la deformación unitaria de cedencia, se aplican los dos pasos de carga y descarga de la misma forma que en el primer caso de estudio.

3.3 Tercer caso de análisis.

En el tercer caso de estudio, se incrementa la pre-deformación axial de la viga, esto es, de una pre-deformación de tres veces la deformación unitaria de fluencia, se incrementa a cinco veces dicha deformación, esto con el fin de incrementar el efecto que genera el endurecimiento por deformación en el campo de tensiones residuales inducido por el proceso de granallado.

El cambio en el comportamiento mecánico generado por el endurecimiento por deformación de cinco veces el punto de fluencia se puede observar en la figura 6.

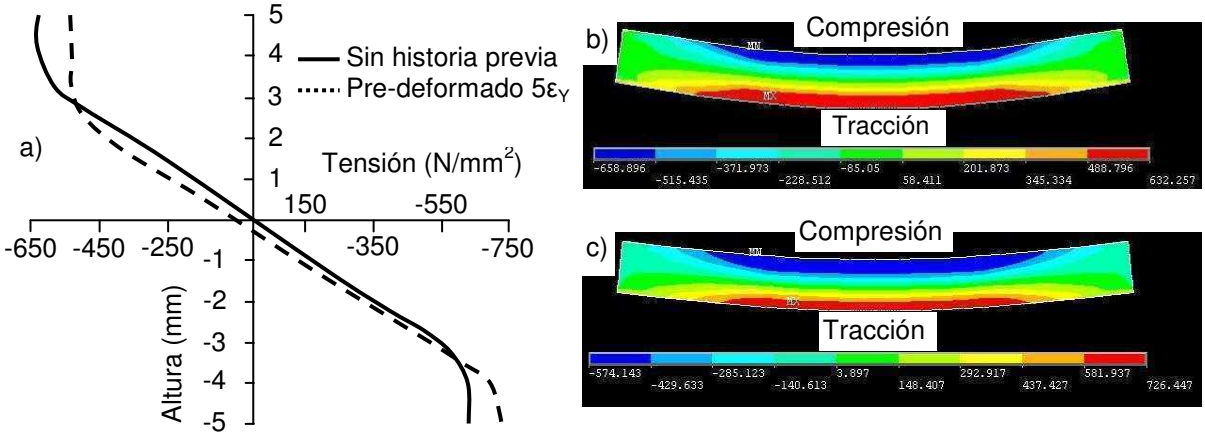


Figura 6. a) Comportamiento mecánico del material b) Sin historia previa c) Pre-deformado de $5\varepsilon_Y$ en tracción

Al igual que en el caso de endurecimiento por deformación de 3 veces la deformación unitaria de fluencia, en este caso también se observa un cambio en el punto de fluencia tanto en tracción como en compresión, en este caso se observa un ponto de fluencia en tracción de 692 N/mm^2 y el punto de fluencia en compresión de 526 N/mm^2.
Una vez aplicado el endurecimiento por deformación se aplican los pasos de carga y descarga descritos anteriormente en el primer caso de estudios.

4. Resultados.
Los resultados del análisis numérico desarrollado en el presente trabajo de investigación se puede observar en la figura 7.

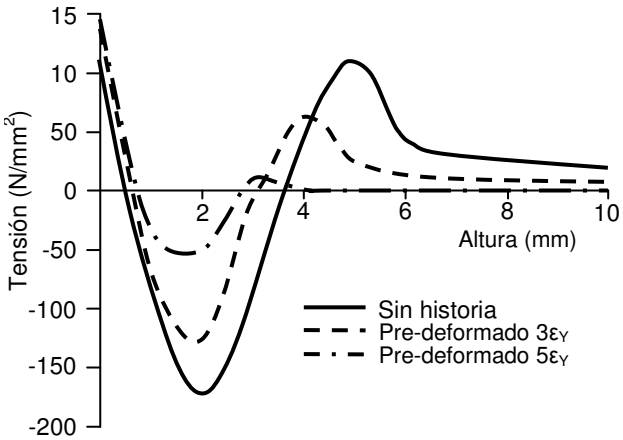


Figura 7. Campo de tensiones residuales en la viga generado por el proceso de granallado

Como se puede observar en la figura 7, el campo de tensiones residuales inducido por el proceso de granallado en una probeta sin historia previa comienza con un campo de tensiones residuales en tracción en la superficie granallada pero inmediatamente después cambia a un amplio campo de tensiones residuales compresivas, este tipo de campo de tensiones mejoran la resistencia del elemento mecánico, incrementando su vida útil.
Por otro lado, también se puede observar que al existir historia previa en el componente, particularmente en el caso del endurecimiento por deformación en tracción, el campo de tensiones residuales se altera, presentado primeramente un incremento en las tensiones residuales detrimentales en la superficie, y segundo, un decremento en las tensiones residuales benéficos que

se encuentran inmediatamente por debajo de la superficie granallada. Dicho efecto del endurecimiento por deformación se magnifica al incrementar la magnitud de la pre-deformación axial.

5. Evaluación numérica del CCM.

Una vez terminada la simulación numérica del proceso de granallado, se procede a la simulación de la inducción de un corte controlado en cada uno de los casos de estudio. Se simula la inducción de un corte de 1 mm por 1 mm en la parte superior de la viga, la inducción del corte se realiza de 1 mm de longitud incrementándose hasta 1 mm antes de seccionar la viga en su totalidad. Después de la simulación de cada uno de los cortes se mide la relajación elástica en el nodo de la parte inferior de la viga, situado en dirección del corte, dicha relajación es utilizada para el cálculo del campo de tensiones residuales [17]. Los campos de tensiones residuales obtenidos mediante el CCM en cada uno de los casos de estudio se pueden observar en las figuras 8, 9 y 10.

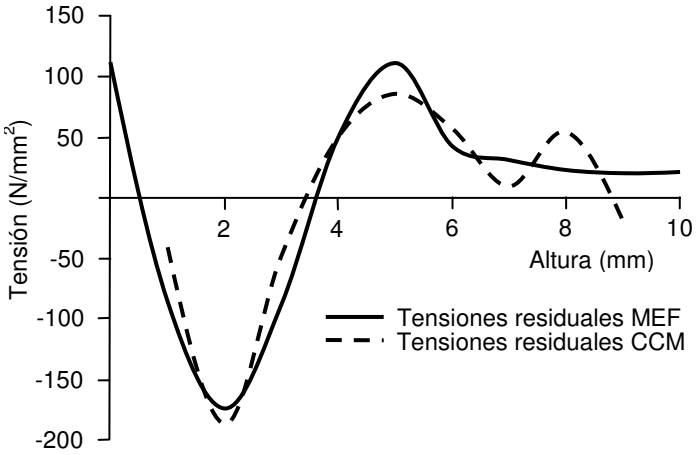


Figura 8. Campo de tensiones residuales obtenido mediante el MEF y el CCM en una probeta sin historia previa

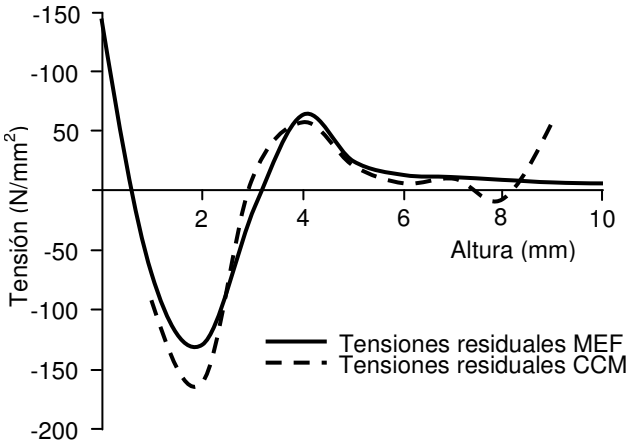


Figura 9. Campo de tensiones residuales obtenido mediante el MEF y el CCM en una probeta con pre-deformación de tres veces la deformación unitaria de fluencia

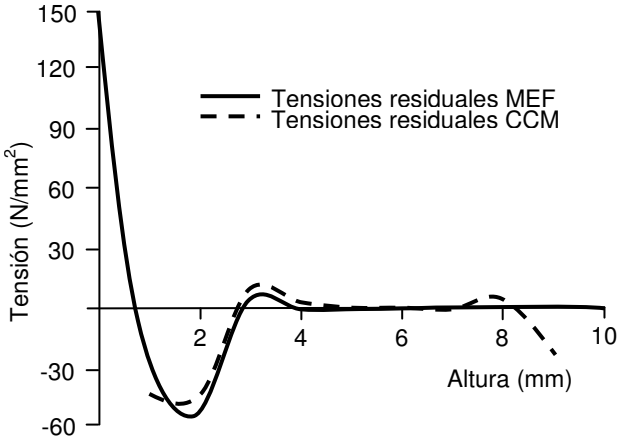


Figura 10. Campo de tensiones residuales obtenido mediante el MEF y el CCM en una probeta con pre-deformación de cinco veces la deformación unitaria de fluencia

En las figuras anteriores se puede observar una comparación entre el campo de tensiones residuales obtenido por el Método de Elementos Finitos (MEF) y la evaluación numérica del Método de Respuesta de Grieta (CCM)

6. Conclusiones y discusiones.

En el presente trabajo de investigación se propone una metodología de evaluación para el efecto de la historia previa en la inducción de un campo de tensiones residuales mediante el proceso de granallado, en este caso la historia previa evaluada fue endurecimiento por deformación en tracción, presentando dos casos de pre-deformación, no obstante la historia previa puede inducirse de muchas formas.

Como se puede observar en la figura 7, el endurecimiento por deformación en tracción produce un efecto perjudicial en el campo de tensiones residuales inducidos por el granallado, ya que, incrementa las tensiones residuales en tracción de la superficie granallada y decrementa las tensiones residuales compresivas que se encuentran inmediatamente por debajo de dicha superficie. Sin embargo, también se puede realizar la evaluación de un pre-deformado en compresión esperando obtener el efecto contrario al que se observó en el presente trabajo de investigación.

Por otro lado, este trabajo proporciona la relevancia del uso de análisis mediante el Método de Elementos Finitos, así como también la evaluación numérica del CCM, ya que son valiosas herramientas en el análisis de diferentes procesos. Cabe mencionar que los resultados obtenidos mediante el análisis numérico necesitan ser corroborados de forma experimental.

7. REFERENCIAS.

[1] Mordfin, L. (1992). "Measurement of residual stresses: Problem and opportunities". Residual stress for designer and metallurgist, pp 189-209.

[2] Wang, Z.; Gong, B. (2002). Residual stress in the forming of metals: Handbook of residual stress and deformation of steel, ASM International. United States of American.

[3] Treutin, R. G.; Read Jr., W. T. (1980). "*A mechanical determination of biaxial residual stress in sheet materials*", Journal of Applied physics, pp 130-134.

[4] Masubuchi, K. (1980). *Analysis of welded structures*.

[5] Huang, D. J.; Mayo, W. E.; Chen, Y. (1987). "*Residual stress measurement in time-controlled quenched austenitic stainless steel*". Experimental Mechanics, pp 359-363.

[6] Wishart, H. B. (1952). "*Residual stress state produced in metals by various processes*". Residual Stress Measurement, pp 96-108.

[7] Ding. K.; Ye, L. (2006). *Laser shock peening, performance and process simulation*, Woodhead Publishing and Maney Publishing on Behalf of the Institute of Materials, Minerals & Mining, pp1-4.

[8] Natkaniec-Kocanda, D.; Kocanda, S.; Miller, K. L. (1996). "*Influence of shot peening on short crack behaviour in a médium carbón steel*". Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, vol 19, No 7, pp 911-917.

[9] Grover, H. J. (1954). "*Factors by which shot peening influences the fatigue strength of parts*". SAE ISTC Division XX – Shot Peening Meeting, The homestead, Hot Springs, pp 1-16.

[10] Rauch, E. F.; Gracio, J. J.; Barlat, F.; López, A. B.; Ferreira-Duarte, J. (2002). "*Hardening behavior and structural evolution upon strain reversal of Aluminum Alloys*". Scripta Materialia, pp 881-886.

[11] Molina-Ballinas, A. (2010). *Evaluación y determinación experimental-numérica del endurecimiento por deformación y el efecto Bauschinger en las propiedades mecánicas de un acero inoxidable*. Tesis de Maestría. SEPI ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional, México.

[12] Cheng, W.; Finnie, I.; Vardar, Ö. (1991). "*Measurement of residual stress near the surface using the crack compliance method*". Journal of Engineering Materials and Technology, pp 199-204.

[13] Prime, M. B. (1999). "*Residual stress measurement by successive extentension of a slot; The crack compliance method*". Applied Mechanics Reviews, Vol 52, pp 75-96.

[14] Society of Automotive Engineering, Cut Wire Shot, SAE: J 441. (1984).

[15] Urriolagoitia-Sosa, G.; Zaldivar-González, E.; Sandoval-Pineda, J. M.; García-Lira, J. (2009). "*Assessment of the Crack Compliance Method and the introduction of residual stresses by Shot Peening using the Finite Element Method*". Applied Mechanics and Materials, Vol. 15, pp 109-114.

[16] Urriolagoitia-Sosa, G.; Durodola, J. F.; Fellows, N. A. (2004). "*Determination of tensile and compressive stress-strain curves from bend test*". Applied Mechanics and Materials, pp 133-138.

[17] Urriolagoitia-Sosa, G.; Durodola, J. F.; Fellows, N. A. (2003). "*Determination of residual stress in beams under Bauschinger effect using surface strain measurement*". Strain, Vol. 39, pp 177-185.

Agradecimientos

Los autores agradecen el financiamiento del gobierno Mexicano proporcionado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y al Instituto Politécnico Nacional.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

ANALISIS DE ESTRUCTURAS CROSS ROPE MEDIANTE EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Echarri, Tomás[1], Lopardo, Edgardo[2], De La Croix, Brian[3], Saralegui, Gustavo[4]

[1] *UNLP, Facultad de Ingeniería UID-DISIM.*
tomas.echarri@ing.unlp.edu.ar
[2] *edgardo.lopardo@ing.unlp.edu.ar*
[3] *briandelacroix@hotmail.com*
[4] *gsarale@ing.unlp.edu.ar*

RESUMEN.

Las torres de suspensión tipo *Cross Rope* (*CR*) son utilizadas en las líneas de alta (LAT 220kV) y extra alta tensión (LEAT 500kV) del Sistema Interconectado Nacional (SIN). La torre *CR* es una estructura formada por dos mástiles reticulados cada uno vinculado al suelo por dos riendas. El equilibrio en operación se establece por medio del cable *Cross Rope* Principal (CRP) que vincula el extremo de ambos mástiles, sobre el cual se suspenden las tres cadenas de aisladores y los conductores respectivos. El equilibrio en la erección de los mástiles se establece por medio del cable *Cross Rope* Auxiliar (CRA), de menor longitud y sección que el cable CRP, que vincula el extremo superior de los mástiles y que además es utilizado en tareas de mantenimiento de la línea.
En el presente trabajo se simula el comportamiento estructural de la torre *CR* utilizada en la LAT 220kV de la interconexión Pico truncado-Esperanza-Rio Turbio-Rio Gallegos del SIN. Para tal fin se realiza un análisis estático geométricamente no lineal, mediante un modelo de elementos finitos espacialmente tridimensional que consta de elementos tipo viga cuadráticos y elementos tipo barra lineales solo tracción, utilizados para modelar el comportamiento de perfiles y cables respectivamente. Los resultados del análisis son utilizados para la verificación de la estructura según las recomendaciones en la literatura específica.

Palabras Claves: Cross rope, guyed structures, estructuras arriostradas, (máximo 5).

1. INTRODUCCIÓN

La configuración de una estructura de transmisión eléctrica es función del voltaje de la línea, los requerimientos de distancias eléctricas, de distancia a tierra, limites en los campos electromagnéticos, requerimientos de aislación, número y configuración de circuitos eléctricos, disposición de los conductores en las fases y requerimientos de emplazamiento e impacto ambiental [1].

Las estructuras de transmisión pueden ser de suspensión, de retención o terminales. En las estructuras de suspensión los conductores están suspendidos por los aisladores, no existiendo carga longitudinal (dirección de la línea) como consecuencia del desequilibrio en la tracción de los conductores mientras no se produzca la falla estructural en estos, la caída de una estructura adyacente o se establezca una carga de hielo desbalanceada. Las estructuras de transmisión arriostradas poseen menor masa relativa que las auto soportadas, erección simple, la posibilidad de pre ensamblado y el diseño de las fundaciones se ve simplificado [1].

La torre de suspensión *Cross Rope* es una estructura formada por dos mástiles reticulados cada uno vinculado al terreno por dos riendas. El equilibrio en operación se establece por medio de cables que vinculan el extremo de ambos mástiles, sobre el cual se suspenden tres cadenas de aisladores y los conductores respectivos (Figura 1). El equilibrio durante la erección de los mástiles se establece por medio de un cable adicional, que vincula el extremo superior de los mástiles y que además es utilizado en tareas de mantenimiento de la línea.

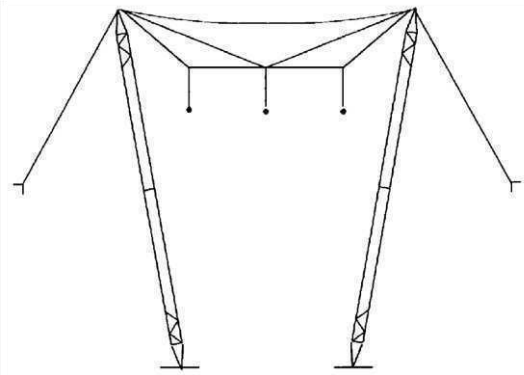


Figura 1 *Cross Rope* [1].

1.1. Torre CR2.

Las torres de suspensión tipo Cross Rope (CR) son utilizadas en las líneas de alta (LAT 220kV) y extra alta tensión (LEAT 500kV) del Sistema Interconectado Nacional (SIN). La torre CR2 es una estructura formada por dos mástiles reticulados cada uno vinculado al suelo por dos riendas (R). El equilibrio en operación se establece por medio del cable Cross Rope Principal (CRP) que vincula el extremo de ambos mástiles, sobre el cual se suspenden tres cadenas de aisladores y los conductores respectivos. El equilibrio durante la erección de los mástiles se establece por medio del cable Cross Rope Auxiliar (CRA), de menor longitud y sección que el cable CRP, que vincula el extremo superior de los mástiles y que además es utilizado en tareas de mantenimiento de la línea. Adicionalmente en los extremos de los mástiles se soportan los cables de guardia/OPGW (optical ground wire) cuya finalidad es la protección eléctrica de los conductores y transmitir información operativa de la red eléctrica.

En el presente trabajo se analiza la configuración geométrica CR-27.5 de la torre CR2, mostrada en la Figura 2 y Figura 3, utilizada en la LAT 220kV de la interconexión Pico truncado-Esperanza-Rio Turbio-Rio Gallegos. Dicha estructura utiliza una composición de mástiles M-27.5 derivada de la torre CR utilizada en la LEAT 500kV. Las torres CR2 suspenden dos conductores Peace River modificado, de 396.56 mm^2 de sección por fase y son utilizadas con un ángulo de alineación de hasta 2º, con vano de viento reducido a efecto de igualar las cargas transversales.

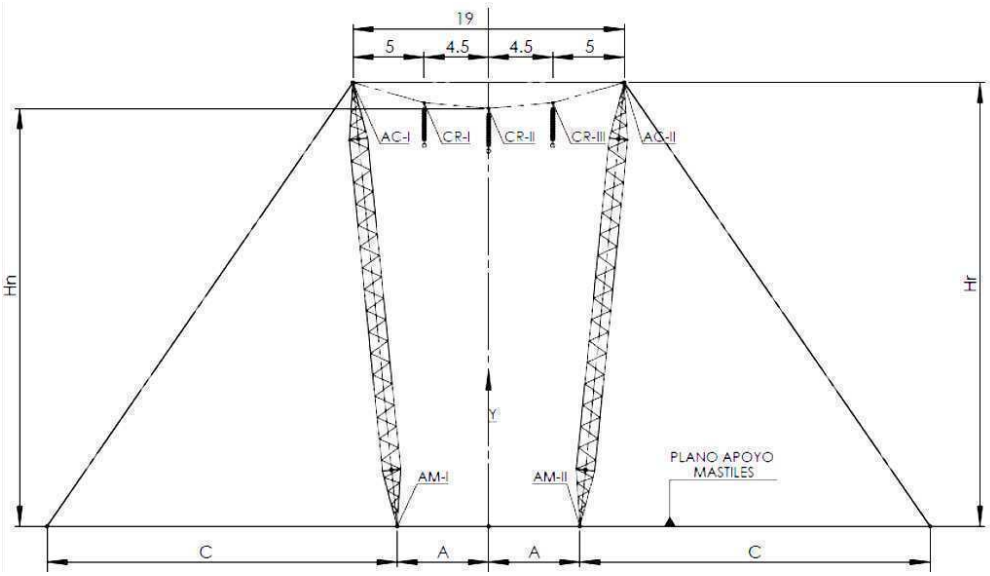


Figura 2 *Esquema geométrico; Vista frontal.*

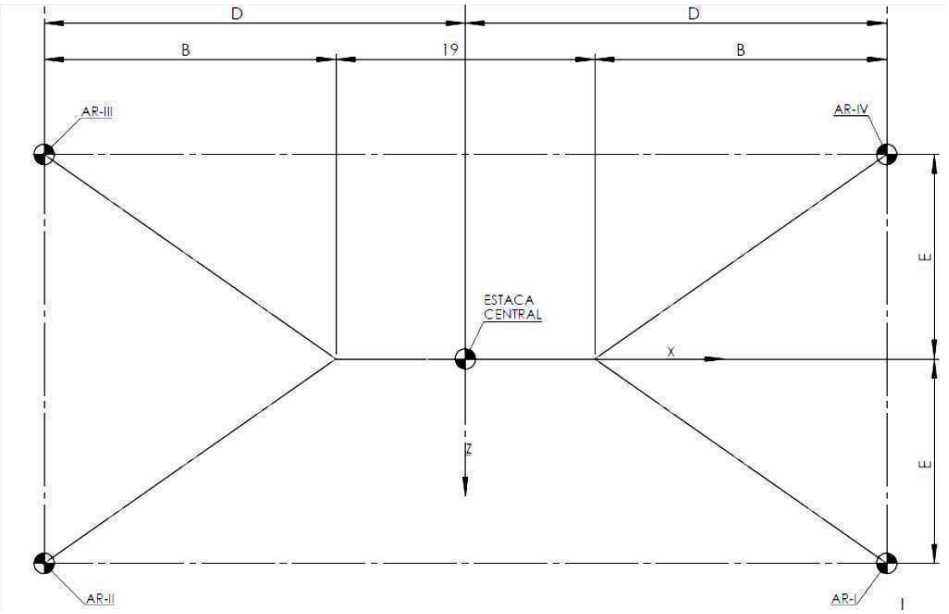
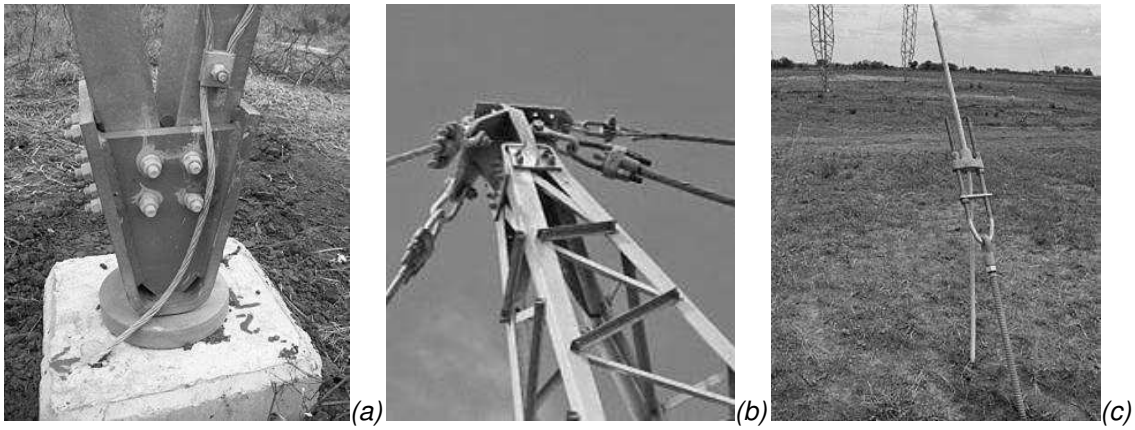


Figura 3 *Esquema geométrico; Vista en planta.*

Los mástiles son soportados por una rotula de fundición y posicionados en el plano horizontal por un perno de anclaje embebido en la fundación (Figura 4a). Esta configuración permite que el mástil oscile durante la carga de la estructura.
El extremo superior de los mástiles vincula los cables estructurales CRP, CRA, R y el cable de guardia/OPGW (Figura 4b).
En el extremo inferior de las riendas se instala un accesorio que permite modificar la tracción en las mismas. La carga se transmite al terreno a través una barra de acero vinculada a la fundación (Figura 4c).



(a) (b) (c)

Figura 4 *Torre CR; Formas constructivas de los vínculos AM(a) AC(b) y AR(c).*

Las propiedades mecánicas de los materiales utilizados en la construcción de la estructura se presentan en la Tabla 1, se observa que el coeficiente de mayoración (M) de cargas utilizado en la verificación de cables estructurales corresponde al 79% de la carga de de rotura.

Tabla 1 *Propiedades mecánicas de los materiales; Torre CR-27.5.*

Norma/Elemento	M	Fy [daN/cm^2]	fr [daN]	Fr [daN/cm^2]
E 355 D/Perfiles	1	3550	-	4900
IRAM 722/Cable 1x37-Ø22	1.27	-	35880	12500*
IRAM 722/Cable 1x19-Ø14		-	13167	11250*
IRAM 722/Cable 1x37-Ø20		-	29650	12500*

Notas:
(*) Referida a los alambres constituyentes de los cables.

2. MODELADO

Para simular el comportamiento de la estructura CR-27.5 se utilizo un modelo tridimensional de elementos finitos basado en elementos estructurales unidimensionales. Las fuerzas colineales con el eje geométrico de los elementos obtenidas de dicho análisis, son utilizadas para la verificación de la estructura según las recomendaciones en las referencias [1] y[2]. El modelo físico-matemático utilizado consta de elementos tipo viga cuadráticos basados en la formulación de *Timoshenko* (BEAM189) y elementos tipo barra lineales solo tracción (LINK10) (ver [3]), utilizados para aproximar el comportamiento de perfiles y cables respectivamente (Tabla 2).

Tabla 2 *Atributos de los elementos.*

Descripción	Elemento	*E* [*daN/cm²*]	Densidad [*kg/m³*]	Area [*cm²*]	Iyy [*cm⁴*]	Iyz [*cm⁴*]	Izz [*cm⁴*]
L 3-1/2"x3/8"	Viga *timoshenko* cuadrática	2030000	7850	16.03	119.25	-70.46	119.25
L 3-1/2"x5/16"				13.48	101.93	-60.52	101.93
L 2"x1/8"				3.13	7.91	-4.72	7.91
L 1-3/4"x3/16"				4.01	7.45	-4.40	7.45
L 1-3/4"x1/8"				2.72	5.23	-3.12	5.23
L 1-1/2"x3/8"				6.35	7.77	-4.23	7.77
L 1-1/2"x1/8"				2.32	3.24	-1.92	3.24
CRP 1x37 Ø22mm	Barra lineal solo tracción	1590000*	7850	2.87	-	-	-
CRA 1x19 Ø14mm				1.17	-	-	-
Rienda 1x37 Ø20mm				2.37	-	-	-

Notas:
(*) Modulo de elasticidad normal equivalente.

2.1. Análisis estático.

Se realizo el análisis estructural estático geométricamente no lineal utilizando el modelo de elementos finitos descripto bajo los casos de carga siguientes:

Caso 1. Viento máximo transversal.

Carga vertical debido al peso de conductores en ambos semivanos, cadenas de aisladores y cables guardia. Peso propio de la estructura. Viento máximo transversal de 180 *km/h* sobre los conductores y cables de guardia y de 200 *km/h* sobre la estructura, grapería y aisladores. Se verificará la estructura tomando la carga vertical reducida al 75%.

Caso 2. Viento máximo angular.

Carga vertical debido al peso de conductores en ambos semivanos, cadenas de aisladores y cables guardia. Peso propio de la estructura. Viento máximo angular de 180 *km/h* sobre los conductores y cables de guardia y de 200 *km/h* sobre la estructura, grapería y aisladores, con ángulos de incidencia de 60º y 45º respecto del eje de la línea. Se verificará la estructura tomando la carga vertical reducida al 75%.

Caso 3. Hielo extremo.

Carga vertical debido al peso de conductores en ambos semivanos, cadenas de aisladores y cables guardia. Peso propio de la estructura. Considerando 25mm de hielo (densidad 900 *kg/m³*) sobre conductores, cadenas de aisladores y cables guardia.

2.1.1. Cargas.

Las cargas gravitatorias y eólicas transferidas a la estructura por los conductores/accesorios y cables de guardia/OPGW se consideraron como fuerzas aplicadas en los nodos del modelo de elementos finitos representativos de los anclajes respectivos, denominados según la Figura 2, con las magnitudes mostradas en la Tabla 3 y Tabla 4 para un vano gravante de 480m y 600m respectivamente.

Tabla 3 *Cargas de los conductores sobre la torre CR-27.5; Vano gravante de 480m.*

	fX [*daN*]					fY [*daN*]					fZ [*daN*]				
	CR			AC		CR			AC		CR			AC	
Caso	I	II	III	I	II	I	II	III	I	II	I	II	III	I	II
1	3306	3306	3306	571	1000	987	987	987	146	205	0	0	0	0	0
2	2497	2497	2497	428	750	987	987	987	146	205	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	4769	4769	4769	1353	1665	0	0	0	0	0

Tabla 4 *Cargas de los conductores sobre la torre CR-27.5; Vano gravante de 600m.*

	fX [*daN*]					fY [*daN*]					fZ [*daN*]				
	CR			AC		CR			AC		CR			AC	
Caso	I	II	III	I	II	I	II	III	I	II	I	II	III	I	II
1	3953	3953	3953	686	1058	1217	1217	1217	183	334	0	0	0	0	0
2	2982	2982	2982	515	793	1217	1217	1217	183	334	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	6042	6042	6042	1732	2147	0	0	0	0	0

Las cargas eólicas sobre la estructura del mástil como consecuencia del arrastre aerodinámico se consideraron como fuerzas aplicadas en la totalidad de los nodos del modelo según la ley:

$$f_e = k\left(\frac{y}{10}\right)^{\frac{2}{7}} [daNm^{-1}] \quad (1)$$

Donde el coeficiente *k* se calcula según lo estipulado por la referencia [4], representa la fuerza por unidad de longitud a 10m de altura y es función tanto de la velocidad del viento como de las características geométricas del mástil.

Tabla 5 *Cargas eólicas CR-27.5; Vano eólico 480.*

Caso	Angulo [°]	Velocidad [*km/h*]	Hielo [*mm*]	*k*[*daN/m*]
1	90	200	0	1.49
2	60	200	0	1.71
3	-	0	25	0

2.1.2. Pretensión.

En determinadas condiciones de carga la estructura *CR* puede estar en equilibrio, al menos, con una rienda prácticamente sin tracción. La pretensión efectuada sobre la estructura tiene la finalidad de eliminar la inelasticidad en la respuesta de esta a las condiciones de carga.
En el análisis, la determinación de la pretensión en una estructura arriostrada con comportamiento no lineal como la *CR* se realiza en forma iterativa, identificando el estado de carga que produce la perdida de tracción sobre las riendas y modificando (disminuyendo) la longitud inicial de los cables (R y CRA) hasta que se recupere el estado de tracción mientras se verifica la distancia entre mástiles requerida.

2.1.2. Restricciones.

Los vínculos de la estructura con la fundación asociada a las riendas se consideraron rígidos, con la consiguiente supresión de 3GDL en los nodos modelo de elementos finitos representativos de los anclajes respectivos, denominados AR-I, AR-II, AR-III y AR-IV en la Figura 2. En vista de la libertad de movimiento dada por las formas constructivas mostradas en la Figura 4a, los vínculos de los mástiles con la fundación fueron modelados como rígidos con la consiguiente supresión 3 desplazamientos y una rotación colineal al eje geométrico del mástil (4GDL) en los nodos modelo de elementos finitos representativos de los anclajes respectivos denominados AM-I y AM-II en la Figura 2. La restricción de la rotación del mástil respecto de su eje geométrico es necesaria para asegurar la definición positiva de la matriz de rigidez al reducir el extremo superior AC (Figura 4b) a un nodo, despreciando así los efectos de la excentricidad real en los vínculos de los cables concurrentes al mástil. Una alternativa de modelado, no considerada en el presente trabajo, es incluir elementos rígidos que conecten al nodo ubicado en AC con los elementos barra solo tracción utilizados para modelar los cables.

3. RESULTADOS

3.1. Análisis estático.

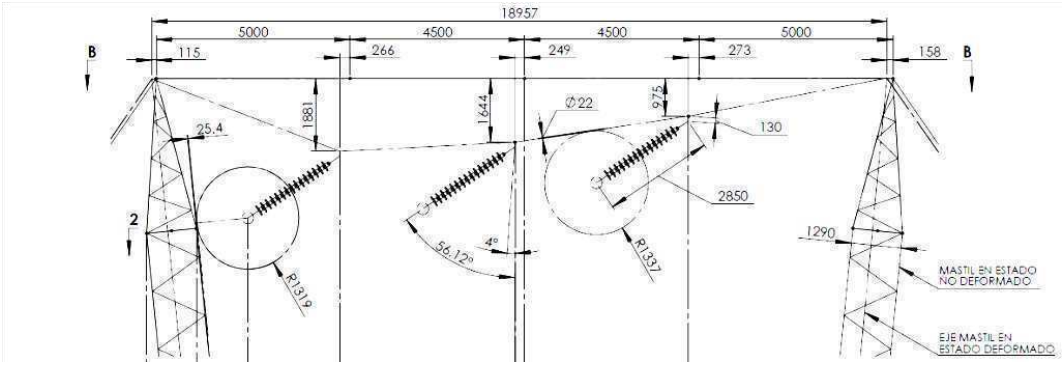


Figura 5 *Distancias eléctricas; Vano gravante 480m, Caso 1.*

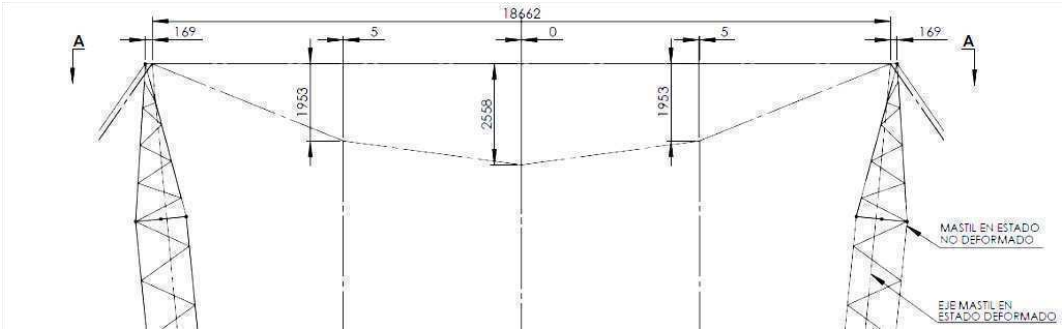


Figura 6 *Deformada cable CRP; Vano gravante 480m, Caso 3.*

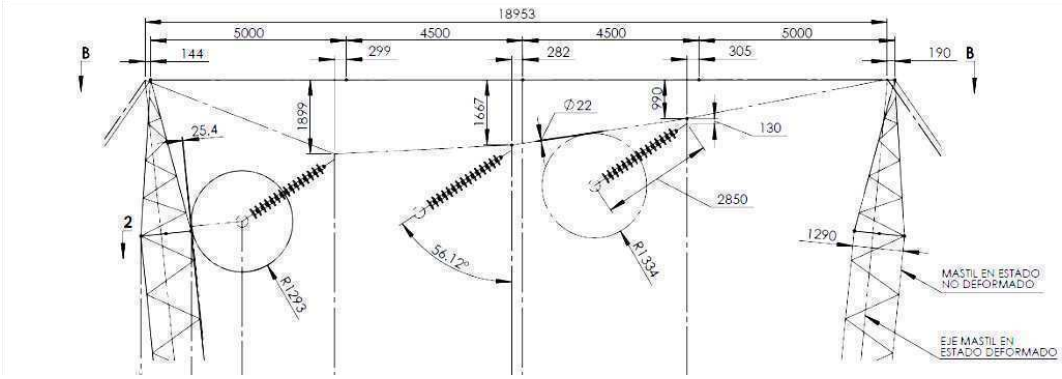


Figura 7 *Distancias eléctricas; Vano gravante 600m, Caso 1.*

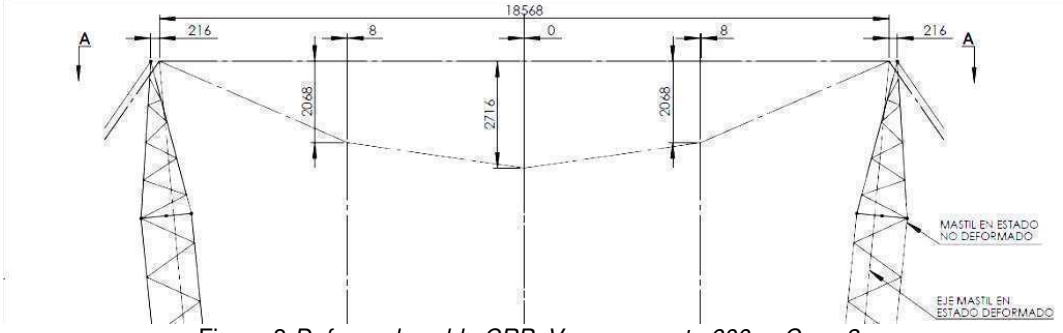


Figura 8 *Deformada cable CRP; Vano gravante 600m, Caso 3.*

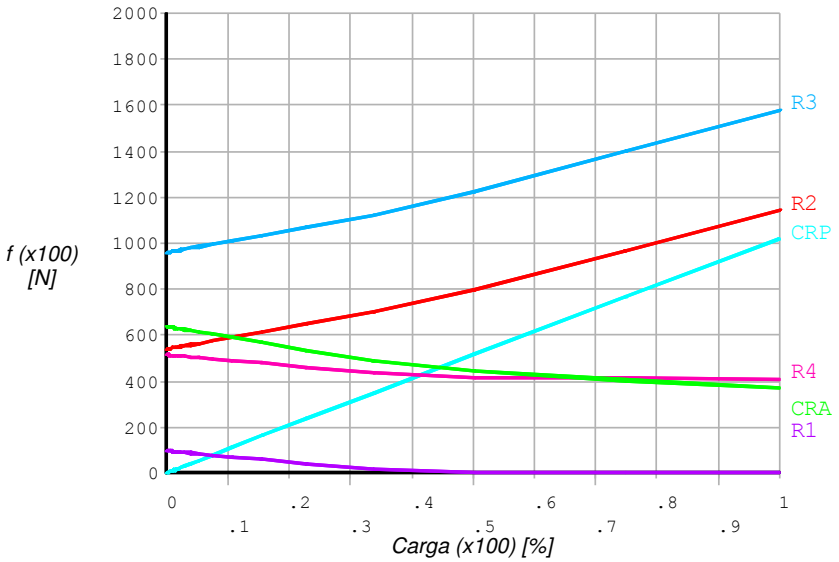


Figura 9 *Tracción en los cables; Vano gravante 480m, Caso 2.*

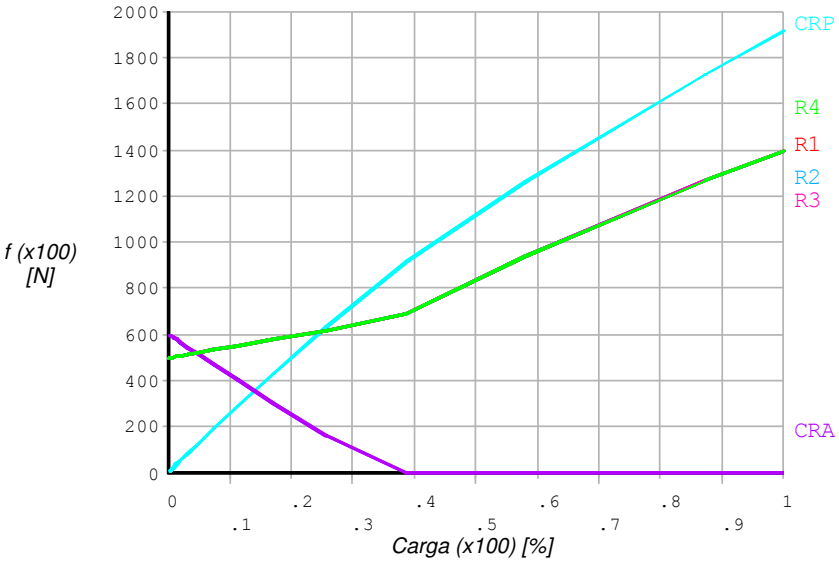


Figura 10 *Tracción en los cables; Vano gravante 480m, Caso 3.*

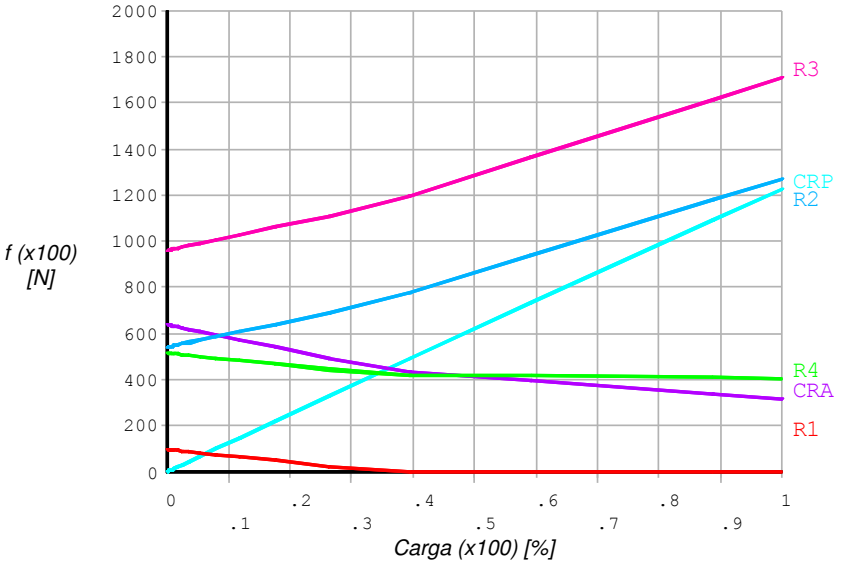


Figura 11 *Tracción en los cables; Vano gravante 600m, Caso 2.*

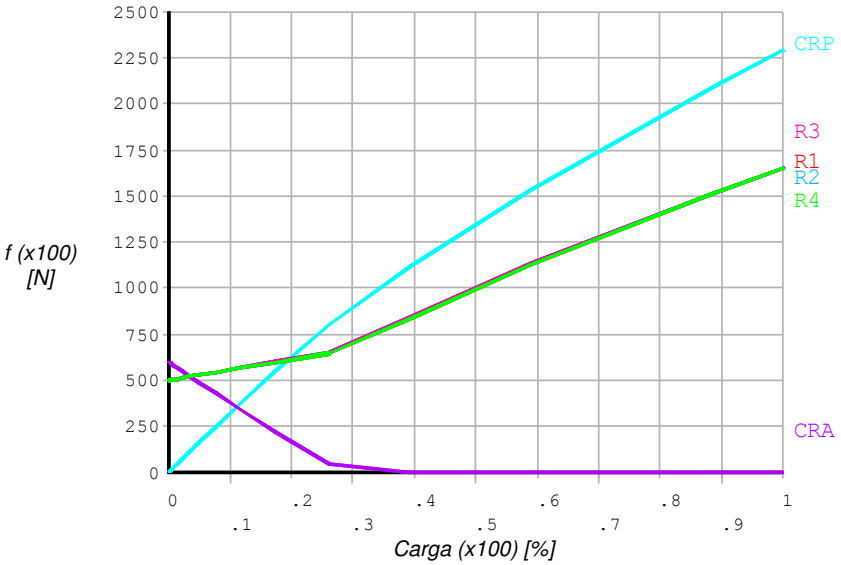


Figura 12 *Tracción en los cables; Vano gravante 600m, Caso 3.*

4. CONCLUSIONES

Utilizando la metodología mencionada se realizó el análisis estático de la estructura CR2. A partir de los resultados del cálculo se verificó la estructura tomando en cuenta las recomendaciones de la norma ASCE 10-97.

Se concluye que la estructura CR-27.5 verifica los requerimientos de estabilidad y/o resistencia con los coeficientes de seguridad (M) exigidos respecto a los límites de daño o falla, según corresponda. En particular:

El mástil M-27.5 como continuo unidimensional verifica los requerimientos de estabilidad elástica e inelástica bajo las hipótesis de carga consideradas, ergo verifican los mástiles M-26/M-24.5.

Todos los elementos estructurales comprimidos verifican los requerimientos de resistencia y/o estabilidad bajo las hipótesis carga consideradas.

Todos los elementos estructurales traccionados verifican los requerimientos de resistencia bajo las hipótesis de carga consideradas.

Todos los elementos estructurales componentes de las uniones verifican los requerimientos de resistencia por aplastamiento bajo las hipótesis carga consideradas.
Todos los bulones componentes de las uniones verifican los requerimientos de resistencia por corte bajo las hipótesis carga consideradas.

4.1. Respecto al diseño.

Respecto al requerimiento de distancia mínima entre el conductor y la estructura, el caso de carga crítico asociado es viento máximo transversal con cargas verticales reducidas (Caso 1) para un vano gravante de 480m (ver Figura 5). La disminución de la longitud del cable CR incrementa las distancias eléctricas con el consecuente incremento de la tracción.
Respecto al requerimiento de distancia mínima entre el conductor y el terreno, el caso de carga crítico asociado es hielo extremo (Caso 3) con vano gravante de 600m (ver Figura 8), bajo el supuesto que la línea de transmisión se encuentra en operación bajo esta condición. En el presente trabajo la restricción dada por la distancia eléctrica entre conductores y estructura prevalece en la determinación de la longitud del cable CRP.
En el cable cross rope principal (CRP) el caso de carga crítico en términos de falla estructural es bajo la condición de hielo extremo (Caso 3) con vano gravante de 600m (ver Figura 12). La relación entre la fuerza actual y la de rotura del cable es f/fr=0.64, siendo 0.65 recomendado en referencia [1] para garantizar que los alambres constituyentes del cable permanecen en el rango elástico. En estas situaciones es recomendable, a fin de prevenir el comportamiento inelástico no contemplado, solicitar pruebas específicas al conjunto cable-accesorios de fijación. Alternativamente para reducir la tracción sobre el cable puede utilizarse la configuración constructiva mostrada en la Figura 1.
En las riendas (R) el caso de carga crítico en términos de falla estructural es bajo la condición de hielo extremo con vano gravante de 600m (ver Figura 12). En esta situación la relación entre la fuerza actual y la de rotura del cable es f/fr=0.55.
Respecto al cable cross rope auxiliar (CRA) intuitivamente podría sugerirse que el caso de carga de crítico en términos de falla estructural es sin fases suspendidas. En esta condición la fuerza sobre el elemento depende de la pretensión asignada a la estructura. En los casos analizados f/fr<0.5.
La pretensión de la estructura está determinada por la condición viento oblicuo (Caso 2), en esta condición la tracción en la rienda asociada R1 alcanza valores próximos a cero (ver Figura 9 y Figura 11).

4.2. Respecto al modelado.

Ante la utilización de elementos barra (solo tracción) en lugar de elementos cable (ver, por ejemplo, [5]), en general es recomendable un análisis de convergencia de la solución para determinar el número mínimo de elementos que debe utilizarse para modelar cables en forma aceptable.
Adicionalmente se recomienda investigar el comportamiento dinámico de estructuras de transmisión arriostradas [6] con la finalidad de evaluar la respuesta de la estructura a un estado de cargas variables en el tiempo (cargas eólicas transitorias). Si bien este tipo de análisis que no es recomendado por la literatura especifica (ver referencias [1] y[4]), es de interés analizar situaciones que pueden ser ocasionadas por las condiciones climáticas particulares de las zonas de emplazamiento y diferentes a las presentes en las regiones de las cuales son originarias las recomendaciones.

5. REFERENCIAS.

[1] ASCE, "Manuals and Reports on Engineering Practice no. 91: Design of Guyed Electrical Transmission Structures," American Society of Civil Engineers; Committee on Electrical Transmission Structures; Subcommittee on Guyed Transmission Structures, 1997.

[2] ASCE, "ASCE 10-97: Design of Latticed Steel Transmission Structures," American Society of Civil Engineers; Committee on Electrical Transmission Structures, 1997.

[3] ANSYS, «Release 10.0 Documentation for ANSYS,» SAS IP, Inc, 2005.

[4] ASCE, "Manuals and Reports on Engineering Practice no. 74: Guidelines for Electrical Transmission Line Structural Loading," American Society of Civil Engineers; Committee on Electrical Transmission Structures; Task Committee on Structural Loadings, 1991.

[5] S. Timoshenko, Resistencia de Materiales: Tomo II, Espasa-Calpe, 1957.

[6] K. Bathe, Finite Element Procedures, Pentice Hall, 1996.

[7] S. Ozono, J. Maeda and M. Makino, "Characteristics of in-plane free vibration of transmission line systems," *Engineering Structures,* vol. 10, no. 4, p. 272–280, 1988.

[8] M. I. R. de Oliveira, "Structural Analysis of Guyed Steel Telecommunication Towers for Radio Antennas," *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.,* vol. XXIX, no. 2, pp. 185-195, 2007.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Modelización del temple de aceros 16MnCr5 mediante el método de Kuyucak

Agaliotis, Eliana M.*,Rosenberger, Mario R, Schvezov, Carlos E., Sánchez Sarmiento, Gustavo(1,2)

Prog. Mat., Mod. y Metrología, FCEQyN, UNAM. Azara 1552, (3300) Posadas, Argentina.
CONICET. Rivadavia 1917, (1033) Buenos Aires, Argentina.
E-mail: eagaliotis@gmail.com

(1) Universidad del Salvador, Facultad de Ciencia y Tecnología, Buenos Aires, Argentina.
(2) Universidad Austral, Facultad de Ciencia y Tecnología, Buenos Aires, Argentina.
E-mail: gustavo.ssarmiento@kbeng.com.ar

RESUMEN.

Los tratamientos térmicos, como el temple, se utilizan para cambiar la microestructura y las propiedades del acero como dureza y resistencia mecánica. Estos tratamientos involucran: calentamiento del acero a elevada temperatura, usualmente la temperatura de austenización, y luego el temple, que se realiza en un medio líquido vaporizable como el agua, aceite o algún polímero acuoso. En el laboratorio, el temple de acero es estudiado insertando termocuplas en la probeta para determinar el perfil de temperatura en función del tiempo, es decir, las curvas de enfriamiento durante el proceso de temple. Esto no siempre es posible, recientemente Kuyucak [1-2] ha descrito un proceso que involucra la medición de la temperatura del medio de temple que se está enfriando en función del tiempo. Con estos datos se calculan las curvas de enfriamiento de la probeta para predecir la microestructura y dureza del material.
El objetivo del presente trabajo es obtener un modelo mediante simulación computacional a través del método de elementos finitos que sea base para diseñar el experimento de validación del método calorimétrico de Kuyucak. El material estudiado en la simulación es un acero AISI 5115 (16MnCr5).
Los resultados de aumento de temperatura del agua durante el proceso de temple que se obtienen de la simulación son empleados con éxito para predecir las curvas de enfriamiento de la probeta [3].

Palabras Claves: Simulación Numérica , temple de aceros, AISI 5115.

1. INTRODUCCIÓN

El temple es un proceso crítico durante el tratamiento de aceros ya que determina la calidad de la pieza y el potencial de formación de defectos. El endurecimiento del acero requiere un precalentamiento a la temperatura de austenización, (750-1100ºC) a partir del cual el acero es templado para obtener una determinada microestructura y propiedades mecánicas. La mayoría de los líquidos vaporizables utilizados como medios de temple presentan temperaturas de ebullición entre 100ºC y 300ºC a temperatura atmosférica. Cuando la probeta es templada en estos fluidos, el mojado de la superficie es usualmente dependiente del tiempo, lo que influye en el proceso de enfriamiento y endurecimiento.

El rendimiento de un medio de temple se caracteriza por su capacidad para extraer el calor de la superficie de la pieza. Existen dos maneras en las cuales puede ser expresado: como una medida de la dureza de la pieza templada en función de la posición debajo de la superficie, graficando la dureza de la sección transversal, o midiendo el perfil temperatura-tiempo en posiciones específicas en un espécimen estándar. Las mediciones de temperatura-tiempo son esenciales en el control de los ensayos de temple. En algunos casos se pueden tomar estas medidas insertando termocuplas en la superficie y en el centro de la pieza para determinar las curvas de enfriamiento.

Debido a que no siempre es posible el uso de termocuplas dentro de la probeta, se ha desarrollado un método alternativo, el método de Kuyucak. Este método consiste en medir el incremento de la temperatura del medio de temple en las cercanías de la superficie de la probeta que esta siendo templada. Con estos datos, se calculan las curvas de enfriamiento de la probeta que son usados para predecir su microestructura, dureza y tensión residual.

El objetivo principal es obtener un modelo que simule el método de Kuyucak para predecir el temple del acero AISI 5115 en agua como medio de temple y mediante el cálculo numérico obtener la distribución espacial de la temperatura en función del tiempo, dentro de la probeta durante el proceso de temple.

2. MODELO

2.1. Descripción del modelo que simula el método calorimétrico de Kuyucak

El modelo se construye con una probeta cilíndrica de 10 mm de radio y 75 mm de altura y el material que se simula como medio de temple tiene las dimensiones de un cilindro de 43 mm de radio y 20,5 mm de altura.

La temperatura inicial de la probeta es de 900ºC y del medio de temple es 30ºC.

El material de la probeta se simula con las propiedades del acero AISI 5115 y el medio de temple con las propiedades del agua indicadas en la Tabla I. Se realiza un análisis de sensibilidad de la conductividad térmica del agua hasta obtener un modelo que simule el tanque uniformemente agitado que se emplea en procedimientos experimentales del método de Kuyucak[1-2].

Tabla I. Propiedades térmicas de la probeta y del medio de temple. [ref]

	Calor especifico (J/kg K)c	Conductividad térmica (W/m.K)	Densidad (kg/m3)
Probeta	460	41	7810
Medio de temple	4181	0.58-40000	1000

Se considera solamente la transferencia de calor por conducción. La simulación es realizada en un modelo de simetría axial dependiente del tiempo mediante elementos finitos. En la Figura 1 se muestra una representación esquemática de la sección meridiana del modelo.

El dominio fue discretizado utilizando para el medio de temple una malla de 1500 elementos toroidales de sección cuadrilátera y 35 elementos toroidales de sección triangular, para el espesor del film entre la probeta y el medio de temple 300 elementos toroidales de sección cuadrilátera y para la probeta 2500 elementos toroidales de sección cuadrilátera como se muestra en la Figura 2.

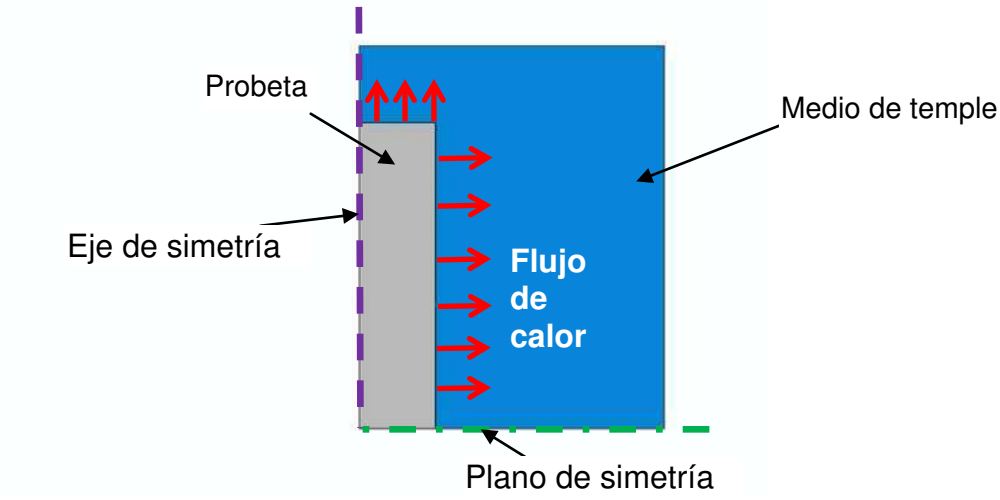


Figura 1. Sección meridiana del modelo.

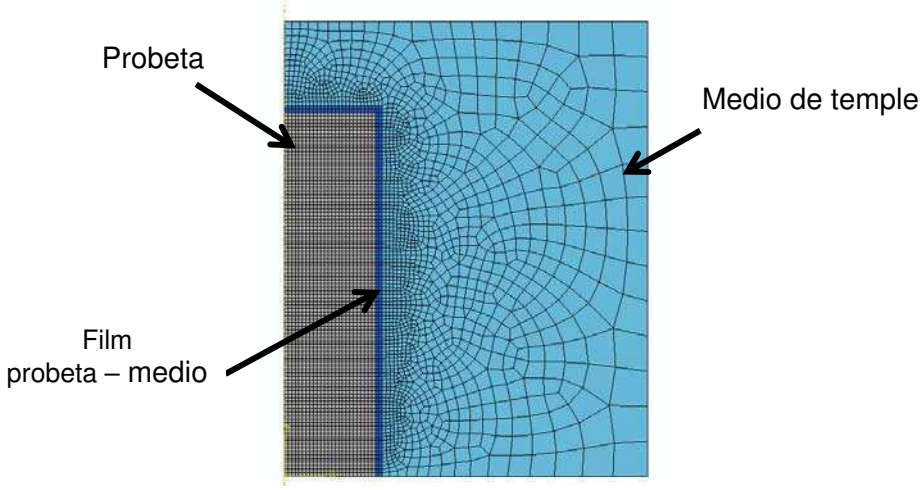


Figura 2. Malla empleada en el modelo

2.2. Descripción del método calorimétrico

El problema del temple de la probeta comprende el intercambio de calor entre la probeta cilíndrica sólida y el medio de temple. Se resuelve considerando la ley de la conservación de la energía.
El procedimiento se basa en la propuesta de Kuyucak, donde se consideran las siguientes suposiciones:
*No hay reacciones químicas ni generación de energía
*El flujo calórico debido a radiación y convección del medio de temple al ambiente es despreciable
*La experiencia se realiza en un tiempo muy corto, por eso se consideran despreciables los efectos de convección y radiación hacia el ambiente.
*El medio de temple se modela como un medio sólido, de conductividad térmica lo suficientemente elevada como para simular un medio líquido agitado cuya temperatura sea lo suficientemente uniforme.

El balance de energía calorimétrico se expresa como:

$$mCp(T_{(t)} - T_{(t_0)}) = \int_0^t \dot{q}_p(t) A_{prob} dt$$

Donde m es la masa del medio de temple y Cp es el calor especifico del medio de temple, $T_{(t)}$ es la temperatura del medio de temple en función del tiempo *t*, $T_{(t_0)}$ es la temperatura del medio de temple en tiempo inicial, $\dot{q}_p(t)$ es el flujo de calor a través de toda la superficie de a probeta, y A_{prob} es el área de la probeta
La energía que transfiere la probeta al medio de temple, es la cantidad de calor

$$\dot{q}_p(t) = \frac{m\ Cp}{A_{prob}} \frac{dT(t)}{dt}$$

Con esta última ecuación (7) se calcula la transferencia de flujo de calor desde la probeta al medio de temple a partir del registro de los datos del aumento de temperatura del medio de temple.
La curva de enfriamiento de la probeta se obtiene entonces al resolver la ecuación de conducción de calor (8), sujeta a la condición de contorno de la ecuación (7)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rk\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + Q = \rho\, Cp \frac{\partial T}{\partial t}$$

(8)

Donde T es la temperatura de la probeta en (ºC); *k* es la conductividad térmica en (W/mºC); *Cp* es el calor especifico (J/kgºC); ρ es la densidad en (kg/m^3); Q el calor generado por entalpia de transformación de fase (W/m^3).
El objetivo principal es el cálculo numérico de la distribución espacial de la temperatura en función del tiempo, dentro de la probeta durante el proceso de temple.

Durante el temple existen tres mecanismos de enfriamiento que se observan comúnmente en agua.
En la inmersión inicial la probeta es rodeada por un film de vapor mientras ocurre el enfriamiento. Cuando la temperatura disminuye hasta la temperatura de Leidenfrost el film de vapor colapsa y se produce el humedecimiento de la superficie, proceso de nucleación. Cuando la temperatura disminuye lo suficiente por debajo del punto de ebullición, termina el proceso de nucleacion y comienza el enfriamiento por convección. Estos tres procesos son complejos, por lo que se los simula en manera simplificada en el modelo como un film que rodea a la probeta. Esta interfaz probeta-agua se simula con una conductividad térmica equivalente al coeficiente de transferencia de calor por el espesor de la capa obtenido de trabajos anteriores [4-5] que se muestra en la tabla II.

Tabla II. Coeficiente de transferencia térmica (HTCS) en función de la temperatura superficial promedio de la probeta, calculados con HT-Mod a partir de las mediciones realizadas de curvas de enfriamiento con las termocuplas sub-superficial y central simultáneamente.

Probeta sumergida en agua limpia a 30ºC	
Temperatura superficial (K)	HTSC (W/m.K)
875,5	**0,0**
875,4	**3,9**
872,7	**4,6**
869,1	**25,3**
845,1	**54,9**
817,7	**97,4**
794,4	**540,1**
674,0	**1927,0**
442,8	**4756,8**
228,0	**7166,3**
192,0	**8545,8**
155,4	**8188,9**
118,1	**7424,4**
96,8	**6386,1**
83,0	**5268,0**
74,4	**4283,5**
67,9	**3387,2**
63,3	**2867,7**
58,1	**2324,9**
56,2	**1814,2**
55,8	**1279,4**
54,0	**994,0**
50,7	**879,4**
46,8	**759,9**
41,5	**665,1**
37,7	**588,3**
35,2	**554,5**
31,3	**503,6**
29,1	**404,2**
28,2	**735,6**
26,2	**735,6**

3. RESULTADOS Y DISCUSION.

Los resultados del estudio de sensibilidad del sistema a la conductividad del medio de temple se muestran en la figura 5 calculados en las posiciones indicadas en la figura 5 (g). Las conductividades (k) con las que se trabajaron fueron 0.58, 40, 400, 1000, 4000, 40000 W/m.K.
En dicha figura se observa que la conductividad con la que se obtiene la distribución más homogénea del medio de temple es la conductividad de k=40000 W/m.K, con una dispersión de 0.25ºC, Este valor es menor al 1 % de la temperatura inicial del medio de temple y es aceptable en la propagación de

errores de cálculo, por lo tanto se adopta un valor de 400000 W/(m.K) para la conductividad del medio que se adopta para las simulaciones que se presentan más adelante.

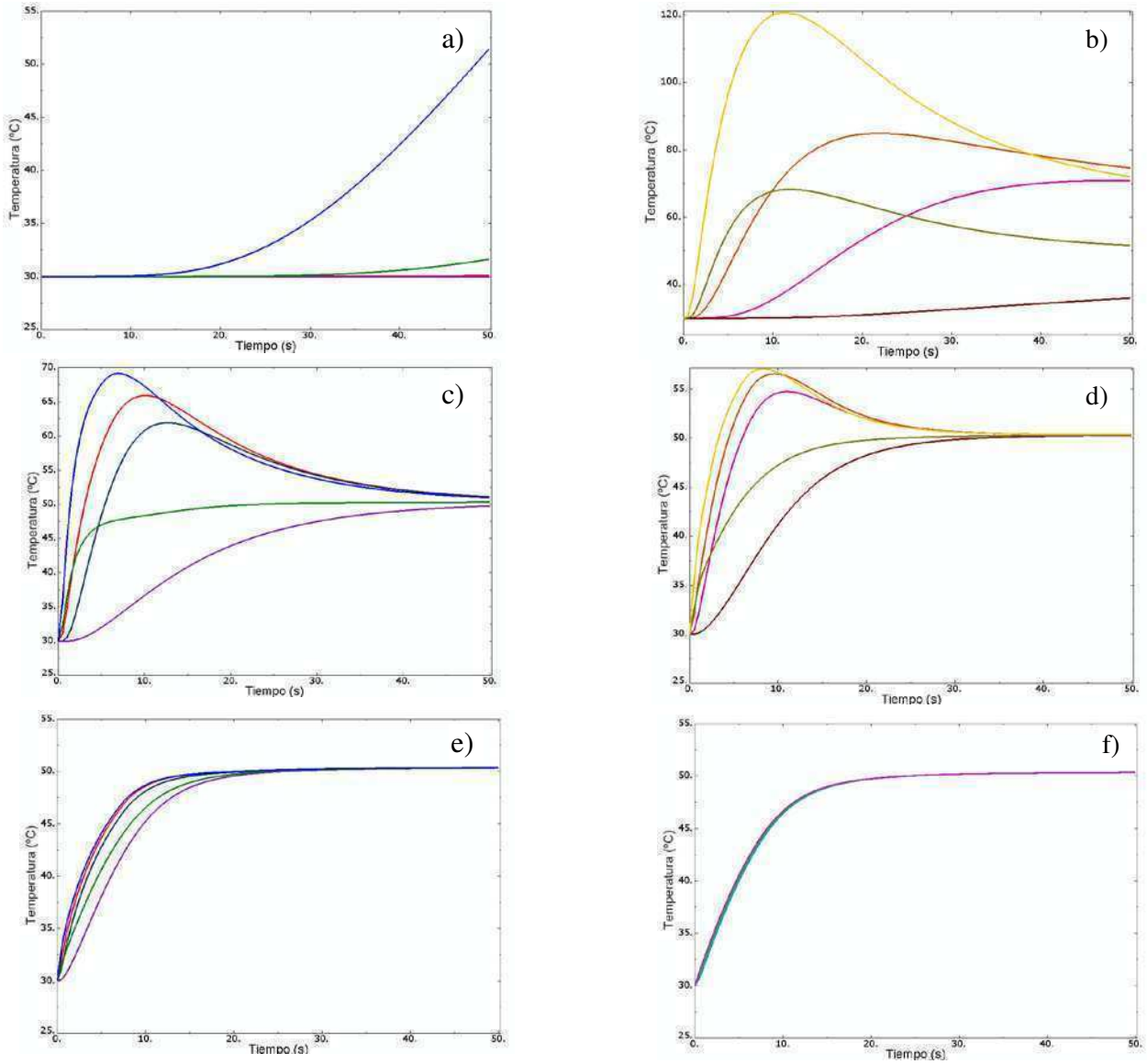


Figura 5. Curvas de calentamiento a diferentes k. a) 0.58 , b) 40, c) 400, d)1000, e) 4000 y f) 40000 (W/m.K)

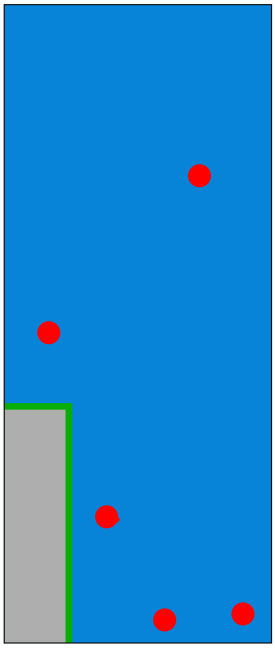


Figura 5(g). Posiciones en donde fueron evaluadas las curvas de calentamiento del medio de temple.

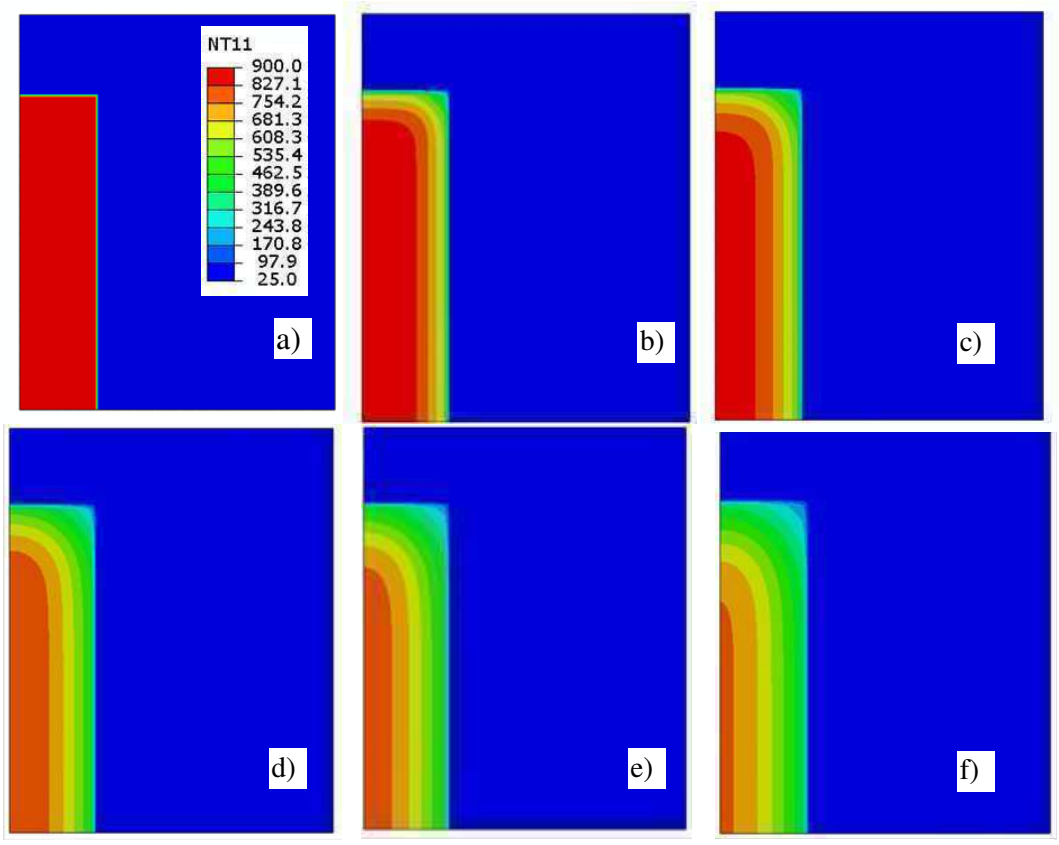


Figura 6. Campo de temperaturas del modelo a diferentes tiempos. a) t=0 s , b) t =1s, c) t=2s, d) t=3s, e) t=4s y f) t=5s (k medio = 40000 W/(m.K))

El campo de temperaturas obtenido de la simulación para diferentes instantes de tiempo se muestra en la Figura 6, en esta figura se observa que la temperatura de la probeta baja sensiblemente en los 5 segundos de iniciado el proceso y que la temperatura del medio permanece prácticamente constante, ajustándose aceptablemente que es uno de los hipótesis del modelo de Kuyucak. Las curvas de enfriamiento de la probeta disminuyen de 900ºC a 50ºC como se puede observar en la Figura 7(a) en donde se representan las curvas de enfriamiento calculadas en las posiciones indicadas en la Figura 7(b), que son en el centro, mitad y superficie de la probeta.

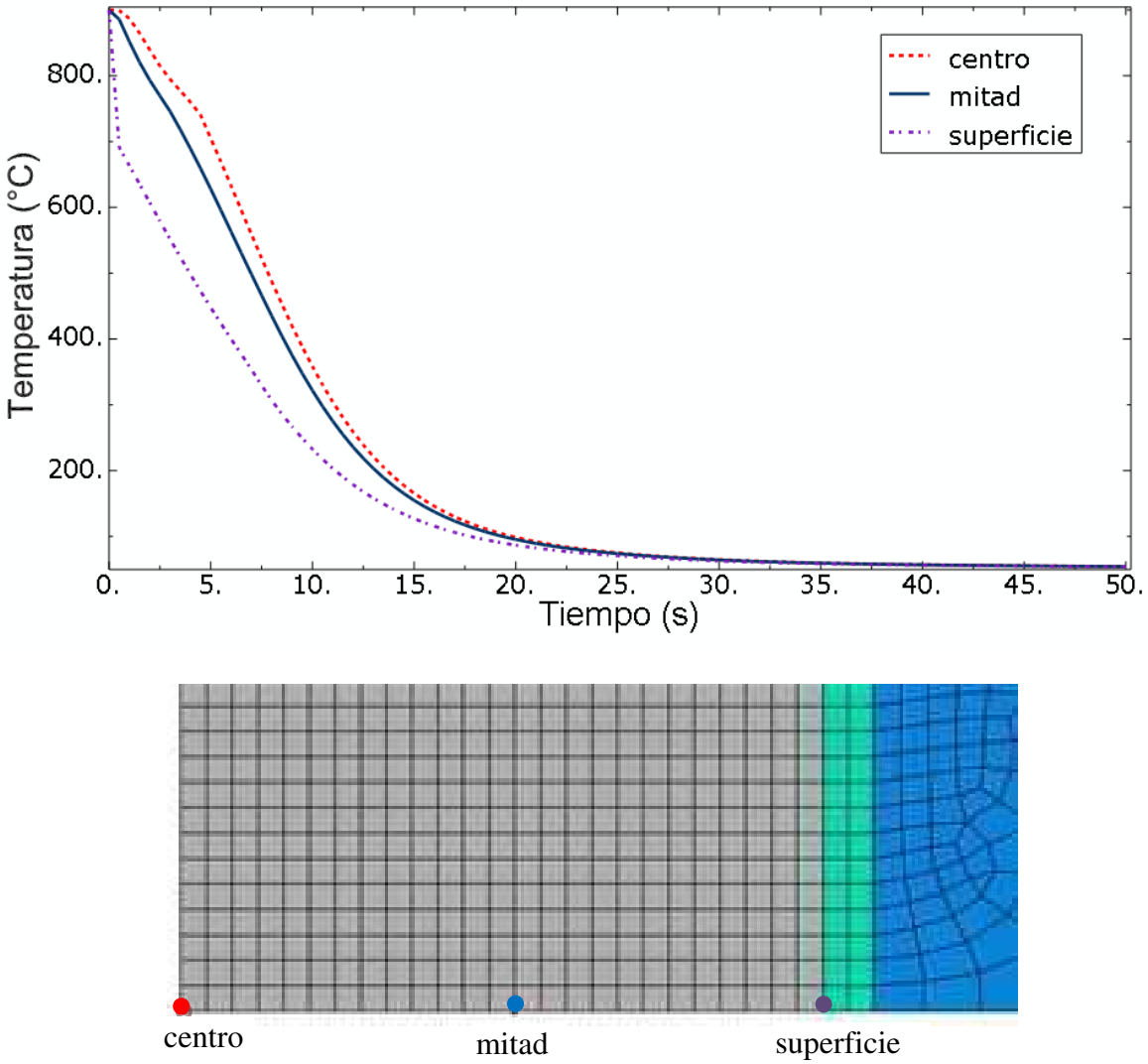
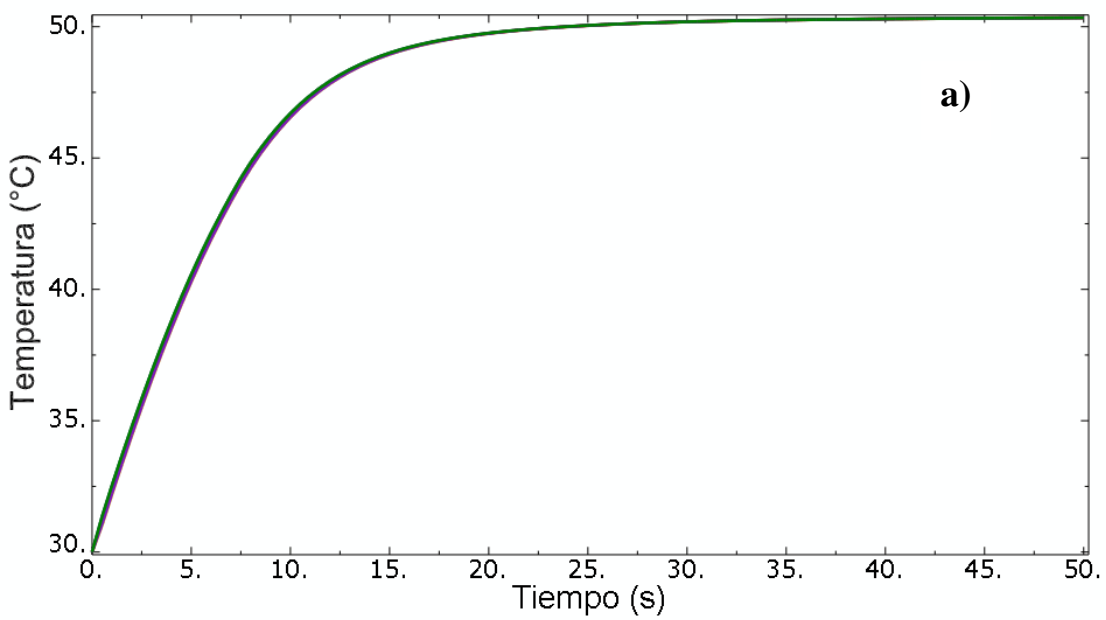


Figura 7. (a) Curvas de enfriamiento de la probeta. (b) Posiciones en las cuales se calcularon las curvas.

Las curvas de calentamiento del medio de temple aumentan de 30ºC a 50ºC. En la Figura 8 (a) se observan las curvas de calentamiento calculadas en el medio de temple en las posiciones indicadas en la Figura 8 (b).



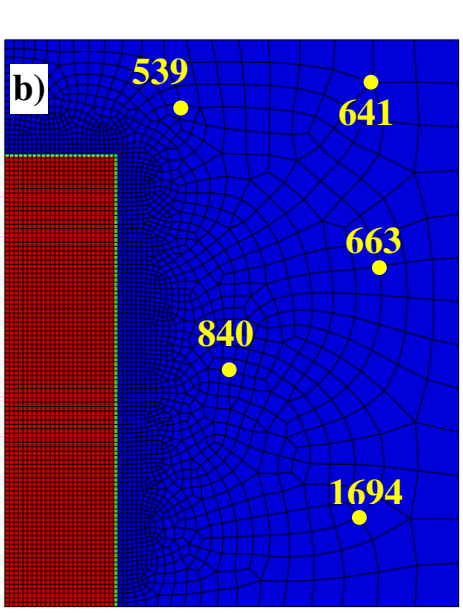


Figura 8. (a) Curvas de calentamiento del medio de temple. (b) Posiciones en las cuales se calcularon las curvas.

Se puede observar que las curvas de calentamiento en diferentes posiciones en el medio de temple presentan la misma variación en función del tiempo, es decir, presentan un valor uniforme de temperatura, como se mostró anteriormente el valor de la temperatura está condicionado por el valor adoptado para k del medio, en este caso se adoptó un valor de 40000 W/(m.K).
En la figura 9 se comparan estos resultados con resultados experimentales calculados por otros autores[3].

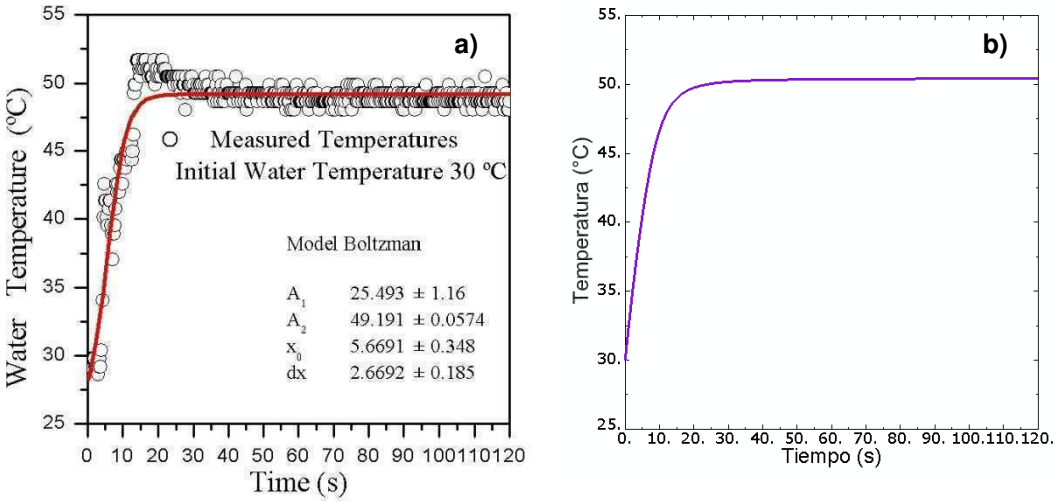


Figura 9. Curvas de calentamiento del medio de temple: (a) Ref.[5] y (b) curvas obtenidas con el modelo.

Se observa que la variación de la curva de calentamiento de la simulación, figura 9(b), es similar a la que se obtiene de resultados experimentales, figura 9 (a). A los 20s ambas curvas son asintóticas a una temperatura dada. Se observa entonces que las simulaciones son representativas del modelo de Kuyucak.
El método de kuyucak se utiliza para calcular las curvas de enfriamiento de las probetas midiendo el aumento de temperatura del agua. Debido a que los resultados de las simulaciones son similares a los experimentales es posible realizar estos cálculos a partir de las simulaciones.
El trabajo a futuro es obtener un modelo para el cálculo de las curvas de enfriamiento a partir de las simulaciones calculando del flujo de calor transferido desde la probeta al medio de temple para así obtener las curvas de enfriamiento de la probeta.

4. CONCLUSIONES.

Es necesario utilizar un valor de conductividad térmica del medio uas 100000 veces superior a la del agua obtener un perfil de temperaturas en el medio de temple que se ajuste a los requerido por el modelo de kuyucak. Con ese requsito las curvas de calentamiento del medio de temple de los cálculos numéricos son similares a las obtenidas a partir de resultados experimentales. Por lo tanto, el modelo que se obtiene con las simulaciones numéricas es representativo del modelo de Kuyucak.

4. REFERENCIAS.

[1] Kuyucak, S; Newcombe, P; Bruno, P.; Grozdanich, R and Looney, G., (2005) . “Quench time measurement: as a process control tool, part I”. Heat Treating Process, January/February, p. 60-63.
[2] Kuyucak, S; Newcombe, P; Bruno, P.; Grozdanich, R and Looney, G., (2005) . , “Quench time measurement: as a process control tool, part II”. Heat Treating Process, March/April, p. 42-44.
[3] Sarmiento G.S.; Bugna, J.B.; Canale, LC.F.; Muñoz Riofano, R.M; Mesquita; R.A., Totten, G.E.; Canle, A.C., “Modeling Quenching Performance by the Kuyucak Method”. Materials Science and Engineering A, 2007, 459, p. 383-389

[4] Residual Stresses, Distortion and Heat Transfer Coefficients of 7075 Aluminum Alloy Probes Quenched in Water and Polyalkylene Glycol Solutions. G. Sánchez Sarmiento 1, D. M. Coscia 1, C. Jouglard 1, G.E. Totten 2, G.M. Webster 2 and J. Vega 3
[5] Sanchez Sarmiento G, Hernández Morales B, Beltrán Fragoso B, Gastón A. "Simulacion computacional por elementos finites del temple de un larguero de acero bajo diferentes condiciones". Informe final para COMIMSA, México. G. Sánchez

Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean agradecer al CONICET por el soporte financiero.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Simulação do Processo de Aspersão de Fluido de Corte no Processo de Torneamento

Diego Amorim Caetano de Souza (1) (1 °autor), Dsc. José Antônio da Silva[(2)], Dsc. Durval Uchôas Braga [(3)]

[1]Universidade Federal de São João del-Rei.
Praça Frei Orlando, 170, Centro, São João del-Rei, Minas Gerais, Brasil, CEP: 36307-352.
diegomec8@gmail.com
[2] jant@ufsj.edu.br
[3] durval@ufsj.edu.br

RESUMO

Com o aumento da competitividade deve-se reduzir o tempo de produção de forma econômica e ecologicamente correta. Assim, a evolução das máquinas e ferramentas permitiram o uso de maiores potencias e velocidades de corte, com conseqüente preocupação com a lubrificação e refrigeração racionalizada por meio de fluidos de corte. O artigo tem como objetivo avaliar a dispersão de massa fluida atomizada utilizando-se de ferramentas de CFD (Computational Fluid Dynamics), as quais permitem simular a dinâmica dos fluidos nos mais diversos tipos de escoamentos. Para isso, os autores idealizaram um atomizador dedicado. Como resultado, obteve-se o diâmetro médio das partículas atomizadas, a massa de fluido atomizado dispersa do limite de controle para o exterior, o comportamento do ar e óleo no interior do atomizador e o processo de fragmentação das partículas de óleo.

Palavras chaves: *Simulação, CFD, Fluido Atomizado, MQF, Usinagem*

1. INTRODUÇÃO

A pesquisa sobre a utilização de fluidos de corte em processos de fabricação iniciou-se durante o século XIX, da necessidade de criar métodos de resfriamento para os processos de usinagem presentes na época. Com estudos posteriores, desenvolveram-se óleos que agora não tinham somente a função de diminuir a temperatura na interface peça-ferramenta, mas também de lubrificar a região, combater a erosão e facilitar a saída de cavaco em certas operações[1], [2]. O estudo será realizado através de simulação numérica, com a utilização de um programa CFD (Computational Fluid Dynamics), que usa o Método dos Volumes Finitos como abordagem numéricafundamental, devido a sua ampla utilização para a resolução de problemas de geometrias complexas ligadas ao escoamento de fluidos [3].

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Análise Numérica Envolvendo CFD

2.1.1 Desenvolvimento Histórico

O estudo dos fluidos iniciou-se ainda por na antiguidade volta do século III a.C., com a necessidade de se desenvolver conhecimentos sobre o comportamento da água principalmente em aquedutos e canais.

Apesar de antigo, somente no século do XVIII e início do XIX, o conhecimento a respeito da fluidodinâmica passou a ter um modelamento matemático rigoroso, principalmente com as pesquisas Euler, Bernoulli, Navier e Stokes. A partir do século XX, os estudiosos começam a compreender o fenômeno da turbulência e a propor os primeiros modelos tentando prever o comportamento de escoamentos não-laminares.

Com o aparecimento dos primeiros programas de simulação nas últimas décadas, surge o termo CFD (fluidodinâmica computacional), se referindo a utilização de computadores no estudo do comportamento dos fluidos. Com a possibilidade de utilização de simulações com boa acuracidade na pesquisa e desenvolvimento de áreas como a aeronáutica e automobilística, a CFD passa a ser amplamente aplicada na resolução de problema de engenharia que dificilmente podiam ser modelados por métodos analíticos.

Hoje, com o advento dos computadores com altas taxas de processamento, tornasse comum a utilização de recursos de CFD no projeto e desenvolvimento de produtos, principalmente pelo custo reduzido em relação a implementação de métodos experimentais [4].

2.1.2. Método dos volumes finitos

A utilização desse método em análises fluidodinâmicas iniciou-se durante a década de 70, devido aos outros métodos numéricos da época ainda não permitirem o tratamento de processos extremamente não-lineares, com convecção ou com geometrias complexas, características comuns ao escoamento de fluidos.

O método dos volumes finitos baseia-se nos balanço das propriedades do fluido a nível de volumes elementares através da resolução das equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia, mostradas abaixo nessa ordem, no sistema cartesiano de coordenadas[3].

Além disso, o MVF permite implementações com velocidade e acuracidade no tratamento das equações gerais (Eq. 1, Eq. 2 e Eq. 3) utilizadas para a modelagem do comportamento de fluidos, adaptando-se tanto para malhas estruturadas quanto não-estruturadas [5]. Os cálculos baseiam-se nos balanço das propriedades do fluido a nível de volumes elementares através da resolução das equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia, mostradas abaixo nessa ordem, no sistema cartesiano de coordenadas [3].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j\right) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho u_i\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j u_i\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) + S^{u_i} \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho T\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j T\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{k}{c_p}\frac{\partial T}{\partial x_j}\right) + S^{T} \tag{3}$$

Para a realização da simulação em CFD, realiza-se a divisão do domínio fluido, operação chamada discretização, em pequenos 'pedaços', denominados volumes finitos. Em cada um desses volumes, são realizados os balanços de conservação.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Para a análise do processo de atomização do fluido lubro-refrigerante , optou-se por realizar simulações em um ambiente de geometria definida, com geração da malha, a escolha do modelo e condições de contorno e análise dos resultados.

3.1. Criação da Geometria a partir do Atomizador Real Utilizado

Medidas relativas ao atomizador e obtidas através do CAD, programa escolhido por permitir criar e reparar desenhos de forma rápida que permitiu gerar geometrias do modelo em formato IGES (Fig. 2) as quais serão posteriormente utilizadas para a geração de malhas.

Na geometria gera-se também o espaço correspondente a região de descarga do par fluido e ar comprimido com a possível observação do comportamento do fluido atomizado (Fig. 3).

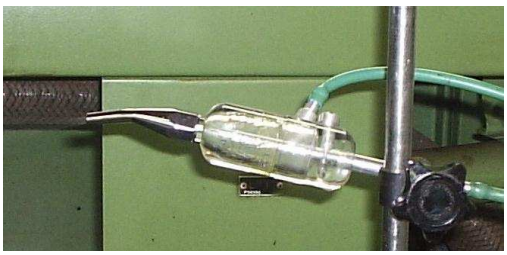


Figura 1 *Atomizador utilizado nas simulações*

Figura 2 *Desenho básico do atomizador com nomenclatura das regiões*

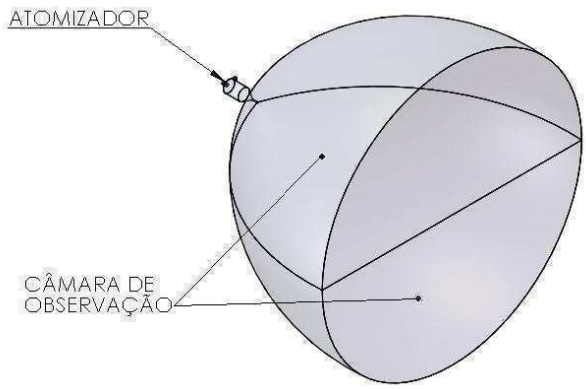


Figura 3 *Geometria representando o atomizador e a região de observação*

3.2. Geração da Malha

Com a geometria já desenvolvida, criou-se a malha para posterior utilização na realização das simulações sendo utilizado o software ICEM CFD® para o seu desenvolvimento. A malha basicamente consiste na divisão do domínio contínuo a ser analisado, operação chamada discretização, em pequenas partes tratadas como volumes de controle tornando o domínio discreto, em que são realizados os balanços das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia e calculado variáveis diversas.

A qualidade da malha, no que diz respeito a conformidade com os parâmetros exigidos pelo software de simulação, grau de refino e tipo de elemento, são fundamentais para a estabilidade do modelo, convergência do algoritmo, velocidade e acuracidade dos resultados obtidos.

Baseando nessas diretrizes, foi escolhido, por ter proporcionado resultados com melhores resoluções na visualização quando comparado a outros tipos de elementos usados em outras simulações, a criação de uma malha não-estrutura com elementos tetraédricos pela sua boa adaptabilidade a geometrias complexas e o elevado número de pontos de integração, sendo 60 por elemento [6].

Dentro os diversos fatores a serem observados para a criação de uma malha, foram priorizados a adequação dos níveis de "*aspectratio"* e "*skewness"* conforme recomendado pelo responsável do software. "*Skewness"* representa uma comparação numérica entre a forma equilátera e a forma real do elemento tetraédrico, ambos circunscritos em uma esfera que contém o elemento real e *aspect ratio* representa a relação entre a maior e a menor aresta do elemento [5].

A malha final apresentou os valores da Tab. 1 para os parâmetros acima citados.

Tabela 1 Valores de Aspect Ratio e Skewness para a malha gerada

Skewness		**Aspect Ratio**	
Máximo	Média	Máximo	Média
0,674	0,128	5,021	1,664

Pelo demonstrado acima, os valores estão abaixo dos valores máximos permitidos, que são 0,9 para *skewness* e 100 para *aspect ratio.*

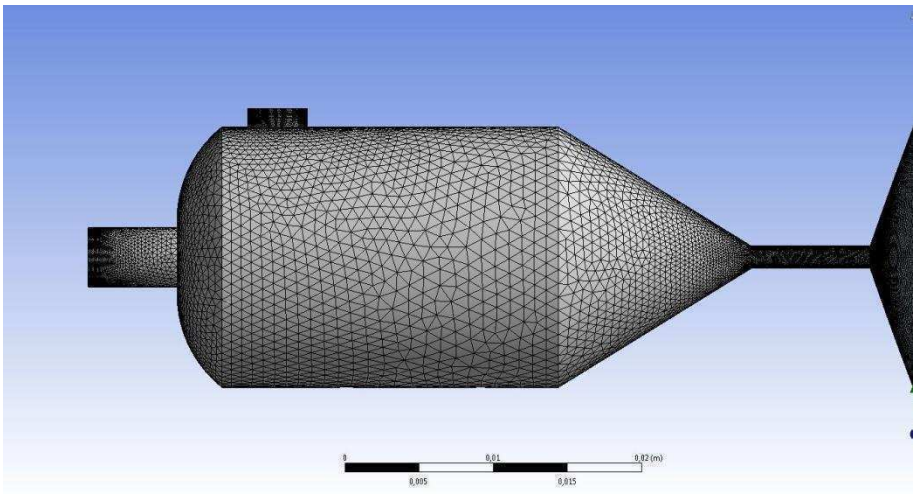


Figura 4 *Malha tetraédrica criada para a região do atomizador*

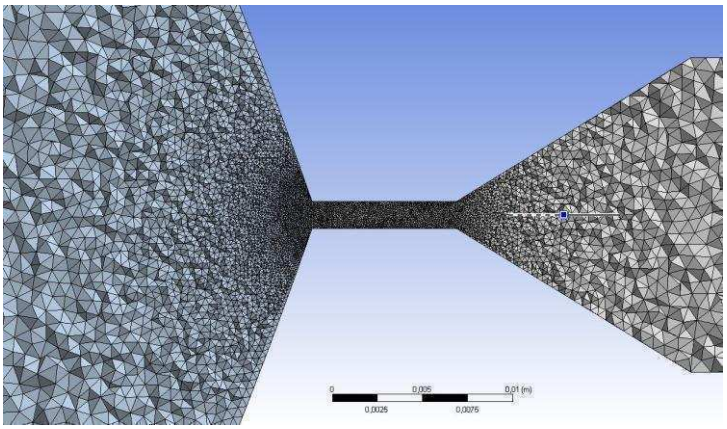


Figura 5 *Corte no plano médio expondo os elementos internos na região de ligação entre atomizador (direita) e câmara de observação (esquerda)*

A malha final desenvolvida, classificada possuía cerca de 1.750.000 elementos, 312.000 nós, havendo refinamento maior na região que compreende o bico do atomizador e a região imediatamente posterior, onde se inicia o processo de formação do jato pulverizado e há maiores gradientes nos valores das propriedades.

É importante ressaltar ainda que para o correto funcionamento do modelo de turbulência utilizado, descrito à frente, as características dimensionais dos elementos próximos à parede devem estar de acordo com a distância adimensional da parede ao primeiro nó adequada, devendo ser menor que 1 para o modelo utilizado.

3.3. Desenvolvimento do Modelo

Utilizou-se o software CFX®, pela sua eficiência na atuação em ambientas multifásicos [6]. O mesmo utiliza o Método dos Volumes Finitos (MVF) como abordagem numérica fundamental.

A utilização desse método em análises termofluidodinâmicas ampliou-se durante a década de 70, devido ao melhoramento computacional decorrente dessa época e a possibilidade em se utilizar sistemas de coordenadas generalizados [3], tornando-se eficiente no tratamento de geometrias complexas.

Com relação às condições de contorno usadas, foi utilizado ar entrando tangente a circunferência do atomizador com 5 m/s e na entrada axial fluido com vazão em massa de 20g/s.

Como modelo de turbulência, foi selecionado o modelo Shear Stress Transport (SST) proposto por Menter, escolhido pela sua ótima acuracidade na predição do comportamento do escoamento próximo a superfícies, característica importante em fluxo com possibilidade de existência de regiões de separação [7] e pela elevada robustez que possui. Pertencente a família dos modelos de turbulência de duas equações, o modelo SST trabalha através da utilização do modelo k-ω proposto por Wilcox no tratamento numérico para as regiões próximas às paredes da geometria e o modelo k-ε proposto por Jones e Launder para regiões distantes [8].

Para que o processo de atomização possa ser realizado, foi utilizado o modelo Luo & Svendsen (1996), que modela o particionamento das gotículas através da teoria cinética do gases [9].

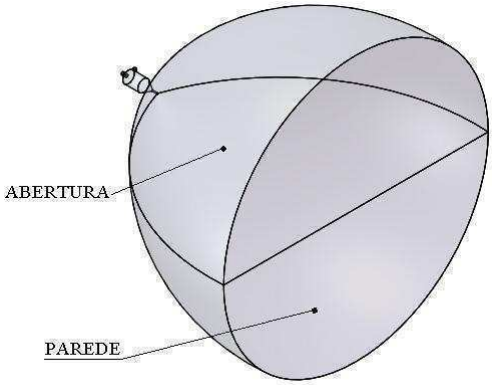


Figura 6 *Condições de contorno na câmara de observação*

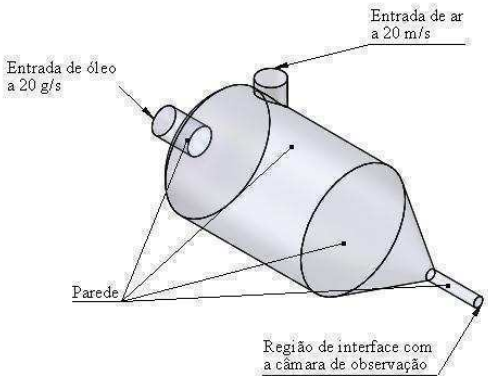


Figura 7 *Condições de contorno utilizadas no atomizador*

4. RESULTADOS

Após o período de cálculos, partiu-se para a análise de resultados, tentando obter como dados de saída a visualização das linhas de corrente dentro para o atomizador, distribuição do jato atomizado após a saída do atomizador, porcentagem de massa perdida para o ambiente e diâmetro médio das partículas.

4.1. Visualização das linhas de corrente

Pode-se observar que a entrada de ar tangencial é a responsável pelo efeito rotativo ao qual o fluxo de óleo se depara ao entrar na câmara de mistura axialmente. O ar a alta velocidade ao entrar em contato com o óleo, inicia o seu processo de fragmentação dentro da câmara.

Para as condições de operação analisadas, há uma aparente parcela do óleo que o fluxo rotativo de ar não consegue desviar de sua trajetória, movendo-se de forma retilínea até o bocal (Fig. 8). É provável que as partículas pertencentes a esse grupo apresentem maior probabilidade de conseguir escapar através o canal de saída do atomizador. Em contrapartida, as moléculas que se

localizam na periferia desse fluxo retilíneo que o ar consegue arrancar são obrigadas a circular com baixas velocidades entre vórtices no espaço interno do atomizador.

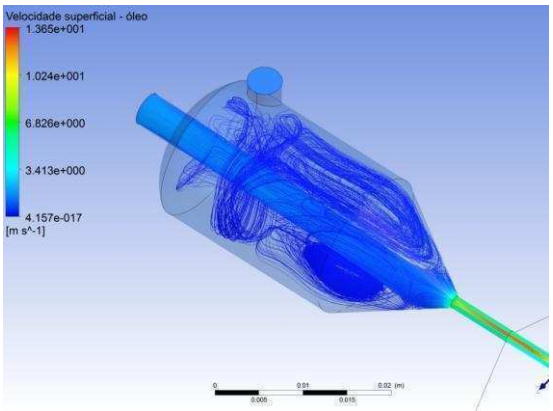


Figura 8 *Linhas de corrente no atomizador*

Nota-se que os fluidos tendem a acelerar ao ser aproximar do bocal de saída devido ao estreitamento do cone de saída e bocal, como mostrado na Fig. 8 e na Fig. 9.

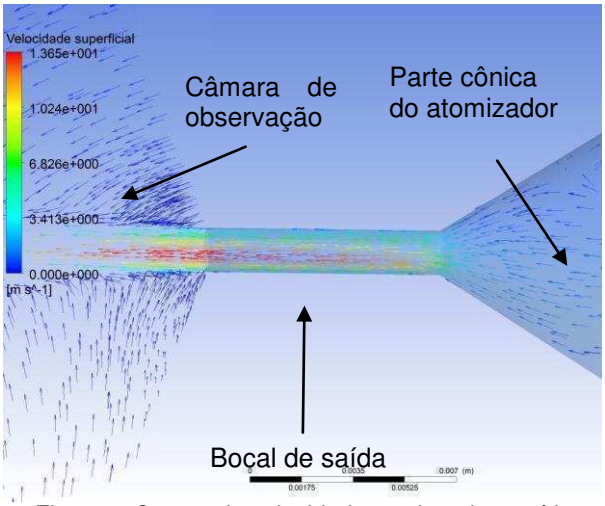


Figura 9 *Campo de velocidades no bocal se saída*

A Fig. 10 e 11, representando os vetores velocidade em um plano médio do atomizador e outro perpendicular ao eixo principal, mostram com mais detalhes a presença zonas de recirculação de fluido lubrificante ao redor do fluxo retilíneo.

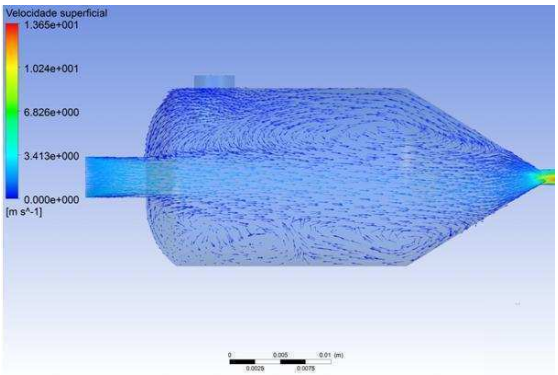


Figura 10 *Vetores velocidades do fluido de corte*

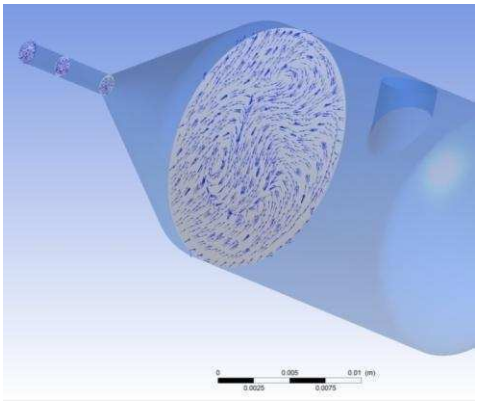


Figura 11 *Vetores velocidade mostrados em planos perpendiculares ao eixo do atomizador. Destaque no plano do início do cone de saída do atomizador*

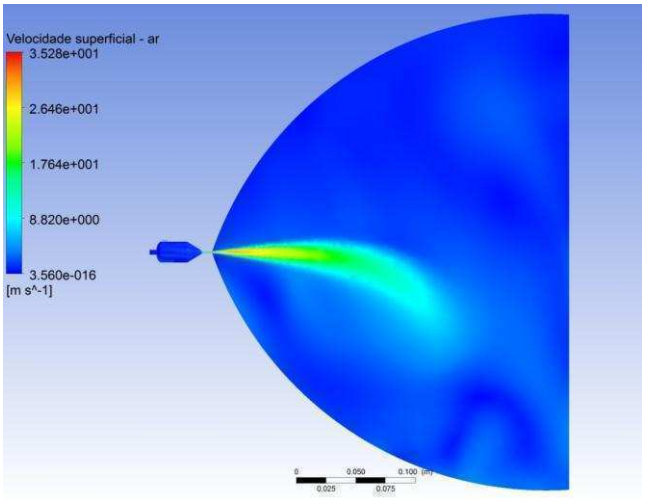


Figura 12 *Velocidade do ar*

Com relação ao comportamento dos fluidos ao saírem do bocal de atomização, percebe-se que o ar e o óleo formam escoamento com pequenos ângulos de cone formados (Fig. 12), provavelmente em consequência da parte cilíndrica final que os fluidos tem que atravessar antes de escapar pelo orifício do atomizador.

O percurso final do atomizador ainda aparenta ter outro efeito sobre o modo de escoar dos fluidos. Através da análise da Fig. 13 nota-se a tendência na parte média do canal do fluxo em dividir-se em dois, uma parte que rotacional no sentido horário e outra que gira no sentido anti-horário.

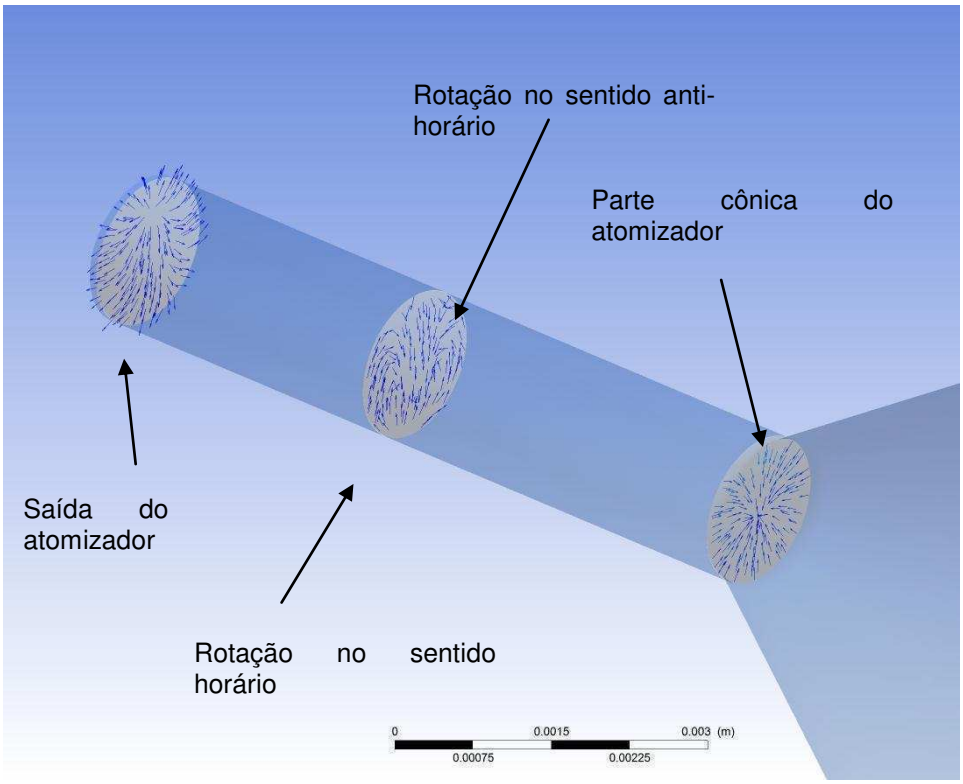


Figura 13 *Vetores velocidade mostrados em planos perpendiculares ao eixo do atomizador*

4.2. Visualização do processo de atomização

O estudo do comportamento do líquido atomizado é de suma importância para a compreensão de fenômenos como a formação de névoa, distribuição do diâmetro das gotículas e a eficiência da geometria do atomizador simulada.

Das imagens geradas, observa-se a formação de gotas a frente do bocal de saída com grande variação de diâmetro encontrados em regiões afastadas do atomizador e a formação de um jato de fluido atomizado com grande alcance, sem grande variação diametral das gotas, característica importante, pois permite que o atomizador possa ser posicionado a várias distâncias da peça a ser lubrificada sem que haja grandes diferença de deposição de fluido lubrificante na área de corte.

É conveniente observar através da Fig.14**,** que as características do atomizador e as condições de entrada de ar e óleo permitiram a formação de um fluxo atomizado com presença de uma larga faixa de diâmetros de gotas grandes o suficientes para serem influenciadas pela gravidade, que em situação real iriam se depositar no fundo da máquina.

Em contraposição a isso, somente aproximadamente 30% da faixa de diâmetros encontrados apresentaram tendência a se permanecer na parte superior da região em estudo, que corresponde à parcela de fluido de corte que participa da formação da névoa e que escapa para o ambiente.

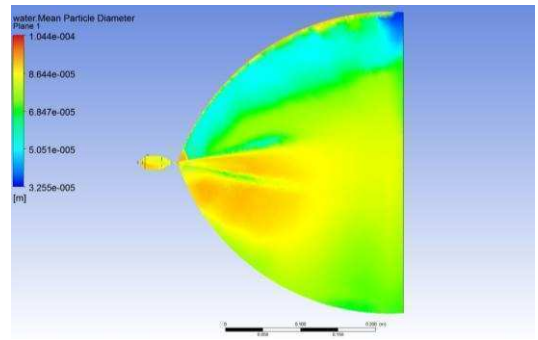


Figura 14 *Distribuição do diâmetro das gotículas formadas no domínio*

Também é possível através do tratamento dos dados gerados obter uma visualização tridimensional em escala das gotícula formadas após o bocal, mostradas nas Figs. 15 e 16.

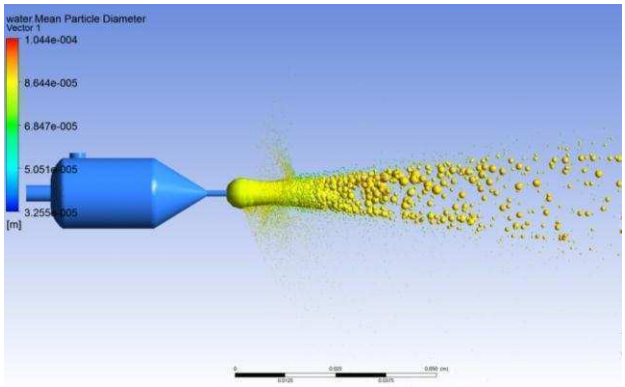


Figura 14 *Visualização em escala da formação de gotas*

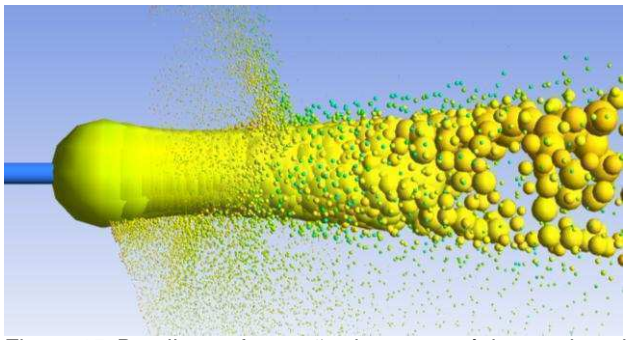


Figura 15 *Detalhe na formação de gotas próximo ao bocal*

Para a dada simulação, chegou-se ao diâmetro médio de particulado no espaço de observação de aproximadamente 78 µm.

4.3. Perda de massa para o ambiente

Dentre os parâmetros passíveis de cálculo presentes nesse trabalho, o cálculo da perda de massa fluida para o ambiente constitui um dos mais importantes a ser analisado, pois através dele o grau de contaminação que o processo de aspersão causa ao ambiente e ao operador próximo à máquina.

Esse cálculo é realizado através do balanço das vazões mássicas entre as massas de ar e óleo que entram e saem do atomizador e do espaço de observação, realizado automaticamente pelo software, em que tem-se como resultados a vazão de 0,11 g/s na superfície superior (Fig. 17), que

representa o quanto é perdido para o ambiente. Consequentemente haverá 19,89g de fluido de corte destinados a descer até o fundo da máquina por segundo.

A taxa de perda de óleo lubrificante para o ambiente será portanto de 0,55% para as condições de operação anteriormente apresentadas.

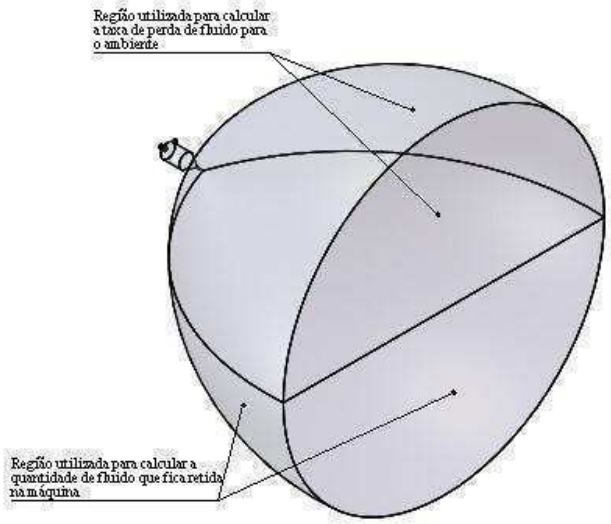


Figura 16 *Regiões representantes de saída e armazenamento de fluido*

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho permitiu melhor compreender o processo de atomização do atomizador proposto por [10], conseguindo perceber características que dificilmente poderiam ser analisadas no processo real, além de abrir frentes de estudo para novos modelos que visem otimizar o processo.

4. REFERENCIAS.

[1] DINIZ, Anselmo Eduardo; MARCONDES, Francisco Carlos, COPPINI, Nivaldo Lemos. (2001) Tecnologia da usinagem dos materiais, Artliber Editora, São Paulo, SP, 5ª edição

[2] STEMMER, Casper Erich. (2005). Ferramentas de corte I, Editora da UFSC, Florianópolis, SC, 6º edição

[3] MALISKA, Clóvis R. (2004). Transferência de calor e Mecânica dos Fluidos Computacional, LTC Editora, Rio de Janeiro, RJ, 2ªedição

[4] HERCKERT, Matheus Guilherme Reimann. (2004). "Fluidodinâmica computacional e suas aplicações". Uberlândia, MG.

[5] KOVACEVIC, A., STOSIC N., SMITH I. (2007). ScrewCompressors, Three Dimensional Computational Fluid Dynamics and Solid Fluid Interaction, Springer, Londres, Inglaterra, 158p.

[6] DAMIAN, Ricardo Barbosa. (2007). "Acoplamento de Balanço Populacional à Simulação Computacional de Escoamentos Multifásicos Polidispersos". Dissertação de Mestrado em Ciências em Engenharia Química - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 92p.

[7] ANSYS CFX-10.0 .(2005). Solver Theory Guide, Inc. Ontario, Canada.

[8] MENTER, KUNTZ M., LANGTRY R. (2003). "Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model", F. R. Begell House, Inc.Alemanha, 8p.

[9] ARAUJO. João Felipe Mitre de. (2006). "Estudo dos Modelos de Quebra e Coalescência para Escoamentos Polidispersos". Dissertação de Mestrado em Ciências em Engenharia Química -Universidade Federal do Rio de Janeiro, 173p.

[10] DIAS, Tadeu Dias. BRAGA, Durval Uchôas. NEVES, Frederico Ozanan. SILVA, Alex Sander Chaves da. Design and Construction of an Equipment Atomization Fluid Lubricant in Compressed Air. Universidade Federal de São João del-Rei, São João Del-Rei, Brasil. 2010

Agradecimentos

O autor agradece aos membros do GRUFAB pelo apoio técnico e aporte de informações a respeito do projeto do atomizador e condições de operação do mesmo, ao professor Luben Cabeças Gómez e a FAPEMIG pela concessão da bolsa relativa ao desenvolvimento desse projeto.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Metodologia para Desenvolvimento de Rodas para um Veículo Aéreo não Tripulado Através da Aplicação de Otimização Topológica e Algoritmos Genéticos

Amorim Caetano de Souza, Diego (1º Autor) [1], Samuel Marques Barcelos [2], Carvalho, André Luís Cerávolo de [3], Neimar Soares Silva [4], *Sérgio Luíz Moni Rribeiro Filho* [5], Christoforo, André Luis [6]

[1]Universidade Federal de São João del-Rei.
Praça Frei Orlando, 170, Centro, São João del-Rei, Minas Gerais, Brasil, CEP: 36307-352.
diegomec8@gmail.com
[2] samuelm2000@gmail.com
[3] ceravoloandre@gmail.com
[4]neimarsoares@yahoo.com.br
[5] sergioliuzmrf@gmail.com
[6] alchristoforo@yahoo.com.br

RESUMO

A busca pelo desenvolvimento de produtos que não somente atendessem aos requisitos mínimos de projetos, mas que também fossem cada vez mais leves e eficientes sempre foi uma obsessão para a engenharia. Até algumas décadas atrás, o processo de desenvolvimento de produtos era baseado simplesmente na tentativa e erro, e na experiência do projetista [1]. Desta forma, foram desenvolvidos métodos numéricos que além de gerar um maior conhecimento a respeito do comportamento estrutural dos projetos, deram ao projetista ferramentas que permitem o melhoramento de desempenho e redução de massa de componentes

No presente trabalho, pretende-se através de processos de otimização topológica presentes no software Ansys® e a utilização de algoritmos genéticos através do software ModeFrontier® analisar e obter uma forma ótima para as rodas utilizadas em uma aeronave cargueira para competições SAE Aerodesign.

O processo de otimização topológica empregada permite obter uma melhor distribuição do material no domínio em questão devido aos esforços atuantes, a qual permite obter uma geometria inicial da roda que aponta para um possível formato em que se consiga a diminuição de massa. Após essa etapa, algoritmos genéticos são aplicados, em que as dimensões do objeto serão variadas de forma a obter um corpo que resista as cargas solicitadas e com a menor quantidade de material possível.

É utilizado a condição crítica de pouso para determinação dos esforços atuantes, que corresponde ao pouso em uma única roda com a carga aplicada entre dois raios [2].

Através de análises já realizadas o processo descrito acima permitiu uma redução de 40% em relação a projetos anteriores em que não se baseavam nos métodos de otimização descritos acima.

Palavras chaves: Topológica, FEA, Algorítmos genéticos, Aerodesign

1. INTRODUÇÃO

Em 2001, levados pela proposta e pelo desafio da competição SAE Aerodesign, estudantes da UFSJ fundaram a Equipe Coiote. No ano de 2004, como uma forma de homenagear a cidade de São João Del Rei, bem como fazer uma alusão à Minas Gerais, a equipe foi renomeada como "TREM KI VOA".

A equipe Coiote e posteriormente Trem Ki Voa, surgiu da vontade e inciativa de estudantes do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de São João Del-Rei (UFSJ), em aplicar os conceitos e teorias estudados, em um projeto que põe à prova seus conhecimentos.

O evento SAE Aerodesign acontece anualmente em São José dos Campos, visando a competição entre aeronaves de pequeno porte construídas por equipes de alunos de graduação em engenharia das principais universidades brasileiras e do exterior. A aeronave deve apresentar elevada eficiência estrutural e carregar o máximo possível de carga, atendendo as exigências de projeto da competição.

As equipes se dividem em três classes de projeto: regular, aberta e micro. A competição divide-se em duas etapas distintas para avaliação do projeto e do desempenho da aeronave. Dentre os principais quesitos analisados na etapa de projeto estão: aerodinâmica, estabilidade e controle, análise estrutural e desempenho. A segunda etapa consiste na competição propriamente dita, onde a aeronave é testada em sucessivas baterias, transportando cargas úteis sempre crescentes, até as condições limites de cada projeto.

A competitividade entre equipes estimula o estudo de materiais leves com propriedades mecânicas satisfatórias para o desenvolvimento de aeronaves mais leves e com capacidade de carga cada vez maior.

O estudo de componentes estruturais como Trem de Pouso, Triquilha e Roda são importantes, pois são elementos da aeronave que passam por constantes modificações dependendo das exigências do projeto e dos esforços. Entre os componentes se destaca a Roda, por ser o elemento que faz a ligação entre aeronave e solo. Projetada pra resistir a pequenos deslocamentos e tensões sem perder suas características, é um elemento onde estudos com softwares de simulação que utilizam o Método dos Elementos Finitos são presentes e importantes para um melhor dimensionamento do componente.

A utilização de softwares de simulação numérica se torna uma ferramenta para a obtenção de resultados de tensões e deslocamentos de componentes estruturais sem a necessidade imediata de um protótipo para futuras análises e correções, reduzindo tempo e gastos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Método dos Elementos Finitos.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) mostra-se como uma excelente ferramenta de cálculo utilizada para analisar o comportamento dos materiais empregados em projetos estruturais, assim como o de avaliar o desempenho mecânico dessas estruturas.

Historicamente, o MEF surgiu em 1955, como evolução da análise matricial de modelos reticulados, motivado pelo advento do computador e elaborado com o intuito de se projetar estruturas de modelos contínuos.

O MEF pode ser considerado como uma técnica de gerar funções de aproximação, que podem ser utilizadas para interpolar deslocamentos, esforços, tensões e deformações ao longo do domínio do elemento.

Para a resolução aproximada de problemas estruturais segundo o MEF, as funções de forma podem ser aplicadas diretamente à sua equação diferencial (Resíduos Ponderados) ou a princípios energéticos, tais como o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV).

O deslocamento em problemas estruturais elásticos é tido como incógnita fundamental, obtido por intermédio da resolução de um sistema de equações lineares, assim como expressa a Equação1, sendo que a sua construção fica em função da disposição da malha, e consequentemente, dos nós dos elementos finitos na estrutura, como pode ser visto na Figura 6.

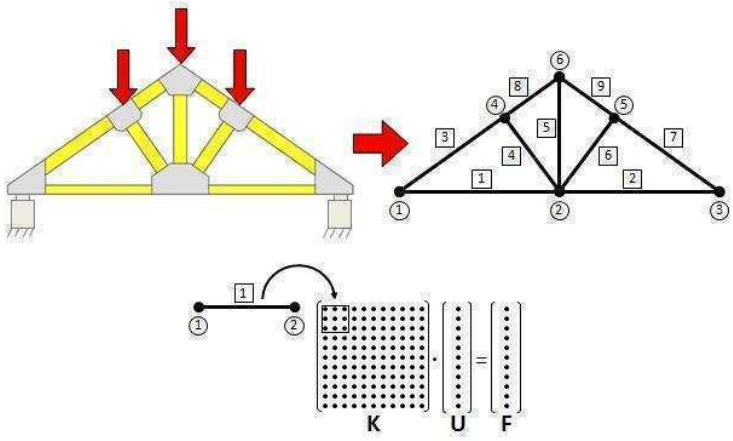


Figura 1 *Exemplo de discretização de uma malha de elementos finitos em uma treliça.*

$$[K]\{U\}=\{F\} \quad (1)$$

Em que:
[K] - matriz de rigidez da estrutura;
{U} - vetor dos deslocamentos nodais da estrutura;
{F} - vetor das forças equivalentes nodais da estrutura.

2.2. Otimização Topológica.

Otimização topológica consiste em um método computacional que

permite determinar, por meios iterativos, a geometria ótima de componentes estruturais segundo um determinado critério de custo, entre eles se destacam a máxima rigidez e menor massa.

O método de otimização topológica distribui o material no

interior de um domínio fixo, ou seja, uma geometria pré determinada de forma a maximizar ou minimizar uma função custo, no caso, a máxima rigidez e mínimo volume de material, consequentemente resultando em menor massa.

O material em cada ponto do domínio pode variar de ar,onde não há presença de material, até sólido onde há total presença de material, podendo assumir densidades intermediárias entre ar e sólido de acordo com um modelo de material definido [3].

Um algoritmo de otimização é usado para encontrar de forma iterativa a distribuição ótima de material. Na aceleração do processo, os métodos de otimização utilizam-se da informação das derivadas da função custo em relação à quantidade de material em cada elemento. A distribuição de material é representada, por exemplo, associando um valor de densidade a cada elemento, obtido da discretização do domínio inicial [3].

Dessa forma, a otimização topológica combina essencialmente métodos de otimização com um método numérico de análise, como por exemplo, o Método de Elementos Finitos (MEF). Outros métodos numéricos de análise podem ser usados, no entanto, devem ser genéricos o suficiente de forma a lidar com estruturas de formas complexas resultantes da otimização.

2.3. Otimização por algoritmos genéticos.

Algoritmos genéticos constituem-se de modelos computacionais desenvolvidos através dos princípios de seleção natural desenvolvido pelo naturalista Darwin (1859), em que seres que possuam características que permitam maior adaptabilidade e compatibilidade com o ambiente em que vivem, possuem sua probabilidade de sobreviver e se reproduzir aumentada, permitindo um maior espalhamento de seus genes a seus descendentes.

Nesse método uma população aleatória é inicialmente gerada e a partir dela são selecionados os melhores indivíduos, que são combinados entre si e criando a próxima geração. Para isso, utilizam-se técnicas de mutação, seleção e cross-over (Goldberg, 1989), de forma a garantir a variedade populacional dos agrupamentos posteriores. Os indivíduos que possuem características superiores aumentam a capacidade de influenciar a variedade genética de futuros descendentes [4].

Uma característica dessa metodologia é que toda a população tende evoluir convergindo para grupos cada vez mais aperfeiçoados e próximos a um ótimo comum [5], mostrando-se muito eficaz e robusto em aplicações com elevado números de variáveis de entrada, em que o ambiente e as condições de análises são por demais complexas para métodos tradicionais de otimização.

Para o presente trabalho, entende-se como otimização como a busca por um indivíduo que após as sucessivas gerações mantenha-se dentro das restrições impostas pelos limites do projeto e que seja o mais apto em relação aos objetivos definidos em comparação com o restante da população.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Para o presente trabalho, o processo de desenvolvimento das rodas para o veículo aéreo não tripulado foi dividido em três partes distintas, explicadas mais detalhadamente abaixo, em que o produto inicia seu desenvolvimento através da utilização de otimização topológica, logo em seguida utiliza-se algoritmos genéticos com o objetivo de adequar as dimensões a um design ótimo e posterior adequação do modelo a as condições de produção e montagem na aeronave.

3.1. Utilização da otimização topológica

Nessa etapa utiliza-se um modelo 2D simplificado para a aplicação da atividade topológica. Foi utilizado o software Ansys® para realizar tal processo, selecionando a redução de 50% do volume da peças, máximo de 100 iterações e precisão de 0,000001.

A roda é desenhada com diâmetro externo de 85mm com furo central de 10mm. Convém ressaltar que essa última dimensão se refere ao diâmetro da pista externa do rolamento a ser utilizado.

Como a seleção do rolamento depende intimamente das cargas estimadas para os casos críticos e esses valores estão sujeitas a alterações devido as várias iterações do projeto aeronáutico, ressalta-se o caráter simplificado dessa etapa. Objetiva-se encontrar com a otimização topológica encontrar um caminho para ser seguido que indique possíveis geometrias favoráveis em relação a redução de massa, sendo essa uma das características da topológica, obter a melhor distribuição de material para o domínio[Sant'Anna].

Como condições de contorno foi adotado a restrição dos graus de liberdade dos nós localizados no furo central e foi aplicada uma pressão distribuída ao longo da pista externa da roda. A utilização desse recurso serve para simplificar o modelo a ser usado, evitando a necessidade de programar várias *load cases* para o impacto em cada ponto.

O material utilizado é o Aluminio 7075-T651 com propriedades mecânicas tabeladas pelo fabricante AlumiCopper®.

Tabela 1 *Propriedades mecânicas do alumínio 7075-T651*

Peso Específico (g/cm³)	Módulo de Elasticidade (MPa)	Módulo de Rigidez (Mpa)	Temperatura de Fusão (℃)
2,8	73000	27500	475-630

3.1. Utilização de algoritmos genéticos

Através da otimização topológica obtém-se uma ideia de geometria inicial, porém ainda é necessária a utilização de processos paramétricos para determinar as melhores dimensões que permitam a adequação da roda as solicitações e restrições do projeto. Para isso utilizou-se o software Ansys Workbench® para realizar as simulações estruturais relativos aos esforços, calcular as tensões e deformações, e calcular a massa, variáveis de saída para a fase de otimização.

As cargas empregadas correspondem à situação crítica de pouso em uma roda no ângulo de pouso multiplicadas pelos fatores de cargas atuantes. Isso corresponde a uma carga vertical de 342,35N e horizontal de 85,59N para a presente situação. O ponto de aplicação das cargas é ponto situado entre dois raios, considerado como sendo o mais crítico, como durante as simulações. Foram feitas correções em relação a geometria inicial da etapa topológica, como o alívio na parte central dos raios.

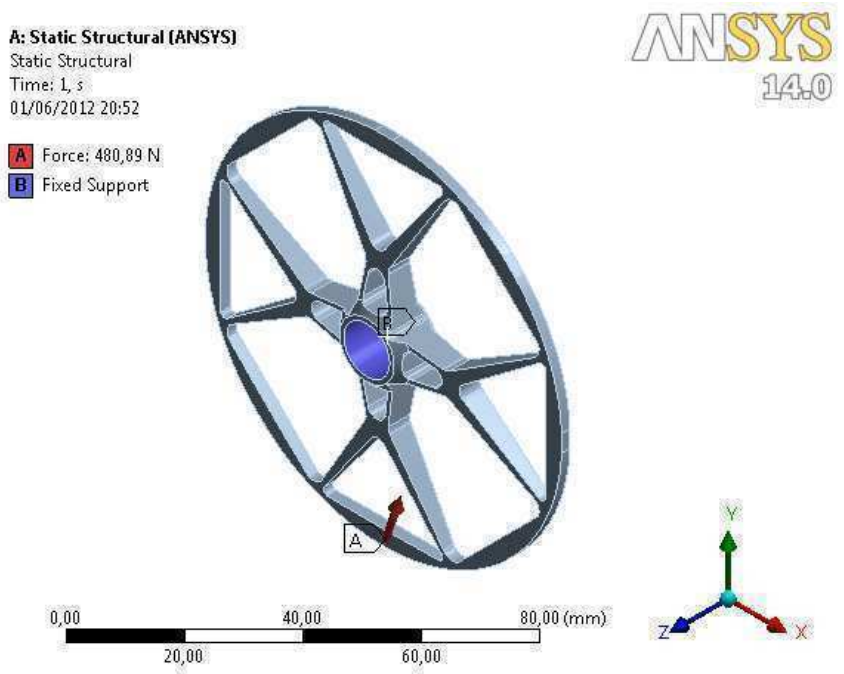


Figura 2 *Cargas e restrições na roda.*

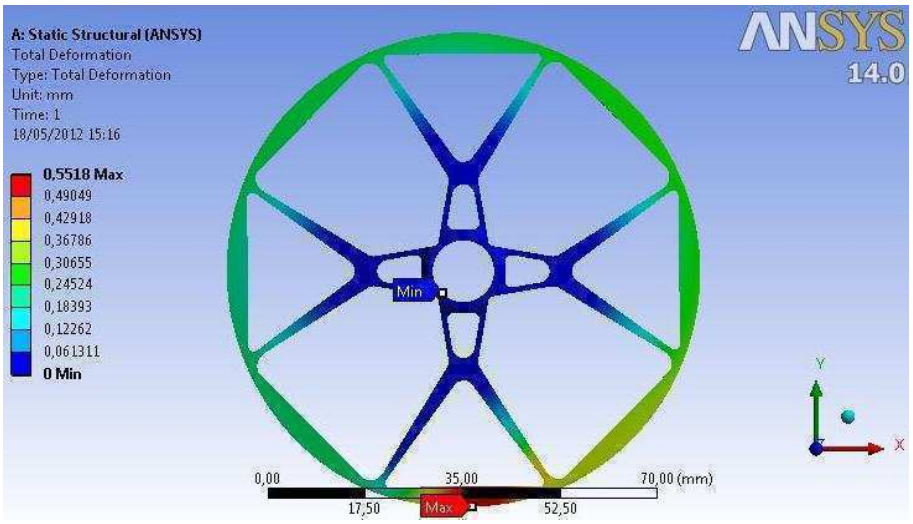


Figura 3 *Deformação típica ocorrida devido as cargas em um dos indivíduos*

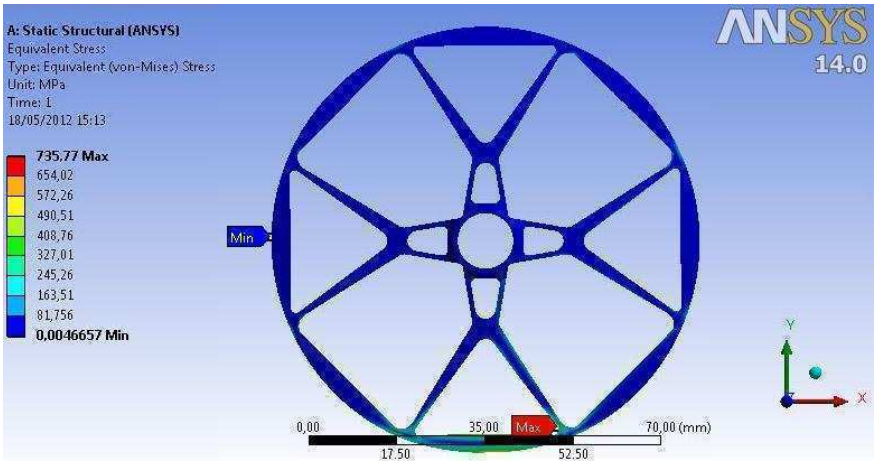


Figura 4 *Tensões ocorridas em um dos indivíduos devido as cargas.*

A otimização é realizada através do software ModeFrontier®, programa muito utilizado devidos as diversas ferramentas relacionadas a otimização via algoritmos genéticos e recursos de estatística, que acopla-se ao de simulação estrutural, coordenando a alteração dos valores das variáveis de entrada para os novos indivíduos, atuando na seleção dos melhores ao longo das sucessivas gerações. Optou-se pelo uso do modelo MOGA-II pela sua rápida convergência e baixo custo computacional requerido, propondo a utilização de 300 gerações com taxa de mutação de 1%.

A população inicial criada constitui-se de 40 indivíduos gerados pelo método SOBOL que gera os indivíduos uniformemente distribuídos em todo espaço amostral possível. Foram selecionadas 10 variáveis relacionadas as principais dimensões da geometria inicial, como comprimento e largura dos raios, largura da pista e arredondamento dos cantos para serem aperfeiçoadas. A otimização realizada trata-se de mono objetiva, em que se pretende minimizar a massa da roda e as restrições utilizadas são a tensão máxima permissível selecionada no projeto, que corresponde ao valor de aproximadamente 342 MPa.

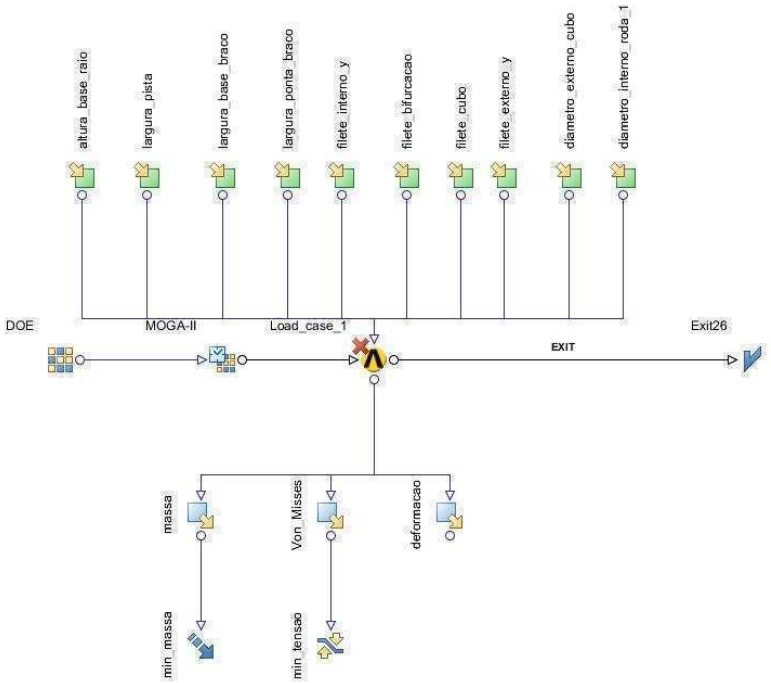


Figura 5 *Diagrama da otimização genética utilizada*

4. RESULTADOS

A aplicação de otimização topológica forneceu o seguinte configuração, consistindo numa roda com quatro raios no centro que se bifurcam quando próximo ao centro.

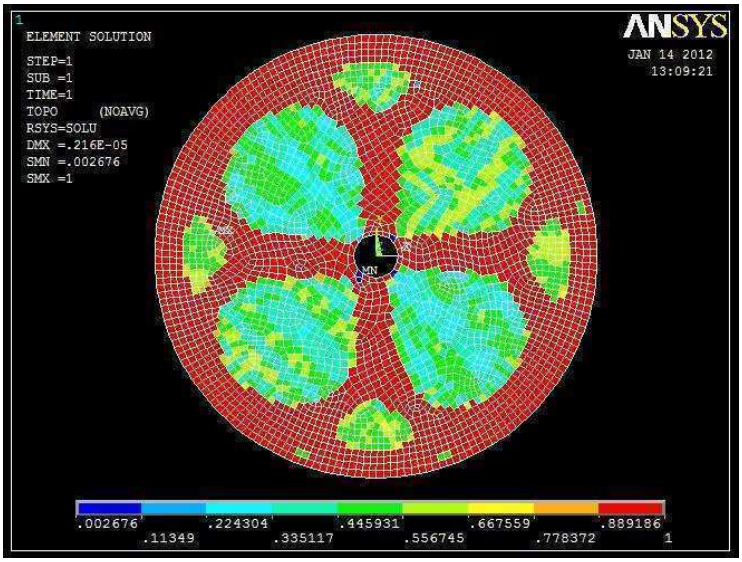


Figura 4 *Geometria gerada pela otimização topológica*

Figura 5 *Geometria final após otimização genética.*

Ao utilizar a otimização genética, obteve-se o indivíduo de número 688 foi considerado como ótimo, possuindo massa 10,13g. Esse número representa uma diminuição de 63,8% em relação as rodas anteriormente usadas.

5. CONCLUSÕES

A aplicação de otimização topológica seguida de otimização via algoritmos genéticos mostrou-se extremamente eficaz para a redução de massa do componente analisado, conseguindo diminuir em mais da metade da massa anteriormente usada.

4. REFERENCIAS.

[1] Mosmann, Rodrigo Muza. (2003). “Otimização topológica de estruturas contínuas submetidas a restrições de flexibilidade, volume e frequência natural”. Porto Alegre. Tese de dissertação de Mestrado em Engenharia. Porto alegre. Brasil.

[2] Sant’Anna, Hervandil Morosini. (2002). “Otimização topológica de estruturas bidimensionais contínuas submetidas a restrições de flexibilidade e tensão”. Porto Alegre. Tese de dissertação de Mestrado em Engenharia. Porto alegre. Brasil.

[3] BENDSOE, M. P.; SIGMUND, O. (2003). Topology Optimization – Theory, Methods and Applications, Springer Ed.

[4] Milare, Cláudia Regina. (2003). Estração de conhecimento de redes neurais artificias utilizando sistemas de apredizado simbólico e algoritmos genéticos. Tese de doutorado. ICMC – USP. São Carlos.

[5] SOBRINHO, C. (2003). “Uma Análise das Aplicações dos Algoritmos Genéticos em Sistemas de Acesso à Informação Personalizada”.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

ALGORITMO DE GUIADO DE PEQUEÑOS UAV A TRAVES DE WAYPOINTS CON VIENTO

Fortin, Daniel O.*, Castro Menna, Alvaro

Universidad de Morón, Facultad de Ingeniería Cabildo 134, CP 1708, Morón, Buenos Aires, Argentina. dfortin@unimoron.edu.ar, acmenna@unimoron.edu.ar

RESUMEN

Los UAV se muestran día a día como solución para los problemas de las áreas de relevamiento aéreo tanto fotográfico, como vigilancia, control de parámetros del suelo, etc. Este desarrollar se realiza el marco del proyecto: "Sistemas Automáticos de Control Para Plataformas de Vuelo No Tripuladas", proyecto enfocado al diseño y construcción de un prototipo de autopiloto para el control de un UAV de fabricación nacional. El propósito de un autopiloto es permitir al UAV completar misiones autónomamente, sin intervención (o con mínima) del operador. Un autopiloto usa la información provista por los sensores de a bordo, controlando los actuadores de las superficies de control. Uno de los objetivos de la investigación es el "Diseño de algoritmos de control del aparato". Para la prueba de estos algoritmos se completo un ambiente SIL (Software In the Loop) con Matlab Simulink y Blockset AeroSim [1], que nos permiten la simulación del avión y la visualización a través de FlightGear. En este ambiente se implementara una solución que permita el guiado del aparato a través de waypoints provistos por un plan de vuelo donde se tendrá en cuenta el viento. La solución propone la selección de una distancia de inicio de viraje en respuesta de a un cambio deseado del curso, dirección del viento, velocidad del viento y velocidad del vehículo respecto del aire.

Palabras Clave: Autopiloto, UAV, Aerosim, SIL, Waypoint

1. Introducción

El proyecto “Sistemas Automáticos de Control Para Plataformas de Vuelo No Tripuladas” esta enfocado al diseño y construcción de un prototipo de autopiloto para el control de un UAV de fabricación nacional. Estos aparatos se muestran día a día como solución para los problemas de las áreas de relevamiento aéreo tanto fotográfico, como vigilancia, control de parámetros del suelo, etc.. Las áreas de investigación encaradas son: a) Algoritmos de control que cumplan con la especificación de automatizar el cumplimiento de misiones del aparato. b) Ambientes de simulación lo suficientemente fieles como para poder probar los algoritmos antes de pasar al diseño electrónico.
En el área de los algoritmos de control, el principal algoritmo es el de guiado a través de una ruta simple, vuelo por waypoint. Para estos algoritmos la introducción de la variable viento puede significar efectos no lineales significativos.
Los pilotos humanos se ayudan de varias señales externas o experiencia para estimar dirección e intensidad del viento. Esta estimación los ayuda a predecir sus efectos en cuanto a las maniobras que realizaran, anticipando acciones de comando. Estos efectos son bastantes apreciables sobre todo cuando alcanzamos el waypoint y queremos ir al siguiente. Si no hay una predicción del viento se puede tener desviaciones considerables, que quizás no son apreciables en vuelos de grandes distancias pero que si lo son en vuelos o rutas comparables con el tamaño de la aeronave. Un remedio es el propuesto por Osborne [2] y es realizar el viraje una distancia antes del waypoint actual, hacia el próximo waypoint. Debemos tener en cuenta que la dirección del viento puede hacer que esta distancia deba variar, en mas o en menos, según la componente perpendicular del viento a la trayectoria al próximo waypoint.
Vamos a proponer aquí un algoritmo que pueda predecir una distancia óptima de viraje, en respuesta a un cambio de curso deseado. Cuando la distancia entre el avión y el waypoint actual es menor que la distancia optima de viraje, se desarrollará un rolido a ángulo máximo hacia el próximo waypoint [3]. Para probar éste algoritmo utilizamos el laboratorio SIL construido en el ámbito del proyecto. Éste cuenta con loops de control para el guiado, navegación a través de waypoint, comando de rolido basado en la estrategia de “Helmsman” [4]. Estos modelos corriendo en Simulink de Matlab, con Blokset Aerosim [1] y FlightGear como visualizador (figura 1).

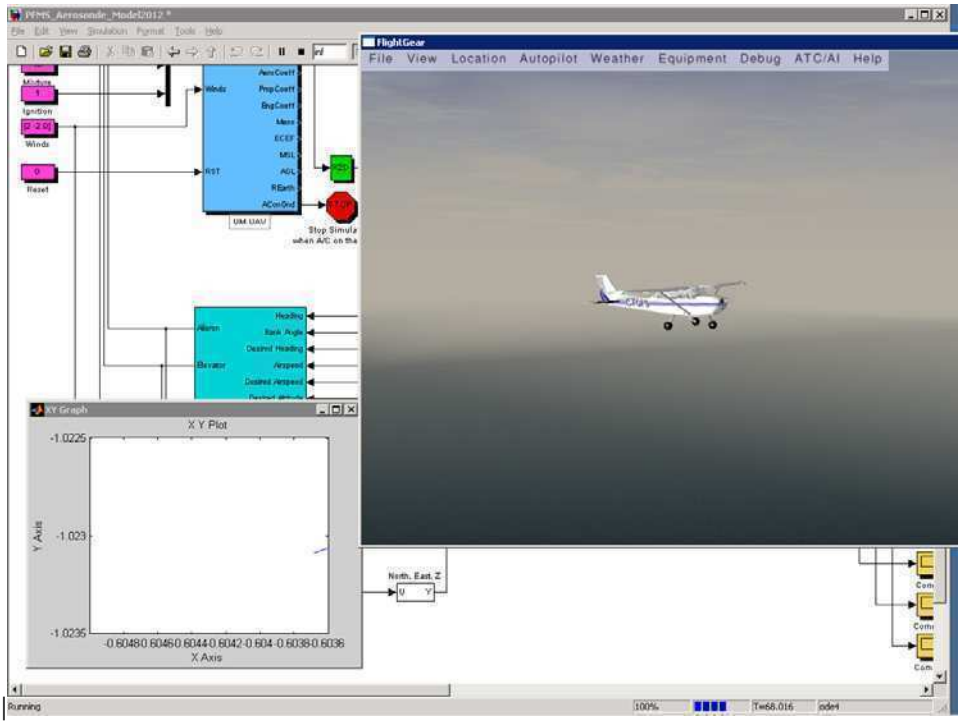


Figura 1*: Simulink corriendo la simulación y visualizado por el FlightGear*

2. Vuelo a través de waypoints

Como expresamos anteriormente el algoritmo propuesto es una modificación del algoritmo de vuelo por waypoints [3], Este algoritmo permite al UAV seguir una serie de waypoints compuestos por (Latitud, Longitud, Altura), serán almacenados en el modelo Simulink en una matriz de *n*x3 donde *n* es el número de waypoints de la matriz.

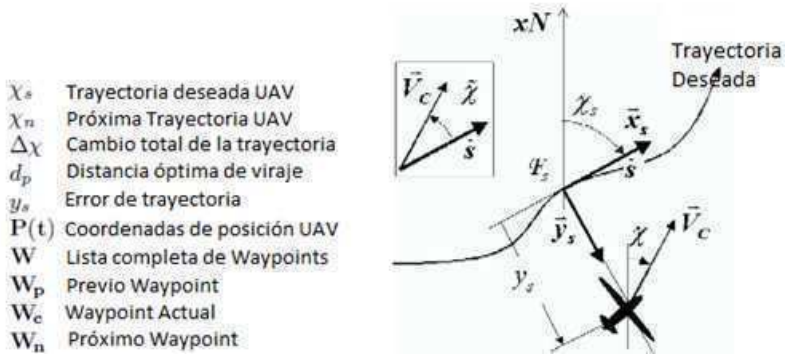


Figura 2: *Nomenclatura* y *Referencia de Serret Frenet para una Trayectoria 2D*

La lista completa de waypoints [2]:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w1_x & w1_y & w1_z \\ w2_x & w2_y & w2_z \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{m_x} & w_{m_y} & w_{m_z} \end{bmatrix} \tag{1}$$

El cálculo de la trayectoria deseado (heading) como trayectoria actual (2) y próxima trayectoria (3) [2]:

$$\chi_s = \arctan\left(\frac{\mathbf{W_{c_y}} - \mathbf{W_{p_y}}}{\mathbf{W_{c_x}} - \mathbf{W_{p_x}}}\right) \tag{2}$$

$$\chi_n = \arctan\left(\frac{\mathbf{W_{n_y}} - \mathbf{W_{c_y}}}{\mathbf{W_{n_x}} - \mathbf{W_{c_x}}}\right) \tag{3}$$

El UAV convergerá al curso deseado por medio de la estrategia de Helmsman [4], ver figura 3, y mantiene la trayectoria a lo largo del curso deseado por la transformación de Serret-Frenet (figura 3) [5]

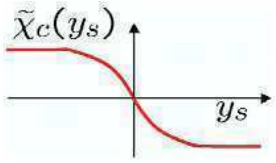


Figura 3: *Estrategia de Helmsman*

La transformación Serret-Frenet [5], considera que las trayectorias de vuelo son segmentos lineales, es

$$\begin{pmatrix} \dot{s} \\ \dot{y}_s \\ \dot{\tilde{\chi}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_g \cos(\tilde{\chi}) \\ V_g \sin(\tilde{\chi}) \\ \dot{\chi} \end{pmatrix} \tag{4}$$

La distancia al curso deseado estará dada por:

$$y_s = \int_0^t \dot{y}_s \, \mathrm{d}t + y_0 \tag{5}$$

Donde y_0 es la distancia inicial desde el curso deseado e igual a cero para el vuelo por waypoint. El cambio del waypoint ocurre cuando pasa por el waypoint actual. Como muestra la figura 3, x_s determina el ángulo de intercepción mientras que y_s el error en el curso.

3. Algoritmo de distancia óptima

La idea es mantener una trayectoria convergente sin errores groseros en el curso en todas las condiciones. Para ello, en las circunstancias de influencia del viento, y con el objetivo de tener trayectorias reproducibles en virajes, se considerará la influencia de la componente de viento perpendicular al eje longitudinal del UAV. La estrategia a seguir es la del piloto humano [6], que a velocidad y ángulo de rolido constante realiza una acción de comando prácticamente sobre el objetivo cuando el viraje es contra el viento y, por lo contrario, amplia cuando es a favor, como indica la figura 4

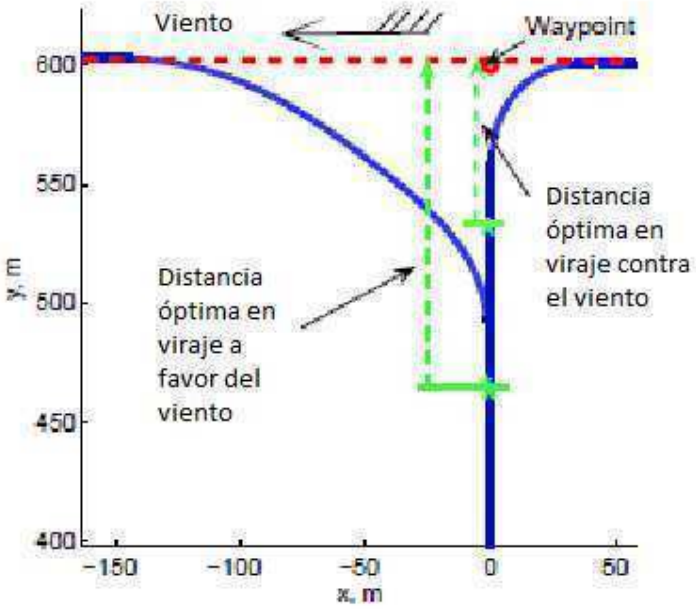


Figura 4: *Distancia óptima según la componente de viento perpendicular a la trayectoria*

Existe una distancia óptima para cada UAV que es la distancia óptima de viraje sin viento, esta distancia es aquella que permite el viraje con un máximo acercamiento al waypoint, esta distancia depende del avión y la velocidad de aproximación y la llamaremos dop_0.
Las componentes del viento se expresan como:

$$v_{viento} = [Norte, Este, Z] \tag{6}$$

El avión tiene una dirección (ángulo de heading) que también puede descomponerse en la referencia norte/este, en este caso el heading es considerando el curso al próximo waypoint

$$he = Vel_{UAV} \cos(\phi) \tag{7}$$

Tomamos la ponderación de la componente del viento en las componentes perpendiculares a la trayectoria y por lo tanto al viraje:

$$dop_{vto} = dop_0(1 \pm abs(v_{Viento}[Este]/he)) \tag{8}$$

Donde dop_{vto} es la distancia optima de viraje con viento, y es menor, cuando los signos de las componentes de velocidad (viento y trayectoria) son iguales, y mayor cuando los signos de las componentes de velocidad son distintos.

En Matlab se programó el algoritmo como se muestra en figura 5, [7,8]

```
function [ y ] = WindEst( way_pts, len, wp, vel, we, lat, long, dop0)
%way_pts: lista de waypoints, len: cantidad de waypoint en la lista
%wp: wp actual, vel: velocidad UAV, we:componente este del viento
%lat y long:coord actual UAV, wp0: próxima coordenada
%xyz2enu convierte ECEF a local norte, este, z
%heading calcula el heading al próximo waypoint
wp0=wp;
wp0=wp0+1;
    if wp0 > len(1)
        wp0=1;
    end
[Xr, Yr, Zr] = llh2xyz(way_pts(wp,1), way_pts(wp,2), 0);

% Convertir UAS a ENU
[X, Y, Z] = llh2xyz(lat, long, 0);
[east_ac,north_ac,u] = xyz2enu(Xr, Yr, Zr, X, Y, Z);
% Convertir waypoint actual a ENU
[X, Y, Z] = llh2xyz(way_pts(wp0,1), way_pts(wp0,2), 0);
[east_wp,north_wp,u] = xyz2enu(Xr, Yr, Zr, X, Y, Z);
% Calcular heading
he=cos(heading( east_ac, north_ac, east_wp, north_wp ));
if he*we<0
    y = (1 + abs(we/(he*vel)))*dop0;
else
    y = (1 - abs(we/(he*vel)))*dop0;
end

end
```

Figura5: Programa Matlab para el cálculo de distancia óptima de viraje

4. Simulación y resultados

La distancia óptima para el viraje es necesaria siempre que debamos realizar una trayectoria entre waypoints suave . Esta distancia es necesaria para el vuelo puro entre waypoints con o sin viento, para no sobrepasar los waypoint y hacer indeseados sobre-virajes. Esta dop0 puede ser fija o dinámicamente calculada. Para el modelo de avión utilizado en el SIL del proyecto, esta distancia fue analizada en etapas anteriores. Su valor óptimo sin viento en metros es de 4*Velocidad del Avión en m/s.

Elegimos una ruta con algunos waypoints alejados y algunos cercanos para producir un triangulo con un bucle en uno de los vértices. Probamos con varias pasadas, con o sin viento, como se demuestra en los gráficos que muestran las trayectorias en Latitud y Longitud en radianes.
Un modelo Simulink del UAV Aerosonde [1] fue usado para la confección de los gráficos. Ëste un modelo no lineal de 6 grados de libertad, en todos los casos fue utilizado sin modificación.

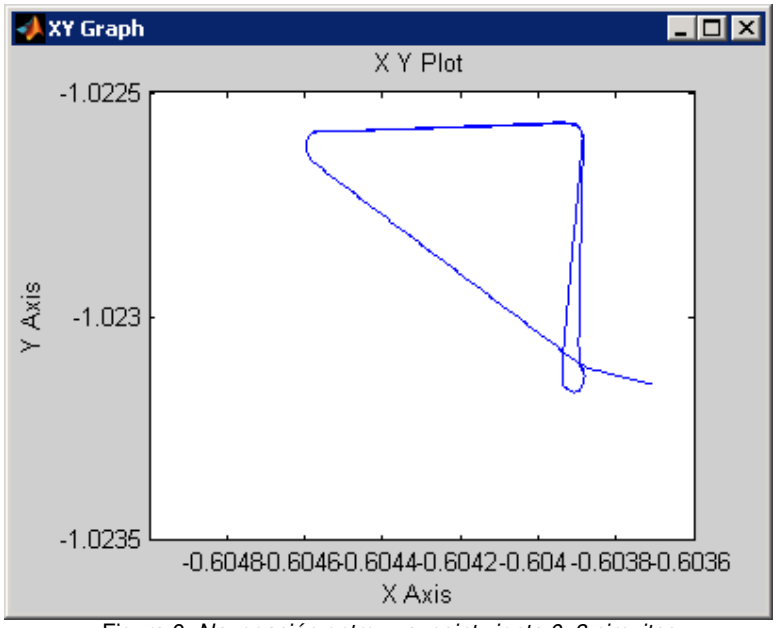


Figura 6: *Navegación entre waypoint viento 0, 3 circuitos*

Las pruebas correspondientes a la figura 6, se utilizo un dop0 fijo de 100 m, velocidad del avión 25m/s, con el cual se tiene una trayectoria con virajes bastante suaves sin sobregiro

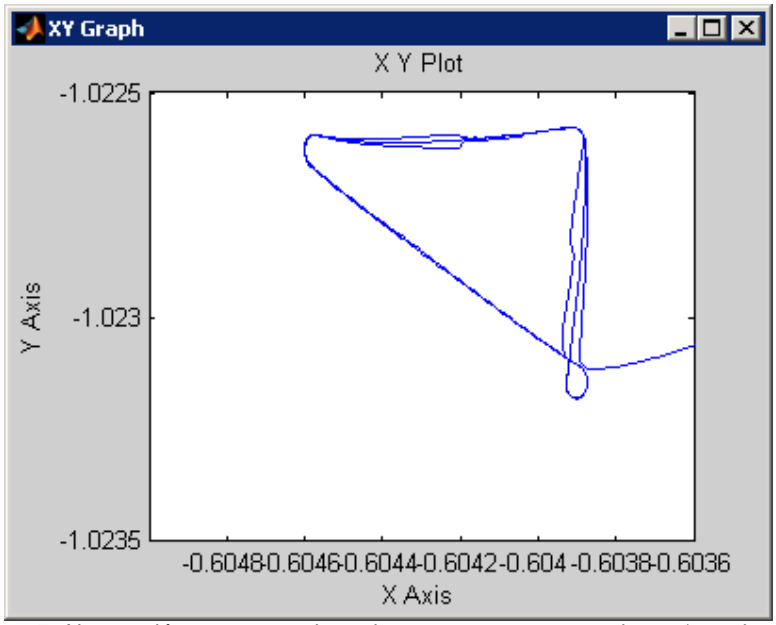


Figura 7: *Navegación entre waypoint y viento con componentes de 2 m/s, 3 circuitos*

Las pruebas correspondientes a la figura 7, se utilizó un dop0 fijo de 100 m, velocidad del avión 25m/s, además se introdujo al sistema viento [2,-2,0] según (6) en [m/s], es notable los sobregiros en la parte superior y los problemas que denota en el bucle, empeorando a cada circuito.

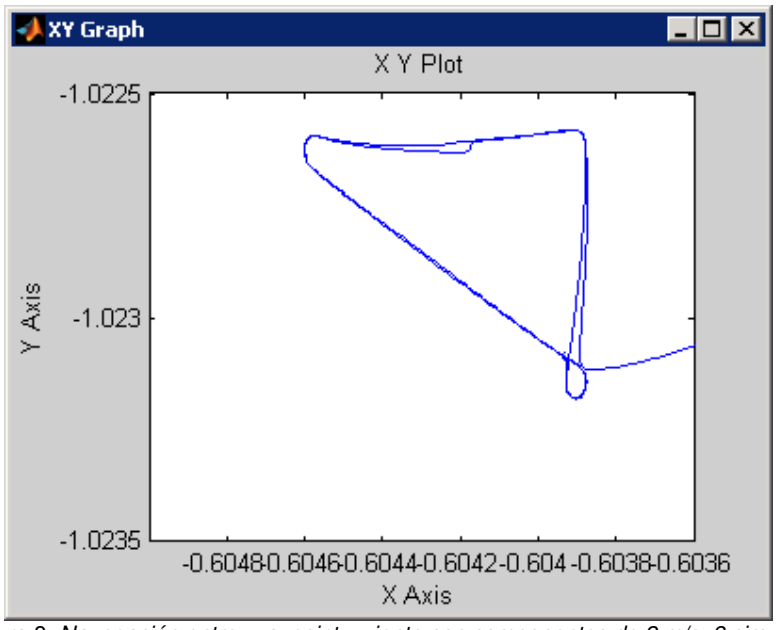


Figura 8: *Navegación entre waypoint y viento con componentes de 2 m/s, 3 circuitos*

En las pruebas de figura 8, se utilizó un dop_{vto} dinámicamente calculado con programa de figura 5, la velocidad del avión 25m/s, además se mantuvo el viento [2,-2,0] según (6) en [m/s], es notable en este caso, la corrección de sobregiros en la parte superior y sobretodo el mejoramiento en la trayectoria que denota en el bucle, manteniéndose en cada circuito
Se realizaron pruebas con distintas configuraciones de viento y dieron resultados similares.

5. Conclusiones

Es evidente que el uso de la distancia óptima de viraje con cálculo de ponderación de viento, es muy viable y genera trayectorias muy ajustadas al modelo sin viento. Tiene la ventaja que solo depende del viento y la trayectoria, pudiéndose usar en variedad de aeronaves. Pero sin embargo tiene el inconveniente que el viento debe ser ingresado externamente al sistema. Creemos que es posible mejorar ésta limitación en futuros trabajos.

6. REFERENCIAS

[1] Unmanned Dynamics LLC, AeroSim Blockset Version 1.2, http://www.u-dynamics.com.
[2] John Osborne and Rolf Rysdyky, 2005, Waypoint Guidance for Small UAVs in Wind Proceedings of the AIAA Infotech@Aerospace Conference
[3] Rafael Yanushevsky, 2011, Guidance Of Unmanned Aerial Vehicles, Taylor and Francis Group.
[4] R. Rysdyk 2003. UAV path following for constant line of.sight. 2nd AIAA "Unmaned Unlimited" Conf. and Workshop and Exhibit. San Diego, CA
[5] K.Petersen, 2001. Waypoint tracking control of ships. Poc 40th IEEE Conf on Des and Control
[6] B.Etkin. 1972. Dynamics of Atmospheric Flight. John Wiley & Sons, New York,
[7] N. Rutherford 2009. PFMS Project QUAS. QUT Avionics
[8] C. Castillo 2007. Unmanned Helicopter Waypoint Trajectory Tracking Using Model Predictive Control. 15th Mediterraneo Conf. on Control & Autom. Grece

Agradecimientos
Los autores de éste trabajo desean agradecer al apoyo recibido de la Facultad de Ingeniería, Universidad de Morón.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Modelo Distribuído Para Análise do Desempenho de Evaporadores *Roll-Bond* Usados em Refrigeradores Domésticos

Suguimoto, Fábio Kenji, Seixlack, André Luiz

Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista – UNESP
Departamento de Engenharia Mecânica
Av. Brasil Centro, 56, CEP: 15385-000, Ilha Solteira(SP), Brasil
andre@dem.feis.unesp.br

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se um modelo numérico distribuído para a simulação do escoamento e da transferência de calor, nos regimes permanente e transiente, ao longo de um evaporador do tipo *roll-bond* instalado no interior do gabinete de um refrigerador doméstico. A análise do evaporador envolve o escoamento do fluido refrigerante no interior dos canais formados por duas chapas de alumínio justapostas, que formam a placa evaporadora. Tais chapas são consideradas como uma única placa plana vertical, com transferência de calor por condução nas direções horizontal e vertical. No lado externo, a transferência de calor ocorre por convecção natural e por radiação entre a placa evaporadora e o gabinete do refrigerador. A simulação do escoamento ao longo dos canais do evaporador é obtida a partir da solução numérica das equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e de conservação de energia usando o método de Volumes Finitos. No modelo do gabinete são calculadas a temperatura média do ar no interior do gabinete e as temperaturas de suas superfícies externas e internas, modelando-se apenas as trocas térmicas por convecção e por radiação e não o escoamento do ar no interior do gabinete. O modelo permite o cálculo, nos regimes permanente e transiente, da distribuição de temperatura, pressão e entalpia do fluido refrigerante. Além da carga térmica, são calculadas a distribuição de temperatura da placa evaporadora e as temperaturas médias do interior do gabinete e das paredes internas e externas.3 Os resultados obtidos para regime transiente também são comparados com dados experimentais da literatura e demonstraram boa concordância.

Palavras Chave: Evaporador *roll-bond,* refrigerador doméstico, análise do desempenho.

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas tem havido uma crescente preocupação da comunidade científica em relação ao uso racional dos recursos naturais, o que tem impulsionado grandes investimentos em pesquisas na área de refrigeração e ar-condicionado. Essas pesquisas visam principalmente o aumento da eficiência dos sistemas de refrigeração, buscando soluções que levem à redução dos custos de produção e do consumo de energia elétrica, além do desenvolvimento de fluidos refrigerantes menos nocivos ao meio ambiente.

Na área de refrigeradores e *freezers* domésticos tem se observado um contínuo desenvolvimento tecnológico ao longo das últimas décadas. Dentre os componentes de um refrigerador doméstico, os compressores, os evaporadores, os condensadores e os dispositivos de expansão, em particular os tubos capilares, têm sido extensivamente analisados. O evaporador de placa, conhecido como *roll-bond* é o objeto de análise neste trabalho. Tal evaporador é comumente usado no refrigerador do tipo estático, no qual a circulação do ar nos compartimentos é governada pela convecção natural.

Os evaporadores do tipo *roll-bond* são fabricados pelo processo de caldeamento, no qual duas chapas de alumínio passam através de um laminador. Por meio de aquecimento e da pressurização, essas chapas são fixadas uma na outra, exceto nas regiões onde são previamente pintadas com uma tinta de dióxido de titânio. Essas regiões são infladas com ar, formando os canais no interior do qual o fluido refrigerante escoa. Tais canais são separados por filetes que atuam como uma aleta única, originando uma transferência de calor por condução significativa na placa evaporadora. A representação esquemática de um evaporador desse tipo é mostrada na Figura 1. Nos evaporadores *roll-bond*, o tubo capilar é inserido na linha de sucção e é conectado diretamente na entrada do evaporador.

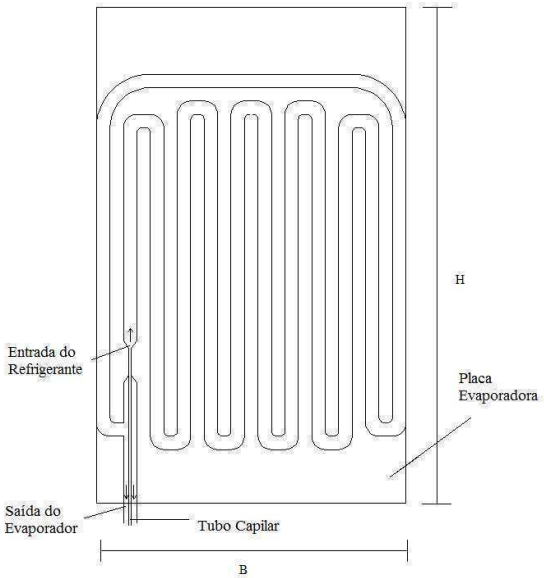


Figura 1 Modelo da placa evaporadora do tipo roll-bond [1].

Há poucos trabalhos experimentais e numéricos sobre a análise de evaporadores do tipo *roll-bond* disponíveis na literatura [1-3]. Além disso, na maioria deles algum não se analisa o comportamento desse tipo de evaporador no regime transiente. Nota-se também que vários parâmetros e efeitos ainda precisam ser adequadamente analisados, para melhorar o entendimento e a modelagem dos fenômenos complexos envolvidos nesse tipo de problema.

Em [1] os autores realizaram um estudo sobre o comportamento de um evaporador do tipo *roll-bond*, em regime permanente e transiente, e desenvolveram um código computacional no qual o evaporador foi analisado segundo o modelo distribuído. Até então, nenhum estudo desse tipo havia sido realizado, pois todas as análises eram feitas considerando-se a modelagem global do evaporador. O código foi validado comparando-se os resultados obtidos no regime permanente com

os resultados experimentais, mostrando desvios na faixa de ±1,5ºC para a temperatura interna do gabinete e ±6% para a capacidade de refrigeração.
Neste trabalho apresenta-se um modelo para simular o escoamento de fluidos refrigerantes no interior dos canais de evaporadores do tipo *roll-bond*, considerando as trocas de calor por convecção e radiação no gabinete e procurando melhorar o entendimento dos fenômenos complexos envolvidos nesse tipo de escoamento.

2. MODELO MATEMÁTICO

No modelo proposto para o evaporador são consideradas tanto a parcela de calor transferido por convecção do ar no interior do gabinete, como a parcela referente ao calor trocado por radiação entre as superfícies internas do gabinete e o evaporador, uma vez que essa última parcela pode elevar substancialmente o calor a ser removido pelo evaporador.
Para o gabinete são modeladas a transferência de calor entre suas paredes externas e o ambiente externo, a condução de calor através dos isolantes térmicos das paredes e a transferência de calor por radiação e convecção entre as paredes internas, o ar no interior do gabinete e o evaporador.

1.1. Evaporador

Para a análise do evaporador do tipo *roll-bond,* cujo esquema é mostrado na Figura 1, são utilizadas as equações da conservação da massa, quantidade de movimento linear e de conservação da energia para o refrigerante e a equação da conservação de energia para a placa do evaporador.
Uma vez que o refrigerante na entrada do evaporador encontra-se na região de saturação e pode deixá-lo como vapor superaquecido, o escoamento ao longo do canal é divido em duas regiões: bifásica líquido-vapor e monofásica de vapor superaquecido.
As hipóteses utilizadas no modelo são: (a) as duas placas de alumínio justapostas são modeladas como se constituíssem uma única placa plana vertical de espessura uniforme, desconsiderando a resistência térmica de contato e o relevo do canal; (b) a transferência de calor por condução na placa é considerada bidimensional, nas direções horizontal e vertical; (c) as taxas de transferência de calor por convecção nas superfícies anterior e posterior do evaporador são iguais; (d) o escoamento é unidimensional e plenamente desenvolvido; (e) na região bifásica o escoamento é considerado homogêneo, isto é, as fases líquida e de vapor possuindo as mesmas velocidades e mesmas temperaturas; (f) desconsidera-se a queda de pressão nas curvas do canal do evaporador; (g) as áreas interna e externa de transferência de calor do canal do evaporador são consideradas iguais, para que o relevo da placa não influencie na transferência de calor.
Considerando essas hipóteses, as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e de conservação de energia para o escoamento ao longo do evaporador são, respectivamente, dadas por

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial (G u)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} - f\frac{G^2}{2\rho d} \tag{2}$$

$$\frac{\partial (\rho i_o)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(G i_o) = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{h_i P}{A}(T_{pl} - T_{ref}) \tag{3}$$

nas quais ρ é a massa específica [kg/m^3], u é a velocidade média do refrigerante na seção transversal do canal [m/s], z é a coordenada ao longo do tubo [m], t é o tempo [s], G= (ρu) é o fluxo de massa [kg/m^{2}s], A é a área da seção transversal do canal [m^2], P=πd é perímetro interno do canal [m], d é o diâmetro interno do canal [m], f é o fator de atrito de Darcy, p é a pressão do escoamento [Pa], $i_o=(i+u^2/2)$ é a entalpia de estagnação específica [J/kg], i é a entalpia específica [J/kg], h_i é o coeficiente de transferência de calor por convecção interno [W/m^{2}K], T_{pl} é a temperatura da placa evaporadora [K] e T_{ref} é a temperatura do refrigerante [K].
Considerando ainda as hipóteses apresentadas e realizando um balanço de energia no volume de

controle bidimensional da placa evaporadora, obtém-se a equação para o cálculo da temperatura da placa evaporadora, T_{pl}, dada por

$$(\rho c)_{pl}\frac{\partial T_{pl}}{\partial t} = k_{pl}\left(\frac{\partial^2 T_{pl}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T_{pl}}{\partial y^2}\right)+\frac{2h_e(T_{gab}-T_{pl})-2h_i\left(T_{pl}-T_{ref}\right)}{w}+\frac{q''_{rad,pl}}{w} \quad (4)$$

na qual w é a espessura da placa evaporadora [m], k_{pl} é condutividade térmica da placa [W/mK], x e y são, respectivamente, as direções horizontal e vertical na placa evaporadora, h_e é o coeficiente de transferência de calor por convecção externa [W/m^2 K], T_{gab} é a temperatura média do gabinete [K] e $q''_{rad,pl}$ é o fluxo total de calor por radiação entre o evaporador e as superfícies internas do gabinete [W].

Dessa forma, a modelagem do escoamento e da transferência de calor ao longo do evaporador é obtida pela solução das Eqs. (1) a (4), usadas, respectivamente, para o cálculo das variáveis: u, p, i_o e T_{pl}. A massa específica do fluido refrigerante é obtida por meio do par pressão/entalpia, ρ= ρ(p,i), utilizando-se o módulo REFPROP 8.0 [4]. Além dessas equações, são usadas as correlações de: (i) Churchill [5] para o cálculo do fator de atrito monofásico, (ii) Gronnerud [6] para o cálculo do fator de atrito bifásico, (iii) Gnielinski [7] para o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção interna na região monofásica; (iv) Jabardo *et al.* [8] para o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção interna na região bifásica e (v) Churchill e Chu [9] para o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção entre o evaporador e o gabinete. Para determinar as propriedades termofísicas do ar e do fluido refrigerante utilizou-se o módulo REFPROP 8.0 [4]. Para a solução da Equação (4) nota-se a necessidade da temperatura do gabinete, T_{gab}, e do fluxo de calor por radiação absorvido pelo evaporador, que serão calculados no modelo do gabinete.

1.2. Gabinete do Refrigerador

O modelo matemático para a análise da transferência de calor no gabinete é desenvolvido com base nas equações clássicas da transferência de calor por condução, convecção natural e radiação, com o objetivo de modelar apenas as trocas térmicas e não o escoamento de ar no interior do gabinete. Um esquema do refrigerador a ser analisado, mostrando as superfícies do gabinete, é apresentado na Figura 2, na qual as superfícies a serem analisadas estão destacadas em cinza. O gabinete é dividido em nove superfícies, como mostrado esquematicamente na Figura 2. As superfícies 8 e 9 são, respectivamente, os lados posterior e frontal do evaporador.

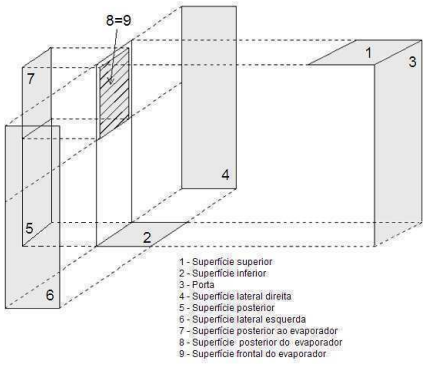


Figura 2 Superfícies do gabinete do refrigerador SLIM 230 litros [2].

As hipóteses consideradas no modelo de transferência de calor no gabinete são: (i) as paredes do gabinete são consideradas planas com condução unidimensional; (ii) desconsidera-se a condução de calor nos revestimentos internos e externos, por possuírem elevada condutividade térmica; (iii) desconsidera-se o ressalto no interior do gabinete, onde fica alojado o compressor; (iv) a temperatura do ambiente externo é considerada constante; (v) a transferência de calor por radiação entre as superfícies externas e as superfícies do ambiente é semelhante aquela que ocorre entre uma pequena superfície que se encontra no interior de um espaço fechado muito maior; (vi) as superfícies internas são tratadas como cinzas e opacas e os efeitos de transmissividade foram desprezados; (vii) o meio interno e externo não participam das trocas radiativas; (viii) as propriedades termofísicas dos meios envolvidos na modelagem do gabinete não variam com a temperatura, exceto as propriedades do ar.

Para obtenção das equações governantes realizaram-se balanços de energia nos lados externos e internos de cada parede do gabinete e um balanço de energia para o ar no interior do gabinete. Tais equações são:

(a) Equações para o cálculo das temperaturas externa e interna de cada superfície do gabinete e da distribuição de temperatura através dos isolantes térmicos:

$$(\rho cV)_{e,l}\frac{dT_{e.l}}{dt}=\left[(hA)_{e,l}(T_{\infty}-T_{e,l})+(h_{rad}A)_{e,l}(T_{\infty}-T_{e,l})\right]-\left(\frac{k_{is}A_{is}}{\Delta x_{is,1}/2}\right)_{l}(T_{e,l}-T_{is,1,l}) \quad (5)$$

$$(\rho cV)_{i,l}\frac{dT_{i.l}}{dt}=\left(\frac{k_{is}A_{is}}{\Delta x_{is,m}/2}\right)_{l}(T_{m,l}-T_{i,l})-\left[(hA)_{i,l}(T_{i,l}-T_{gab})+q_{rad,i,l}\right] \quad (6)$$

$$\frac{\partial T_{is,l}}{\partial t}=a_{is,l}\frac{\partial^2 T_{is,l}}{\partial x^2} \quad (7)$$

nas quais o índice "l" representa cada uma das paredes do gabinete, de acordo com a notação da Figura 2, os índices "e" e "i" indicam, respectivamente, as superfícies externa e interna, o índice "is" indica o isolante térmico, V é o volume do revestimento [m^3], A é a área da superfície [m^2], $T_{i,l}$ e $T_{e,l}$ são, respectivamente, as temperaturas do revestimento interno e externo [K], $T_{is,1,l}$ e $T_{is,m,l}$ são, respectivamente, as temperaturas do isolamento térmico no primeiro e no último volumes de controle [K], T_{gab} é a temperatura média do ar no interior do gabinete do refrigerador [K], $A_{is,l}=(A_{e,l}+A_{i,l})/2$ é a área da superfície do isolante [m^2], $\Delta x_{is,1}$ e $\Delta x_{is,m}$ são, respectivamente, os comprimentos do primeiro e do último volumes de controle do isolamento térmico [m], h_e e h_e são, respectivamente, os coeficientes de transferência de calor por convecção interno e externo [W/m^2K], $h_{rad,e,l}=\sigma\varepsilon(T_{\infty}+T_{e,l})(T_{\infty}^2+T_{e,l}^2)$ é o coeficiente de transferência de calor por radiação [W/m^2K], k é a condutividade térmica [W/mK], σ =5,67x10^{-8} [W m^{-2} K^{-4}] é a constante de Stefan-Boltzman, ε é a emissividade da superfície e $q_{rad,i,l}$ é a taxa líquida de transferência de calor por radiação entre a superfície "l" e as demais superfícies internas do gabinete com as quais "l" troca calor por radiação [W]. Na Equação (7) x é a coordenada ao longo do isolante térmico [m] e $a_{is,l}=(k/\rho c)_{is,l}$ é a difusividade térmica do isolante térmico [m^2/s].
Uma vez que a transferência de calor por radiação entre as superfícies internas pode influenciar significativamente a estimativa da carga de resfriamento [2], considera-se o efeito direcional nas trocas radiativas entre as superfícies internas e entre estas e o evaporador por meio do uso de fatores de forma. Os efeitos de emissão e de reflexão de radiação nas superfícies foram incorporados ao modelo por meio do conceito de radiosidade [10]. Os fatores de forma são calculados segundo as equações apresentadas em [11].

(b) Equação para o cálculo da temperatura média do gabinete, T_{gab}:
Realizando-se um balanço de energia para o ar no interior do gabinete, obtém-se a equação para o cálculo da temperatura média do gabinete, dada por

$$(\rho cV)_{gab}\frac{dT_{gab}}{dt}=\sum_{l=1}^{9}\left[(hA)_{i,l}(T_{i,l}-T_{gab})\right]+q_{gax} \quad (8)$$

na qual q_{gax} representa o calor transferido através da borracha de vedação da porta, também conhecida como gaxeta. Na Equação (8) observa-se que as taxas de transferência de calor por convecção entre o ar interno e as superfícies anterior e posterior do evaporador são, respectivamente, representadas pelos índices 8 e 9.
Segundo apresentado em [12], 25% da transferência total de calor para o gabinete do refrigerador ocorre na região da gaxeta, mostrando assim, sua importância na modelagem da transferência de calor para o gabinete. O modelo para determinar q_{gax} foi desenvolvido em [3], no qual o calor transferido através da gaxeta é dado por: $q_{gax}=(KL)_{gax}(T_{\infty}-T_{gab})$, sendo L_{gax} o comprimento linearizado da gaxeta [m] e K_{gax} = 0,12 W/mK é uma constante empírica apresentada em [11].Observa-se que a transferência de calor atribuída exclusivamente à gaxeta inclui efeitos de multidimensionalidade não incorporados ao modelo.

Dessa forma, o modelo matemático para a análise da transferência de calor no gabinete é constituído pelo sistema de equações Eqs. (5) a (8), que devem ser resolvidas, respectivamente, para o cálculo das temperaturas $T_{e,l}$, $T_{i,l}$, $T_{is,l}$ e T_{gab}. Os coeficientes de transferência de calor, $h_{e,l}$ e $h_{i,l}$ são calculados pelas correlações de Churchill e Chu [9], para as superfícies verticais, e de McAdams [13], para as superfícies horizontais do gabinete.

2.3. Condições Inicial e de Contorno

Para a simulação da condição de operação do evaporador em regime transiente, utiliza-se o mesmo procedimento adotado em [1], no qual foram realizadas apenas simulações no regime transiente de partida (*pull-down*). O ensaio *pull-down* consiste em analisar o comportamento do refrigerador desde a partida até a condição de regime permanente. Assim o equipamento é posicionado em uma câmara de teste com temperatura ambiente controlada. Nessa câmara, o sistema é deixado desligado e com a porta aberta por 12 horas até que entre em equilíbrio térmico com o ambiente. Então o compressor é ligado e inicia-se o monitoramento das variáveis como pressão, temperatura e potência consumida pelo sistema de refrigeração, que termina quando o regime permanente é alcançado.

As condições iniciais são definidas pela temperatura ambiente T_∞=43 ºC e pela pressão de equalização do sistema de p_o= 4,9 bar [1]. As temperaturas iniciais do refrigerante, T_{ref}, do interior do gabinete, T_{gab}, da placa evaporadora, T_{pl}, das paredes internas e externas do gabinete, $T_{i,l}$ e $T_{e,l}$, e do isolante térmico, $T_{is,l}$, são consideradas iguais à temperatura ambiente. O campo de velocidade do refrigerante no interior do evaporador é considerado inicialmente nulo até que seja dada a partida no compressor. Com isso

$$\begin{aligned} t = 0: \; & u(z,0)=0 \quad p(z,0)=p_0 \quad i_0(z,0) = f(p_0, T_\infty) \\ & T_{ref}(z,0) = T_{pl}(x,y,0) = T_{i,l}(0) = T_{e,l}(0) = T_{is,l}(x,0) = T_\infty \end{aligned} \tag{9}$$

As condições de contorno impostas na entrada do canal do evaporador, z=0, foram geradas com base nos resultados do regime permanente, obtidos por [2], e nos resultados dos ensaios do regime transiente de partida, realizados por [1]. Tais condições são dadas por

$$\begin{aligned} & u(0,t) = 1{,}78(1-e^{-t/5})/\rho(0,t)A \\ z=0: \quad & p(0,t) = 1{,}29 + (p_o - 1{,}29)e^{-t/10} \\ & \hat{i}(0,t) = \frac{i(0,t) - i_l(0,t)}{i_v(0,t) - i_l(0,t)} = 0{,}31 + (\hat{i}_0 - 0{,}31)e^{-t/15} \end{aligned} \tag{10}$$

nas quais t é o tempo [s], p é a pressão [bar] e $\hat{i}$ a entalpia normalizada. Os índices inferiores "l" e "v", indicam, respectivamente, as fases líquida e vapor. A entalpia normalizada representa o título na região bifásica e não possui significado físico na região de vapor superaquecido. As entalpias do líquido e do vapor são calculadas em função da pressão de entrada, p(0,t). O índice inferior ($_o$) representa o valor inicial da variável.

A equação da conservação de energia da placa evaporadora, Equação (4), é diferencial parcial de segunda ordem e, portanto, para ser resolvida requer que duas condições de contorno sejam especificadas para cada direção. Para isso, assume-se que a área da seção transversal dessa região é extremamente menor do que a área da superfície da placa e considera-se então que as bordas da placa estejam perfeitamente isoladas.

3. METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

O sistema de equações governantes do escoamento ao longo do evaporador, Equações (1) a (3), é resolvido numericamente usando-se o método de Volumes Finitos, na forma proposta em [14]. Para isso, o domínio de solução é dividido em volumes de controle e as equações governantes são integradas no tempo e ao longo de cada um desses volumes. As variáveis dependentes são armazenadas nas faces dos volumes de controle e as integrais no espaço dos termos fonte das equações governantes são aproximadas pela regra do trapézio.

Para a placa evaporadora, a equação da conservação de energia, Equação (4), também é resolvida pelo método de Volumes Finitos [15]. Para isso, gera-se uma malha bidimensional e cartesiana (Figura 4) na qual as tempearturas da placa são armazenadas no centro dos volumes de controle. A Equação (4) é integrada no tempo e ao longo das direções x e y de cada volume de controle. As curvas foram tratadas de acordo com seu respectivo volume de controle predominante, obtendo-se uma malha apenas cartesiana, como mostra a Figura 4. O problema de acoplamento entre as temperaturas do refrigerante, posicionadas nas faces dos volumes de controle, com as temperaturas da placa evaporadora, posicionadas nos centros dos volumes de controle, é resolvido fazendo-se uma média das temperaturas adjacentes do refrigerante e armazenando-as no centro dos volumes de controle da placa, quando se resolve a equação da placa evaporadora. Ao se resolver a equação do refrigerante faz se uma média das temperaturas da placa, as quais são armazenadas nas faces dos volumes de controle do canal do evaporador.

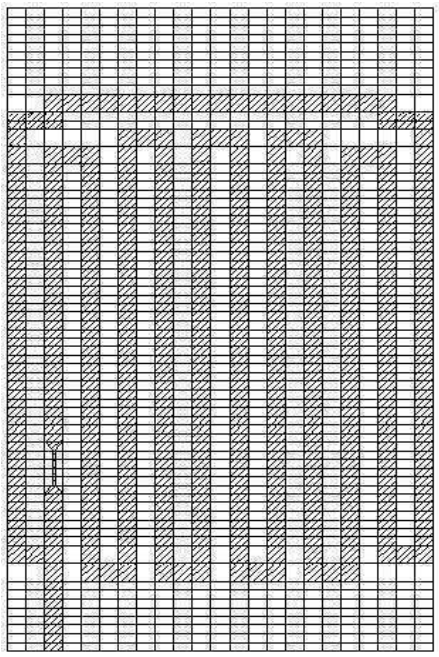


Figura 4. Malha computacional da placa evaporadora.

Para o gabinete do refrigerador, as equações diferenciais ordinárias, Equações (5), (6) e (8), são integradas no tempo segundo o método de Euler e a Equação (7) é resolvida pelo método de Volumes Finitos [15].

O procedimento de solução adotado é composto pelas etapas apresentadas a seguir.

1. Fornecer os dados geométricos e características construtivas do refrigerador, as condições iniciais de todas as variáveis e a temperatura do ambiente externo;
2. Gerar a malha bidimensional na placa evaporadora e a malha unidimensional ao longo do canal do evaporador;
3. Calcular os fatores de forma das superfícies internas do gabinete;
4. Avançar para o instante de tempo $t+\Delta t$;

(a)Cálculo das variáveis do refrigerante: u, p e i_0:

5. Calcular as propriedades do escoamento do refrigerante na entrada do evaporador a partir dos parâmetros conhecidos (k=1);
6. Incrementar k=k+1;
7. Calcular a velocidade média do escoamento, u, Equação (1);
8. Calcular a pressão, p, Equação (2);
9. Calcular a entalpia de estagnação, i_o, Equação (3);
10. Atualizar as propriedades termodinâmicas, termofisicas e os parâmetros empíricos do escoamento;
11. Retornar ao passo 7 até a convergência das variáveis;
12. Retornar ao passo 6 até o último volume de controle ao longo do canal do evaporador;

(b) Cálculo do campo de temperatura da placa evaporadora:

13. Calcular ponto a ponto o campo de temperatura da placa evaporadora pela Equação (4) e calcular a temperatura média do evaporador;
14. Atualizar as propriedades termofisicas do ar e o coeficiente de transferência de calor por convecção entre a placa evaporadora e o ar no interior do gabinete;

(c) Cálculo da temperatura média do Gabinete:

15. Atualizar as propriedades termofisicas do ar e os coeficientes externos e internos de transferência de calor por convecção entre o gabinete e o ar no interior e exterior do gabinete;
16. Calcular as radiosidades pelo método iterativo de Gauss-Seidel e as taxas de transferência de calor por radiação entre as superfícies do gabinete e entre as superfícies externas e o ambiente;
17. Calcular as temperaturas das paredes do gabinete pelas Equações (5) a (7);
18. Calcular a temperatura média do ar no interior do gabinete pela Equação (9);

19. Voltar ao passo 5 até a convergência de todas as variáveis envolvidas;
20. Voltar ao passo 4 até o final da simulação do regime transiente.

Considerando que φ represente uma variável genérica do problema, a convergência do processo iterativo será alcançada quando a soma das diferenças relativas entre os valores de φ da iteração atual e da iteração anterior forem menores ou iguais a 10^{-4}.

4. RESULTADOS e DISCUSSÃO

Os resultados obtidos são comparados com dados experimentais da literatura, em termos da temperatura média do gabinete, temperatura média do evaporador, para um refrigerador doméstico específico, do tipo estático, operando com fluido refrigerante HFC-134a.

O evaporador e o gabinete analisados são os mesmos empregados em [1], cujos dados geométricos são apresentadas na Tabela 1. O material do evaporador é o alumínio, cujas propriedades termofísicas são: massa específica ρ=2700 kg/m^3, calor específico c=879 J/kgK, condutividade térmica, k=229 W/mK e emissividade ε=0,9.

Para analisar a influência da malha computacional usada na discretização do evaporador, foram realizados testes de refinamento usando-se malhas de 851, 1610, 3036 e 5842 volumes. Notou-se que as temperaturas médias do gabinete e do evaporador e os valores de carga térmica apresentaram valores praticamente independentes para as diferentes malhas testadas. Dessa forma, a malha com 851 volumes foi usada para a obtenção dos resultados neste trabalho, uma vez que apresentou um tempo de convergência menor.

Tabela 1 Dados geométricos do evaporador e do gabinete analisados [1].

Dimensões do Evaporador		**Dimensões do Gabinete**	**Externa**	**Interna**
Altura [m]	0,48	Altura [m]	1,435	1,343
Largura [m]	0,3	Largura [m]	0,51	0,476
Espessura [10^{-3} m]	1,50	Profundidade [m]	0,473	0,4
Comprimento do canal [m]	4,568	Espessura do revestimento [10^{-4} m]	6,0	0,4
Volume interno [10^{-3} m]	1,40	Comprimento da gaxeta [m]	3,44	

A Figura 5 mostra a variação com o tempo da temperatura do ponto central da placa evaporadora obtido pelo presente modelo, comparado com o resultado experimental de [1]. O incremento de tempo utilizado foi de 0,1 s, para o intervalo de tempo de 0 s a 10 s, e de 1 s para o restante do tempo. Nota-se que o comportamento do resultado numérico é bastante próximo do experimental, embora apresente uma taxa de decaimento mais acentuada. Em função disso, o regime permanente foi alcançado em aproximadamente 3750 s (1,04 h), segundo a solução numérica, e aproximadamente em 11520 s (3,2 h) segundo o resultado experimental, como mostrado na Figura 5.

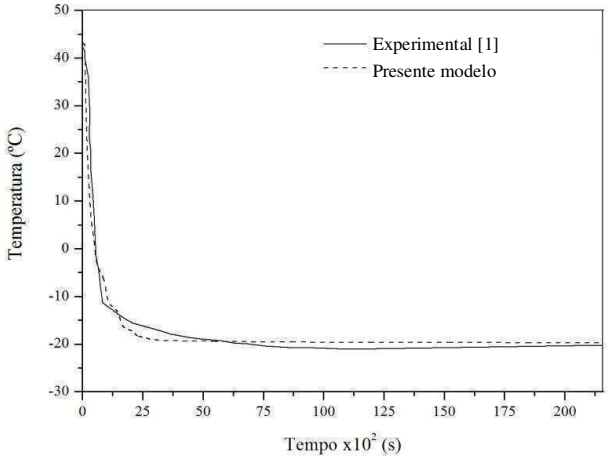
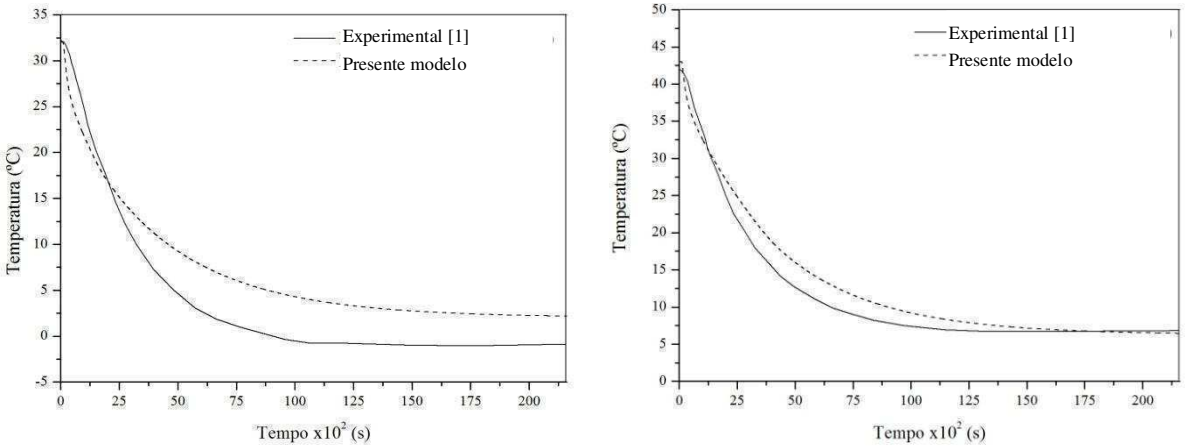


Figura 5 Comparação entre as temperaturas do ponto central do evaporador calculada e medida [1].

Observa-se na Figura 5 que a temperatura do ponto central da placa evaporadora diminui rapidamente nos instantes iniciais, em razão do início do processo de mudança de fase. Em seguida, essa redução passa a ser mais lenta, pois a diferença entre as temperaturas da placa evaporadora e do ar no interior do gabinete diminui. A redução de temperatura da placa evaporadora vai se tornando cada vez mais lenta até atingir a condição de regime permanente.
As Figuras 6(a) e 6(b) mostram as distribuições da temperatura média do gabinete, respectivamente, para as temperaturas ambiente de 32 e 43 ºC, em função do tempo, obtidas pelo presente modelo e medidas por [1]. Observa-se que o comportamento das distribuições de temperatura calculadas pelo presente modelo é bastante próximo dos resultados medidos por [1] para a temperatura ambiente de 43 ºC e se distancia um pouco para a temperatura ambiente de 32 ºC.
Nota-se nas Figuras 6(a) e 6(b) que a diferença entre as temperaturas calculadas e medidas no regime permanente é menor para a temperatura ambiente de 43 ºC do que para a temperatura ambiente de 32 ºC. Segundo os dados experimentais de [1], para a temperatura ambiente de 32ºC o regime permanente é atingido quando a temperatura média do gabinete atinge -1,4 ºC e para a temperatura ambiente de 43ºC, quando essa temperatura atinge 6,5 ºC.

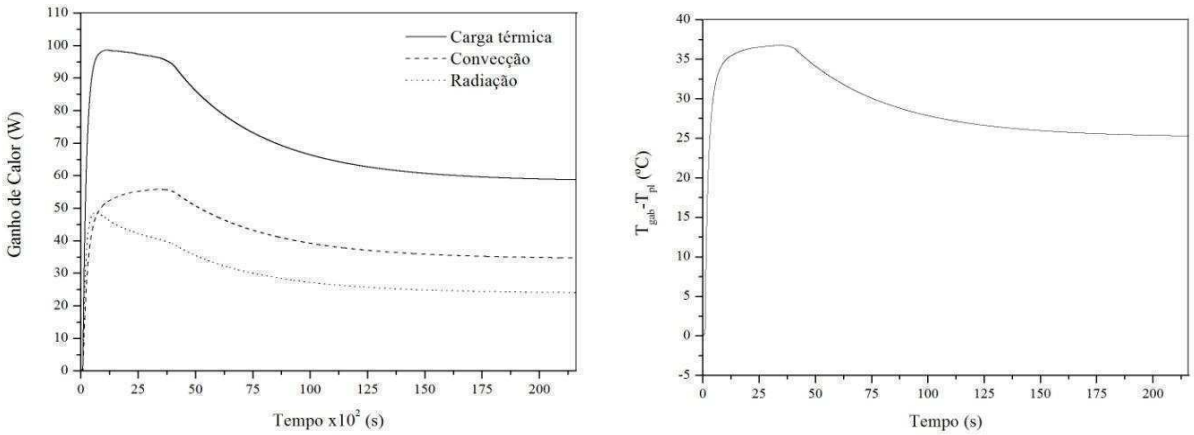


(a) (b)

Figura 6. Comparação entre as temperaturas médias do gabinete calculada e medida [1] - temperatura ambiente: (a) 32 ºC; (b) 43 ºC.

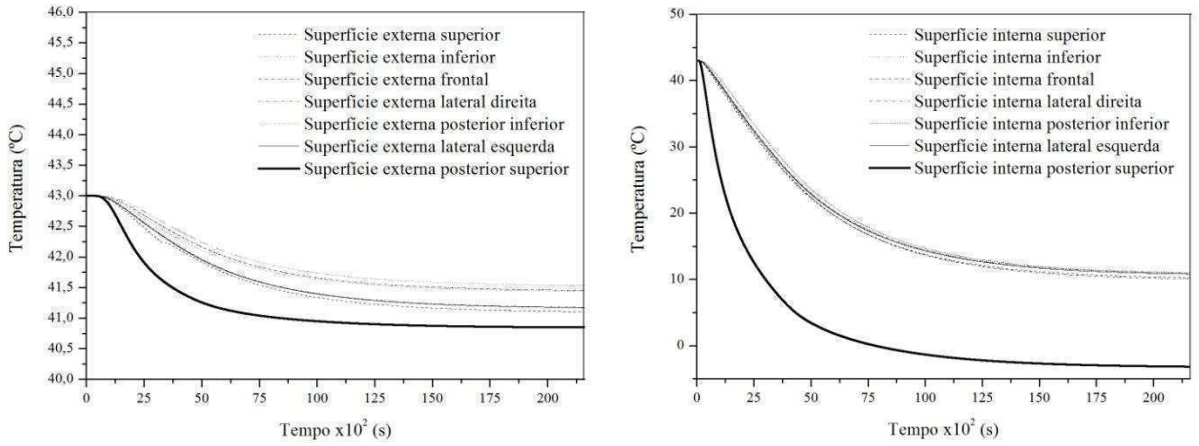
Para analisar o comportamento do evaporador, apresentam-se na Figura 7(a), as distribuições de carga térmica e de transferência de calor por convecção e radiação em função do tempo. No instante inicial, as taxas de transferência de calor por convecção e radiação são nulas, pois as temperaturas são todas iguais.
Com o passar do tempo, a temperatura do fluido refrigerante diminui, o evaporador é resfriado e as taxas de transferência de calor por convecção e por radiação são intensificadas. Nos instantes iniciais, as trocas de calor por radiação são ligeiramente maiores, mas com o avanço do tempo as trocas de calor convectivas tornam-se superiores às trocas de calor radiativas, prosseguindo assim até se atingir a condição de regime permanente.
Nos instantes iniciais, o aumento repentino da carga térmica ocorre em função do aumento das taxas de transferência de calor por radiação e por convecção. Esse comportamento ocorre em razão da carga térmica acompanhar a diferença de temperatura entre o gabinete e a placa evaporadora, pois nos instantes iniciais essa diferença atinge um valor máximo e em seguida diminui até atingir o regime permanente, como mostra a Figura 7(b).
Nas Figuras 8(a) e 8(b) apresentam-se as distribuições de temperaturas, respectivamente, de todas as paredes externas e internas do gabinete. Observa-se na Figura 8(a) que as temperaturas das paredes externas apresentam uma pequena redução durante todo o tempo, o que ocorre em razão da condução de calor através das paredes entre o interior do gabinete.
Nota-se, ainda, uma proximidade entre todas as distribuições de temperatura das paredes, sendo a temperatura da parede 7 a menor, em razão da proximidade com o evaporador. Nota-se na Figura 8(b) que todas as superfícies internas apresentam o mesmo comportamento e que as

superfícies de 1 a 6 possuem praticamente a mesmas temperaturas. A temperatura da superfície 7 é bem menor do que as demais, por estar muito próximo do evaporador, chegando a valores negativos.



(a) (b)

Figura **7** Variações transientes: (a) taxas de transferência de calor no gabinete; (b) diferença entre as temperaturas médias do gabinete e da placa evaporadora.



(a) (b)

Figura 8 Variação transiente das temperaturas das parede: (a) externas; (b) internas.

As Figuras 9 e 10 apresentam o campo de temperatura, à esquerda, e as linhas isotérmicas, à direita, da placa evaporadora, respectivamente, para os instantes de tempo de 2,5 s e 6 horas. O campo de temperatura para o instante de tempo de 2,5 s mostra a placa praticamente na mesma temperatura de 43 ºC, apresentando uma variação máxima de 0,16 ºC, sendo a entrada do canal do evaporador a região de menor temperatura.

Na Figura 9 nota-se o contorno do canal do evaporador. Isso ocorre, pois no início do processo transiente não há tempo suficiente para a uniformização das temperaturas da placa e a região do canal é de temperatura menor em razão do escoamento do refrigerante.

À medida que o tempo avança, a diferença de temperatura ao longo da placa aumenta e a região de menor temperatura também, em razão da maior quantidade de líquido no evaporador. Após 15 segundos, a diferença de temperatura na placa chega a 16 ºC, sendo a temperatura mínima de 26 ºC. No instante de tempo de 60 segundos, a temperatura da placa alcança valores negativos de -5 ºC. Após 6 horas, a placa encontra-se totalmente em temperaturas negativas (vide Figura 10). Notou-se que a partir de 3 h a placa manteve as mesmas temperaturas, significando que o regime permanente foi atingido.

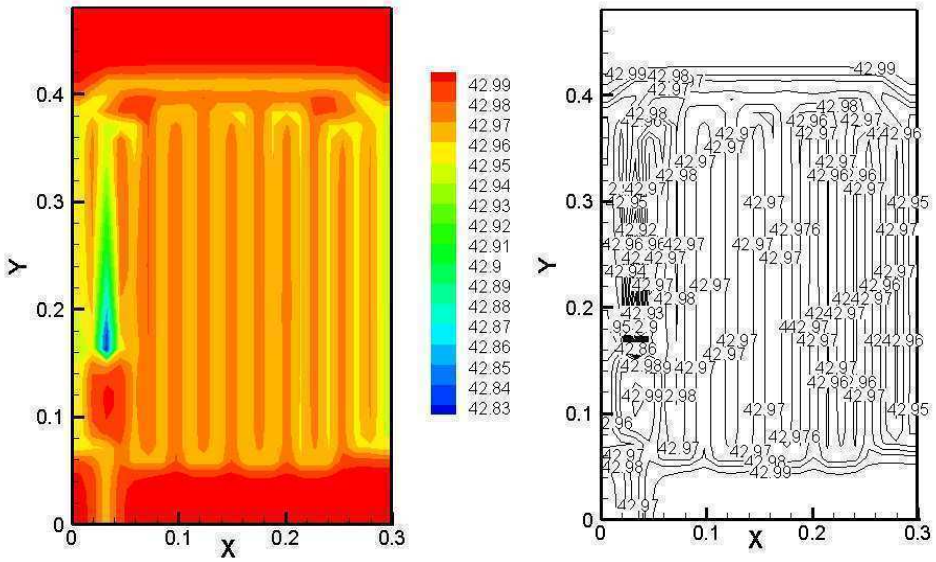


Figura 9 Campo de temperatura e linhas isotérmicas na placa evaporadora: 2,5 s.

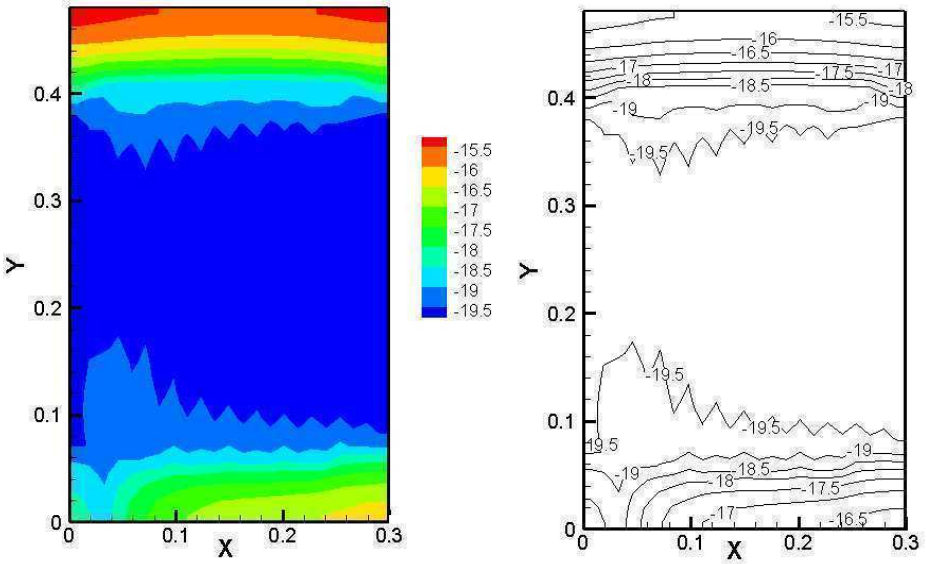


Figura 10 Campo de temperatura e linhas isotérmicas na placa evaporadora: 6 horas.

5. Conclusões

Os resultados obtidos apresentaram uma boa concordância para as temperaturas médias do evaporador e do gabinete em relação aos dados experimentais de [1]. Entretanto, os resultados calculados pelo presente modelo apresentam uma queda mais acentuada da temperatura nos instantes iniciais. Para a temperatura média do gabinete com temperatura ambiente de 32ºC os valores alcançados no regime permanente foram menores do que os valores experimentais, chegando a uma diferença em torno de 4ºC, já para a temperatura ambiente de 43ºC esses valores ficaram muito próximos.

As taxas de transferência de calor no gabinete para o regime transiente atingiram um valor máximo nos instantes iniciais. Isso ocorre em razão das maiores diferenças de temperatura entre as superfícies internas das paredes e do ar no interior do gabinete nesses instantes. A partir do instante em que a temperatura das paredes e do gabinete são reduzidas, as taxas de transferência de calor diminuem e, assim, também a carga térmica, até que o regime permanente seja atingido.

Para o modelo apresentado no presente trabalho salienta-se a necessidade de maior cuidado e atenção na modelagem das taxas de transferência de calor por radiação, cujas magnitudes em relação às demais taxas de transferência de calor demonstraram exercer grande influência na carga térmica. Além disso, sugere-se um estudo mais aprofundado das trocas de calor pela gaxeta, em razão de sua grande influência na taxa total de transferência de calor. Salienta-se a importância da obtenção de correlações para o coeficiente de transferência de calor na região bifásica para vazões baixas, uma vez que aquelas utilizadas neste trabalho estão fora da faixa de aplicação. Sugere-se, também, a implementação de um modelo mais sofisticado para analisar o escoamento e a transferência de calor na região bifásica, além de uma análise para que seja possível o refinamento da malha em todas as direções.

Agradecimentos
Os autores agradecem o suporte financeiro da CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e da FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, que permitiram o desenvolvimento deste trabalho.

6. REFERÊNCIAS.

[1] Hermes, C.J.L.; Melo, C.; Negrão, C.O.R. (2008). "A Numerical Simulation Model for Plate-type, *Roll-bond* Evaporators", *International Journal of Refrigeration,* v. 31, p. 335-347.
[2] Silva, L.W. (1998). Caracterização da Transferência de Calor em Evaporadores *Roll-Bond*, *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.
[3] Klein, F.H. (1998). *Desenvolvimento de um Código Computacional para Análise do Desempenho de Refrigeradores Domésticos*. *Dissertação de Mestrado,* Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.
[4] Lemmon, E.W., Huber, M.L., McLinden, M.O. (2007). NIST Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties–REFPROP 8.0, *National Institute of Standards and Technology*, Gaithersburg, Maryland, U.S.A.
[5] Churchill, S.W. (1977). "Friction-Factor Equation Spans All Fluid-Flow Regimes", *Proceedings of 12th International Congress of Refrigeration*, Madrid, Spain, pp.1069-1077.
[6] Gronnerud, R., (1979). "Investigation of Liquid Hold-Up, Flow Resistance and Heat Transfer in Circulation Type Evaporators, part IV: Two Phase Flow Resistance in Boiling Refrigerants", Anexe 1972-1, *Bull De 'Inst du Froid*.
[7] Gnielinski, V. (1976). "New Equation for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel Flow", *International Chemical Engineering*., Vol.16, pp. 359-368.
[8] Jabardo, J.M.S.; Bandarra Filho, E.P., Lima, C.U.S. (1999) "New Correlation for Convective Boiling of Pure and Halocarbon Refrigerants Flowing in Horizontal Tubes*", Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences,* Vol. XXI, n.2, pp. 245-258, 1999.
[9] Churchill, S.W., Chu, H.H.S. (1975) "Correlation Equation for Laminar an Turbulent Free Convection for a Vertical Plate", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 1323-1329, 1975.
[10] Incropera , F.P.; Dewitt, D. P. (2008). *Fundamentos de transferência de Calor e Massa*, Ed. LTC-Livros Técnicos e Científicos, 6a. Edição, 2008
[11] Howell, J.R. (20O1). *A Catalog of Radiation Heat Transfer Configuration Factor* – 2° Edição, Department of Mechanical Engineering the University of Texas at Austin.
[12] Flynn, S.; Rouch, K.; Fine, H.A. (1992). "Finite Element Analysis of Heat Transfer through the Gasket Region of Refrigerato/Freezers", *United States Environmental Protection Agency*, Washington DC.
[13] McAdams, W.H. (1954). *Heat Transmission*. 3. ed., Ed. McGraw-Hill, New York.
[14] Escanes, F., Pérez-Segarra, C.D. (1995). Oliva, A., "Numerical Simulation of Capillary Tube Expansion Devices", *International Journal of Refrigeration*, Vol.18, No.2, pp.113-122.
[15] Patankar, S.V. (1980). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Ed. Hemisphere Publishing Corporation, New York.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

ESTUDIO COMPARATIVO DEL CICLO INDICADO DE UN MOTOR DIESEL MEDIANTE SIMULACIÓN CFD Y DATOS EXPERIMENTALES.

Delgado, Alvaro*, Olmos, Luis Carlos, Rivero, Saul

Facultad de Ingeniería, Institución Universitaria Pascual Bravo.
Calle 73 No. 73A – 226. Apartado aéreo: 6564. alvaro.delgado@pascualbravo.edu.co.

RESUMEN.

En este trabajo se presenta un estudio comparativo entre la simulación numérica y datos experimentales del ciclo indicado de un motor diesel de inyección directa. Para esto se han efectuado una simulación multidimensional utilizando un paquete CFD y empleando un modelo predictivo, para varias condiciones de operación del motor. Ambos resultados se han comparado con datos experimentales medidos sobre un motor montado en banco de ensayos. El estudio se ha hecho en términos de los parámetros habituales del ciclo indicado como la evolución temporal de presión, temperatura y calor liberado, así como de la potencia, eficiencia, consumo específico de combustible y presión media indicada.

Los resultados muestran que las curvas de presiones simuladas son bastante próximas a las medidas en todos los casos analizados, con las mayores diferencias en los modos de baja carga en torno a un 5% como mucho en el pico de máxima presión, aunque si se encuentran diferencias en las curvas de temperatura y de tasa de calor liberado, debido en parte a la calidad de los modelos de combustión y transferencia de calor empleados en la simulación. No obstante, queda demostrada la conveniencia del uso de herramientas basadas en CFD aplicadas al estudio de la combustión en motores.

Palabras Claves: CFD, modelo predictivo, diesel, ciclo indicado

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad el tema de la contaminación ambiental producida por los motores de combustión interna está representando un serio desafío en lo que respecta al cumplimiento normas ambientales que cada vez son más restrictivas. En el caso de los motores diesel los esfuerzos se han venido enfocando en diferentes frentes, uno de ellos es el aumento de la eficiencia la reducción de las emisiones contaminantes de óxidos de nitrógeno y de material particulado. Para el cumplimiento de estos objetivos se utilizan con mayor frecuencia las herramientas computacionales de simulación con resultados bastante prometedores.

La combustión en un motor de encendido provocado es un proceso de alta complejidad debido a la gran cantidad de eventos que se presentan simultáneamente y los cuales interactúan entre sí. Desde el punto de vista de la simulación, lo que se tiene es un flujo compresible en régimen transitorio que incluye fenómenos como transferencia de calor, combustión premezclada y por difusión, cinética química, formación de especies contaminantes, entre otros, los cuales tienen lugar en un ambiente de geometría tridimensional un tanto compleja que además es variable con el tiempo.

Los modelos predictivos para motores calculan o estiman el comportamiento termodinámico del motor para unas condiciones determinadas, tanto geométricas como de funcionamiento. Usualmente, dichos modelos suelen ser del tipo cero-dimensional (termodinámico) o cuasi-dimensionales, de una o dos zonas, en los que se incorporan diferentes submodelos, de mayor o menor grado de complejidad, para fenómenos como la transferencia de calor y la desviación de gas ideal, por ejemplo. En este sentido, para el modelado de la combustión en motores diesel es muy común la utilización de una ley de quemado para reproducir la tasa de liberación de calor dentro de la cámara de combustión.

Por su parte un modelo multidimensional es más complejo en el sentido que puede incluir flujos no estacionarios, no viscosos, incompresibles y reactivos. Se basa en dividir convenientemente la geometría del sistema en celdas o volúmenes de control, sobre los cuales se plantean y resuelven las ecuaciones conservativas en cada instante. La desventaja es que este tipo de simulaciones requieren considerablemente una mayor cantidad de tiempo además de una importante infraestructura computacional. En este punto, la mecánica de fluidos computacional (CFD por sus siglas en inglés) ha demostrado ser una herramienta invaluable para los diseñadores, ya que les brinda la oportunidad de obtener información valiosa respecto al funcionamiento del motor en escenarios recreados a voluntad. El grado de desarrollo de estas herramientas ha estado relacionado directamente con el avance en los sistemas de cómputo, por lo que aún se tienen ciertas limitantes en cuanto a su aplicabilidad, básicamente por cuestiones de tiempo de procesamiento.

A pesar de que el fenómeno de la combustión en un motor diesel es extremadamente complejo, ya que se caracteriza por ser transitorio, multifásico, químicamente reactivo y altamente turbulento, ha sido objeto de numerosos estudios que han contribuido a su entendimiento y modelación. La simulación multidimensional de la combustión de motores ha avanzado de una forma significativa, aún se tienen numerosos asuntos por resolver, en lo que respecta básicamente a la descripción exacta de subprocesos tales como la estructura de la turbulencia durante la combustión, así como la selección acertada del tamaño de malla [1]. No obstante, el desarrollo de herramientas de este tipo representan un paso adelante en el diseño y optimización de los motores de combustión, al punto que el desarrollo tecnológico de tales herramientas computacionales ha cambiado la forma como los investigadores conciben la fenomenología de dicho proceso. En las dos últimas década se han desarrollado los métodos LES (Large Eddy Simulation) para flujos reactivos, que podían ser aplicados a flujos turbulentos en geometrías complejas y que significaron una mejora con respecto a los métodos RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) en el sentido que ya podían modelarse las perturbaciones (vórtices) a gran escala. Además los métodos LES permitían no solo cálculos más precisos, sino que ofrecían la posibilidad de analizar las interacciones entre la combustión y la acústica, dando lugar a un interés de la industria por resolver los problemas de inestabilidad de la combustión [2]. En la actualidad los esfuerzos están dirigidos a poder llegar a una resolución espacial

que permita la simulación numérica directa (DNS por sus siglas en inglés), aunque ya se ha podido calcular con esta técnica una llama completa pero en geometrías muy simples [3]; también se busca introducir esquemas cinético – químicos cada vez más detallados.

1.1. El ciclo indicado en un motor de combustión

El ciclo indicado es la representación gráfica del ciclo de trabajo del motor en condiciones reales de funcionamiento, usualmente expresado en términos del diagrama presión – volumen y a partir del cual se calculan los demás parámetros que permiten cuantificar el desempeño del motor, pero visto desde el interior del cilindro, por lo cual los parámetros efectivos serían diferentes en la medida de cuán grandes sean las pérdidas por fricción en el mecanismo pistón biela – manivela.

Para obtener el ciclo indicado en un motor de combustión se debe contar con el registro de la presión dentro de la cámara de combustión a lo largo del tiempo o bien de su posición angular, tras lo cual se pueden determinar los parámetros característicos de su funcionamiento, como son el trabajo (w) y potencia indicadas ($\dot{w}$), la presión media indicada (pmi), el consumo indicado de combustible ($\dot{m}_f$) y la eficiencia indicada (η_i) [4].

$$w = \int_{V_1}^{V_2} p\, dV \tag{1}$$

$$\dot{w} = \frac{w * n}{i} \tag{2}$$

$$pmi = \frac{\dot{w} * i}{V_d * n} \tag{3}$$

$$pmi = \frac{\dot{m}_f}{\dot{w}} \tag{4}$$

$$\eta_i = \frac{\dot{w}}{\dot{m}_f * LHV} \tag{5}$$

1.2. Modelo predictivo

Para determinar los perfiles de presión y temperatura a partir de la curva de liberación de calor en el cilindro, se ha utilizado un modelo termodinámico del tipo “predictivo” denominado SICICLO, el cual se fundamenta en las siguientes hipótesis:

- La presión se supone uniforme dentro de la cámara de combustión.
- El fluido que evoluciona dentro del cilindro es una mezcla de aire, combustible y productos de combustión quemados estequiométricamente.
- Dicha mezcla tiene un comportamiento de gas ideal.
- El cálculo de la energía interna de cada especie en la mezcla se evalúa a la temperatura promedio dentro del cilindro.
- El calor perdido a través de las paredes del cilindro se calcula utilizando el modelo propuesto por Woschni. [4]

Los datos de entrada al modelo son: sus características geométricas (diámetro de pistón, carrera, biela, cilindrada, número de cilindros, etc), condiciones de funcionamiento (régimen de giro, dosado absoluto, temperaturas y presides, etc), y algunos parámetros asociados al proceso iterativo.

Con este conjunto de datos de entrada, el modelo es capaz de predecir la evolución temporal de la tasa de calor liberado y a partir de esta, los perfiles de presión y la temperatura media instantánea en el interior de la cámara de combustión, así como otros datos de interés relacionados con el ciclo indicado del motor, tales como el trabajo y potencia, presión media, consumo, eficiencia y valores típicos de presión y temperatura en puntos clave del ciclo.

La ecuación clave del modelo es por tanto la que da la fracción de calor liberado, que está basada en una expresión empírica conocida como ley de Watson y que toma la siguiente forma:

$$FQL = \beta * FQL_p + (1-\beta) * FQL_d \tag{6}$$

$$FQL_p = 1 - \left(1 - \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{\Delta\alpha_c}\right)^{C3}\right)^{C4} \tag{7}$$

$$FQL_d = 1 - \exp\left(-C1\left(\frac{\alpha - \alpha_0}{\Delta\alpha_c}\right)^{C2}\right) \tag{8}$$

Siendo: FQL_p, la fracción de calor liberado en la fase de premezcla; FQL_d, la fracción de calor liberado en la fase de difusión; α, la variación angular en grados de cigüeñal; α_0 el ángulo de inyección de combustible; $\Delta\alpha_c$, la duración de la combustión, en grados; $C1$, el grado de completación de la combustión, tomado como 6.908; $C2$, parámetro de forma, tomado como 2.2; $C3$, desplazamiento del pico, tomado como 2.2; $C4$, es un valor recomendado en 5000.

1.2. Simulación CFD

CFD es la abreviatura, por sus siglas en inglés, de *Computational Fluid Dynamics*, y es una técnica empleada para resolver numéricamente las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de un flujo, aún para geometrías complicadas. El resultado se manifiesta en la historia temporal y espacial de las diversas variables implicadas en el problema particular que se haya abordado, muchas de ellas de difícil obtención experimentalmente, bien por cuestiones de accesibilidad o por falta de instrumentos.

Para obtener la solución numérica del conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan el flujo, cualquiera que sea su naturaleza, implica establecer un método de discretización espacial y temporal para aproximar dicho conjunto de ecuaciones diferenciales en un conjunto de ecuaciones algebraicas. La mayor parte de los códigos comerciales CFD se basan en el método de discretización espacial en volúmenes finitos (VF) que a su vez es una formulación especial de las diferencias finitas en que las ecuaciones de conservación son tratadas en su forma diferencial y se resuelven sobre volúmenes de control discretos mediante aproximaciones del tipo diferencias finitas.

La simulación de la combustión diesel en el presente trabajo se ha efectuado con un código CFD de distribución libre, llamado OpenFoam, que se fundamenta en el método de los volúmenes finitos para resolver las ecuaciones de transporte que gobiernan el flujo. En vista de que en el proceso en cuestión se tiene un medio fluido de dos fases, uno gaseoso correspondiente al aire aspirado por el motor, y otro líquido correspondiente a la inyección de combustible, se ha optado por abordar un

esquema Euleriano para la primera fase y uno Lagrangiano para la fase líquida, tal como se ha hecho en diversos trabajos de simulación numérica de la combustión diesel [3].

El proceso de simulación multidimensional de un problema, mediante un código CFD, en el que se tenga por lo menos un fluido, se puede dividir en tres etapas [5]:

- Pre-procesamiento: en esta parte se define la geometría de la región de interés, es decir el dominio computacional; luego se subdivide dicho dominio en pequeños subdominios que no se traslapen entre sí, formándose una malla de "celdas computacionales". También se especifican las condiciones de contorno en cuanto a su tipo y magnitud, se seleccionan los fenómenos físicos y químicos que habrán de ser modelados y se definen las propiedades del medio continuo.

- Solución numérica: aquí como su propio nombre lo indica, se resuelven las ecuaciones de transporte mediante técnicas numéricas en un ciclo iterativo.

- Post-procesamiento: esta última etapa consiste en la representación gráfica de los resultados obtenidos y su análisis, que generalmente va acompañado de una validación de los resultados. Esto se hace con la ayuda de herramientas de visualización que permiten entre otras cosas efectuar gráficos vectoriales, gráficos de contorno, gráficos de superficies, seguimiento de partículas, traslaciones, rotaciones, escalados, etc.

Las ecuaciones empleadas en la simulación CFD de la combustión en un motor diesel son las siguientes [6]:

Ecuación de Continuidad

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho_m u\right) = \nabla \cdot \left[\rho D \nabla \left(\frac{\rho_m}{\rho} \right) \right] + f_m + \dot{\rho}^{sm}\ \delta_{ml} \tag{9}$$

Ecuación de Cantidad de Movimiento

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{u}\mathbf{u}\right) = -\nabla p + \nabla \cdot \sigma + F_s + \rho\ g - \frac{2}{3}\nabla(\rho k) \tag{10}$$

Donde: *p,* es la presión del gas; σ; el tensor de esfuerzos viscosos; *Fs*, es la tasa de ganancia/perdida de momento por unidad de volumen debida al spray; *g,* son las fuerzas de cuerpo, consideradas. Constantes

Ecuación de la Energía

$$\frac{\partial (\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho u e\right) = -\ p \nabla \cdot u - \nabla \cdot J + \rho\ \varepsilon + \dot{Q}^c + \dot{Q}^s \tag{11}$$

Donde: e, es la energía interna específica y J, es el vector de flux de calor, que a su vez es la contribución del calor por conducción y la entalpía por difusión

Ecuaciones de la turbulencia

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho u k)=-\frac{2}{3}\rho k\nabla\cdot u+\sigma:\nabla u+\nabla\cdot\left[\left(\frac{\mu}{\mathrm{Pr}_k}\right)\nabla k\right]+\rho\varepsilon+W^s \quad (12)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho u\varepsilon)=-\left(\frac{2}{3}C_{\varepsilon 1}-C_{\varepsilon 3}\right)\rho\varepsilon\nabla\cdot u+\nabla\cdot\left[\left(\frac{\mu}{\mathrm{Pr}_\varepsilon}\right)\nabla\varepsilon\right] \quad (13)$$
$$+\frac{\varepsilon}{k}C_{\varepsilon 1}\sigma:\nabla u-C_{\varepsilon 2}\rho\varepsilon+C_s\dot{W}^s$$

Entre los modelos de turbulencia del tipo RANS (simulación numérica del Reynolds promedio), los más populares son el k-ε estándar, el RNG k-ε, el k-ε realizable y el modelo de esfuerzos de Reynolds (RSM). En todos los *k* y ε se refieren respectivamente la energía cinética turbulenta y su tasa de disipación. En el presente trabajo se ha escogido el modelo *k-ε*, gracias a su robustez, simplicidad y a su razonable precisión.

En este trabajo se han incorporado diferentes modelos para la atomización, ruptura secundaria, evaporación, ignición y combustión, cuya formulación y validación se encuentra detallada en las referencias [7,8].

2. Condiciones de la simulación

Sobre un motor diesel de inyección directa montado en banco de ensayos (Tabla 1), se efectuaron una serie de pruebas a diferentes regímenes de giro y grados de carga, con el fin de caracterizar su comportamiento mecánico y ambiental, para ello se registraron la presión en la cámara de combustión, los flujos de aire y combustible, las temperaturas de gases de escape, lubricante y aire de admisión así como la velocidad de rotación del eje y las emisiones gaseosas de O_2, CO, CO_2, HC, NOx y muestras de material particulado. Se eligieron cuatro de las condiciones ensayadas para ser simuladas (Tabla 2) utilizando el código CFD OpenFoam y un modelo predictivo utilizado por el software SICICLO, todas a un régimen de giro constante de 2000 rpm.

Tabla 1 *Características técnicas del motor diesel.*

Referencia	ISUZU 4JA1
Tipo	Diesel Inyección directa
Alimentación	Turboalimentado
Cilindrada	2499 cm3
Configuración	4 cilindros en línea
Diámetro / carrera	93 mm / 92 mm
Relación de Compresión	18,4:1
Potencia máxima	59 kW (80 hp) @ 4100 rpm
Torque máximo	170 Nm @ 2300 rpm
Bomba de inyección	Mecánica rotativa

Tabla 2 *Condiciones de funcionamiento del motor que fueron simuladas*

	Simulación #1	Simulación #2	Simulación #3	Simulación #4
Grado de carga (torque en Nm)	20	40	60	80
Presión inicial (kPa)	103	110	112	118
Temperatura inicial (K)	321	325	328	334
Masa inyectada (mg)	2.02	2.81	3.54	4.40
Inicio de inyección (SOI)	-23°	-24°	-25°	-28°
Duración de inyección	15°	15°	15°	15°

En el caso de la simulación CFD, sólo se consideró la parte del ciclo en la cual el sistema se puede considerar como termodinámicamente cerrado, es decir entre el retraso al cierre de la válvula de admisión y el avance a la apertura de la válvula de escape.

2.1. Resultados

La evolución de la presión dentro de la cámara de combustión es el principal insumo de cara a lo que es un análisis termodinámico del ciclo de trabajo de un motor de combustión, ya que a partir de su variación se puede determinar cuánto trabajo se produce desde el mismo interior del motor. En las Figuras 1 a 4, se comparan las presiones obtenidas experimentalmente y por medio de las simulaciones CFD y del modelo predictivo, para los cuatro modos de operación seleccionados. Se observa una muy buena aproximación entre las simulación y la experimentación, especialmente a altos grados de carga, aunque también se nota una leve tendencia, por parte de las simulaciones, a sobreestimar la presión, no obstante, el pico máximo de la curva es muy similar en los cuatro modos de funcionamiento analizados. Las diferencias obtenidas pueden ser atribuidas al hecho de que en la simulación no se consideraron ni el blowby, ni el EGR ni la masa de cortocircuito y posiblemente a desajustes en el modelo de transferencia de calor a las paredes en el caso de SICICLO

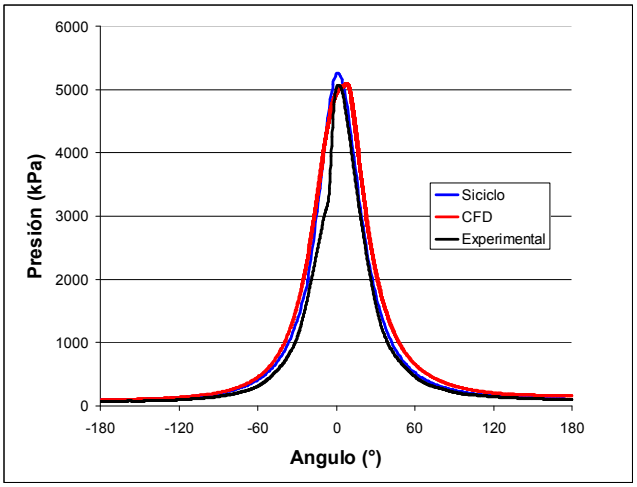


Figura 1. *Perfil de presión para 2000 rpm y 20 Nm de carga en el motor*

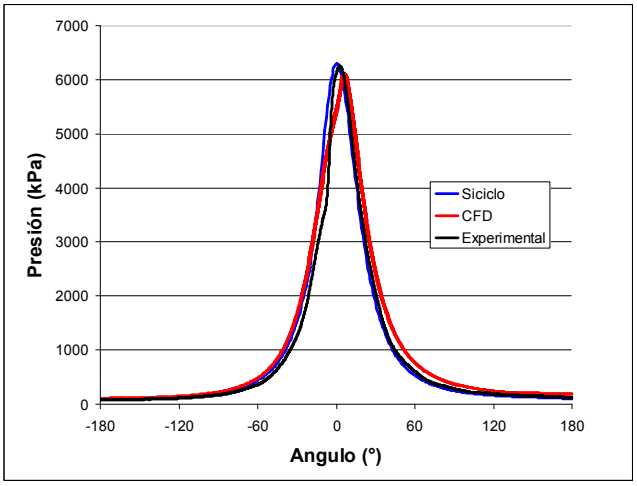


Figura 2. *Perfil de presión para 2000 rpm y 40 Nm de carga en el motor*

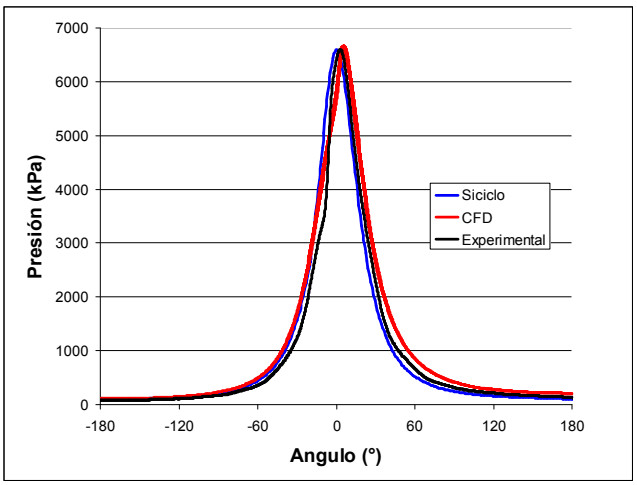


Figura 3. *Perfil de presión para 2000 rpm y 60 Nm de carga en el motor*

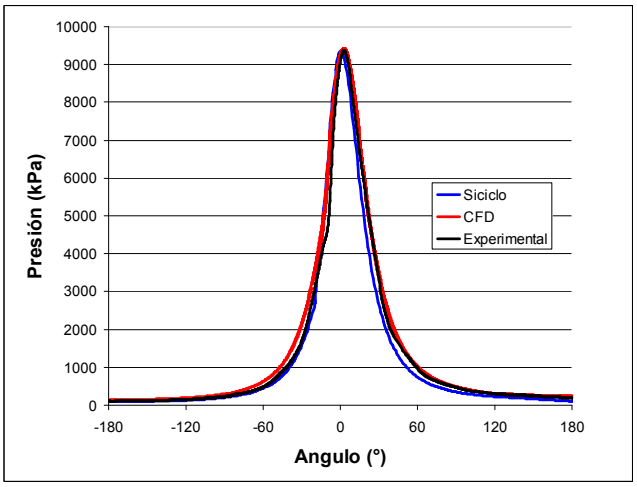


Figura 4. *Perfil de presión para 2000 rpm y 80 Nm de carga en el motor*

La temperatura en el interior de la cámara da una primera idea de la forma en que se está desarrollando la combustión dentro del motor, ya que permite determinar los valores picos que eventualmente puedan estar influyendo en la formación de especies contaminantes, como los óxidos de nitrógeno. En las figuras 5 a 8 se muestran las comparaciones entre las curvas de temperatura obtenidas con el código CFD y SICICLO y la correspondiente obtenida a partir de la curva medida de presión, a través de un modelo termodinámico de una zona, para cada uno de los modos de operación analizados. Se observa que salvo por el modo de mayor carga en el motor (80 Nm), hay una tendencia definida por parte de la simulación CFD a dar una temperatura mayor durante la carrera de compresión, pero una vez ha comenzado la combustión la tendencia se invierte y más tarde durante la expansión vuelve a repetirse la tendencia inicial. Este fenómeno puede deberse a varias razones, como que la temperatura superficial de las paredes interiores de la cámara no sean completamente uniformes o no sean las mismas que se tomaron en las simulaciones, esto, sumado a posibles desajustes en el modelo de combustión y a que las características de la inyección en lo que respecta a la presión, velocidad, SOI y duración de la misma tampoco hayan sido exactamente iguales a las reales pudieron haber influido en la evolución de la temperatura. No obstante, los picos

máximos de temperatura resultaron muy comparables en su magnitud y localización en los cuatro casos analizados.

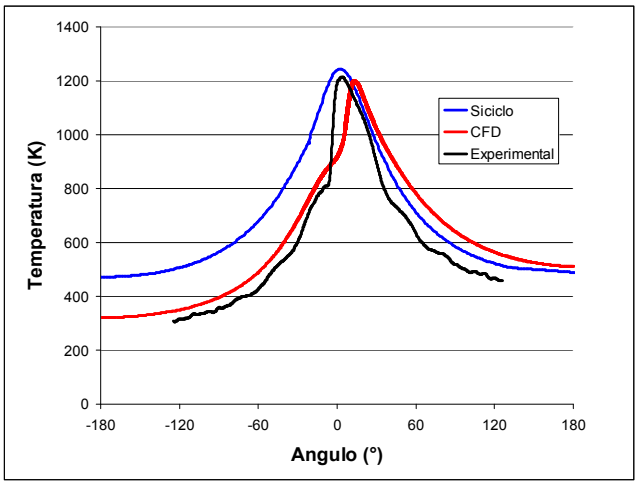


Figura 5. *Perfil de Temperatura para 2000 rpm y 20 Nm de carga en el motor*

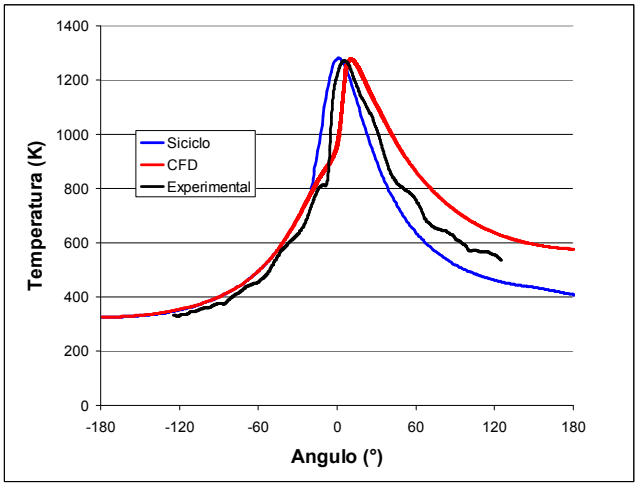


Figura 6. *Perfil de Temperatura para 2000 rpm y 40 Nm de carga en el motor*

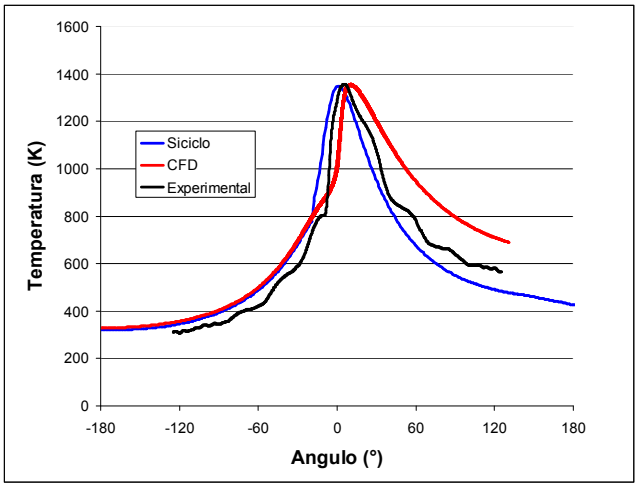


Figura 7. *Perfil de Temperatura para 2000 rpm y 60 Nm de carga en el motor*

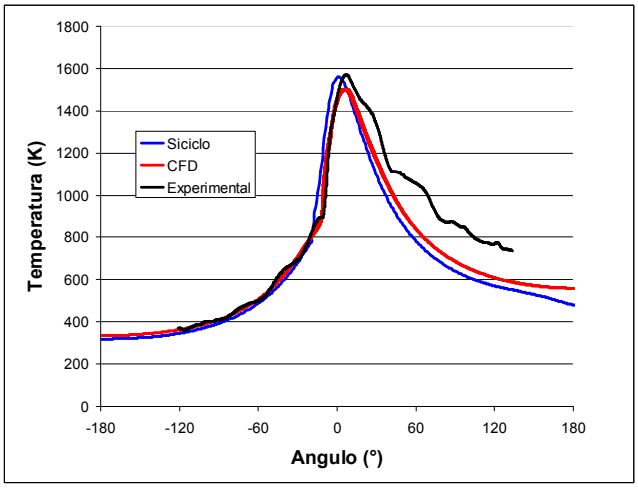


Figura 8. *Perfil de Temperatura para 2000 rpm y 80 Nm de carga en el motor*

La fracción de calor liberado (FQl) es la integral de la tasa de liberación de calor y normalizada con el producto de la masa de combustible inyectada multiplicada por el poder calorífico inferior del combustible en base másica, y permite establecer cualitativamente cuál es la duración de la combustión y cuál es la velocidad de quemado del combustible. En las figuras 9 a 12 se muestran las FQl para los casos analizados, tanto para las simulaciones como para la curva obtenida con base en la lectura de la presión en la cámara. Se observa en todos los casos una diferencia que es proporcional a la variación en la temperatura. No obstante, las curvas tienen la misma forma y al final tienden a converger al mismo valor cercano a uno, la diferencia en las tendencias conlleva a una diferencia en la medida de la duración de la combustión.

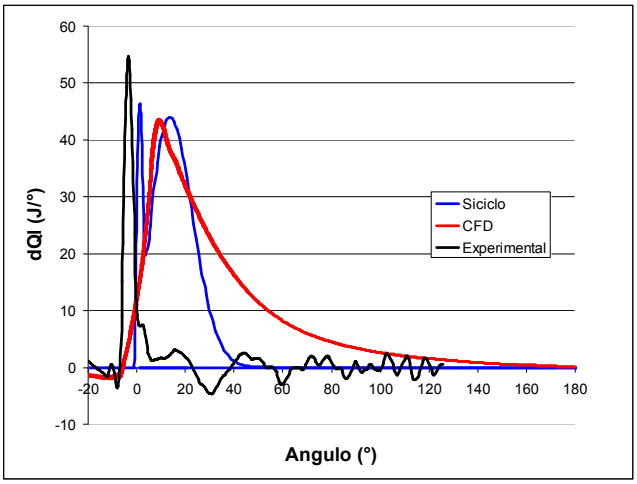


Figura 9. *Perfil de tasa de liberación de calor para 2000 rpm y 20 Nm de carga*

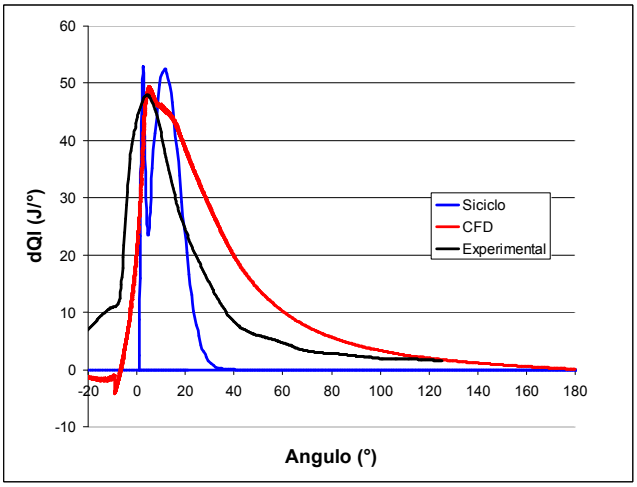


Figura 10. *Perfil de tasa de liberación de calor para 2000 rpm y 40 Nm de carga*

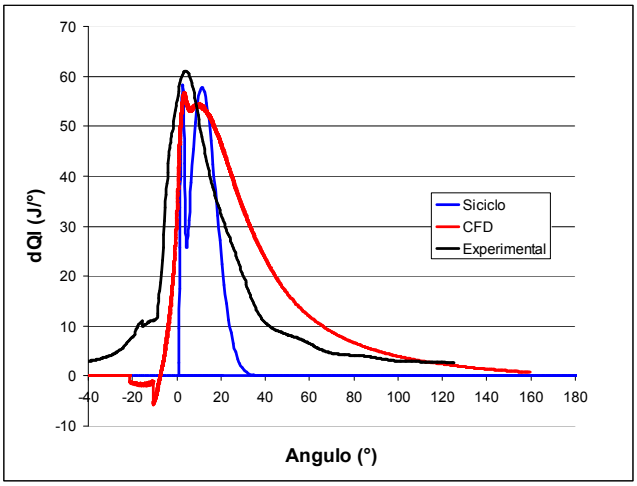


Figura 11. *Perfil de tasa de liberación de calor para 2000 rpm y 60 Nm de carga*

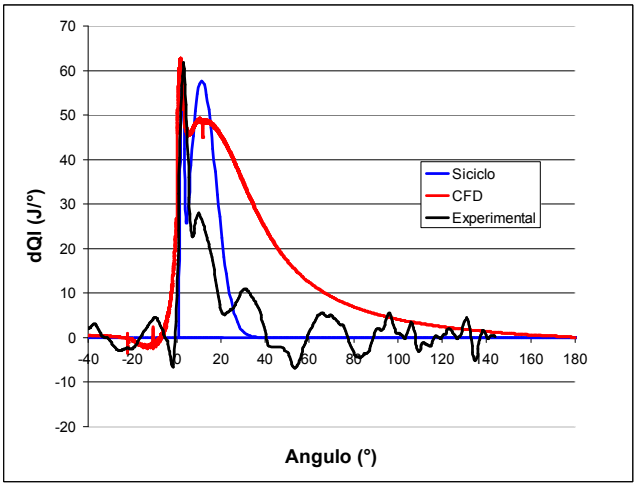


Figura 12. *Perfil de tasa de liberación de calor para 2000 rpm y 80 Nm de carga*

Los parámetros indicados son aquellos que dan cuenta del desempeño termodinámico del motor pero visto desde el interior de la cámara de combustión, por lo que en cualquier caso siempre serán más optimistas que los medidos en el eje como parámetros efectivos. Usualmente los parámetros que se reportan son el trabajo indicado, la potencia indicada, el rendimiento indicado, el consumo indicado de combustible y la presión media indicada, aunque en realidad el único que se calcula es el trabajo, ya que se obtiene por integración numérica de la variación de la presión en la cámara en función de la variación del volumen. En la Tabla 3, se muestran los resultados obtenidos con la simulación numérica, con SICICLO y con los datos medidos de presión y ángulo.

Tabla 3. *Parámetros Indicados del ciclo de trabajo del motor diesel*

2000 rpm y 20 Nm de carga		
	Simulación CFD	**Experimental**
Trabajo Indicado (kJ/ciclo)	0.31	0.26
Potencia Indicada (kW)	4.9	4.4
Gif (g/kW-H)	476	491
Rendimiento Indicado (%)	14.3	13.5
Presión media indicada (MPa)	118	106

2000 rpm y 40 Nm de carga		
	Simulación CFD	Experimental
Trabajo Indicado (kJ/ciclo)	0.61	0.53
Potencia Indicada (kW)	9.7	9.1
Gif (g/kW-H)	384	395
Rendimiento Indicado (%)	19.8	19.1
Presión media indicada (MPa)	233	219
2000 rpm y 60 Nm de carga		
	Simulación CFD	Experimental
Trabajo Indicado (kJ/ciclo)	0.91	0.80
Potencia Indicada (kW)	14.2	13.3
Gif (g/kW-H)	280	312
Rendimiento Indicado (%)	29	26.4
Presión media indicada (MPa)	341	320
2000 rpm y 80 Nm de carga		
	Simulación CFD	Experimental
Trabajo Indicado (kJ/ciclo)	1.23	1.10
Potencia Indicada (kW)	19.5	18.3
Gif (g/kW-H)	206	229
Rendimiento Indicado (%)	39.5	36.3
Presión media indicada (MPa)	468	439

Se observa que en todos los casos considerados los parámetros indicados fueron más optimistas con la simulación que con los obtenidos con los datos medidos, lo cual puede explicarse por el hecho de que la simulación sólo consideró la parte del ciclo correspondiente a las carreras de expansión y compresión, mientras que el ciclo real fue completo, incluidas las carreras de admisión y escape, en las que el trabajo termodinámicamente es negativo (trabajo de bombeo), el cual aumenta a medida que lo hace el grado de carga del motor.

3. CONCLUSIONES.

Para los cuatro casos analizados, se obtuvieron unos perfiles de presión media en la cámara que se ajustan razonablemente bien a los medidos en banco de ensayos, particularmente en los modos de funcionamiento de mayor carga en el motor.

Por el contrario, los perfiles de temperatura simulados presentaron algunas diferencias con los obtenidos a partir de la presión experimental, en cuanto a la forma misma de la curva, aunque el pico máximo de temperatura y su localización resultó comparable en todos los cuatro casos considerados. Las diferencias pueden deberse a desajustes en el modelo de transferencia de calor a las paredes o a desajustes en el modelo termodinámico de una zona con el cual se obtuvo la temperatura experimental.

Las curvas de fracción de calor liberado (FQL) también presentaron diferencias, en razón a que dependen fuertemente de la temperatura. Sin embargo pareciera que la herramienta de simulación CFD predice mucho mejor ambos parámetros al observarse unos perfiles cuya forma es muy similar a la que predice la teoría, en lo que se refiere al pico de premezcla y al pico de liberación de calor por difusión.

Lo anterior determina diferencias en el cálculo de parámetros relativos a la combustión como el tiempo de retraso, el inicio de la combustión y duración de la combustión, entre otros.

En vista de que los parámetros indicados de funcionamiento del motor se basan en la evolución de la presión, los resultados obtenidos con la simulación son muy similares a los obtenidos a partir de la presión medida en la cámara de combustión.

Queda demostrada la conveniencia y utilidad de las herramientas computacionales en el modelamiento de los procesos al interior del cilindro de un motor de combustión, aunque en el caso de los motores diesel el modelado de la turbulencia sigue representando un serio desafío, y es un punto en el que se deberá mejorar bastante.

4. REFERENCIAS.

[1] G. Merker, C. Schwarz, G. Stiesch, F. Otto. Simulating Combustion. Simulation of combustion and pollutant formation for engine-development. Editorial Springer. Berlín, 2004.

[2] S. Basha, K. Raja Gopala. In-cylinder fluid flow, turbulence and spray models—A review. Renewable and Sustainable Energy Reviews Volume 13, Issues 6-7, August- September 2009, Pages 1620-1627.

[3] CH. Westbrook, Y. Mizobuchib, et al. Computational Combustion. Proceedings of the Combustion Institute. Volume 30, Issue 1, January 2005, Pages 125-157.

[4] Heywood J.B. Internal Combustion Engine Fundamentals. Editorial McGraw-Hill. New York, 1998.

[5] Versteeg H., Malalasekera W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method. Longman Scientific & Technical, London, 1995.

[6] Nordin, Niklas. Complex Chemistry Model of Diesel Spray Combustion Tésis doctoral. Chalmers University of Technology. Goteborg, 2001.

[7] E. I. Gutierrez. Modelado Numérico de la Atomización y Evaporación de un Chorro Diesel Mediante Análisis CFD. Tesis de Maestría, Universidad de Antioquia. Medellín, 2008.

[8] G. Stiesch. Modeling Engine Spray and Combustion Processes. Editorial Springer. Berlín, 2005.

Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean agradecer al Grupo de Manejo Eficiente de la Energía (GIMEL) de la Universidad de Antioquia, donde se efectuaron las pruebas en el banco dinamométrico para motores diesel.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Micro-vehículos aéreos de alas batientes: Influencia de la mecánica estructural de las alas en la aerodinámica del sistema

Roccia, Bruno [1,2]; Preidikman, Sergio [2,3]; Brewer, Alejandro [2]; Massa, Julio [2]; Mook, Dean [4]

[1] *Universidad Nacional de Río Cuarto, Facultad de Ingeniería.*
Ruta Nac. 36 – Km 601, X5804BYA. E-mail: broccia@ing.unrc.edu.ar

[2] *Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.*

[3] *Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Av. Rivadavia 1917, Bs As, Argentina.*

[4] *Department of Engineering Sciences and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute, Blacksburg, VA., USA.*

RESUMEN

Este trabajo forma parte de un proyecto mayor referente a micro-vehículos aéreos no tripulados de alas batientes. Se presenta el desarrollo de una herramienta de simulación numérica que permite estudiar la aerodinámica no-lineal e inestacionaria asociada al complejo movimiento de las alas batientes inspiradas en el "vuelo natural". La cinemática del vuelo natural involucra, simultáneamente, movimientos hacia abajo y hacia arriba, rotaciones, oscilaciones y cambios significativos en el ángulo de ataque efectivo de las alas.
El modelo aerodinámico adoptado es una versión modificada del "non-linear unteady vortex lattice", que es una generalización del "vortex lattice method", ampliamente utilizado en flujos incompresibles y estacionarios. Para lograr generalidad y versatilidad en la herramienta desarrollada, se modificó un modelo cinemático desarrollado previamente por los autores de este trabajo para incluir diferentes patrones de deformación sobre el ala. En este artículo se analiza la influencia de la torsión, flexión y ambos efectos combinados sobre la producción de fuerzas de sustentación para una configuración de vuelo suspendido (hover).
La combinación entre el modelo cinemático y el modelo aerodinámico, junto con un preprocesador para generar la geometría del micro-vehículo aéreo, constituyen una herramienta computacional que permite: i) manipular diferentes cinemáticas para el movimiento de las alas; ii) flexionar y torsionar el ala mediante la utilización de diversos patrones de deformación; iii) definir distintas geometrías para el micro-vehículo aéreo de alas batientes; iv) determinar el campo de movimiento del fluido alrededor de la estructura del micro-vehículo aéreo; v) calcular la distribución espacio-temporal de la vorticidad adherida a la estructura del micro-vehículo de alas batientes; vi) estimar la distribución de vorticidad y la topología de las estelas emitidas desde los bordes filosos de las alas (incluyendo el borde de ataque); vii) predecir las cargas aerodinámicas actuantes sobre éstas; y $viii$) tener en cuenta todas las posibles interferencias aerodinámicas.

Palabras Claves: Micro-vehículos aéreos, mecánica estructural, aerodinámica.

1. INTRODUCCIÓN

En los primeros intentos por entender el vuelo de insectos y aves, los científicos utilizaron teorías aerodinámicas clásicas, las cuales fueron desarrolladas para analizar el vuelo de aeronaves convencionales de alas fijas. La aplicación de estas teorías al estudio del vuelo de estas criaturas condujo a una famosa paradoja que establecía que "una abeja no puede volar" [1]. Específicamente, la aerodinámica convencional arroja muy buenos resultados cuando el problema bajo estudio involucra condiciones de flujo estacionario y cuerpos con movimientos estacionarios. Por el contrario, el vuelo de insectos y aves pequeñas involucra condiciones de flujo altamente no estacionarias asociadas al batimiento, flexión, reversión de la combadura del perfil alar y torsión del ala. Estos aspectos asociados a la deformación que experimentan las alas en diferentes etapas del ciclo de aleteo afectan increíblemente el desempeño aerodinámico de estas criaturas. Sin embargo, muchos estudios de la cinemática, aerodinámica y dinámica del vuelo de insectos asumen hipótesis tales como un ala plana y rígida, dos simplificaciones que han permitido obtener buenos resultados pero que evidentemente difieren de la realidad.

Las aves cambian la forma del ala mediante una compleja estructura muscular embebida en el ala, que actúa directamente sobre los huesos, sobre las plumas y, en el caso de murciélagos, sobre las membranas (*patagium*) que se encuentran entre los huesos. Por otro lado, los insectos son las únicas criaturas voladoras que no poseen músculos dentro de sus alas; ellos controlan activamente el cambio de forma del ala mediante fuerzas actuantes en la raíz del ala que son transmitidas hacia el resto de la misma por medio de su estructura esquelética (exoesqueleto) [2, 3]. Se han identificado cinco factores como posibles responsables de la deformación producida sobre el ala de un insecto, estos son: *i*) las cargas aerodinámicas; *ii*) los efectos inerciales causados por las grandes aceleraciones, particularmente hacia el final de cada fase traslacional cuando el ala revierte su dirección de movimiento; *iii*) las fuerzas actuantes sobre la raíz del ala, ejercidas directa e indirectamente por músculos sobre la base del ala; *iv*) la arquitectura del ala; y *v*) la red venosa embebida en la estructura alar que tiene propiedades estructurales importantes, aparte de la entrega de la hemolinfa (fluido circulatorio) al tejido del ala. El tamaño y la forma de cada vena, como así también la topología de la red venosa influyen en la rigidez estructural e inercia del ala, permitiendo al insecto controlar localmente la deformación del ala [4, 5].

Para entender definitivamente el lenguaje del vuelo natural, resulta crucial disponer de una descripción detallada de las deformaciones que experimentan las alas de insectos y aves en diferentes configuraciones de vuelo. Ellington [6] utilizó una técnica de proyección para estudiar el ángulo de ataque, combadura del perfil alar, perfil de flexión y ángulo de torsión del ala de una mosca cernidora (*Episyrphus balteatus*), una mosca de las flores (*Eristalis tenax*) y una abeja (*Bombus lucorum*). Años más tarde, Willmott y Ellington [7] utilizaron una técnica basada en videografía de alta velocidad para determinar el ángulo de rotación y el ángulo de torsión del ala de una polilla (*Manduca sexta*) en vuelo libre. Posteriormente, fueron desarrolladas una gran variedad de técnicas con el objeto de cuantificar las deformaciones que se producen sobre el ala de un insecto mientras se encuentra en vuelo [8-15].

El avance de la tecnología, especialmente el desarrollo de ordenadores más potentes, con mayor capacidad de cómputo y almacenamiento, ha impulsado la confección de modelos numéricos cada vez más complejos para el estudio del vuelo natural. Especialistas en diferentes áreas de la ciencia han llevado a cabo estudios aeroelásticos bidimensionales y tridimensionales que consideran el acoplamiento entre el fluido que rodea el insecto y la estructura altamente flexible que compone las superficies sustentadora (ala). Como consecuencia de las grandes aceleraciones y las cargas aerodinámicas actuantes sobre las alas, estas se deforman sustancialmente. Estas deformaciones inducen una modificación significativa en las cargas aerodinámicas, altamente inestacionarias y no-lineales, las que a su vez, inducen nuevas variaciones en la deformación del ala. Este fenómeno de retroalimentación entre las cargas aerodinámicas, las deformaciones del ala, y el movimiento de la criatura voladora genera un problema fuertemente acoplado entre el aire y el sistema multicuerpo utilizado para modelar el insecto o el ave pequeña.

En 1995, Smith utilizó el método de los paneles junto con un modelo estructural basado en el método de elementos finitos considerando material elástico lineal para modelar el ala de una polilla [16]. Smith analizó específicamente el efecto de la flexibilidad del ala sobre la producción de fuerzas aerodinámicas, y concluyó que la sustentación es incrementada durante la fase traslacional descendente del ala (*downstroke*) y permanece invariable durante la fase traslacional inversa (*upstroke*).

Barut *et al*. [17] investigaron las deformaciones que se producen sobre el ala de una libélula para un caso particular de un movimiento arbitrario prescripto sobre la raíz del ala. Sin embargo las cargas aerodinámicas no fueron incluidas en el modelo con el objeto de simplificar su análisis.

Ishilhara *et al*. [18] propusieron un modelo bidimensional para estudiar la interacción fluido-estructura en el vuelo de una díptera. Específicamente, analizaron la influencia de la torsión del ala sobre la fuerza de sustentación y concluyeron que la misma puede soportar el peso de una díptera en vuelo suspendido (*hover*).

Vanella *et al*. [19] desarrollaron un modelo bidimensional con el objeto de entender como la flexibilidad afecta el desempeño aerodinámico de un ala batiente en vuelo suspendido. Los resultados reportados por Vanella y colaboradores revelaron que la flexibilidad del ala beneficia la producción de sustentación. Particularmente, mostraron que el mejor rendimiento es alcanzado cuando el ala es conducida a una frecuencia próxima a la frecuencia de resonancia no lineal del sistema (súper armónica de orden tres) para un rango del número de Reynolds comprendido entre 75 y 1000.

Recientemente, Nakata y Liu [20] desarrollaron un modelo computacional tridimensional que permite estudiar la interacción fluido-estructura de una polilla en vuelo suspendido. Ellos utilizaron un modelo aerodinámico elaborado previamente por Liu [21] y un modelo estructural basado en el método de elementos finitos utilizando un elemento de cáscara triangular llamado AT/DKT [22] que permite considerar propiedades relacionadas a la anisotropía y heterogeneidad que caracteriza las alas de estas criaturas. Los resultados obtenidos por Nakata y colaboradores demostraron la importancia de la flexibilidad del ala en el vuelo con alas batientes.

Una comparación exhaustiva entre los trabajos citados anteriormente es difícil de establecer ya que los estudios son realizados usualmente sobre diferentes especies y además, los enfoques utilizados para computar las fuerzas aerodinámicas pueden ser radicalmente distintos. A pesar de los esfuerzos llevados a cabo por la comunidad científica, una interesante interrogante permanece aún sin una respuesta definitiva: ¿como la flexibilidad del ala afecta el desempeño aerodinámico en el contexto del vuelo con alas batientes?

En este trabajo se investiga la influencia de la flexibilidad del ala de un insecto (*Drosophila melanogaster*) sobre la fuerza de sustentación mediante la introducción de: i) un modelo aerodinámico tridimensional basado en el método de red de vórtices no lineal y no estacionario (UVLM) y ii) la modificación de un modelo cinemático desarrollado previamente por los autores de este artículo para incluir diferentes patrones de deformación sobre el ala. Particularmente, se analiza la influencia de la torsión, flexión y ambos efectos combinados sobre el desempeño aerodinámico de esta criatura para una configuración de vuelo suspendido.

Si bien el número de Reynolds que caracteriza el flujo real en los insectos es relativamente bajo puede considerarse que tiene un valor lo suficiente alto como para asumir que los efectos viscosos están confinados únicamente a las capas límites que envuelven al sólido inmerso en el fluido y a las estelas que se desprenden desde los bordes filosos de las alas. Este hecho permite utilizar un modelo basado en el método de red de vórtices inestacionario y no-lineal.

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Para estudiar la aerodinámica de alas batientes, en este trabajo se utilizó la geometría correspondiente a una mosca de la fruta (*Drosophila melanogaster*) que fue extraída de [23]. Los principales parámetros morfológicos del ala de la criatura que han sido preservados en este estudio son: la longitud, la cuerda máxima y la forma.

El modelo del ala fue implementado íntegramente en MATLAB®, y se utilizó una técnica de parametrización con el fin de construir modelos de diferentes tamaños conservando las proporciones de la criatura. Se utilizaron elementos cuadriláteros simples de cuatro nodos para discretizar las superficies planas que modelan las alas batientes.

2.1. Modelo cinemático

Para describir el movimiento de las alas, se utilizaron tres sistemas de referencia, un sistema inercial o Newtoniano $\mathbf{N} = \{\hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3\}$, y un sistema fijo a cada ala del insecto para facilitar la discretización espacial de las mismas: $\mathbf{A} = \{\hat{\mathbf{a}}_1, \hat{\mathbf{a}}_2, \hat{\mathbf{a}}_3\}$ sobre el ala derecha y $\mathbf{B} = \{\hat{\mathbf{b}}_1, \hat{\mathbf{b}}_2, \hat{\mathbf{b}}_3\}$ sobre la izquierda.

Mientras el ala se desplaza en el espacio tridimensional siguiendo una cinemática prefijada, cambia su geometría de acuerdo a patrones de deformación específicos que producen los efectos deseados sobre el ala, tales como: torsión, flexión y ambos efectos combinados. Por lo tanto, el vector posición, velocidad y aceleración de un punto material perteneciente al ala se puede escribir como la combinación de un movimiento de cuerpo rígido del ala más un cambio en la geometría de la misma (ver Figura 1).

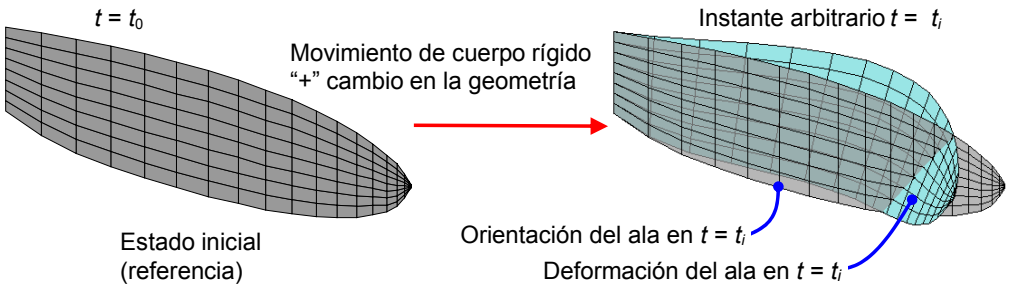


Figura 1 *Movimiento y cambio de geometría del ala durante el ciclo de batimiento*

En esta sección se analiza en detalle la cinemática del ala izquierda, las ecuaciones que rigen la cinemática del ala derecha se obtienen siguiendo el mismo procedimiento.

La orientación del ala como cuerpo rígido en cada instante de tiempo se define especificando la evolución temporal de tres ángulos: i) el ángulo que orienta el ala dentro del plano de batimiento, '*stroke position*', $\phi(t)$; ii) el ángulo de desviación respecto del plano de batimiento, '*stroke deviation*', $\theta(t)$; y iii) el ángulo de rotación respecto del eje longitudinal del ala, $\psi(t)$.

La transformación de coordenadas del sistema inercial **N** al sistema fijo al ala **B**, $\mathbf{T}_{BN}$: **N**→**B**, se realiza mediante una parametrización definiendo una secuencia de ángulos de Euler (1-3-2) utilizando los ángulos $\phi((t)$, $\theta(t)$, y $\psi(t)$ definidos anteriormente (ver Figura 2). Para una revisión general de los parámetros cinemáticos involucrados en el ciclo de aleteo de un insecto volador, se puede consultar el trabajo de Roccia *et al*. [24].

Para deformar el ala de la manera deseada, primero se define a lo largo del eje longitudinal del ala (vector unitario $\hat{\mathbf{b}}_2$) un elemento de viga "virtual" el cual provee el medio necesario para flexionar y torsionar el ala. El elemento de viga se considera empotrado en la raíz del ala. La flexión en dos planos perpendiculares es lograda utilizando autofunciones y el efecto de la torsión es incorporado por medio de una función lineal. Una vez deformada la viga, el resto del ala se deforma acorde a este patrón mediante un esquema de transferencia de desplazamientos que se detallado más adelante.

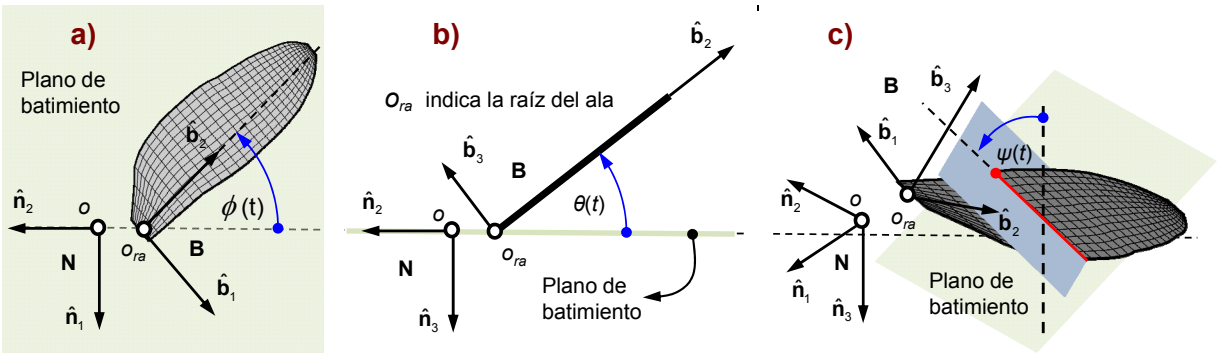


Figura 2 *Definición de los parámetros cinemáticos: a) ángulo de posición dentro del plano de batimiento; b) ángulo de desviación respecto del plano de batimiento; y c) ángulo de rotación*

2.1.1 Vector posición de un punto perteneciente al ala

En las Figuras 3a y 3b se presenta un esquema que ilustra la ubicación del elemento de viga dentro de la planta alar y el vector posición de un punto arbitrario perteneciente al ala en la configuración indeformada.

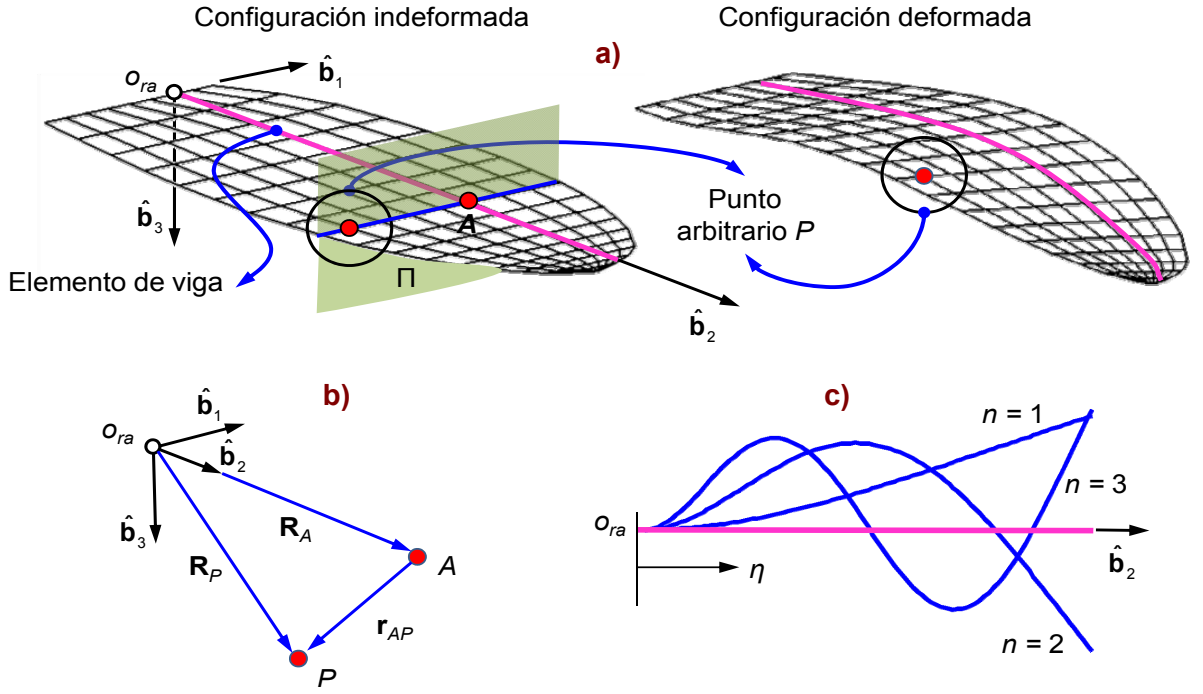


Figura 3 *a*) *Configuración indeformada y deformada del ala; b*) *Definición del vector posición de un punto arbitrario P sobre el ala en la configuración indeformada*; *c*) *Autofunciones para una viga Euler-Bernoulli empotrada-libre*

Tanto el punto arbitrario *P* sobre el ala como el punto *A* sobre el eje longitudinal $\hat{\mathbf{b}}_2$ se encuentran sobre el mismo plano Π el cual es perpendicular al eje $\hat{\mathbf{b}}_2$ (en la configuración indeformada). La sección transversal del ala que contiene el punto *P* y *A* se asume rígida y el vector posición del punto *P* relativo al punto *A* es denotado por $\mathbf{r}_{AP}$, el cual también es rígido.

El vector posición del punto *P* respecto del marco de referencia inercial **N** en la configuración indeformada ($\mathbf{r}_P$) y deformada ($\tilde{\mathbf{r}}_P$) están dados por las siguientes expresiones:

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{R}_{ra} + \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{AP}, \qquad \tilde{\mathbf{r}}_P = \mathbf{R}_{ra} + \mathbf{r}_A + \mathbf{u}_A + \mathbf{G}\mathbf{r}_{AP}. \tag{1}$$

donde $\mathbf{R}_{ra}$ es el vector posición del origen del marco de referencia **B** fijo al ala, $\mathbf{r}_A$ es el vector posición del punto *A* sobre el eje longitudinal $\hat{\mathbf{b}}_2$ respecto del marco **B** en la configuración indeformada (Figura 3b), $\mathbf{u}_A$ es el vector desplazamiento asociado al punto **A** y **G** es una matriz de rotación infinitesimal [25].

El vector desplazamiento del punto *P* puede entonces ser expresado como,

$$\tilde{\mathbf{r}}_P - \mathbf{r}_P = \mathbf{u}_A + (\mathbf{G} - \mathbf{I}_3)\mathbf{r}_{AP}, \tag{2}$$

donde $\mathbf{I}_3$ es la matriz identidad de dimensión 3x3.

Luego de algunas manipulaciones algebraicas el vector posición de un punto *P* en la configuración deformada es,

$$\tilde{\mathbf{r}}_P = \mathbf{r}_P + \mathbf{u}_A - \bar{\mathbf{r}}_{AP}\boldsymbol{\theta}, \tag{3}$$

donde $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T$ son los giros relacionados al desplazamiento del punto *A* asociados a los vectores

unitarios ($\hat{\mathbf{b}}_1, \hat{\mathbf{b}}_2, \hat{\mathbf{b}}_3$) respectivamente , y $\bar{\mathbf{r}}_{AP}$ está dado por,

$$\bar{\mathbf{r}}_{AP} = \begin{bmatrix} 0 & -r_3 & r_2 \\ r_3 & 0 & -r_1 \\ -r_2 & r_1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{4}$$

donde (r_1, r_2, r_3) son las componentes del vector $\mathbf{r}_{AP}$.
Las componentes del vector desplazamiento $\mathbf{u}_A = (u_1, u_2, u_3)^T$ se escriben como el producto de una función que depende de una coordenada espacial, η, asociada al vector unitario $\hat{\mathbf{b}}_2$, $S(\eta)$, y una función temporal $q(t)$,

$$u_i(\eta;t) = S_i(\eta)\ q_i(t) \qquad \text{para } i = 1, 2, 3 \tag{5}$$

La autofunción $S_i(\eta)$ corresponde a la solución analítica de la deflexión de una viga del tipo Euler-Bernoulli con condiciones de borde clásicas (empotrado-libre) [26] (ver Figura 3c). La coordenada temporal $q_i(t)$ es especificada mediante funciones armónicas. Los ángulos $\theta_1(\eta;t)$ y $\theta_3(\eta;t)$ se obtienen mediante la evaluación de la derivada parcial de las componentes $u_3(\eta;t)$ y $u_1(\eta;t)$ con respecto a la coordenada espacial η. Por otro lado el ángulo $\theta_2(\eta;t)$ es especificado mediante una función lineal y representa el giro alrededor del vector unitario $\hat{\mathbf{b}}_2$. Las expresiones para dichos ángulos son:

$$\begin{aligned} \theta_1(\eta;t) &= \frac{\partial}{\partial\eta} u_3(\eta;t) = \frac{d}{d\eta}\left[S_3(\eta)\right] q_3(t); \\ \theta_2(\eta;t) &= \frac{\eta}{l} q_2(t); \text{ y} \\ \theta_3(\eta;t) &= -\frac{\partial}{\partial\eta} u_1(\eta;t) = -\frac{d}{d\eta}\left[S_1(\eta)\right] q_1(t). \end{aligned} \tag{6}$$

Cabe señalar que el procedimiento desarrollado anteriormente para imponer una deformación sobre el ala es válido sólo para desplazamientos y giros pequeños porque hemos adoptado un elemento de viga basado en un modelo del tipo Euler-Bernoulli como "medio" para generar el cambio de geometría deseado sobre el ala.

2.1.2 Velocidades

La velocidad respecto del marco **N** de un punto genérico *P* sobre el ala resuelta en términos del marco de referencia **B** se obtiene evaluando la derivada total del vector posición respecto del tiempo. Primero rescribimos la Ecuación (3) como,

$$\tilde{\mathbf{r}}_P = \mathbf{r}_P + \mathbf{u}_A + \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{r}_{AP}. \tag{7}$$

Luego de algunas manipulaciones algebraicas, la expresión de la velocidad para el punto *P* es,

$$\mathbf{v}_P = {}^N\boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{r}_P + \frac{{}^B d}{dt}\mathbf{u}_A + {}^N\boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{u}_A + \frac{{}^B d}{dt}\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{r}_{AP} + {}^N\boldsymbol{\omega}^B \times \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{r}_{AP}, \tag{8}$$

donde el superíndice ${}^B d/dt\,(\,)$ indica que la derivada la realiza un observador ubicado en el sistema de referencia fijo al ala **B**, y ${}^N\boldsymbol{\omega}^B$ es la velocidad angular del marco de referencia **B** respecto del marco inercial **N**, la cual es función de los ángulos de Euler $\phi(t)$, $\theta(t)$, y $\psi(t)$ definidos anteriormente [24].

2.2. Modelo aerodinámico

El modelo aerodinámico implementado en este esfuerzo es una versión modificada y ampliada del método general de red de vórtices no-lineal e inestacionario (*unsteady vortex lattice method* o UVLM). Este modelo permite tratar correctamente no-linealidades aerodinámicas asociadas con grandes ángulos de ataque, deformaciones estáticas y flujos dominados por vorticidad en los que el fenómeno conocido como *vortex bursting* no ocurre.

Como resultado del movimiento relativo entre el ala y el aire en reposo, se generan gradientes de velocidad que originan vorticidad concentrada en una delgada región adherida a la superficie del ala (capa límite). Esta sábana vorticosa se separa desde el borde de fuga y la puntera del ala, y es convectada hacia el seno del fluido para formar la estela.

En el modelo utilizado se restringe toda la vorticidad del flujo a las capas límites adheridas a las alas y a sus estelas; el flujo se considera irrotacional fuera de estas dos regiones. Las estelas se representan mediante sábanas vorticosas libres. Sus posiciones no son especificadas ya que pueden deformarse libremente hasta adoptar configuraciones libres de fuerzas cuando a través de las estelas no existe ningún salto de presiones. Los dos tipos de sábanas vorticosas (libre y adherida) están unidas en los bordes filosos de las alas donde es impuesta la condición de Kutta para flujos inestacionarios.

Las sábanas de vorticidad adheridas a las alas se remplazan por una red de segmentos vorticosos rectos de circulación $\Gamma_i(t)$. Estos segmentos dividen la superficie de las alas en una cantidad finita de elementos de área (paneles). Las estelas también se remplazan por segmentos de vorticidad, los cuales están unidos a los segmentos que componen las sábanas adheridas a través de la zona de separación tales como el borde de fuga y las punteras de las alas.

2.2.1 Condiciones de borde

Las ecuaciones que gobiernan el problema se completan con las siguientes condiciones de borde:

1) *Condición de regularidad en el infinito*: esta condición requiere que las perturbaciones debidas al cuerpo moviéndose a través del fluido que estaba inicialmente en reposo se anulen lejos del sólido en movimiento. Esto es equivalente a decir que las velocidades asociadas a la vorticidad de las sábanas libres y adheridas tienden a cero lejos del insecto.
2) *Condición de no penetración*: se aplica sobre toda la frontera del sólido inmerso en el fluido, esto es, sobre la superficie de las alas. Su posición, velocidad, y aceleración son conocidas en todo instante. Esta condición de borde, también llamada de impermeabilidad, requiere que la componente normal de la velocidad relativa a la superficie del cuerpo de todas las partículas del fluido adyacentes a la superficie del sólido sea igual cero.

2.2.2 Cargas aerodinámicas

Las cargas aerodinámicas sobre las superficies de sustentación (alas del MAV) se determinan de la siguiente manera: i) se calcula el salto de presión en el punto de control de cada elemento que compone la malla aerodinámica (panel) mediante la ecuación no estacionaria de Bernoulli (9), ii) la fuerza en cada elemento se calcula como el producto del salto de presión y el vector unitario normal a cada panel; iii) las fuerzas resultantes y momentos son la suma vectorial de las fuerzas y los momentos producidos por cada elemento.

$$\frac{\partial}{\partial}\varphi(\mathbf{x},t)+\frac{1}{2}\mathbf{V}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{V}(\mathbf{x},t)+\frac{p(\mathbf{x},t)}{\rho} = H(t), \tag{9}$$

donde $\varphi(\mathbf{x},t)$ es la función potencial de velocidad, $\mathbf{V}(\mathbf{x},t) = \nabla\varphi(\mathbf{x},t)$, $H(t)$ la energía total por unidad de masa la cual es función del tiempo, $p(\mathbf{x},t)$ la presión, y ρ la densidad constante del fluido.

Para una descripción detallada del método de red de vórtices no lineal y no estacionario el lector puede consultar [27-30].

3. SIMULACIONES NUMÉRICAS

En este trabajo se analiza la influencia de la torsión, flexión y ambos efectos combinados sobre la producción de fuerzas de sustentación para una configuración de vuelo suspendido. Particularmente se investiga el efecto de la relación de fase entre la deformación impuesta y el movimiento del ala como cuerpo rígido. La forma y dimensión del ala, frecuencia de batimiento y cinemática utilizada para llevar a cabo las simulaciones numéricas corresponden a los valores utilizados por Dickinson [31] en su experimento sobre la mecánica del vuelo de una *Drosophila melanogaster*.

El código está escrito con Fortran 90 compilado para ser ejecutado en un sistema operativo Windows®. Los casos presentados en este artículo se ejecutaron para un ciclo de batimiento. El tiempo de ejecución de cada caso fue en promedio de aproximadamente 30 minutos, en una computadora de escritorio con una memoria RAM DDR3 de 4 Gb y un procesador Intel® Core™ i5-2500k CPU @ 3.30 GHz, un bus frontal de 1066 MHz y memoria cache de 6 Mb.

3.1. Efecto de la torsión

El giro de la puntera del ala respecto de la raíz de la misma tiene un valor máximo de diez grados. En la Figura 4a se presenta la evolución temporal de los ángulos $\phi(t)$ y $\psi(t)$ correspondiente a la cinemática utilizada por Dickinson, el ángulo $\theta(t)$ se asume idénticamente igual a cero durante todo el ciclo de batimiento. La coordenada temporal $q_2(t)$ que regula la amplitud del ángulo de torsión para la puntera del ala a través del ciclo de aleteo se materializó mediante la siguiente expresión armónica,

$$q_2(t) = a_0 \sin(\omega t + \beta), \tag{10}$$

donde a_0 es la amplitud del giro (a_0 = 10°), ω es la frecuencia circular asociada a la deformación, $\omega = 2\pi n_f$ (n_f es la frecuencia de batimiento [31]) y β es el ángulo de desfasaje.

Se efectuaron varias ejecuciones variando la fase entre el ángulo de torsión y el ángulo de posición $\phi(t)$, específicamente se consideraron tres casos donde el cambio de signo en el ángulo de torsión: i) precede el cambio de dirección de movimiento del ala (patrón avanzado) ii) ocurre simétricamente con la reversión en la dirección de movimiento del ala (patrón simétrico); y iii) es posterior a la reversión en la dirección de movimiento del ala (patrón retrasado). La Figura 4b muestra las fuerzas de sustentación obtenida con cada uno de estos patrones y se las compara con la fuerza de sustentación obtenida para el caso de ala rígida donde el ángulo de torsión es nulo a través de todo el ciclo de batimiento.

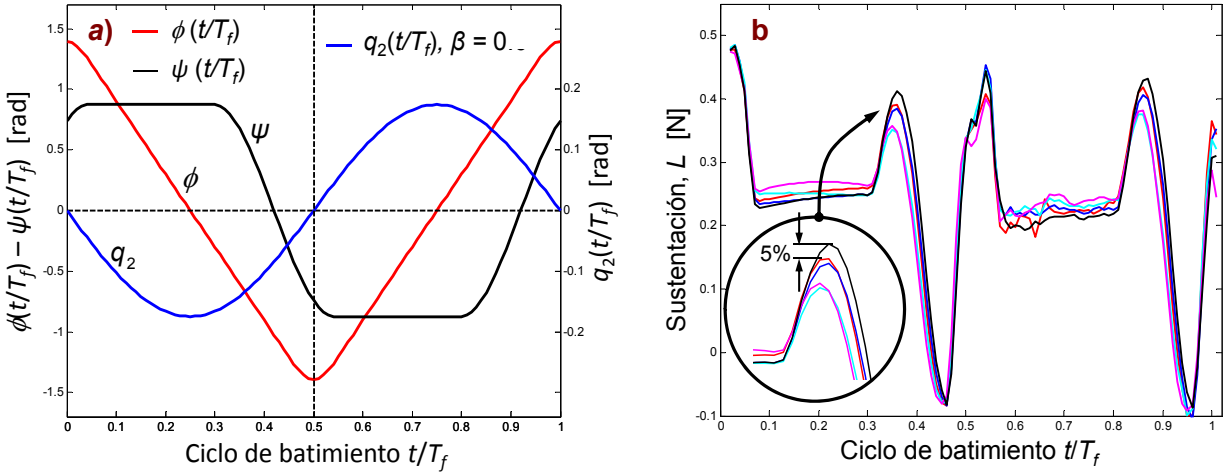


Figura 4 *a) Cinemática utilizada por Dickinson [31] y ángulo de torsión, $T_f = 1/n_f$; b) Sustentación; color rojo: caso rígido; color azul: patrón avanzado ($\beta = 0.3\pi$); color cian: patrón simétrico ($\beta = 0$); color magenta: patrón retrasado ($\beta = -0.3\pi$); y color negro: patrón avanzado ($\beta = 0.5\pi$)*

Como se puede observar en la Figura 4b la relación de fase entre el ángulo de torsión y el ángulo de posición produce efectos significativos sobre las fuerzas de sustentación. El ángulo de torsión contribuye principalmente a aumentar o disminuir el ángulo de ataque efectivo del ala afectando directamente la producción de fuerzas aerodinámicas. Específicamente, la relación de fase entre el ángulo de torsión y el ángulo de posición es el principal responsable de las variaciones observadas en dicho gráfico. Un patrón avanzado produce un incremento sustancial de la sustentación sobre las fases rotacionales del ciclo de aleteo (supinación/pronación). Por el contrario, en la fase ascendente o descendente del ciclo de aleteo este patrón produce un decremento de la fuerza de sustentación. Mientras se varía la fase (parámetro β) el efecto se invierte completamente, obteniéndose para un patrón retrasado un aumento de la sustentación en la fase traslacional y un decremento en la fase rotacional del ciclo de batimiento. Además, cabe destacar que la influencia del ángulo de torsión sobre la sustentación media es muy baja, esto permitiría especular que los insectos utilizan el ángulo de torsión y, más aún, controlan activamente la fase de dicho ángulo para maximizar las fuerzas de sustentación en determinados instantes del ciclo de batimiento con el objeto de ejecutar diferentes maniobras en vuelo (ver Tabla 1 y Figura 5).

Tabla 1 *Sustentación media y error máximo*

parámetro de fase β	Sustentación media [N]
Ala rígida	0.2402
$\beta = 0.5\,\pi$	0.2421
$\beta = 0.3\,\pi$	0.2408
$\beta = 0$	0.2356
$\beta = -0.3\,\pi$	0.2354
Máxima diferencia	2.8 %

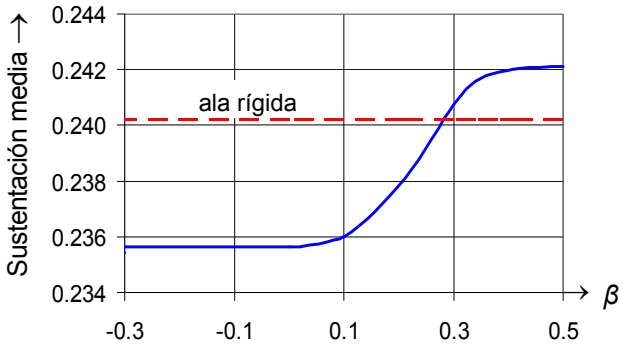


Figura 5 *Sustentación en función de la fase* β

3.2. Efecto de la flexión

En esta sección se analiza la influencia de la flexión transversal a la planta alar sobre las fuerzas de sustentación. Específicamente se presentan dos casos de estudio clasificados de acuerdo al signo del desplazamiento de la puntera del ala: i) la deflexión tiene un valor positivo en la fase descendente del ciclo de aleteo (downstroke) y un valor negativo en la fase ascendente (upstroke), y ii) la deflexión tiene un valor negativo en la fase descendente del ciclo de aleteo y un valor positivo en la fase ascendente. En las Figuras 6a y 6b se presentan las curvas de sustentación para estos dos casos considerando un desplazamiento máximo (positivo/negativo) de la puntera del ala del 5%, y diferentes relaciones de fase entre la coordenada temporal que gobierna la flexión del ala y el ángulo de posición ($\beta = 0.3\pi$, $\beta = 0$ y $\beta = -0.3\pi$).

La autofunción seleccionada para prescribir la deformación por flexión del ala corresponde al modo fundamental de una viga Euler-Bernoulli con condiciones de borde empotrado-libre, $n = 1$ (ver Figura 3c).

La evolución temporal del ángulo de posición $\phi(t)$ y el ángulo de rotación $\psi(t)$ es la representada en la Figura 4a y la coordenada temporal que gobierna la flexión del ala, $q_3(t)$, es similar a la coordenada temporal utilizada para el ángulo de torsión dada en la Ecuación (10).

En la Figura 6 se puede observar claramente que la imposición de una deformación transversal a la planta alar contribuye a incrementar o disminuir la fuerza de sustentación sobre todo el ciclo de aleteo. A pesar de que los experimentos numéricos llevados a cabo en este trabajo están restringidos a pequeñas deformaciones, limitadas por el modelo adoptado, se pudo apreciar un aumento importante en el valor medio de la sustentación, un 3 % superior al caso de ala rígida para un patrón avanzado con deflexión positiva de la puntera del ala en la fase descendente (Figura 6a, curva color azul) y un 3.6 % para un patrón retrasado con deflexión negativa de la puntera del ala en la fase descendente (Figura 6b, curva color magenta). Los resultados presentados en esta sección permitirían inferir que la flexión de la planta alar puede ser considerada como un instrumento de elevación o disminución de la fuerza de sustentación sobre todo el ciclo de batimiento, a diferencia del efecto producido por la torsión el cual actúa sobre un intervalo específico del ciclo de aleteo.

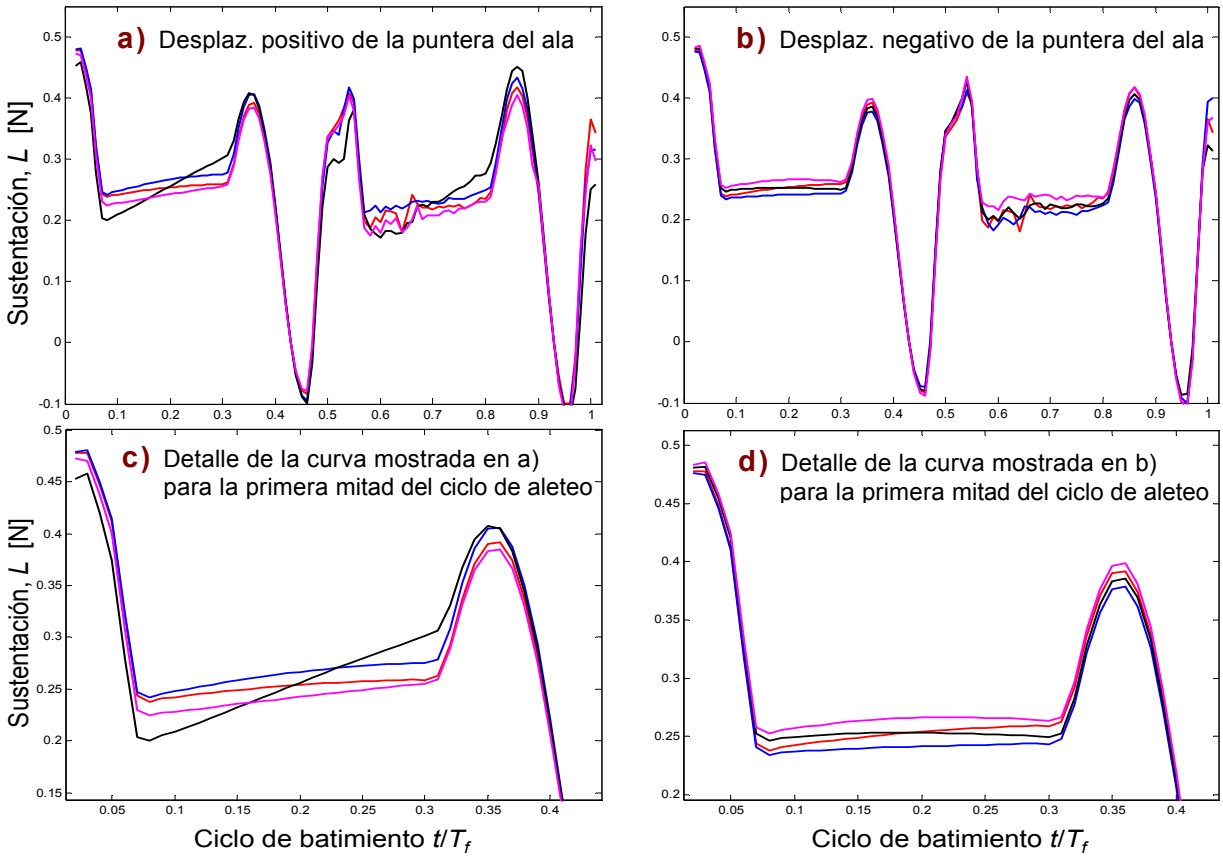


Figura 6 *Sustentación: color rojo, caso rígido; color azul, patrón avanzado ($\beta = 0.3\pi$); color negro, patrón simétrico ($\beta = 0$); y color magenta, patrón retrasado ($\beta = -0.3\pi$*

3.3. Combinación de flexión y torsión

Como último caso de estudio presentamos una simulación numérica considerando el efecto de torsión combinado con el efecto de flexión. Para ello se utilizó el patrón avanzado para la torsión ($\beta = 0.5\pi$, caso presentado en la sección 3.1) y un patrón avanzado para la flexión con deflexión positiva de la puntera del ala en la fase descendente (caso presentado en la sección 3.2).

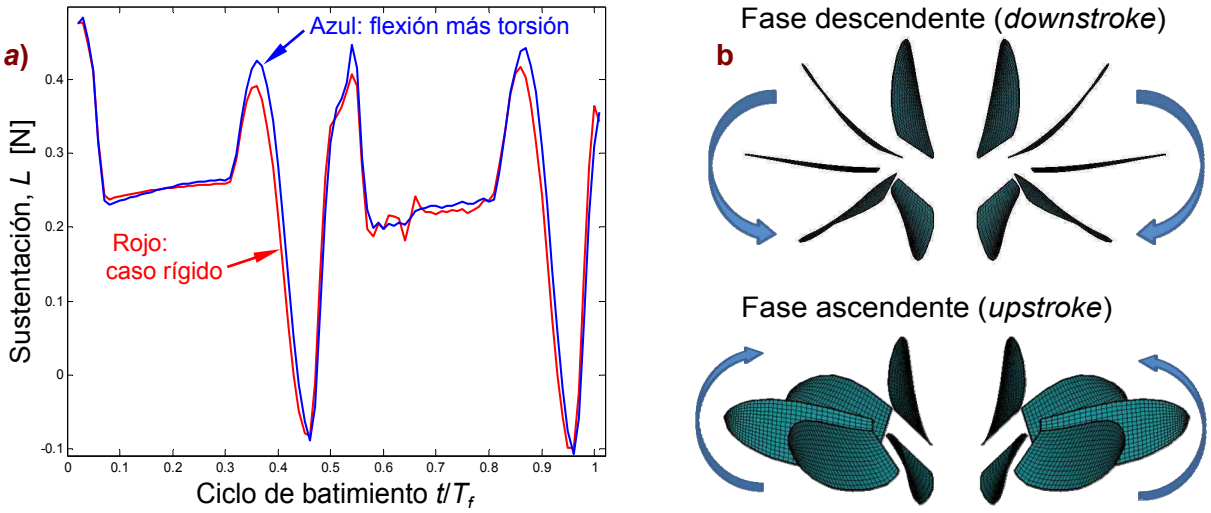


Figura 7 *a) Sustentación; b) Deformación del ala durante un ciclo de aleteo escalada por un factor de cinco*

Como se puede observar en la Figura 7a la influencia de la torsión y la flexión sobre la fuerza de sustentación es bastante marcada en la fase rotacional del ciclo de batimiento. Tanto la deformación por torsión como la deformación por flexión incrementan la sustentación en esta fase. Además, cabe destacar que la fuerza de sustentación durante las fases traslacionales permanece aproximadamente igual a la obtenida para una configuración de ala rígida, este fenómeno se debe a la cancelación del incremento de sustentación aportado por la flexión por el decremento causado por el efecto de la torsión. La Figura 7b muestra la deformación del ala escalado por un factor de cinco con el objetivo de visualizar el cambio de geometría en diferentes etapas del ciclo de batimiento.

Los resultados expuestos en este artículo constituyen un primer intento de calificar y cuantificar los efectos de la elasticidad del ala sobre el desempeño aerodinámico de estas criaturas. Sin embargo, un estudio integral de la influencia de la flexibilidad alar sobre las fuerzas aerodinámicas deberían incluir fenómenos tales como: contracción y expansión de la superficie alar y cambio e inversión de la combadura del perfil, entre otras. Otro aspecto a considerar es el relacionado al desarrollo de modelos elásticos que permitan remover la limitación de pequeñas deformaciones sobre el ala.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una herramienta computacional muy versátil, basada en: i) una ampliación y modificación del método de red de vórtices inestacionario y no-lineal en su versión tridimensional, y ii) el desarrollo de un modelo cinemático que permite prescribir pequeñas deformaciones sobre el ala de un insecto. El código elaborado es flexible y permite el ingreso de diferentes patrones cinemáticos, diferentes geometrías para las alas, y diferentes patrones de deformación (flexión, torsión y ambos efectos combinados) posibilitando de esta manera, un estudio integral de la influencia de los efectos elásticos sobre el desempeño aerodinámico de insectos y aves pequeñas.

De los casos de estudiados y presentados en este trabajo se puede concluir que:

1) el efecto de la torsión sobre la fuerza de sustentación depende fuertemente de la fase entre el ángulo de torsión y el ángulo de posición, produciendo aumentos de sustentación en las fases rotacionales y decrementos en las fases traslacionales del ciclo de aleteo y viceversa. Además se observó que su influencia sobre el valor medio de la sustentación es relativamente baja, lo cual permite inferir que este mecanismo de deformación podría ser utilizado por los insectos principalmente como instrumento de control; y
2) la flexión actúa globalmente sobre las fuerzas aerodinámicas produciendo un mayor impacto sobre el valor medio de la sustentación. También se encontró que este mecanismo de deformación depende fuertemente de la fase con el ángulo de posición.

Actualmente, se está desarrollando un algoritmo de acoplamiento entre el modelo aerodinámico y el modelo cinemático presentados en este trabajo con un modelo dinámico multicuerpo con el objeto de estudiar la dinámica del vuelo de insectos y micro vehículos aéreos de alas batientes. Si bien este trabajo constituye un primer intento por entender como los efectos elásticos afectan la producción de fuerzas aerodinámicas, en el futuro se deberá explorar la utilización de modelos elásticos que permitan incorporar no linealidades geométricas y no linealidades asociadas al material, y además tener en cuenta grandes deformaciones.

5. REFERENCIAS

[1] McMasters, J. H. (1989) “The flight of the bumblebee and related myths of entomological engineering”. *American Scientist*, vol. 77, pp. 164-169.

[2] Wootton, R. J. (1981) “Support and deformability in insect wings”. *Journal of Zoology*, vol. 193, pp. 447-468.

[3] Wootton, R. J. (1992) “Functional morphology of insect wings”. *Annu. Rev. Entomology*, vol. 37, pp. 113-140.

[4] Combes, S. A. and Daniel, T. L. (2003) “Flexural stiffness in insect wings: I. Scaling and the influence of wing venation”. *Journal of Experimental Biology*, vol. 206, pp. 2979-2987.

[5] Combes, S. A. and Daniel, T. L. (2003) “Flexural stiffness in insect wings: II. Spatial distribution and dynamic wing bending”. *Journal of Experimental Biology*, vol. 206, pp. 2989-2997.

[6] Ellington, C. P. (1984) “The aerodynamics of hovering insects flight. III. Kinematics”. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 305, no. 1122, pp. 41-78.

[7] Willmott, A. P. and Ellington, C. P. (1997) “The mechanics of flight in the hawkmoth Manduca sexta. I. Kinematics of hovering and forward flight”. *Journal of Experimental Biology*, vol. 200, pp. 2727-2738.

[8] Zeng, L.; Matsumoto, H. and Kawachi, K. (1996) "A fringe shadow method for measuring flapping angle and torsional angle of a dragonfly wing". *Measure. Sci. Technol*., vol. 7, pp. 786-791.

[9] Zeng, L.; Hao, Q. and Kawachi, K. (2000) "A scanning projected line method for measuring a beating bumblebee wing". *Optics Commun*., vol. 183, pp. 19-44.

[10] Song, D.; Wang, H.; Zeng, L. and Yin, C. (2001) "Measuring the camber deformation of a dragonfly wing using projected comb fringe". *Review of Scientific Instruments*, vol. 72, no. 5, pp. 2450-2454.

[11] Wang, H.; Zeng, L.; Liu, H. and Yin, C. (2003) "Measuring wing kinematics, flight trajectory and body attitude during forward flight and turning maneuvers in dragonflies". *Journal of Experimental Biology*, vol. 206, pp. 745-757.

[12] Walker, S. M.; Thomas, A. L. R. and Taylor, G. K. (2009) "Deformable wing kinematics in the desert locust: how and why do camber, twist and topography vary through the stroke?". *Journal of the Royal Society of London, Interface*, vol. 6, no. 38, pp. 735-747.

[13] Walker, S. M.; Thomas, A. L. R. and Taylor, G. K. (2009) "Photogrammetric reconstruction of high-resolution surface topographies and deformable wing kinematics of tethered locusts and free-flying hoverflies". *Journal of the Royal Society of London, Interface*, vol. 6, no. 33, pp. 351-366.

[14] Walker, S. M.; Thomas, A. L. R. and Taylor, G. K. (2010) "Deformable wing kinematics in free-flying hoverflies". *Journal of the Royal Society of London, Interface*, vol. 7, no. 42, pp. 131-142.

[15] Aguayo, D. D.; Santoyo, F. M.; De la Torre-I, M. H.; Salas-Araiza, M. D.; Caloca-Mendez, C. and Gutierrez Hernandez, D. A. (2010) "Insect wing deformation measurements using high speed digital holographic interferometry". *Optics Express*, vol. 18, no. 6, pp. 5661-5667.

[16] Smith, M. J. C. (1995) "The effect of the flexibility on the aerodynamics of moth wing: towards the development of flapping-wing technology". *33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, January 9-12, Reno, USA, AIAA 95-0743.

[17] Barut, A.; Das, M and Madenci, E. (2006) "Nonlinear deformations of flapping wings on a micro air vehicle". *47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Material Conference*, May 1-4, Newport, Rhode Island, AIAA 2006-1662.

[18] Ishilhara, D.; Hoire, T. and Denda M. (2009) "A two-dimensional computational study on the fluid-structure interaction cause of wing pitch changes in dipteran flapping flight". *Journal of Experimental Biology*, vol. 212, pp. 1-10.

[19] Vanella, M.; Fitzgerald, T.; Preidikman, S.; Balaras, E. and Balachandran, B. (2009) "Influence of flexibility on the aerodynamic performance of a hovering wing". *Journal of Experimental Biology*, vol. 212, pp. 95-105.

[20] Nakata, T.; and Liu, H. (2012) "A fluid-structure interaction model of insect flight with flexible wings". *Journal of Computational Physics*, vol. 231, pp. 1822-1847.

[21] Liu, H. (2009) "Integrated modeling of insect flight: from morphology, kinematics to aerodynamics". *Journal of Computational Physics*, vol. 228, pp. 439-459.

[22] Ertas, A.; Krafcik, J. T. and Ekwaro-Osire, S. (1992) "Performance of an anisotropic allman/DKT 3-node thin triangular flat shell element". *Composites Engineering*, vol 2, pp. 269-280.

[23] Markow, T.; and O'Grady, P. (2006) *Drosophila: A Guide to Species Identification and Use*, Elsevier Inc., San Diego, California.

[24] Roccia, B. A.; Preidikman, S.; Massa J. C. y Mook, D. T. (2011) "Development of a kinematical model to study the aerodynamics of flapping-wings". *International Journal of Micro Air Vehicles*, vol. 3, no. 2, pp. 61-88.

[25] Baruh, H. (1999) *Analytical Dynamics*, McGraw Hill, New York.

[26] Karnovsky, I. A.; and Lebed, O. I. (2000) *Formulas for Structural Dynamics: Tables, Graphs and Solutions*, McGraw Hill, 1st edition, New York.

[27] Konstadinopoulos, P.; Mook, D. T.; and Nayfeh, A. H. (1981) "A numerical method for general unsteady aerodynamics". AIAA-81-1877. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, August 19-21, Albuquerque, New Mexico.

[28] Preidikman, S. (1998) "Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems". *Ph.D. Dissertation*, Dep. of Eng. Science and Mechanics, Virginia Tech.

[29] Roccia, B. A.; Preidikman, S. y Massa J. C. (2010). "Implementación de un modelo no-lineal e inestacionario para estudiar la aerodinámica de un micro-vehículo aéreo en 'hover' ", Segundo Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica – CAIM 2010, San Juan, Argentina.

[30] Roccia, B. A.; Preidikman S.; y Massa J. C. (en prensa) "Aerodinámica no estacionaria y no lineal de micro vehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología". *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica*.

[31] Dickinson, M. H.; Lehmann, F. –O.; and Sane, S. P. (1999) "Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight". *Science*, vol. 284, pp. 1954-1960.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

A Influência da Malha no desempenho mecânico de uma roda segundo o método de elementos finitos e a metodología de Superfície de Resposta (RSM).

Cerávolo Carvalho, André Luis[1], Moni Ribeiro Filho, Sérgio Luiz[2], Assumpção, Marcos Estevão[3], Amorim Caetano de Souza, Diego[4], Christoforo, Andre Luis[5]

[1] Universidade Federal de São João del Rei.
Praça Frei Orlando, 170, Centro, São João del Rei, Minas Gerais, Brasil, CEP: 36307-352
ceravoloandre@gmail.com.
[2] sergiolmrf@gmail.com
[3] meassumpcao@gmail.com
[4] diegomec8@gmail.com
[5] alchristoforo@yahoo.com.br

RESUMEN

O estudo de componentes estruturais de uma aeronave tais como trem de pouso, triquilha e roda, são elementos que passam por constantes modificações, dependendo da exigência do projeto e dos esforços. Dentre estes mecanismos se destaca a Roda, por ser o elemento que faz a ligação entre aeronave e o solo. Projetada para resistir a pequenos deslocamentos e tensões sem perder suas características, é um elemento onde estudos com softwares que utilizam o Método dos Elementos Finitos são presentes e importantes para um melhor dimensionamento do componente. Este trabalho objetiva apresentar a influência da malha na análise do desempenho mecânico de uma roda para uma aeronave rádio controlada. Para o estudo, utilizaremos a Roda da aeronave Trem ki Voa 2011 composta de Aluminio 7075-T651 com propriedades mecânicas tabeladas pelo fabricante AlumiCopper®. Os resultados da análise linear estática serão comparados com variação no número de elementos que compõem sua malha. Através da superficie de resposta pode-se concluir que os resultados ótimos das tensões e deformações foram com o tamanho do elemento da malha inferior a 0,2mm.

Palabras Claves: Aeronave, Roda, Elementos Finitos, Superfície de Resposta.

1. INTRODUÇÃO

A SAE Brasil (Sociedade de Engenheiros da Mobilidade) trouxe dos EUA em 1999 a competição SAE Aerodesign que propõe aos estudantes de engenharias, física e ciências aeronáuticas o desafio de projetar e construir um VANT (Veículo Aéreo Não Tripulado). Além disso, este evento visa propiciar o intercâmbio e a difusão de técnicas e conhecimentos na área de engenharia aeronáutica.

As equipes se dividem em três classes de projeto: regular, aberta e micro. A competição divide-se em duas etapas distintas para avaliação do projeto e do desempenho da aeronave. Dentre os principais quesitos analisados na etapa de projeto estão: aerodinâmica, estabilidade e controle, análise estrutural e desempenho. A segunda etapa consiste na competição propriamente dita, onde a aeronave é testada, em sucessivas baterias, transportando cargas úteis sempre crescentes, até as condições limites de cada projeto, sendo o vôo controlado e tendo 61 metros para decolagem.

A equipe Trem Ki Voa da UFSJ, constituída por alunos de graduação em engenharias mecânica, elétrica e produção participam desde 2001 da competição SAE Aerodesign. Nos últimos dois anos (2008 e 2009) a equipe ficou entre as dez melhores equipes do país, terminando a competição em nono lugar, entre uma média de setenta competidores nestas duas últimas edições da SAE Aerodesign.

A competitividade entre equipes estimula o estudo de materiais leves com propriedades mecânicas satisfatórias para o desenvolvimento de aeronaves mais leves e com capacidade de carga cada vez maior. O estudo de componentes estruturais de uma aeronave tais como trem de pouso, triquilha e roda, são elementos que passam por constantes modificações, dependendo da exigência do projeto e dos esforços. Dentre os componentes se destaca a Roda, por ser o elemento que faz a ligação entre aeronave e solo. Projetada pra resistir a pequenos deslocamentos e tensões sem perder suas características, é um elemento onde estudos com softwares de simulação que utilizam o Método dos Elementos Finitos são presentes e importantes para um melhor dimensionamento do componente.

A utilização de softwares de simulação numérica se torna uma ferramenta para a obtenção de resultados de tensões e deslocamentos de componentes estruturais sem a necessidade imediata de um protótipo para futuras análises e correções, reduzindo tempo e gastos. Este trabalho objetiva apresentar a influência do refinamento da malha empregada pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) na Roda da aeronave TKV 2011 na convergência de resultados de deformação e esforços.

2. MATERIAIS E MÉTODOS.

A análise estrutural representa uma das etapas mais importantes do projeto, sendo fundamental para a segurança em vôo. A avaliação numérica do comportamento das tensões na estrutura da roda objetiva melhorar e otimizar o dimensionamento geométrico e o seu formato, tendo como principal resposta a redução de peso do componente. As figuras 1 e 2 exibem a evolução, a partir de ferramentas numéricas, em relação a projeto estrutural (desenho) e ao material utilizado para fabricação.

FIGURA 1. Roda TKV 2009, Nylon.

FIGURA 2. Roda TKV 2010, Alumínio.

A aplicação de ferramentas de MEF (Método dos Elementos Finitos) permite que durante a concepção da roda seja possível determinar o tamanho mínimo dos alívios de massa, o melhor formato para a seção dos raios, Figura 3, e a dimensão do cubo onde são colocados os rolamentos e o modo de interseção do raio com a pista do oring (utilizado com pneu da roda).

FIGURA 3. Roda TKV 2011, alumínio.

A fim de se entender quais são as solicitações e, posteriormente, o que se espera de um roda, faz-se necessário o estudo das cargas atuantes neste componente. Os cálculos das cargas aplicadas são feitos para três situações diferentes de pouso: pouso em três rodas, pouso em duas rodas e pouso em uma roda. Destas três situações, o pouso em duas rodas é tido como uma situação normal de aterrissagem, sendo a condição mais crítica quando o pouso ocorre apenas por uma das rodas. A partir dos cálculos lineares estáticos resultando em 480,89N (456,2 N normal superfície do componente e 152,1 tangencial mesma), as rodas são dimensionadas, Figura 4, a partir da condição crítica de pouso, Figura 5. As condições de contorno adotadas no modelo foram idealizadas de acordo com as restrições impostas pela montagem da roda na aeronave, assim como o carregamento apresentado.

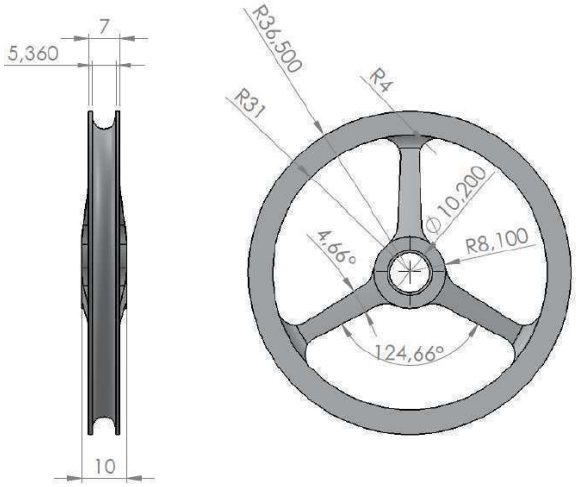


FIGURA 4. Roda TKV 2011 (CAD).

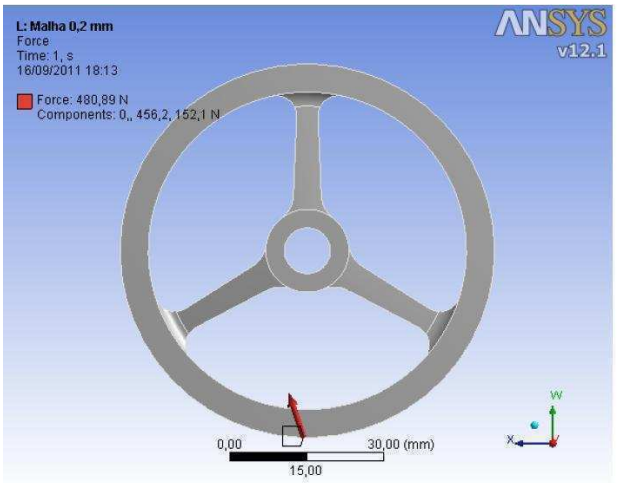


FIGURA 5. Condição crítica de pouso, 480,89 N.

2.2 Método dos Elementos Finitos.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) mostra-se como uma excelente ferramenta de cálculo utilizada para analisar o comportamento dos materiais empregados em projetos estruturais, assim como o de avaliar o desempenho mecânico dessas estruturas.

Historicamente, o MEF surgiu em 1955, como evolução da análise matricial de modelos reticulados, motivado pelo advento do computador e elaborado com o intuito de se projetar estruturas de modelos contínuos.

O MEF pode ser considerado como uma técnica de gerar funções de aproximação, que podem ser utilizadas para interpolar deslocamentos, esforços, tensões e deformações ao longo do domínio do elemento.

Para a resolução aproximada de problemas estruturais segundo o MEF, as funções de forma podem ser aplicadas diretamente à sua equação diferencial (Resíduos Ponderados) ou a princípios energéticos, tais como o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV).

O deslocamento em problemas estruturais elásticos é tido como incógnita fundamental, obtido por intermédio da resolução de um sistema de equações lineares, assim como expressa a Equação 1, sendo que a sua construção fica em função da disposição da malha, e consequentemente, dos nós dos elementos finitos na estrutura, como pode ser visto na Figura 6.

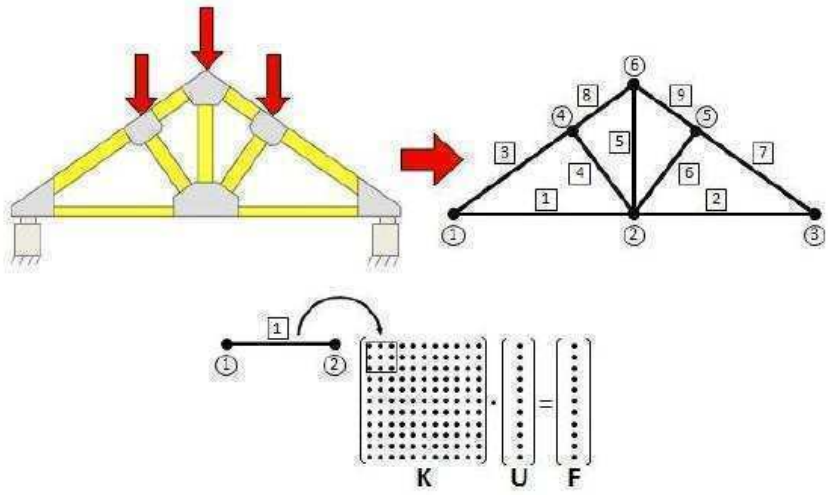


FIGURA 6. Exemplo de discretização de uma malha de elementos finitos em uma treliça.

$$[K]\{U\}=\{F\} \quad (1)$$

Em que:
[K] - matriz de rigidez da estrutura;
{U} - vetor dos deslocamentos nodais da estrutura;
{F} - vetor das forças equivalentes nodais da estrutura.

Neste trabalho, a verificação do desempenho mecânico da Roda é realizado segundo o auxílio do programa Ansys®, desenvolvido nos fundamentos do MEF. O elemento SOLID186 (Ansys Inc.) foi utilizado para compor a malha do modelo de elementos finitos. Este elemento possui geometria tetraédrica, com aproximação quadrática, composto por dez nós, contendo três graus de liberdade por nó (translação em três direções), Figura 7. A opção de malha tetraédrica foi adotada pela sua fácil adaptação a geometrias e pela boa resposta a ângulos de canto (*Corner Angle*), porém, como consequência, há um aumento considerável do custo computacional [1]. Este "custo" certamente é recompensado pela agilidade em se obter a malha, precisão e confiabilidade oferecida pelo elemento.

FIGURA 7. Elemento finito tipo tetraédrica.

Com relação ao emprego do MEF na avaliação do desempenho mecânico de estruturas e na determinação de propriedades elásticas de materiais, alguns trabalhos podem ser citados tais como o de Alvarenga e Antunes [2], Cheung e Lindquist [3], Christoforo [4], Góes [5], Mascia [6], Rigo [7] entre outros.

2.3. Avaliação Numérica.

O material utilizado para o componente é o Alumínio 7075 T651 fornecido pela empresa AlumiCopper®, com limite de escoamento de 505 Mpa e limite de resistência à tração de 572 Mpa [8]. As propriedades fornecidas pelo fabricante encontram-se na Tabela 1.

TABELA 1. Propriedades do Alumínio 7075 T651

Peso Específico (g/cm³)	Módulo de Elasticidade Mpa	Módulo de Rigidez MPa	Temperatura de Fusão (°C)
2,8	73000	27500	475-630

Calor Específico (0-100°C) (Cal./g°C)	Coeficiente de Expansão Linear (L/°C)	Condutibilidade Térmica (25°C) (Cal./cm °C)	Condutibilidade Elétrica (IACS)%
0,23	$24x10^{-6}$	0,29	30

Será proposto um estudo sobre a influência da malha, através do tamanho dos elementos no modelo, utilizando um modelo em MEF buscando adequar a melhor condição extrema imposta no componente que ocorre no momento do pouso. Também, será investigado o número de elementos para a convergência dos resultados de tensão e deslocamento.

O critério de tensão de Von-Mises máxima será utilizado para a análise dos resultados por ser baseado na teoria Mises-Hencky, também conhecida como teoria de energia de cisalhamento ou teoria de distorção máxima. A teoria diz que um material maleável começa a ceder em um local onde a tensão de Von-Mises se torna igual ao limite de tensão. Na maioria dos casos, o limite de escoamento é usado como limite de tensão [9], sendo o mesmo utilizado para o cálculo e dimensionamento da Roda TKV 2011.

O modelo consiste na analise do componente no momento do pouso. Engastado no eixo, Figura 8, e com uma aplicação de força resultante na superfície do componente de 480,89N como ilustrado na Figura 5.

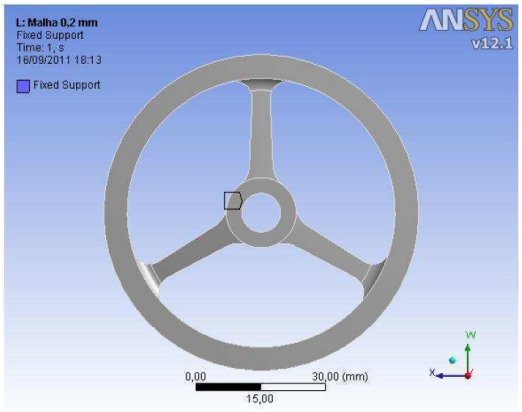


FIGURA 8. Roda TKV 2011, engastamento no eixo.

A região de aplicação da força foi definida onde a influência dos raios é menos presente na analise de tensões e deformações, ou seja, na pior condição onde a Roda é solicitada. As condições de contorno que serão adotadas no modelo de elementos finitos foram idealizadas de acordo com as restrições impostas pela montagem da roda na aeronave, assim como o carregamento apresentado.

4. Metodologia da Superfície de Resposta.

A Metodologia de Superfície de Resposta é um conjunto de técnicas matemáticas e estatísticas que são utilizadas para modelar e analisar problemas nos quais a resposta de interesse é influenciada por muitas variáveis e nos quais a resposta deva alcançar um valor ótimo [10]. O valor esperado da superfície de resposta é representado por $E(y) = f(x_1, x_2)$.

Na maioria dos problemas de MSR, não se conhece a forma da relação entre variável resposta e as variáveis independentes. Assim, o primeiro passo na MSR é achar uma aproximação conveniente para a verdadeira relação entre y e as variáveis independentes [11].

Supondo-se que a resposta esperada $E(y)$ seja função de *K* variáveis preditoras x_1, x_2,..., x_k) codificadas de tal maneira que o centro da região de interesse é a origem (0, 0,..., 0), o relacionamento entre y e as variáveis preditoras pode ser expresso segundo uma expansão em Série de Taylor [12], então a função de aproximação é o modelo de primeira ordem:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_k x_k + \varepsilon \qquad (2)$$

Se houver curvatura no sistema, então, a função de aproximação é um polinômio de ordem mais elevada, como o modelo de segunda ordem:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{K} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j} \sum \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \qquad (3)$$

Para estimar os parâmetros (β) nos polinômios aproximadores, isto é, os valores que minimizam a soma de quadrados dos erros do modelo, emprega-se o método dos mínimos quadrados, que em forma matricial, pode-se ser expresso por:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \qquad (4)$$

Segundo Montgomery [11], a análise da superfície de resposta é feita então em termos da superfície ajustada. Se a superfície ajustada é uma aproximação adequada, então sua análise será aproximadamente equivalente à análise do processo real. Evidentemente, utilizando-se um projeto de experimento adequado para coletar as informações da resposta y, as variáveis do modelo serão estimadas eficazmente.

Assim, o objetivo da MSR é determinar as condições ótimas de operação para um processo, ou determinar uma região fatorial em que as especificações operacionais sejam satisfeitas.

Na maioria dos experimentos, assume-se que o modelo linear é adequado; entretanto, para se confirmar se existe falta de ajuste devem-se utilizar os *Pontos centrais*. Tal procedimento consiste em adicionar ao fatorial completo, pontos que sejam intermediários. Serão adicionados tantos *pontos centrais* quantos forem os *k* fatores do experimento [13].

2.5.Simulação numérica.

A malha utilizada tem dimensão máxima de 4 mm de aresta, possuindo refinamento dos elementos de até 0,1mm de aresta, assim como ilustrado nas Figuras 9 e 10.

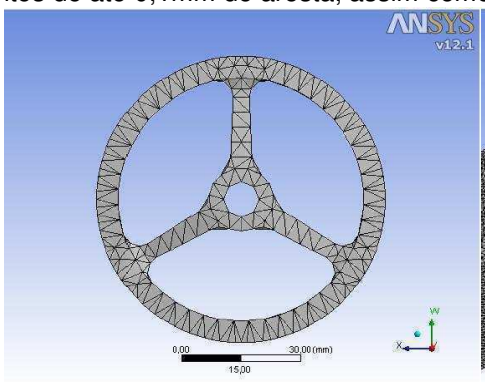


FIGURA 9. Elemento 0,4mm.

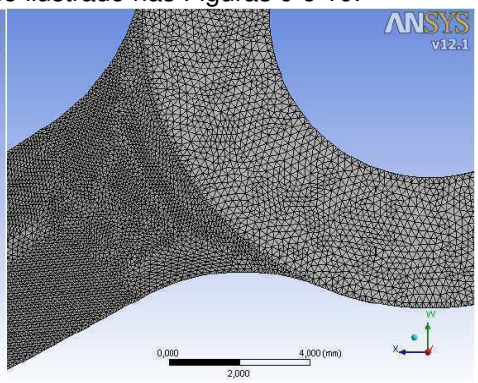


FIGURA 10. Malha refinada, tamanho 0,1mm,

Considerando que o tamanho máximo da aresta do elemento possa variar dependendo do número de elemento, empregou-se um arranjo de superficie de resposta para dois fatores, conforme apresentado na tabela 2.

TABELA 2. Arranjo experimental.

StdOrder	RunOrder	Blocks	PtType	Tamanho do Elemento (mm)	Número de elementos
1	1	1	1	4	2860
2	2	1	1	3,5	3307
3	3	1	1	3	4184
4	4	1	1	2,5	5600
5	5	1	1	2	7509
6	6	1	1	1,5	11270
7	7	1	1	1	28794

8	8	1	1	0,5	118532
9	9	1	1	0,45	143455
10	10	1	1	0,4	192260
11	11	1	1	0,35	254965
12	12	1	1	0,3	351947
13	13	1	1	0,25	520460
14	14	1	1	0,2	831973
15	15	1	1	0,15	1500565
16	16	1	1	0,1	3595446

Com este arranjo experimental, foi realizado 16 simulações em condições controladas. Para cada condição experimental foram observadas a deformação total (mm) e a tensão Von mises. A partir das informações quantitativas apresentado na tabela 2, realizou-se a análise de variância do modelo Full quadratic para as respostas deformação e tensão máxima. A Tabela 3 apresenta os resultados encontrados da ANOVA para as médias das variáveis respostas investigadas, encontrando-se sublinhado os P-valores menores ou iguais a 0,05 (5%), considerados significativos a um nível de confiabilidade de 95% [14].

TABELA 3. Resultados da análise de variância (ANOVA).

	P-valor	
Fatores Experimentais	**Deformação Total [mm]**	**Tensão Von Mises [Mpa]**
Tamanho do Elemetno [mm]	0,389	0,096
Números de elementos	0,285	0,088
Tamanho*Número (elementos)	0,316	0,089

Para análise de variância (ANOVA) fazem-se os pressupostos que ambas as amostras são extraídas a partir de populações independentes, que podem ser descritas por uma distribuição normal [14]. A Figura 11 exibe o gráfico residual para a resposta tensão de Von Mises, a fim de verificar se o método utilizado atende as premissas assumidas, o mesmo comportamento foi verificado para a deformação total. Os pontos distribuídos uniformemente ao longo da reta atendem as condições de normalidade exigidas para validação do modelo da ANOVA. [15].

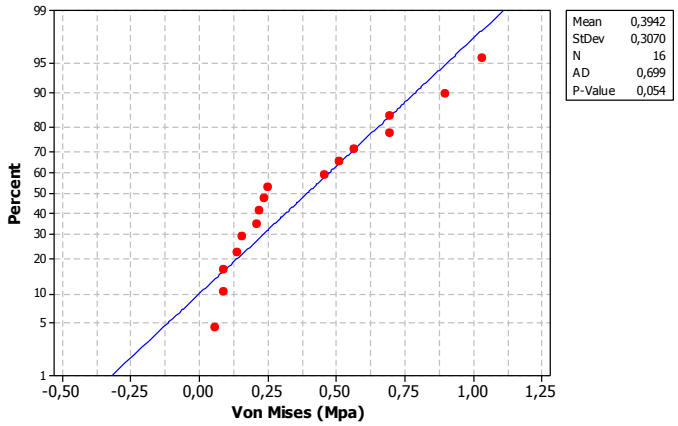


FIGURA 11. Gráfico residual para resposta tensão de Von Mises (Mpa)

Através da análise de variância, ANOVA, pode-se observar, com 95% de confiança, que o tamanho do elemento e o número de elementos, não foram significativos para a deformação total e tensão de Von Mises.

As figuras 12 e 13 representam a evolução das variáveis “Deformação” e da “Tensão máxima de Von-Mises” versus o número de elementos da malha.

FIGURA 12. Deformação total.

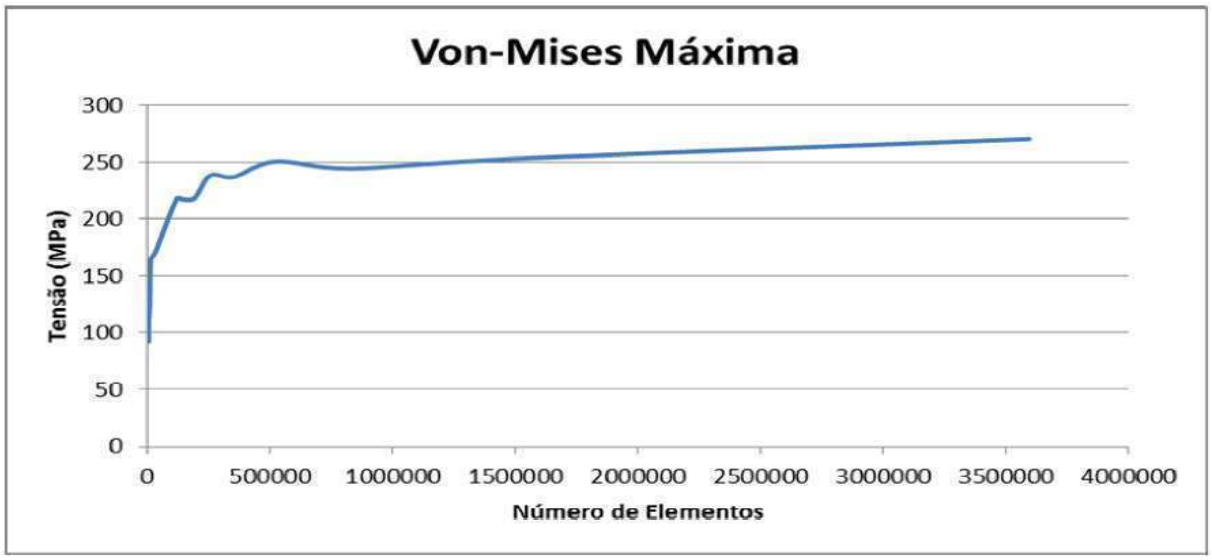


FIGURA 13. Tensão (MPa).

Para o número de elementos igual a 831973, correspondente ao elemento de malha com tamanho máximo da aresta de 0,2mm, a convergência foi atingida nos resultados de deformação e tensão máxima. Para efeito ilustrativo dos resultados de deslocamentos e tensões Figuras 11 e 12 respectivamente.

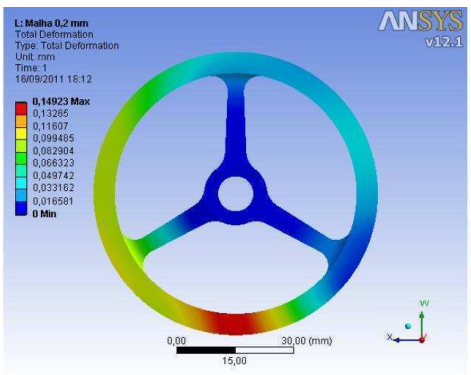


FIGURA 14. Deformação total

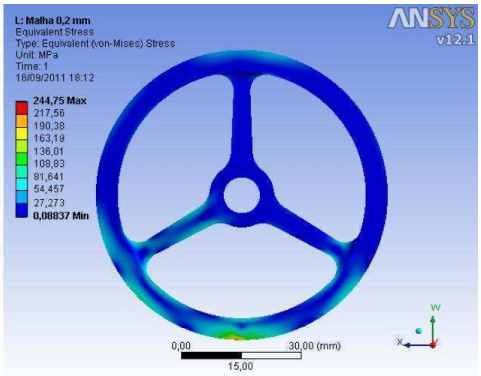
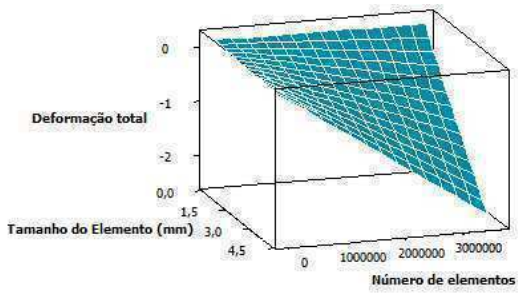


FIGURA 15. Tensões (Von-Mises).

A figura 16 é uma representação gráfica da superfície de resposta dos fatores de entrada tamanho e número de elemento sobre as respostas deformação total e tensão Von Mises. Observa-se que o menor tamanho e maior número de elementos proporcionam pequenas variações nas respostas deformação total e von mises, resultando em valores muito próximos.



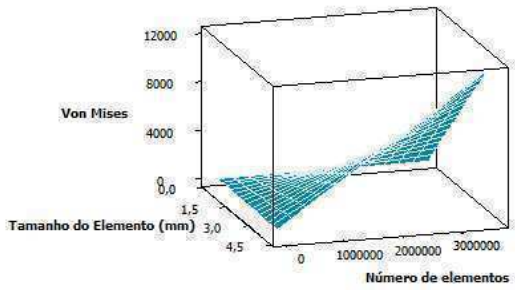


FIGURA 16. Superfície de resposta sobre as variáveis Deformação total e Von Mises.

3. CONCLUSÕES.

A partir dos resultados de tensões e deformações das simulações realizadas e da análise da estatística, conclui-se que o tamanho de elemento superior ao de aresta máxima de 0,2mm, são resultados com grandes variações, não possibilitando um dimensionamento do componente com coerência. Com o tamanho de aresta máxima do elemento inferior a 0,2mm os resultados convergem a valores muito próximos, permitindo confiabilidade para o dimensionamento do componente.

Sendo assim, o refinamento da malha, que exige um grande esforço computacional e demanda de tempo para realizar os cálculos, se torna inviável quando o tamanho máximo da aresta do elemento é inferior a 0,2mm, pois os resultados são muito próximos.

4. REFERENCIAS.

[1] WANG E., NELSON T., RAUCH R.(2004).*Back to Elements - Tetrahedra vs. Hexahedra*, International ANSYS Conference Proceedings, Pittsburgh.
[2] ALVARENGA, R. C. S. S.; ANTUNES, H. M. C. C. (1994) *Otimização de treliças.* In: Congresso Ibero Latino-Americano Sobre Métodos Computacionais para Engenharia, 15., Belo Horizonte, MG. Anais, pp 1699-1708.
[3] CHEUNG, A. B.; LINDQUIST, M.; CALIL, C. J. (2004). Calibração de propriedades elásticas de uma placa ortótropa utilizando algoritmos genéticos. In: Revista Sul-americana de Engenharia Estrutural. Universidade de Passo Fundo. Mato Grosso do Sul. Vol.1, nº 2, pp74-92.
[4] CHRISTOFORO, A. L. (2007). *"Influência das irregularidades da forma em peças de madeira na determinação do módulo de elasticidade longitudinal"*, Tese de Doutorado, EESC – USP.
[5] GÓES, J. L. N. (2004) *Modelos teóricos para o dimensionamento de pontes com tabuleiro multicelular de madeira protendida*. In: XXXI Jornadas Sud-americanas de Ingeniería Estructural. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Cuyo. Mendonça. Argentina. Anais, CD-ROM.
[6] MASCIA, N. T. (1991). *Considerações a respeito da anisotropia da madeira*. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, SP.
[7] RIGO, E. (1999). *Métodos de otimização aplicados à análise de estruturas*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, SP.
[8] CALLISTER, JR, W. D. (2008). *Ciência e Engenharia de Materiais Uma Introdução* , 7ª Edição, Editora, LTC, Rio de Janeiro BR, 705 p., 2008.
[9] HIBBELER, R. C. (2010). *Resistência dos Materiais*, 7ª Edição, Editora, Pearson Education, Rio de Janeiro BR, 688 p.
[10] MYERS, R. H., MONTGOMERY, D. C. (2002). *Response Surface Methodology – Current Status and Future Direction (Including Discussion)*. Journal of Quality Technology, v.1, n.31, p.30- 74.
[11] MONTGOMERY, D. C. (2004) *Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade*. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro.
[12] BOX, G. E. P. & DRAPER, N. R. (1987). *Empirical Model-Building and Response Surfaces*. New York: Wiley Series in Probability and Statistics, 1987.

[13] BOX, G. E. P., HUNTER, W. G. and HUNTER, J. S. (1978). Statistics for Experimenters, John Wiley & Sons, New York.
[14] MONTGOMERY, D. C. (2005). *Design and analysis of experiments*. 6ª edition, Arizona, John Wiley & Sons Inc.
[15] WERKEMA, M.C.C.; AGUIAR, S. (1996). Planejamento e análise de experimentos: como identificar e avaliar as principais variáveis influentes em um processo, Belo Horizonte: Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da UFMG.

ÁREA TEMÁTICA **N**

MECÁNICA COMPUTACIONAL

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Simulações Supersônicas e Hipersônicas em Três Dimensões - Teoria

Edisson Sávio de Góes Maciel

Instituto Tecnológico de Aeronáutica / Centro Técnico Aeroespacial (ITA/CTA)
Praça Mal. do Ar Eduardo Gomes, 50 – Vila das Acácias – São José dos Campos – SP – Brasil – 12228-900
Tel: +55-(12)3947-5788 - E-mail: edissonsavio@yahoo.com.br

RESUMO

Neste trabalho, os esquemas numéricos de Yee, Warming e Harten, de Yee e Kutler e de Jameson e Mavriplis são implementados, segundo uma formulação de volumes finitos e discretização espacial estruturada, para resolver as equações de Euler em regimes de escoamento supersônico e hipersônico em três dimensões. Os esquemas de Yee, Warming e Harten e de Yee e Kutler são do tipo separação de diferença de fluxos TVD ("Total Variation Diminishing" – Diminuição da Variação Total), enquanto o esquema de Jameson e Mavriplis é simétrico. Todos os três esquemas apresentam segunda ordem de precisão espacial. Os primeiros são de primeira ordem de precisão no tempo, segundo um método de separação temporal, enquanto o último apresenta segunda ordem de precisão no tempo, segundo um método de Runge-Kutta. O esquema de Jameson e Mavriplis requer ainda dissipação artificial para garantir estabilidade numérica na presença de ondas de choque e de instabilidades de campo. Dois modelos são apresentados: Mavriplis e Azevedo. Os esquemas são aplicados nas simulações de estado estacionário dos problemas supersônico em torno de uma configuração aproximada do VLS (Veículo Lançador de Satélites Brasileiro) e hipersônicos ao longo de um difusor e de uma entrada de ar. Um procedimento de passo no tempo variável espacialmente é empregado para acelerar a convergência. Este procedimento tem demonstrado efetivos ganhos de convergência como relatado em Maciel. Os resultados demonstraram o esquema de Jameson e Mavriplis, utilizando o operador de dissipação de Mavriplis, como o que apresenta melhores características de robustez e precisão. Este artigo é o primeiro deste trabalho e é relacionado com a teoria para implementação dos esquemas numéricos, do passo no tempo variável espacialmente e das condições iniciais e de contorno. O segundo artigo é relacionado com os resultados numéricos e sua análise.

Palavras-Chaves: Algoritmo de Yee, Warming e Harten; Algoritmo de Yee e Kutler; Algoritmo de Jameson e Mavriplis; Modelos de dissipação artificial; Equações de Euler 3D.

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de projetos aeroespaciais e aeronáuticos requer horas de ensaio em túneis de vento. É necessário minimizar tais procedimentos com túneis de vento devido ao crescente custo da energia elétrica. No Brasil, existe ainda o problema do mesmo não possuir túneis de vento de grande capacidade, capazes de gerar escoamentos supersónicos ou mesmo subsônicos altos. Desta forma, técnicas de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD – "Computational Fluid Dynamics"), tem hoje grande destaque no cenário da indústria aeroespacial. Analogamente aos ensaios em túneis de vento, os métodos numéricos determinam propriedades físicas em pontos discretos do domínio espacial. Assim, os coeficientes aerodinâmicos de sustentação, de arrasto e de momento podem ser calculados.

Inicialmente, esquemas não assimétricos foram desenvolvidos para simular escoamentos sobre geometrias simples e complexas devido as suas simplicidades de implementação numérica. Esquemas preditor/corretor e simétricos foram os algoritmos mais empregados durante os anos 60 até 80. Alguns deles são descritos a seguir:

[1] desenvolveu um método numérico de segunda ordem de precisão no espaço e no tempo para resolver as equações de Navier-Stokes em duas dimensões. O esquema foi inicialmente desenvolvido para a técnica de diferenças finitas. O método era dividido em dois passos: um preditor e um corretor. No passo preditor, as derivadas dos termos de fluxo eram calculadas com operadores de discretização espacial avançados e no passo corretor estas derivadas eram calculadas com operadores de discretização recuados.

[2] enfatizou a redução de custo substancial nos cálculos de soluções das equações de Euler. O método proposto por [3] tinha provado robustez, boa precisão e sofisticação suficiente para aplicações mais completas. O objetivo era aplicar tal esquema para geometrias do tipo asa-fuselagem, envolvendo motores, mísseis e outros componentes típicos, para representar um aeroplano inteiro. O trabalho enfatizou o uso de células triangulares que permitiam uma maior flexibilidade na descrição de geometrias complexas e tornavam o processo de geração de malha mais barato. As equações de movimento do fluido foram discretizadas espacialmente em um contexto não estruturado. O esquema empregava uma formulação de volumes finitos com propriedades determinadas no centro das células. Operadores de dissipação artificial foram construídos para garantir segunda ordem de precisão no espaço para o esquema exceto nas proximidades de ondas de choque em que a precisão era reduzida a primeira ordem ([3]). A integração no tempo empregou um método de Runge-Kutta de cinco estágios.

A necessidade de construir esquemas mais elaborados e robustos, que permitissem a captura de ondas de choque fortes e bem definidas, representou uma meta importante para ser alcançada por esquemas assimétricos de primeira ordem e de alta resolução. Desde 1959, esquemas assimétricos de primeira ordem e de alta resolução, que combinavam as características de robustez, boas propriedades de captura de choque e boa qualidade do choque, vem sendo desenvolvidos visando prover ferramentas eficientes para prever com precisão os principais aspectos do campo de escoamento. Esquemas de primeira ordem e de alta resolução podem ser do tipo separação de vetores de fluxo ou separação de diferenças de fluxo. No primeiro caso, algoritmos mais robustos são produzidos, enquanto no segundo caso, maior precisão é obtida. Diversos estudos foram relatados envolvendo algoritmos de primeira ordem e de alta resolução na literatura internacional, como por exemplo:

[4] implementou um método explícito de segunda ordem de alta resolução baseado nas ideias de [5]. O método possuía as seguintes propriedades: (a) o esquema era desenvolvido na forma conservativa para assegurar que o limite era uma solução fraca; (b) o esquema satisfazia uma desigualdade própria de

entropia para assegurar que a solução limite teria somente descontinuidades fisicamente relevantes; e (c) o esquema era projetado tal que a dissipação numérica produzia soluções fracas altamente precisas. O método foi aplicado à solução de um problema de bocal quase unidimensional e a um problema de reflexão de choque bidimensional, produzindo bons resultados. Uma implementação implícita foi também investigada para os casos uni- e bidimensionais.

[6] apresentou um trabalho que extendia o esquema de [5] para um sistema de coordenadas generalizadas, em duas dimensões. O método denominado "esquema TVD" pelos autores foi testado para o problema físico de um choque em movimento atingindo um cilindro. Os resultados numéricos foram comparados com os do esquema [1], apresentando boas soluções.

Com este cenário, um estudo interessante e importante pode ser realizado comparando esquemas simétrico e assimétrico de alta resolução.

O presente trabalho compara os métodos numéricos de [2], [4] e [6], usando uma formulação de volumes finitos e uma discretização espacial estruturada, aplicados à solução das equações de Euler em três dimensões. Todos os esquemas são de segunda ordem de precisão no espaço. O esquema [2] é também de segunda ordem de precisão no tempo e utiliza um operador de dissipação artificial para garantir convergência para a solução de estado estacionário. Os esquemas [4] e [6] são de primeira ordem de precisão no tempo. Os problemas físicos de estado estacionário dos escoamentos supersônico em torno de uma configuração simplificada do VLS (Veículo Lançador de Satélites Brasileiro), e hipersônicos ao longo de um difusor e de uma entrada de ar são estudados. Um passo no tempo variável espacialmente é implementado visando acelerar o processo de convergência. Esta técnica tem apresentado excelentes ganhos em termos de razão de convergência, como relatado em [7-8].

Os resultados demonstraram o esquema de [2], utilizando o operador de dissipação de [9], como o que apresenta melhores características de robustez e precisão. Este artigo está relacionado com as teorias envolvidas com a implementação numérica de [2], [4] e [6], consistindo na parte I (TEORIA) deste estudo. A parte II (RESULTADOS) apresenta as soluções das simulações numéricas, comparação entre resultados numéricos e teóricos e dados computacionais.

É importante enfatizar que todos os algoritmos apresentados neste trabalho foram implementados pelo autor, sem requerer o uso de softwares externos. Somente o software Tecplot, versão 9.0, foi empregado para gerar as figuras.

2. EQUAÇÕES DE EULER

O movimento do fluido é descrito pelas equações de Euler, que expressam a conservação de massa, de quantidade de movimento linear e de energia para um meio não viscoso, não condutor de calor e compressível, na ausência de forças externas. Nas formas integral e conservativa, empregando uma formulação de volumes finitos e usando uma discretização espacial estruturada, para simulações em três dimensões, estas equações podem ser representadas por:

$$\partial/\partial t \int_V Q dV + \int_S \left(E_e n_x + F_e n_y + G_e n_z\right) dS = 0\,, \tag{1}$$

onde Q é escrito para um sistema Cartesiano, V é o volume da célula, que corresponde a um hexaedro no espaço tridimensional, n_x, n_y e n_z são componentes do vetor unitário normal à face de fluxo, apontando para fora, S é a área da superfície de fluxo e E_e, F_e e G_e representam componentes do vetor de fluxo convectivo. A determinação do volume da célula hexaédrica, assim como os seus nós e vizinhos, dos componentes do

vetor unitário normal à face de fluxo e da área de fluxo são apresentados em [10-11]. *Q*, E_e, F_e e G_e são definidos por:

$$Q=\begin{Bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ e\end{Bmatrix},\quad E_e=\begin{Bmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uw\\ (e+p)u\end{Bmatrix},\quad F_e=\begin{Bmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vw\\ (e+p)v\end{Bmatrix},\quad G_e=\begin{Bmatrix}\rho w\\ \rho uw\\ \rho vw\\ \rho w^2+p\\ (e+p)w\end{Bmatrix}. \tag{2}$$

As quantidades que aparecem acima são descritos como segue: ρ é a densidade do fluido; *u*, *v* e *w* são os componentes Cartesianos do vetor velocidade do escoamento nas direções *x*, *y* e *z*, respectivamente; *e* é a energia total por unidade de volume do fluido; e *p* é a pressão estática do fluido.

As equações de Euler foram adimensionalizadas em relação à densidade de escoamento liv*re,* ρ_∞, e à velocidade do som de escoamento livre, a_∞, para os problemas estudados. Para permitir a solução do sistema matricial de cinco equações para cinco incógnitas descritas pela Eq. (1), a equação de estado para gás perfeito apresentada a seguir é empregada:

$$p=(\gamma-1)\left[e-0{,}5\rho(u^2+v^2+w^2)\right], \tag{3}$$

Onde γ é a razão entre calores específicos a pressão e volume constantes, respectivamente, que assumiu valor 1,4 para o ar atmosférico. A entalpia total é determinada por:

$$H=(e+p)/\rho\,. \tag{4}$$

3. ALGORITMO DE [4]

O algoritmo de [4], de segunda ordem de precisão espacial, é especificado pela determinação do vetor de fluxo numérico na interface (i+1/2,j,k). Sua extensão para as interfaces (i,j+1/2,k) e (i,j,k+1/2) é direta, sem complicações adicionais. Segundo uma formulação de volumes finitos, que é equivalente a um sistema de coordenadas generalizadas, os volumes das células à direita e à esquerda da interface de fluxo, como também o volume na interface, necessários para mudança de coordenadas, são definidos por:

$$V_D=V_{i+1,j,k}\,,\quad V_E=V_{i,j,k}\quad\text{and}\quad V_{\text{int}}=0{,}5(V_D+V_E)\,, \tag{5}$$

onde "*D*" e "*E*" representam estados à direita e esquerda da interface de fluxo. Os componentes da área de fluxo na interface são denominados por S_{x_int}, S_{y_int} e S_{z_int} e a área de fluxo na interface por *S*. Todas elas, assim como os volumes acima, são definidos em [10-11]. Os termos de métrica para este sistema de coordenadas generalizadas são definidos por:

$$h_x=S_{x_\text{int}}/V_{\text{int}}\,,\quad h_y=S_{y_\text{int}}/V_{\text{int}}\,,\quad h_z=S_{z_\text{int}}/V_{\text{int}}\quad\text{and}\quad h_n=S/V_{\text{int}}\,. \tag{6}$$

As propriedades calculadas na interface de fluxo são obtidas por média aritmética ou por média de Roe ([12]). Neste trabalho, a média de Roe foi empregada:

$$\rho_{\text{int}}=\sqrt{\rho_E\rho_D}\,,\quad u_{\text{int}}=\left(u_E+u_D\sqrt{\rho_D/\rho_E}\right)\Big/\left(1+\sqrt{\rho_D/\rho_E}\right),\quad v_{\text{int}}=\left(v_E+v_D\sqrt{\rho_D/\rho_E}\right)\Big/\left(1+\sqrt{\rho_D/\rho_E}\right); \tag{7}$$

$$w_{\text{int}}=\left(w_E+w_D\sqrt{\rho_D/\rho_E}\right)\Big/\left(1+\sqrt{\rho_D/\rho_E}\right),\quad H_{\text{int}}=\left(H_E+H_D\sqrt{\rho_D/\rho_E}\right)\Big/\left(1+\sqrt{\rho_D/\rho_E}\right); \tag{8}$$

$$a_{\text{int}}=\sqrt{(\gamma-1)\left[H_{\text{int}}-0.5\left(u_{\text{int}}^2+v_{\text{int}}^2+w_{\text{int}}^2\right)\right]}. \tag{9}$$

Os autovalores das equações de Euler, na direção ξ, para o fluxo convectivo são definidos por:

$$U_{cont}=u_{\text{int}}h_x+v_{\text{int}}h_y\,,\quad \lambda_1=U_{cont}-a_{\text{int}}h_n\,,\quad \lambda_2=\lambda_3=U_{cont}\quad\text{e}\quad \lambda_4=U_{cont}+a_{\text{int}}h_n\,. \tag{10}$$

Os saltos das variáveis conservadas, necessários para a construção da função de dissipação de [4], são determinados por:

$$\Delta\rho = V_{\text{int}}\left(\rho_D - \rho_E\right),\ \Delta(\rho u) = V_{\text{int}}\left[(\rho u)_D - (\rho u)_E\right],\ \Delta(\rho v) = V_{\text{int}}\left[(\rho v)_D - (\rho v)_E\right]; \tag{11}$$

$$\Delta(\rho w) = V_{\text{int}}\left[(\rho w)_D - (\rho w)_E\right],\quad \text{e}\quad \Delta e = V_{\text{int}}\left(e_D - e_E\right). \tag{12}$$

O vetor α na interface (i+1/2,j,k) é calculado pelas seguintes expressões:

$$\left\{\alpha_{i+1/2,j,k}\right\} = \left\lfloor R^{-1}\right\rfloor_{i+1/2,j,k}\left\{\Delta_{i+1/2,j,k} Q\right\}, \tag{13}$$

com:

$$\left[R^{-1}\right] = \begin{bmatrix} 0{,}5\left[\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2\right)0{,}5q^2 + \phi/a_{\text{int}}\right] & -0{,}5\left[\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2\right)u_{\text{int}} + h_x^{'}/a_{\text{int}}\right] & -0{,}5\left[\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2\right)v_{\text{int}} + h_y^{'}/a_{\text{int}}\right] \\ 1-\left(\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2\right)0{,}5q^2 & \left(\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2\right)u_{\text{int}} & \left(\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2\right)v_{\text{int}} \\ -\left(h_y^{'}u_{\text{int}} + h_z^{'}v_{\text{int}} + h_x^{'}w_{\text{int}}\right) & h_y^{'} & h_z^{'} \\ -\left(h_z^{'}u_{\text{int}} + h_x^{'}v_{\text{int}} + h_y^{'}w_{\text{int}}\right) & h_z^{'} & h_x^{'} \\ 0{,}5\left[\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2\right)0{,}5q^2 - \phi/a_{\text{int}}\right] & 0{,}5\left[-\left(\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2\right)u_{\text{int}} + h_x^{'}/a_{\text{int}}\right] & 0{,}5\left[-\left(\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2\right)v_{\text{int}} + h_y^{'}/a_{\text{int}}\right] \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} -0{,}5\left[\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2 w_{\text{int}} + h_z^{'}/a_{\text{int}}\right] & 0{,}5\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2 \\ \left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2 w_{\text{int}} & -\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2 \\ h_x^{'} & 0 \\ h_y^{'} & 0 \\ 0{,}5\left[-\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2 w_{\text{int}} + h_z^{'}/a_{\text{int}}\right] & 0{,}5\left(\gamma-1\right)/a_{\text{int}}^2 \end{matrix}\Bigg]; \tag{14}$$

$$\left\{\Delta_{i+1/2,j,k} Q\right\} = \left\{\Delta\rho \quad \Delta(\rho u) \quad \Delta(\rho v) \quad \Delta(\rho w) \quad \Delta e\right\}^T, \text{ defined by Eqs. (11) and (12);} \tag{15}$$

$$q^2 = u_{\text{int}}^2 + v_{\text{int}}^2 + w_{\text{int}}^2; \tag{16}$$

$$\phi = u_{\text{int}} h_x^{'} + v_{\text{int}} h_y^{'} + w_{\text{int}} h_z^{'}; \tag{17}$$

$$h_x^{'} = h_x/h_n,\ h_y^{'} = h_y/h_n \quad \text{e} \quad h_z^{'} = h_z/h_n. \tag{18}$$

A função de dissipação de [4] emprega a matriz de autovetores à direita da matriz Jacobiana normal à interface de fluxo em coordenadas generalizadas:

$$\left[R\right] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ u_{\text{int}} - h_x^{'}a_{\text{int}} & u_{\text{int}} & h_y^{'} \\ v_{\text{int}} - h_y^{'}a_{\text{int}} & v_{\text{int}} & h_z^{'} \\ w_{\text{int}} - h_z^{'}a_{\text{int}} & w_{\text{int}} & h_x^{'} \\ H_{\text{int}} - h_x^{'}u_{\text{int}}a_{\text{int}} - h_y^{'}v_{\text{int}}a_{\text{int}} - h_z^{'}w_{\text{int}}a_{\text{int}} & 0{,}5q^2 & h_x^{'}w_{\text{int}} + h_z^{'}v_{\text{int}} + h_y^{'}u_{\text{int}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 \\ h_z^{'} & u_{\text{int}} + h_x^{'}a_{\text{int}} \\ h_x^{'} & v_{\text{int}} + h_y^{'}a_{\text{int}} \\ h_y^{'} & w_{\text{int}} + h_z^{'}a_{\text{int}} \\ h_y^{'}w_{\text{int}} + h_x^{'}v_{\text{int}} + h_z^{'}u_{\text{int}} & H_{\text{int}} + h_x^{'}u_{\text{int}}a_{\text{int}} + h_y^{'}v_{\text{int}}a_{\text{int}} + h_z^{'}w_{\text{int}}a_{\text{int}} \end{matrix}\Bigg]. \tag{19}$$

Para estudos não viscosos, a seguinte função de entropia é empregada:

$$\nu_l = \Delta t\lambda_l = Z_l \quad \text{e} \quad \psi_l = Z_l^2 + 0{,}25; \tag{20}$$

Caso o estudo seja viscoso, [4] sugere o uso da função de entropia abaixo:

$$\psi_l = \begin{cases} \left|Z_l\right|, & se\ \left|Z_l\right| \geq \delta_f \\ 0.5\left(Z_l^2 + \delta_f^2\right)/\delta_f, & se\ \left|Z_l\right| < \delta_f \end{cases}, \tag{21}$$

onde "*l*" varia de 1 a 5 (espaço tridimensional) e δ_f assume valores entre 0,1 e 0,5, sendo 0,2 o valor recomendado por [4].

A função $\tilde{g}$ na interface (i+1/2,j,k) é definida por:

$$\tilde{g}^l = 0{,}5\left(\psi_l - Z_l^2\right)\alpha^l . \tag{22}$$

A função g, de compressibilidade artificial, é determinada por:

$$g^l_{i,j,k} = \text{sin}al_l \times MAX\left(0{,}0; MIN\left(\left|\tilde{g}^l_{i+1/2,j,k}\right|, \tilde{g}^l_{i-1/2,j,k} \times \text{sin}al_l\right)\right), \tag{23}$$

onde sinal_l é igual a 1,0 se $\tilde{g}^l_{i+1/2,j,k} \geq 0{,}0$ e -1,0 caso contrário. O termo θ, também responsável pela compressibilidade artificial, é definido como segue:

$$\theta^l_{i,j,k} = \begin{cases} \left|\alpha^l_{i+1/2,j,k} - \alpha^l_{i-1/2,j,k}\right| \Big/ \left(\left|\alpha^l_{i+1/2,j,k}\right| + \left|\alpha^l_{i-1/2,j,k}\right|\right), & se \left|\alpha^l_{i+1/2,j,k}\right| + \left|\alpha^l_{i-1/2,j,k}\right| \neq 0{,}0 \\ 0{,}0, & se \left|\alpha^l_{i+1/2,j,k}\right| + \left|\alpha^l_{i-1/2,j,k}\right| = 0{,}0 \end{cases}; \tag{24}$$

O vetor β na interface (i+1/2,j,k) é determinado pela seguinte expressão:

$$\beta_l = 1.0 + \omega_l MAX(\theta^l_{i,j,k}, \theta^l_{i+1,j,k}), \tag{25}$$

em que ω_l assume os seguintes valores: $\omega_1 = 0{,}25$ (campo não linear), $\omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 1{,}0$ (campo linear) e $\omega_5 = 0{,}25$ (campo não linear). A função φ_l na interface (i+1/2,j,k) é definida por:

$$\varphi_l = \begin{cases} \left(g^l_{i+1,j,k} - g^l_{i,j,k}\right) \Big/ \alpha^l, & se\ \alpha^l \neq 0{,}0 \\ 0.0, & se\ \alpha^l = 0{,}0 \end{cases}. \tag{26}$$

A função de entropia é redefinida considerando φ_l e β_l: $Z_l = \nu_l + \beta_l \varphi_l$, e ψ_l é recalculada de acordo com a Eq. (18) ou Eq. (19). Finalmente, a função de dissipação de [4], para segunda ordem de precisão no espaço, é construída pelo seguinte produto matriz-vetor:

$$\left\{D_{YWH}\right\}_{i+1/2,j,k} = [R]_{i+1/2,j,k} \left\{\left(\beta\left(g_{i,j,k} + g_{i+1,j,k}\right) - \psi\alpha\right) \Big/ \Delta t_{i,j,k}\right\}_{i+1/2,j,k}. \tag{27}$$

O vetor de fluxo numérico convective para a interface (i+1/2,j,k) é descrito por:

$$F^{(l)}_{i+1/2,j,k} = \left(E^{(l)}_{\text{int}} h_x + F^{(l)}_{\text{int}} h_y + G^{(l)}_{\text{int}} h_z\right) V_{\text{int}} + 0{,}5 D^{(l)}_{YWH}, \tag{28}$$

with:

$$E^{(l)}_{\text{int}} = 0{,}5\left(E^{(l)}_D + E^{(l)}_E\right),\ F^{(l)}_{\text{int}} = 0{,}5\left(F^{(l)}_D + F^{(l)}_E\right) \quad \text{e} \quad G^{(l)}_{\text{int}} = 0{,}5\left(G^{(l)}_D + G^{(l)}_E\right). \tag{29}$$

A integração temporal segue o método de separação temporal, de primeira ordem de precisão, que divide a integração em três passos, cada um associado com uma direção espacial específica. No passo inicial, é possível escrever:

$$\Delta Q^*_{i,j,k} = -\Delta t_{i,j,k} / V_{i,j,k} \left(F^n_{i+1/2,j,k} - F^n_{i-1/2,j,k}\right);$$

$$Q^*_{i,j,k} = Q^n_{i,j,k} + \Delta Q^*_{i,j,k}; \tag{30}$$

no passo intermediário:

$$\Delta Q^{**}_{i,j,k} = -\Delta t_{i,j,k} / V_{i,j,k} \left(F^*_{i,j+1/2,k} - F^*_{i,j-1/2,k}\right);$$

$$Q^{**}_{i,j,k} = Q^*_{i,j,k} + \Delta Q^{**}_{i,j,k}; \tag{31}$$

e no passo final:

$$\Delta Q^{n+1}_{i,j,k} = -\Delta t_{i,j,k} / V_{i,j,k} \left(F^{**}_{i,j,k+1/2} - F^{**}_{i,j,k-1/2}\right);$$

$$Q^{n+1}_{i,j,k} = Q^{**}_{i,j,k} + \Delta Q^{n+1}_{i,j,k}. \tag{32}$$

4. ALGORITMO DE [6]

O algoritmo [6], de segunda ordem de precisão espacial, segue as Eqs. (5-19). O próximo passo consiste em determinar a função θ, que corresponde ao termo de compressão artificial e é responsável por melhorar a resolução do esquema em discontinuidades.

$$\theta_{i,j}^{l} = \begin{cases} \left|\alpha_{i+1/2,j,k}^{l} - \alpha_{i-1/2,j,k}^{l}\right| \Big/ \left(\alpha_{i+1/2,j,k}^{l} + \alpha_{i-1/2,j,k}^{l}\right), & se\ \left(\alpha_{i+1/2,j,k}^{l} + \alpha_{i-1/2,j,k}^{l}\right) \neq 0{,}0 \\ 0{,}0, & se\ \left(\alpha_{i+1/2,j,k}^{l} + \alpha_{i-1/2,j,k}^{l}\right) = 0{,}0 \end{cases}. \tag{33}$$

A função κ na interface (i+1/2,j,k) é definida como segue:

$$\kappa_l = 1/8\left(1 + \omega_l MAX\left(\theta_{i,j,k}^{l}, \theta_{i+1,j,k}^{l}\right)\right), \tag{34}$$

em que ω_l assume os seguintes valores: $\omega_1 = \omega_5 = 0{,}25$ (campos não lineares) e $\omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 1{,}0$ (campos lineares). A função de fluxo numérico g é determinada por:

$$g_{i,j,k}^{l} = \sin al_l \times MAX\left(0{,}0; MIN\left(\left|\alpha_{i+1/2,j,k}^{l}\right|, \alpha_{i-1/2,j,k}^{l} \times \sin al_l\right)\right), \tag{35}$$

onde $sinal_l$ assume valor 1,0 se $\alpha_{i+1/2,j,k}^{l} \geq 0{,}0$ e -1,0 caso contrário. A função φ_l na interface (i+1/2,j,k) é calculada pela expressão seguinte:

$$\varphi_l = \begin{cases} \kappa_l \left(g_{i+1,j,k}^{l} - g_{i,j,k}^{l}\right) \Big/ \alpha^{l}, & se\ \alpha^{l} \neq 0{,}0 \\ 0{,}0, & se\ \alpha^{l} = 0{,}0 \end{cases}. \tag{36}$$

A função de entropia na interface (i+1/2,j,k) é definida por;

$$\psi_l = \left(v_l + \varphi_l\right)^2 + 0{,}25, \tag{37}$$

com v_l definido de acordo com a Eq. (18). Finalmente, a função de dissipação de [6], para segunda ordem de precisão no espaço, é construída pelo seguinte produto matriz-vetor:

$$\left\{D_{Yee/\,Kutler}\right\}_{i+1/2,j,k} = [R]_{i+1/2,j,k} \left\{\left(\kappa\left(g_{i,j,k} + g_{i+1,j,k}\right) - \alpha\right) \Big/ \Delta t_{i,j,k}\right\}_{i+1/2,j,k}. \tag{38}$$

As Equações (28-29) são utilizadas para concluir o vetor de fluxo numérico do esquema [6] e a integração no tempo é realizada pelo método de separação temporal descrito pelas Eqs. (30-32).

5. ALGORITMO DE [2]

A Equação (1) pode ser reescrita segundo um contexto de discretização espacial estruturada ([2-3]) como:

$$d\left(V_{i,j} Q_{i,j}\right) \Big/ dt + C\left(Q_{i,j}\right) = 0, \tag{39}$$

onde:

$$\begin{aligned} C(Q_{i,j,k}) = &\left[E_e(Q_{i,j-1/2,k}) S_{x_{i,j-1/2,k}} + F_e(Q_{i,j-1/2,k}) S_{y_{i,j-1/2,k}} + G_e(Q_{i,j-1/2,k}) S_{z_{i,j-1/2,k}}\right] + \\ &\left[E_e(Q_{i+1/2,j,k}) S_{x_{i+1/2,j,k}} + F_e(Q_{i+1/2,j,k}) S_{y_{i+1/2,j,k}} + G_e(Q_{i+1/2,j,k}) S_{z_{i+1/2,j,k}}\right] + \\ &\left[E_e(Q_{i,j+1/2,k}) S_{x_{i,j+1/2,k}} + F_e(Q_{i,j+1/2,k}) S_{y_{i,j+1/2,k}} + G_e(Q_{i,j+1/2,k}) S_{z_{i,j+1/2,k}}\right] + \\ &\left[E_e(Q_{i-1/2,j,k}) S_{x_{i-1/2,j,k}} + F_e(Q_{i-1/2,j,k}) S_{y_{i-1/2,j,k}} + G_e(Q_{i-1/2,j,k}) S_{z_{i-1/2,j,k}}\right] + \\ &\left[E_e(Q_{i,j,k-1/2}) S_{x_{i,j,k-1/2}} + F_e(Q_{i,j,k-1/2}) S_{y_{i,j,k-1/2}} + G_e(Q_{i,j,k-1/2}) S_{z_{i,j,k-1/2}}\right] + \\ &\left[E_e(Q_{i,j,k+1/2}) S_{x_{i,j,k+1/2}} + F_e(Q_{i,j,k+1/2}) S_{y_{i,j,k+1/2}} + G_e(Q_{i,j,k+1/2}) S_{y_{i,j,k+1/2}}\right] \end{aligned} \tag{40}$$

é a aproximação discreta da integral de fluxo da Eq. (1). Neste trabalho, foi adotado que, por exemplo, os valores das variáveis primitivas na interface de fluxo (i+1/2,j,k) seriam obtidas da média aritmética entre os valores das variáveis primitivas na célula (i,j,k) e na célula (i+1,j,k).

A discretização espacial proposta pelos autores é equivalente a um esquema simétrico com segunda ordem de precisão espacial, em um contexto de diferenças finitas. A introdução de um operador de dissipação artificial "D" é necessário para garantir a estabilidade numérica do esquema na presença de, por exemplo, desacoplamento par-ímpar de soluções e instabilidades não lineares, como ondas de choque. Assim, a Equação (39) é reescrita como:

$$d\left(V_{i,j,k}Q_{i,j,k}\right)/dt + \left[C(Q_{i,j,k}) - D(Q_{i,j,k})\right] = 0\,. \tag{41}$$

A integração no tempo é realizada usando um método explícito híbrido de Runge-Kutta de cinco estágios, com segunda ordem de precisão, e pode ser representado em forma geral por:

$$\begin{aligned} Q_{i,j,k}^{(0)} &= Q_{i,j,k}^{(n)} \\ Q_{i,j,k}^{(m)} &= Q_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_m\,\Delta t_{i,j,k}/V_{i,j,k}\left[C\left(Q_{i,j,k}^{(m-1)}\right) - D\left(Q_{i,j,k}^{(l)}\right)\right], \\ Q_{i,j,k}^{(n+1)} &= Q_{i,j,k}^{(m)} \end{aligned} \tag{42}$$

com m = 1,…,5; l = 0 até 4; α_1 = 1/4, α_2 = 1/6, α_3 = 3/8, α_4 = 1/2 and α_5 = 1. [2] sugere que o operador de dissipação artificial deveria somente ser avaliado nos primeiros dois estágios quando as equações de Euler fossem resolvidas (l = 0, m = 1 e l = 1, m = 2). Este procedimento visa economia de tempo de CPU e também melhor suavização das instabilidades numéricas da discretização baseado nas características hiperbólicas das equações de Euler.

5.1. Artificial dissipation operator

O operador de dissipação artificial implementado no esquema [2] pode empregar dois modelos de ponderação de dissipação diferentes. O primeiro baseado no trabalho de [9] e o segundo baseado no trabalho de [13]. No presente trabalho, os dois modelos são avaliados. O operador de dissipação tem a seguinte estrutura:

$$D\left(Q_{i,j,k}\right) = d^{(2)}\left(Q_{i,j,k}\right) - d^{(4)}\left(Q_{i,j,k}\right), \tag{43}$$

onde:

$$\begin{aligned} d^{(2)}\left(Q_{i,j,k}\right) = {} & 0{,}5\varepsilon^{(2)}_{i,j-1/2,k}\left(A_{i,j,k} + A_{i,j-1,k}\right)\left(Q_{i,j-1,k} - Q_{i,j,k}\right) + 0{,}5\varepsilon^{(2)}_{i+1/2,j,k}\left(A_{i,j,k} + A_{i+1,j,k}\right)\left(Q_{i+1,j,k} - Q_{i,j,k}\right) + \\ & 0{,}5\varepsilon^{(2)}_{i,j+1/2,k}\left(A_{i,j,k} + A_{i,j+1,k}\right)\left(Q_{i,j+1,k} - Q_{i,j,k}\right) + 0{,}5\varepsilon^{(2)}_{i-1/2,j,k}\left(A_{i,j,k} + A_{i-1,j,k}\right)\left(Q_{i-1,j,k} - Q_{i,j,k}\right) + \\ & 0{,}5\varepsilon^{(2)}_{i,j,k-1/2}\left(A_{i,j,k} + A_{i,j,k-1}\right)\left(Q_{i,j,k-1} - Q_{i,j,k}\right) + 0{,}5\varepsilon^{(2)}_{i,j,k+1/2}\left(A_{i,j,k} + A_{i,j,k+1}\right)\left(Q_{i,j,k+1} - Q_{i,j,k}\right), \end{aligned} \tag{44}$$

denominado operador Laplaciano não dividido, é responsável pela estabilidade numérica na presença de ondas de choque; e

$$\begin{aligned} d^{(4)}\left(Q_{i,j,k}\right) = {} & 0{,}5\varepsilon^{(4)}_{i,j-1/2,k}\left(A_{i,j,k} + A_{i,j-1,k}\right)\left(\nabla^2 Q_{i,j-1,k} - \nabla^2 Q_{i,j,k}\right) + 0{,}5\varepsilon^{(4)}_{i+1/2,j,k}\left(A_{i,j,k} + A_{i+1,j,k}\right)\left(\nabla^2 Q_{i+1,j,k} - \nabla^2 Q_{i,j,k}\right) + \\ & 0{,}5\varepsilon^{(4)}_{i,j+1/2,k}\left(A_{i,j,k} + A_{i,j+1,k}\right)\left(\nabla^2 Q_{i,j+1,k} - \nabla^2 Q_{i,j,k}\right) + 0{,}5\varepsilon^{(4)}_{i-1/2,j,k}\left(A_{i,j,k} + A_{i-1,j,k}\right)\left(\nabla^2 Q_{i-1,j,k} - \nabla^2 Q_{i,j,k}\right) + \\ & 0{,}5\varepsilon^{(4)}_{i,j,k-1/2}\left(A_{i,j,k} + A_{i,j,k-1}\right)\left(\nabla^2 Q_{i,j,k-1} - \nabla^2 Q_{i,j,k}\right) + 0{,}5\varepsilon^{(4)}_{i,j,k+1/2}\left(A_{i,j,k} + A_{i,j,k+1}\right)\left(\nabla^2 Q_{i,j,k+1} - \nabla^2 Q_{i,j,k}\right), \end{aligned} \tag{45}$$

denominado operador bi-harmônico, é responsável pela estabilidade de campo (por exemplo, instabilidades originadas de desacoplamento par-ímpar de soluções). Neste último termo,

$$\nabla^2 Q_{i,j,k} = \left(Q_{i,j-1,k} - Q_{i,j,k}\right) + \left(Q_{i+1,j,k} - Q_{i,j,k}\right) + \left(Q_{i,j+1,k} - Q_{i,j,k}\right) + \left(Q_{i-1,j,k} - Q_{i,j,k}\right) + \left(Q_{i,j,k-1} - Q_{i,j,k}\right) + \left(Q_{i,j,k+1} - Q_{i,j,k}\right). \tag{46}$$

No operador $d^{(4)}$, $\nabla^2 Q_{i,j,k}$ é extrapolado de seu vizinho real toda vez que ele representar uma célula especial de contorno, reconhecida na literatura de CFD como "célula fantasma". Os termos ε são definidos,

por exemplo, como:

$$\varepsilon^{(2)}_{i+1/2,j,k} = K^{(2)} MAX\ \left(v_{i,j,k}, v_{i+1,j,k}\right) \quad \text{e} \quad \varepsilon^{(4)}_{i+1/2,j,k} = MAX\ \left[0, \left(K^{(4)} - \varepsilon^{(2)}_{i+1/2,j,k}\right)\right], \tag{47}$$

com:

$$v_{i,j,k} = \left(\left|p_{i,j-1,k} - p_{i,j,k}\right| + \left|p_{i+1,j,k} - p_{i,j,k}\right| + \left|p_{i,j+1,k} - p_{i,j,k}\right| + \left|p_{i-1,j,k} - p_{i,j,k}\right| + \left|p_{i,j,k-1} - p_{i,j,k}\right| + \left|p_{i,j,k+1} - p_{i,j,k}\right|\right) \Big/$$

$$\sum_{k=1}^{4}\left(p_{i,j-1,k} + p_{i+1,j,k} + p_{i,j+1,k} + p_{i-1,j,k} + p_{i,j,k-1} + p_{i,j,k+1} + 6p_{i,j,k}\right) \tag{48}$$

representando um sensor de pressão empregado para identificar regiões de elevados gradientes. As constantes $K^{(2)}$ e $K^{(4)}$ possuem valores típicos de ¼ e 3/256, respectivamente. Toda vez que um vizinho representar uma célula fantasma, é assumido que, por exemplo, $v_{fantasma} = v_{i,j,k}$. Os termos $A_{i,j,k}$ definem os coeficientes de ponderação da dissipação. Dois modelos são estudados: [9] e [13].

Coeficiente de dissipação – Modelo [9]:

Os termos $A_{i,j,k}$ representam contribuições do autovalor normal máximo das equações de Euler integrado ao longo de cada face. Este termo é definido por:

$$A_{i,j,k} = \left[\left|0{,}5\left(u_{i,j,k} + u_{i,j-1,k}\right)S_{x_{i,j-1/2,k}} + 0{,}5\left(v_{i,j,k} + v_{i,j-1,k}\right)S_{y_{i,j-1/2,k}} + 0{,}5\left(w_{i,j,k} + w_{i,j-1,k}\right)S_{z_{i,j-1/2,k}}\right| + 0{,}5\left(a_{i,j,k} + a_{i,j-1,k}\right)\left(S^2_{x_{i,j-1/2,k}} + S^2_{y_{i,j-1/2,k}} + S^2_{z_{i,j-1/2,k}}\right)^{0{,}5}\right] +$$

$$\left[\left|0{,}5\left(u_{i,j,k} + u_{i+1,j,k}\right)S_{x_{i+1/2,j,k}} + 0{,}5\left(v_{i,j,k} + v_{i+1,j,k}\right)S_{y_{i+1/2,j,k}} + 0{,}5\left(w_{i,j,k} + w_{i+1,j,k}\right)S_{z_{i+1/2,j,k}}\right| + 0{,}5\left(a_{i,j,k} + a_{i+1,j,k}\right)\left(S^2_{x_{i+1/2,j,k}} + S^2_{y_{i+1/2,j,k}} + S^2_{z_{i+1/2,j,k}}\right)^{0{,}5}\right] +$$

$$\left[\left|0{,}5\left(u_{i,j,k} + u_{i,j+1,k}\right)S_{x_{i,j+1/2,k}} + 0{,}5\left(v_{i,j,k} + v_{i,j+1,k}\right)S_{y_{i,j+1/2,k}} + 0{,}5\left(w_{i,j,k} + w_{i,j+1,k}\right)S_{z_{i,j+1/2,k}}\right| + 0{,}5\left(a_{i,j,k} + a_{i,j+1,k}\right)\left(S^2_{x_{i,j+1/2,k}} + S^2_{y_{i,j+1/2,k}} + S^2_{z_{i,j+1/2,k}}\right)^{0{,}5}\right] +$$

$$\left[\left|0{,}5\left(u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}\right)S_{x_{i-1/2,j,k}} + 0{,}5\left(v_{i,j,k} + v_{i-1,j,k}\right)S_{y_{i-1/2,j,k}} + 0{,}5\left(w_{i,j,k} + w_{i-1,j,k}\right)S_{z_{i-1/2,j,k}}\right| + 0.5\left(a_{i,j,k} + a_{i-1,j,k}\right)\left(S^2_{x_{i-1/2,j,k}} + S^2_{y_{i-1/2,j,k}} + S^2_{z_{i-1/2,j,k}}\right)^{0{,}5}\right] +$$

$$\left[\left|0{,}5\left(u_{i,j,k} + u_{i,j,k-1}\right)S_{x_{i,j,k-1/2}} + 0{,}5\left(v_{i,j,k} + v_{i,j,k-1}\right)S_{y_{i,j,k-1/2}} + 0{,}5\left(w_{i,j,k} + w_{i,j,k-1}\right)S_{z_{i,j,k-1/2}}\right| + 0{,}5\left(a_{i,j,k} + a_{i,j,k-1}\right)\left(S^2_{x_{i,j,,k-/2}} + S^2_{y_{i,j,k-1/2}} + S^2_{z_{i,j,k-1/2}}\right)^{0{,}5}\right] +$$

$$\left[\left|0{,}5\left(u_{i,j,k} + u_{i,j,k+1}\right)S_{x_{i,j,k+1/2}} + 0{,}5\left(v_{i,j,k} + v_{i,j,k+1}\right)S_{y_{i,j,k+1/2}} + 0{,}5\left(w_{i,j,k} + w_{i,j,k+1}\right)S_{z_{i,j,k+1/2}}\right| + 0{,}5\left(a_{i,j,k} + a_{i,j,k+1}\right)\left(S^2_{x_{i,j,,k+/2}} + S^2_{y_{i,j,k+1/2}} + S^2_{z_{i,j,k+1/2}}\right)^{0{,}5}\right], \tag{49}$$

com "a" representando a velocidade do som.

Coeficiente de dissipação – Modelo [13]:

Os termos $A_{i,j,k}$ representam coeficientes de dissipação com as propriedades requeridas para ponderação:

$$A_{i,j,k} = V_{i,j,k} / \Delta t_{i,j,k}\ . \tag{50}$$

(i) Passos no tempo pequenos, maior dissipação;

(ii) Células maiores, maior dissipação.

6. PASSO NO TEMPO VARIÁVEL ESPACIALMENTE

Para problemas de estado estacionário é feito uso de um passo no tempo variável espacialmente para cada hexaedro (i,j,k) a fim de acelerar o processo de convergência. A ideia do passo no tempo variável espacialmente consiste em manter um número de CFL constante no domínio de cálculo e, com isso, garantir passos de tempo adequados para cada região da malha durante o processo de convergência. O passo no tempo variável espacialmente pode ser definido como:

$$\Delta t_{i,j,k} = CFL(\Delta s)_{i,j,k} \Big/ \left(|q| + a\right)_{i,j,k}\ , \tag{51}$$

onde CFL é o número de Courant-Friedrichs-Lewis para estabilidade do método; $(\Delta s)_{i,j,k}$ é um comprimento característico de transporte de informações; e $(|q|+a)_{i,j,k}$ é a máxima velocidade característica de transporte de informações, em que "a" é a velocidade do som. O comprimento característico de transporte de informações, $(\Delta s)_{i,j,k}$, pode ser determinado por:

$$(\Delta s)_{i,j,k} = [MIN(l_{MIN}, C_{MIN})]_{i,j,k}, \tag{52}$$

Com l_{MIN} sendo o mínimo comprimento de lado que compoe uma célula computacional e C_{MIN} a mínima distância de baricentros entre a célula computacional e seus vizinhos. A máxima velocidade característica de transporte de informações é definida por $(|q|+a)_{i,j,k}$, com $q = \sqrt{u^2+v^2+w^2}$.

7. CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

7.1. Condições Iniciais

A condição inicial adotada para os problemas é a de escoamento não perturbado para todo o domínio de cálculo ([2] e [14]). O vetor de variáveis conservadas é expresso como segue:

$$Q_\infty = \left\{1 \quad M_\infty \cos\theta \quad M_\infty sen\theta \cos\psi \quad M_\infty sen\theta sen\psi \quad \left[\frac{1}{\gamma(\gamma-1)} + \frac{M_\infty^2}{2}\right]\right\}^t, \tag{53}$$

em que M_∞ representa o número de Mach de escoamento não perturbado, θ é o ângulo de incidência do escoamento à montante da configuração em análise e ψ é o ângulo no plano longitudinal da configuração.

7.2. Condições de Contornos

Os diferentes tipos de condições de contornos implementadas são descritas a seguir.

a) Parede - O caso Euler requer a condição de tangência de fluxo. No contexto de volumes finitos, esta imposição é feita considerando que o componente de velocidade tangente à parede da célula fantasma seja igual ao componente de velocidade tangente à parede de sua célula real vizinha. Ao mesmo tempo, o componente de velocidade normal à parede da célula fantasma deve ser igual ao negativo do componente de velocidade normal à parede de sua célula real vizinha. O gradiente de pressão ao qual o fluido é submetido na direção normal à parede é igual a zero. O gradiente de temperatura é também igual a zero ao longo de toda a parede. Com isso, a pressão, temperatura e densidade do fluido serão obtidos por extrapolação de ordem zero. A energia total é obtida pela equação de estado do gás perfeito.

b) Contorno Distante (do inglês: "far field") - Na implementação das condições de contorno na região externa limitante da malha para problemas físicos de escoamento externo, convém diferenciar quatro situações físicas possíveis: entrada com escoamento subsônico, entrada com escoamento supersônico, saída com escoamento subsônico e saída com escoamento supersônico. No presente estudo, considerando que o único problema de escoamento externo é supersônico, só existirão as condições de entrada e saída supersônica.

b.1) Entrada com escoamento supersônico - Todas as variáveis são especificadas no contorno de entrada do domínio de cálculo em termos dos valores de escoamento não perturbado.

b.2) Saída com escoamento supersônico - As cinco características que regem as equações de Euler vêm da região interna do domínio de cálculo, não sendo possível assim especificar valores de variáveis na saída. A extrapolação de ordem zero é aplicada à densidade, componentes de velocidade e pressão.

c) Entrada e Saída – Os contornos de entrada e saída são aplicados para os dois problemas. Condições de contorno que envolve entrada do escoamento no domínio computacional tiveram as propriedades do escoamento fixadas com valores de escoamento não perturbado. Condições de contorno que envolve saída do domínio computacional utilizaram simplificadamente a extrapolação de ordem zero. Estas condições são válidas, pois os escoamentos estudados são no mínimo supersônicos nas fronteiras de entrada e saída.

d) Condição de Continuidade – No problema do VLS, existe continuidade do escoamento na seção longitudinal que passa pelo centro da configuração. Isto requer que o vetor de variáveis conservadas seja o mesmo tanto para a região acima quanto para a região abaixo do plano de simetria.

8. CONCLUSÕES

O presente trabalho compara os métodos numéricos de [2], [4] e [6], usando uma formulação de volumes finitos e uma discretização espacial estruturada, aplicados à solução das equações de Euler em três dimensões. Todos os esquemas são de segunda ordem de precisão no espaço. O esquema [2] é também de segunda ordem de precisão no tempo e utiliza um operador de dissipação artificial para garantir convergência para a solução de estado estacionário. Os esquemas [4] e [6] são de primeira ordem de precisão no tempo. Os problemas físicos de estado estacionário dos escoamentos supersônico em torno de uma configuração simplificada do VLS (Veículo Lançador de Satélites Brasileiro), e hipersônicos ao longo de um difusor e de uma entrada de ar são estudados. Um passo no tempo variável espacialmente é implementado visando acelerar o processo de convergência. Esta técnica tem apresentado excelentes ganhos em termos de razão de convergência, como relatado em [7-8].

Os resultados demonstraram o esquema de [2], utilizando o operador de dissipação de [9], como o que apresenta melhores características de robustez e precisão. Este artigo está relacionado com as teorias envolvidas com a implementação numérica de [2], [4] e [6], consistindo na parte I (TEORIA) deste estudo. A parte II (RESULTADOS) apresenta as soluções das simulações numéricas, comparação entre resultados numéricos e teóricos e dados computacionais.

9. REFERENCIAS

[1] R. W. MacCormack, The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering, *AIAA Paper 69-354*, 1969.

[2] A. Jameson, D. J. Mavriplis, Finite Volume Solution of the Two-Dimensional Euler Equations on a Regular Triangular Mesh, *AIAA Journal*, **Vol.** 24, **No.** 4, pp. 611-618, 1986.

[3] A. Jameson, W. Schmidt, E. Turkel, Numerical Solution for the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes, *AIAA Paper 81-1259*, 1981.

[4] H. C. Yee, R. F. Warming, A. Harten, *Anais da 8th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, E. Krause, Editor, *A High-Resolution Numerical Technique for Inviscid Gas-Dynamic Problems with Weak Solutions*, Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag, Berlin, **Vol.** 170, pp. 546-552, 1982

[5] A. Harten, High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, *Journal of Computational Physics*, **Vol.** 49, pp. 357-393.

[6] H. C. Yee, P. Kutler, Application of Second-Order-Accurate Total Variation Diminishing (TVD) Schemes to the Euler Equations in General Geometries, *NASA-TM-85845*, 1985.

[7] E. S. G. Maciel, *Anais do XVIII Congresso Internacional de Engenharia Mecânica (XVIII COBEM)*, *Analysis of Convergence Acceleration Techniques Used in Unstructured Algorithms in the Solution of Aeronautical Problems – Part I*, Ouro Preto, MG, Brasil, 2005.

[8] E. S. G. Maciel, *Anais do XVII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas (XII ENCIT)*, *Analysis of Convergence Acceleration Techniques Used in Unstructured Algorithms in the Solution of Aerospace Problems – Part II*, Belo Horizonte, MG, Brasil, 2008.

[9] D. J. Mavriplis, Accurate Multigrid Solution of the Euler Equations on Unstructured and Adaptive Meshes, *AIAA Journal*, **Vol.** 28, **No.** 2, pp. 213-221.

[10] E. S. G. Maciel, *Anales del XVIII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones (XVIII ENIEF)*, *Solutions of the Euler Equations Using Implicit TVD High Resolution Algorithms in Three-Dimensions*, Tandil, Argentina, 2009.

[11] E. S. G. Maciel, Solutions of the Euler Equations Using Implicit TVD High Resolution Algorithms in Three-Dimensions, *Revista Mecánica Computacional*, Argentina, **Vol.** XXVIII, **No.** 18, pp. 1517-1541, 2009.

[12] P. L. Roe, Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes, *Journal of Computational Physics*, **Vol.** 43, pp. 357-372, 1981.

[13] J. L. F. Azevedo, On the Development of Unstructured Grid Finite Volume Solvers for High Speed Flows, *NT-075-ASE-N*, IAE, CTA, São José dos Campos, SP, Brasil, 1992.

[14] E. S. G. Maciel, Simulação Numérica de Escoamentos Supersônicos e Hipersônicos Utilizando Técnicas de Dinâmica dos Fluidos Computacional, *Tese de Doutorado*, ITA, CTA, São José dos Campos, SP, Brasil, 258p., 2002.

Agradecimentos

O autor agradece o apoio financeiro do CNPq sob forma de bolsa de Desenvolvimento Tecnológico Industrial (DTI-1) no. 384681/2011-5. Ele também agradece ao ITA/CTA pela infraestrutura necessária para executar o presente trabalho.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Simulações Supersônicas e Hipersônicas em Três Dimensões – Resultados I

Edisson Sávio de Góes Maciel

Instituto Tecnológico de Aeronáutica / Centro Técnico Aeroespacial (ITA/CTA)
Praça Mal. do Ar Eduardo Gomes, 50 – Vila das Acácias – São José dos Campos – SP – Brasil – 12228-900
Tel: +55-(12)3947-5788 - E-mail: edissonsavio@yahoo.com.br

RESUMO

Neste trabalho, os esquemas numéricos de Yee, Warming e Harten, de Yee e Kutler e de Jameson e Mavriplis são implementados, segundo uma formulação de volumes finitos e discretização espacial estruturada, para resolver as equações de Euler em regimes de escoamento supersônico e hipersônico em três dimensões. Os esquemas de Yee, Warming e Harten e de Yee e Kutler são do tipo separação de diferença de fluxos TVD ("Total Variation Diminishing" – Diminuição da Variação Total), enquanto o esquema de Jameson e Mavriplis é simétrico. Todos os três esquemas apresentam segunda ordem de precisão espacial. Os primeiros são de primeira ordem de precisão no tempo, segundo um método de separação temporal, enquanto o último apresenta segunda ordem de precisão no tempo, segundo um método de Runge-Kutta. O esquema de Jameson e Mavriplis requer ainda dissipação artificial para garantir estabilidade numérica na presença de ondas de choque e de instabilidades de campo. Dois modelos são apresentados: Mavriplis e Azevedo. Os esquemas são aplicados nas simulações de estado estacionário dos problemas supersônico em torno de uma configuração aproximada do VLS (Veículo Lançador de Satélites Brasileiro) e hipersônicos ao longo de um difusor e de uma entrada de ar. Um procedimento de passo no tempo variável espacialmente é empregado para acelerar a convergência. Este procedimento tem demonstrado efetivos ganhos de convergência como relatado em Maciel. Os resultados demonstraram o esquema de Jameson e Mavriplis, utilizando o operador de dissipação de Mavriplis, como o que apresenta melhores características de robustez e precisão. Este artigo corresponde à segunda parte deste trabalho e é relacionado com os resultados numéricos das simulações do VLS e do difusor, discussão e conclusões.

Palavras-Chaves: Algoritmo de Yee, Warming e Harten; Algoritmo de Yee e Kutler; Algoritmo de Jameson e Mavriplis; Modelos de dissipação artificial; Equações de Euler 3D.

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de projetos aeroespaciais e aeronáuticos requer horas de ensaio em túneis de vento. É necessário minimizar tais procedimentos com túneis de vento devido ao crescente custo da energia elétrica. No Brasil, existe ainda o problema do mesmo não possuir túneis de vento de grande capacidade, capazes de gerar escoamentos supersónicos ou mesmo subsônicos altos. Desta forma, técnicas de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD – "Computational Fluid Dynamics"), tem hoje grande destaque no cenário da indústria aeroespacial. Analogamente aos ensaios em túneis de vento, os métodos numéricos determinam propriedades físicas em pontos discretos do domínio espacial. Assim, os coeficientes aerodinâmicos de sustentação, de arrasto e de momento podem ser calculados.

Inicialmente, esquemas não assimétricos foram desenvolvidos para simular escoamentos sobre geometrias simples e complexas devido as suas simplicidades de implementação numérica. Esquemas preditor/corretor e simétricos foram os algoritmos mais empregados durante os anos 60 até 80. Alguns deles são descritos a seguir:

[1] desenvolveu um método numérico de segunda ordem de precisão no espaço e no tempo para resolver as equações de Navier-Stokes em duas dimensões. O esquema foi inicialmente desenvolvido para a técnica de diferenças finitas. O método era dividido em dois passos: um preditor e um corretor. No passo preditor, as derivadas dos termos de fluxo eram calculadas com operadores de discretização espacial avançados e no passo corretor estas derivadas eram calculadas com operadores de discretização recuados.

[2] enfatizou a redução de custo substancial nos cálculos de soluções das equações de Euler. O método proposto por [3] tinha provado robustez, boa precisão e sofisticação suficiente para aplicações mais completas. O objetivo era aplicar tal esquema para geometrias do tipo asa-fuselagem, envolvendo motores, mísseis e outros componentes típicos, para representar um aeroplano inteiro. O trabalho enfatizou o uso de células triangulares que permitiam uma maior flexibilidade na descrição de geometrias complexas e tornavam o processo de geração de malha mais barato. As equações de movimento do fluido foram discretizadas espacialmente em um contexto não estruturado. O esquema empregava uma formulação de volumes finitos com propriedades determinadas no centro das células. Operadores de dissipação artificial foram construídos para garantir segunda ordem de precisão no espaço para o esquema exceto nas proximidades de ondas de choque em que a precisão era reduzida a primeira ordem ([3]). A integração no tempo empregou um método de Runge-Kutta de cinco estágios.

A necessidade de construir esquemas mais elaborados e robustos, que permitissem a captura de ondas de choque fortes e bem definidas, representou uma meta importante para ser alcançada por esquemas assimétricos de primeira ordem e de alta resolução. Desde 1959, esquemas assimétricos de primeira ordem e de alta resolução, que combinavam as características de robustez, boas propriedades de captura de choque e boa qualidade do choque, vem sendo desenvolvidos visando prover ferramentas eficientes para prever com precisão os principais aspectos do campo de escoamento. Esquemas de primeira ordem e de alta resolução podem ser do tipo separação de vetores de fluxo ou separação de diferenças de fluxo. No primeiro caso, algoritmos mais robustos são produzidos, enquanto no segundo caso, maior precisão é obtida. Diversos estudos foram relatados envolvendo algoritmos de primeira ordem e de alta resolução na literatura internacional, como por exemplo:

[4] implementou um método explícito de segunda ordem de alta resolução baseado nas ideias de [5]. O método possuía as seguintes propriedades: (a) o esquema era desenvolvido na forma conservativa para assegurar que o limite era uma solução fraca; (b) o esquema satisfazia uma desigualdade própria de

entropia para assegurar que a solução limite teria somente descontinuidades fisicamente relevantes; e (c) o esquema era projetado tal que a dissipação numérica produzia soluções fracas altamente precisas. O método foi aplicado à solução de um problema de bocal quase unidimensional e a um problema de reflexão de choque bidimensional, produzindo bons resultados. Uma implementação implícita foi também investigada para os casos uni- e bidimensionais.

[6] apresentou um trabalho que extendia o esquema de [5] para um sistema de coordenadas generalizadas, em duas dimensões. O método denominado "esquema TVD" pelos autores foi testado para o problema físico de um choque em movimento atingindo um cilindro. Os resultados numéricos foram comparados com os do esquema [1], apresentando boas soluções.

Com este cenário, um estudo interessante e importante pode ser realizado comparando esquemas simétrico e assimétrico de alta resolução.

O presente trabalho compara os métodos numéricos de [2], [4] e [6], usando uma formulação de volumes finitos e uma discretização espacial estruturada, aplicados à solução das equações de Euler em três dimensões. Todos os esquemas são de segunda ordem de precisão no espaço. O esquema [2] é também de segunda ordem de precisão no tempo e utiliza um operador de dissipação artificial para garantir convergência para a solução de estado estacionário. Os esquemas [4] e [6] são de primeira ordem de precisão no tempo. Os problemas físicos de estado estacionário dos escoamentos supersônico em torno de uma configuração simplificada do VLS (Veículo Lançador de Satélites Brasileiro), e hipersônicos ao longo de um difusor e de uma entrada de ar são estudados. Um passo no tempo variável espacialmente é implementado visando acelerar o processo de convergência. Esta técnica tem apresentado excelentes ganhos em termos de razão de convergência, como relatado em [7-8].

Os resultados demonstraram o esquema de [2], utilizando o operador de dissipação de [9], como o que apresenta melhores características de robustez e precisão. Este artigo constitui a parte II deste trabalho, RESULTADOS I, e está relacionado com as soluções das simulações numéricas do VLS e do difusor, comparação entre resultados numéricos e teóricos e dados computacionais.

2. RESULTADOS

Testes foram realizados em um notebook com procesador INTEL PENTIUM DUAL CORE com 2,3GHz de "clock" e 3,0GBytes de RAM. O critério de convergência adotado para obter as soluções de estado estacionário foi de uma redução de quatro (4) ordens de magnitude no valor do resíduo máximo no campo, um critério típico da comunidade de CFD ("Computational Fluid Dynamics" – Dinâmica dos Fluidos Computacional). O resíduo máximo no campo foi definido como o maior valor obtido das cinco (5) equações discretizadas. Foram estudados três problemas físicos: o escoamento supersônico em torno de uma configuração simplificada do VLS, o escoamento hipersônico ao longo de um difusor e o escoamento também hipersônico ao longo de uma entrada de ar. O ângulo de ataque do escoamento e o ângulo no plano longitudinal foram considerados iguais à zero no presente estudo. As distribuições de pressão na parede foram obtidas no plano longitudinal da configuração do VLS ou no plano k = KMAX/2, em que KMAX é o número máximo de pontos na direção z, para os problemas do difusor e da entrada de ar. Para o cálculo do ângulo de choque nos problemas do difusor e da entrada de ar foram considerados os contornos de pressão no plano xy destas configurações.

2.1. Problema do VLS

O primeiro problema físico em estudo consiste na simulação do escoamento supersônico em torno de uma configuração do Veículo Lançador de Satélites Brasileiro (VLS). Esta configuração é descrita na Figura 1. A Figura 2 exibe a malha tridimensional gerada para esta configuração. Ela é composta de 65x60x40 pontos, o que é equivalente em volumes finitos a ser formada por 147.264 células hexaédricas e 156.000 nós.

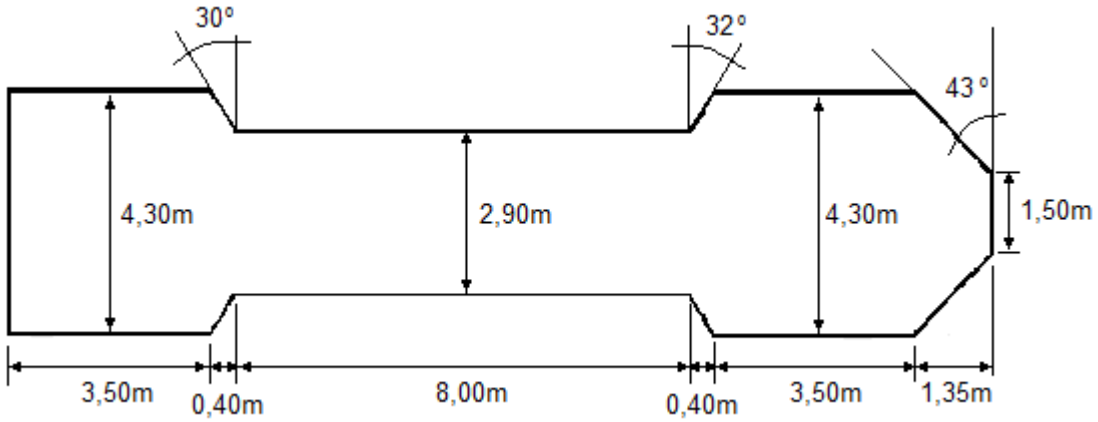


Figura 1 Geometria da configuração do VLS.

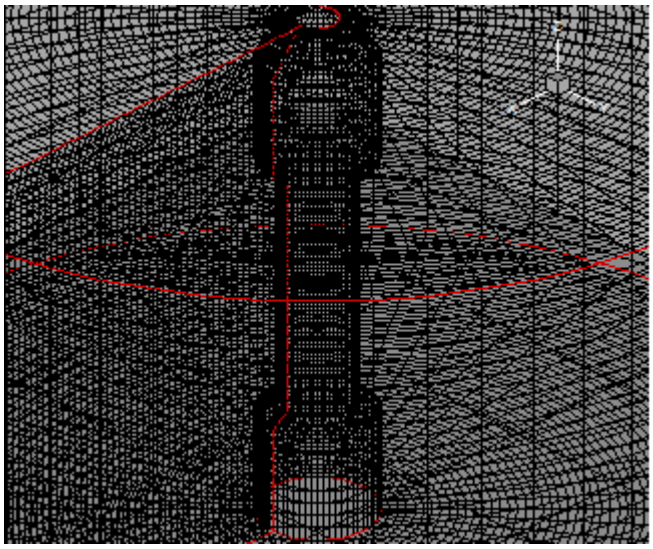


Figura 2 Malha para a configuração do VLS.

A condição inicial adotou um número de Mach de escoamento não perturbado igual a 4,0, uma das fases de voo do VLS. As Figuras 3 a 6 exibem os contornos de pressão obtidos pelos esquemas [4], [6] e [2], respectivamente. O esquema [2] apresenta duas soluções, pois são avaliados os modelos de dissipação de [9] e [10]. Como pode ser observado, as soluções de [4] e [6] não apresentam boas propriedades de simetria e homogeneidade dos contornos de pressão. É possível observar da solução de [4] uma ligeira oscilação de pressão na região dos “boosters”. Na região do compartimento de transporte do satélite, é possível observar também oscilações da pressão máxima, não definindo uma região homogênea como nos casos das soluções de [2]. Em [4], a solução apresenta o mesmo problema de não homogeneidade no campo de pressão na região do satélite. Com relação às soluções de [2], é possível observar homogeneidade na distribuição de pressão ao longo da configuração. A região mais crítica, no compartimento de carga, é livre de oscilações. Ambas as soluções só apresentam diferenças significativas na região central do VLS, no final do compartimento de carga. Existe uma queda de pressão maior nesta região detectada pelo esquema de [2] com o operador de dissipação [10] do que com o operador de

dissipação [9]. Essa queda de pressão mais severa é notada principalmente nas soluções de [4] e [6]. O comportamento de [2] com o operador [9] é mais suave, só havendo uma queda de pressão mais severa no final da região dos "boosters". É também possível notar que o pico de pressão no compartimento do satélite é bem maior nas soluções de [2] do que nas soluções de [4] e [6].

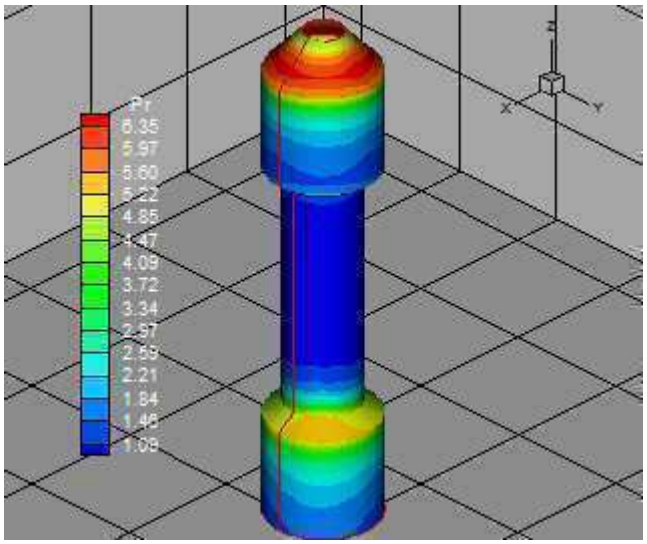


Figura 3 Contornos de pressão ([4]).

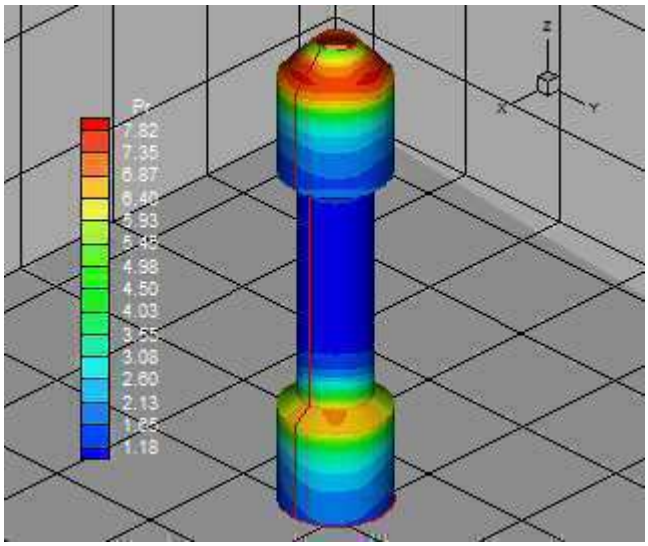


Figura 4 Contornos de pressão ([6]).

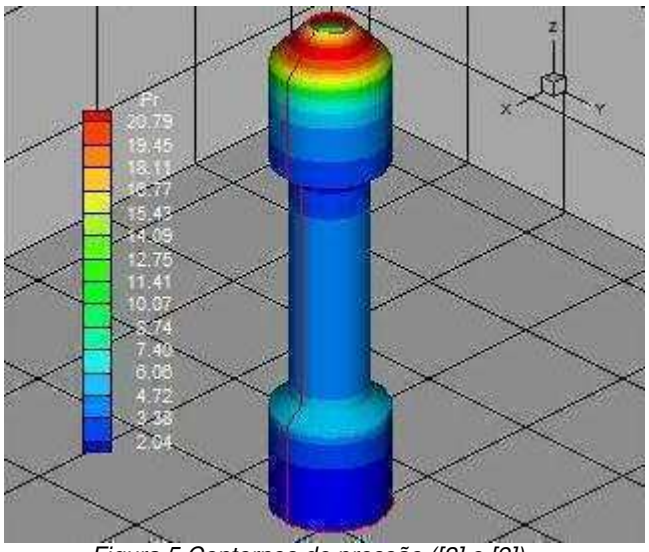


Figura 5 Contornos de pressão ([2] e [9]).

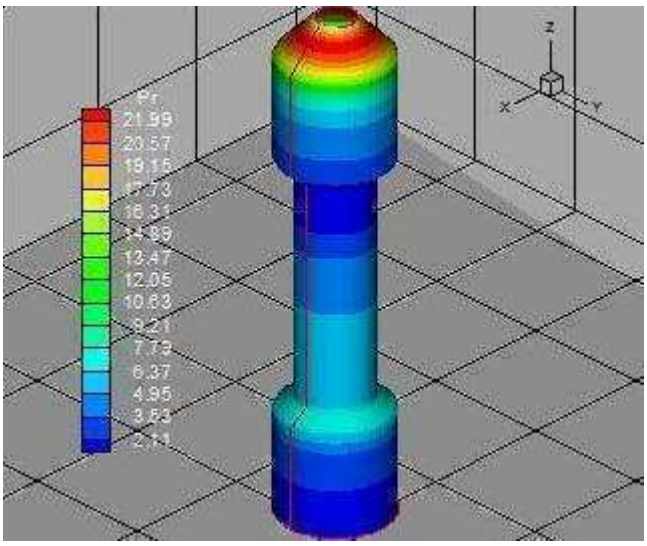


Figura 6 Contornos de pressão ([2] e [10]).

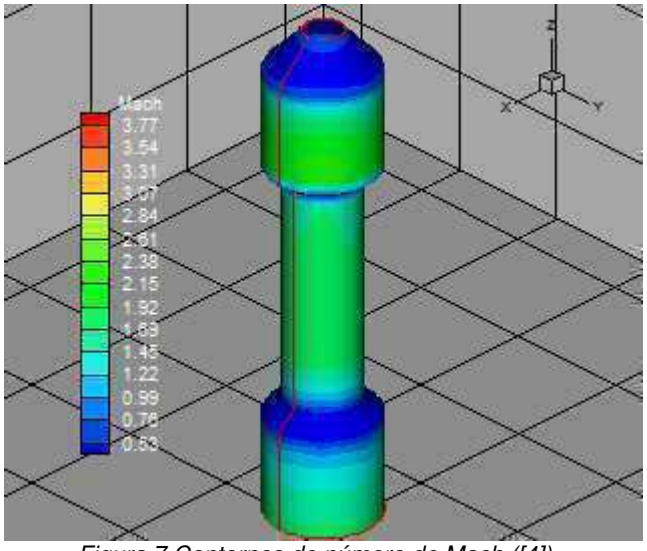


Figura 7 Contornos de número de Mach ([4]).

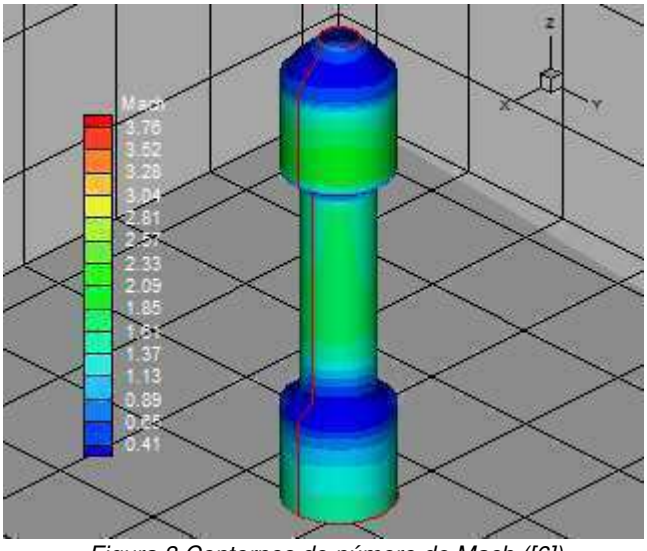


Figura 8 Contornos de número de Mach ([6]).

As Figuras 7 a 10 exibem os contornos de número de Mach obtidos por [4], [6] e [2]. Como pode ser observado, existe uma maior redução no valor do número de Mach na região de carga nas soluções geradas por [4] e [6] do que nas soluções de [2]. Entretanto, a recuperação de número de Mach é mais intensa nas soluções de [4] e [6], como observado na região cilíndrica do compartimento de carga.

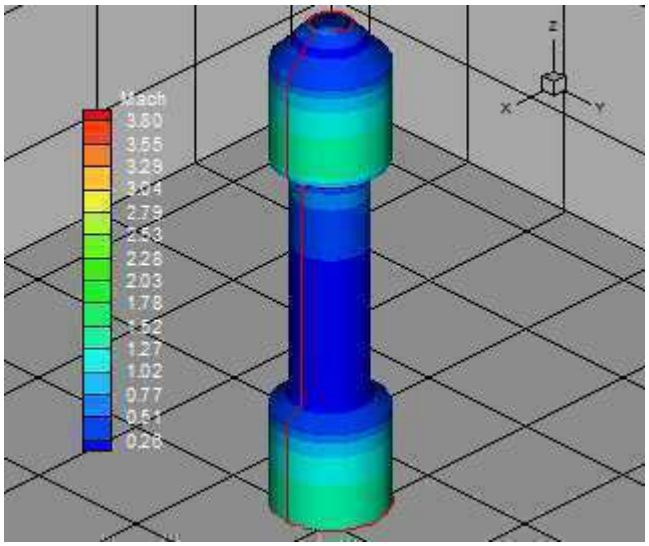


Figura 9 Contornos de número de Mach ([2] e [9]).

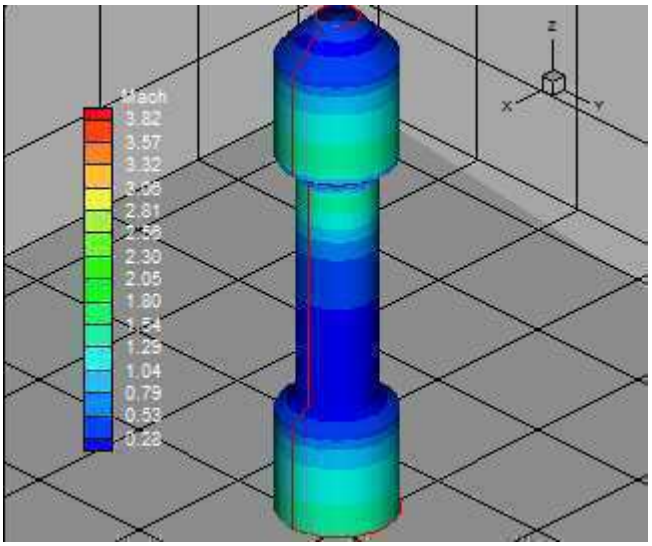


Figura 10 Contornos de número de Mach ([2] e [10]).

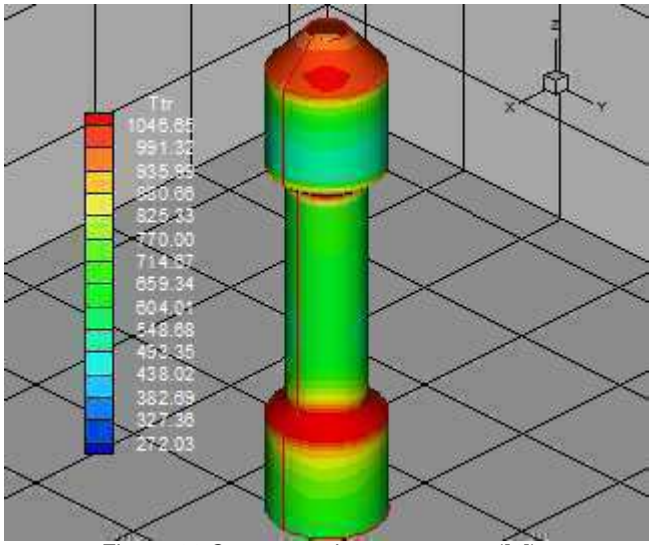


Figura 11 Contornos de temperatura ([4]).

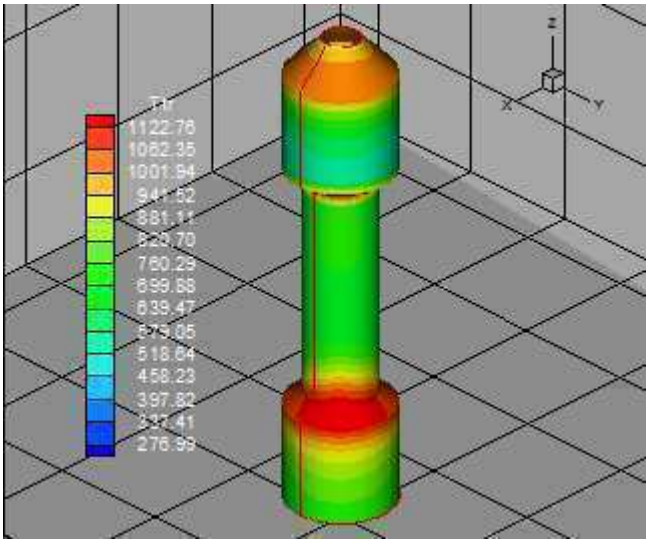


Figura 12 Contornos de temperatura ([6]).

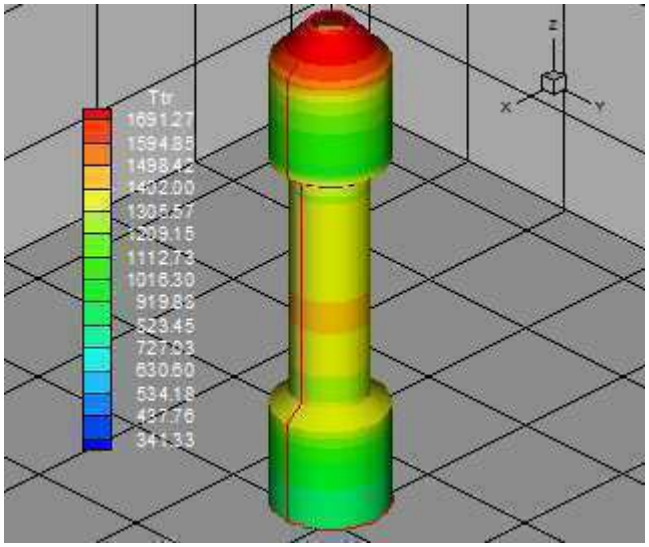


Figura 13 Contornos de temperatura ([2] e [9]).

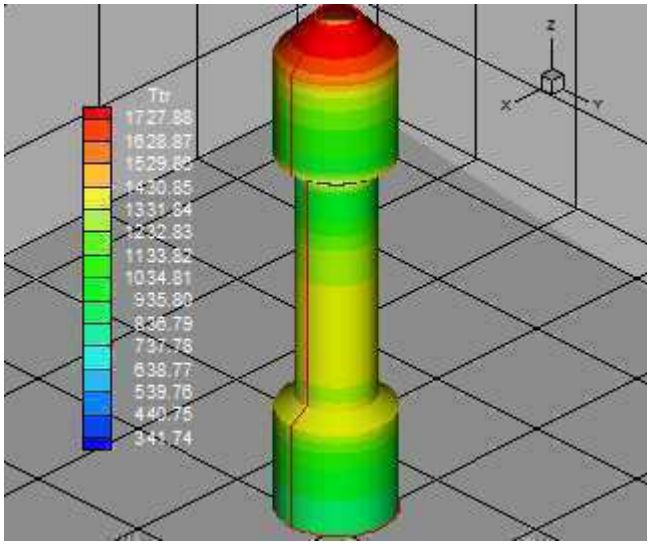


Figura 14 Contornos de temperatura ([2] e [10]).

As Figuras 11 a 14 apresentam os contornos de temperatura devido à translação e rotação obtidos por [4], [6] e [2]. É possível notar que existem oscilações de temperatura no compartimento de carga nas soluções obtidas por [4] e [6]. As soluções de [2] são mais homogéneas. Um aspecto interessante é que as soluções de [4] e [6] apresentam aumento de temperatura na região dos "boosters" devido à geometria e ao segundo choque, o que deveria ter sido também capturado pelos esquemas de [2].

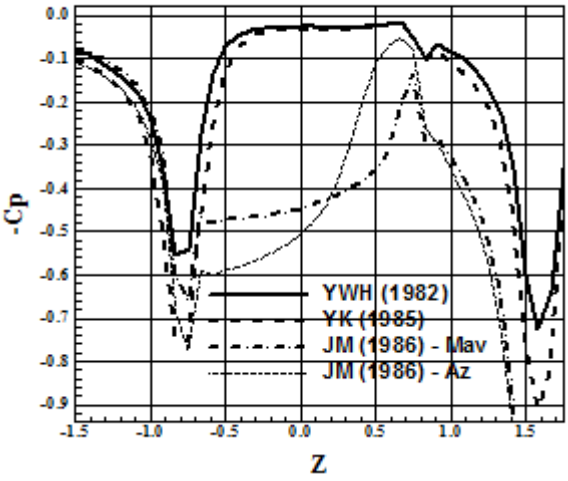


Figura 15 Distribuições de –Cp.

A Figura 15 exibe as distribuições de –Cp, obtidas pelos esquemas [4], [6] e [2], ao longo da parede do VLS, segundo a direção z. É possível observar que todos os esquemas capturam os dois choques na rampa do compartimento de carga e na rampa representativa da região dos "boosters". No corpo do VLS a pressão é mantida constante e este comportamento é principalmente observado nas soluções de [4] e [6]. No segundo choque, o pico máximo de pressão é obtido por [6] e por [2] com o operador de dissipação de [10]. A pressão é depois suavizada pelo leque de expansão na região dos "boosters". Como pode ser observado, o melhor comportamento qualitativo, com relação à distribuição de pressão é obtido por [4] e [6].

Uma possibilidade de comparação quantitativa de todos os esquemas é a determinação da pressão de estagnação a frente da configuração. [11] apresenta uma tabela de propriedades de onda de choque normal em seu Apêndice B. Esta tabela permite a determinação de algumas propriedades da onda de choque como função do número de Mach de escoamento não perturbado. Em frente da configuração do VLS estudado neste trabalho, a onda de choque apresenta um comportamento de choque normal, o que permite a determinação da pressão de estagnação, atrás da onda de choque, das tabelas encontradas em [11]. Assim, é possível determinar a razão pr_0/pr_∞ de [11], onde pr_0 é a pressão de estagnação em frente da configuração e pr_∞ é a pressão de escoamento não perturbado (igual a $1/\gamma$ para a presente adimensionalização do problema).

Assim, para este problema, $M_\infty = 4{,}0$ corresponde a $pr_0/pr_\infty = 21{,}07$ e lembrando que $pr_\infty = 0{,}714$, é possível concluir que $pr_0 = 15{,}05$. Valores de pressão de estagnação e erros percentuais respectivos são descritos na Tab. 1. Os resultados indicam que o esquema simétrico de [2] usando o operador de dissipação [9] é o que apresenta o valor mais próximo do valor teórico da pressão de estagnação, com um erro percentual de 38,14%, considerado bom.

Tabela 1 Valores da Pressão de Estagnação para o Problema do VLS.

Algoritmo:	**Valor de pr_0:**	**Erro (%):**
[4]	6,35	57,81
[6]	7,82	48,04
[2] e [9]	20,79	38,14
[2] e [10]	21,99	46,11

2.2. Problema do Difusor

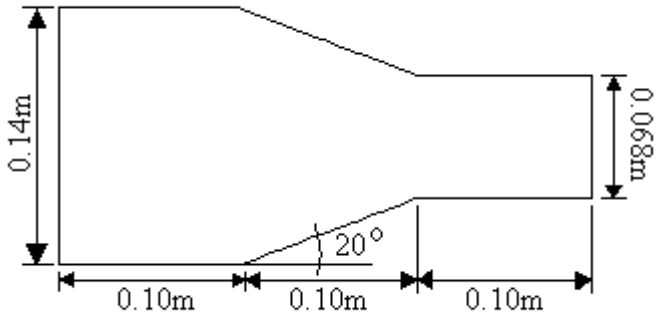


Figura 16 Geometria da configuração do difusor.

A configuração do difusor é apresentada na Fig. 16. Sua largura é de 0,10m. Sua malha é composta de 61x61x10 pontos, ou, equivalentemente, a 32.400 células hexaédricas e 37.210 nós. O número de Mach de escoamento não perturbado para a simulação foi adotado igual a 10,0, caracterizando um regime de escoamento hipersônico. A característica deste problema é a formação de duas ondas de choque que se formam nas paredes inferior e superior, respectivamente, e que se interceptam próximo à garganta.

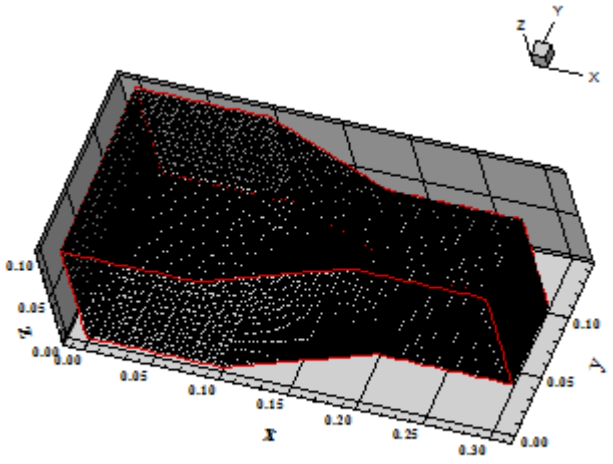


Figura 17 Malha para a configuração do difusor.

A Figura 17 exibe a malha para a configuração do difusor. Ela é igualmente espaçada em x e y por se tratar da solução das equações de Euler.

As Figuras 18 a 21 exibem os contornos de pressão obtidos por [4], [6] e [2] para o problema do difusor. As ondas de choque são bem capturadas pelos quatro (4) esquemas numéricos. O pico de pressão, na região de intersecção, vale aproximadamente 50,13 no caso mais severo obtido pelo esquema [2] com operador de dissipação [10]. Maior homogeneidade nas soluções é obtida pelo esquema [2] em suas duas variantes.

As Figuras 22 a 25 apresentam os contornos de número de Mach ao longo do difusor obtidos pelos quatro (4) esquemas numéricos. O pico de número de Mach é obtido por [2] empregando o operador de dissipação [10]. A intersecção de choques é bem capturada por todos os esquemas e a tridimensionalidade da solução é verificada.

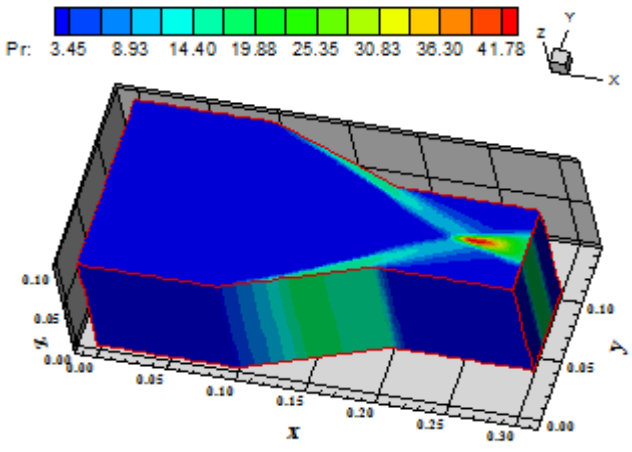


Figura 18 Contornos de pressão ([4]).

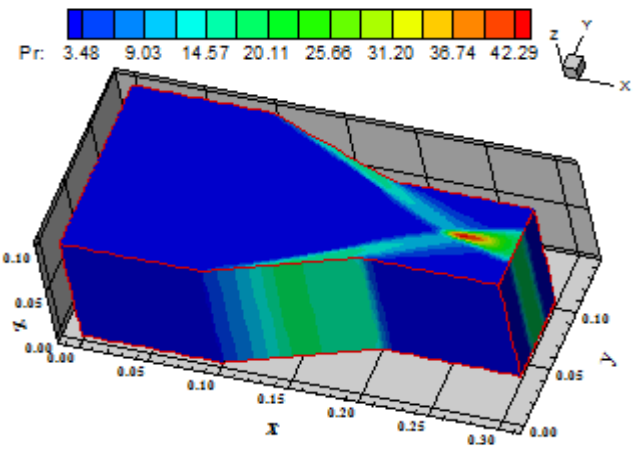


Figura 19 Contornos de pressão ([6]).

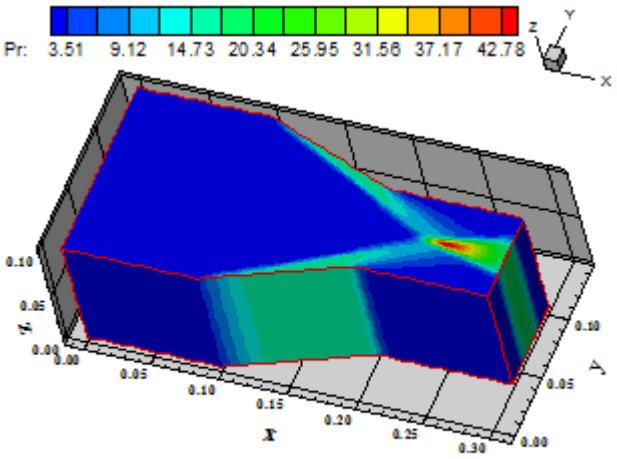


Figura 20 Contornos de pressão ([2] e [9]).

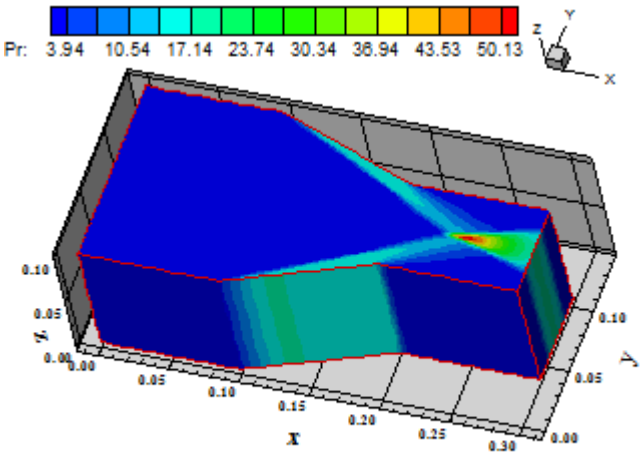


Figura 21 Contornos de pressão ([2] e [10]).

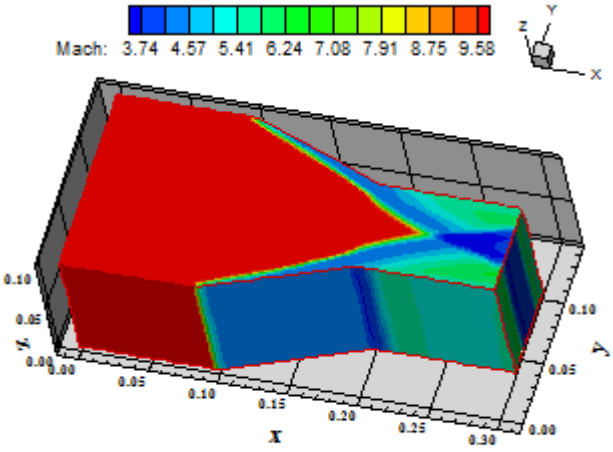


Figura 22 Contornos de número de Mach ([4]).

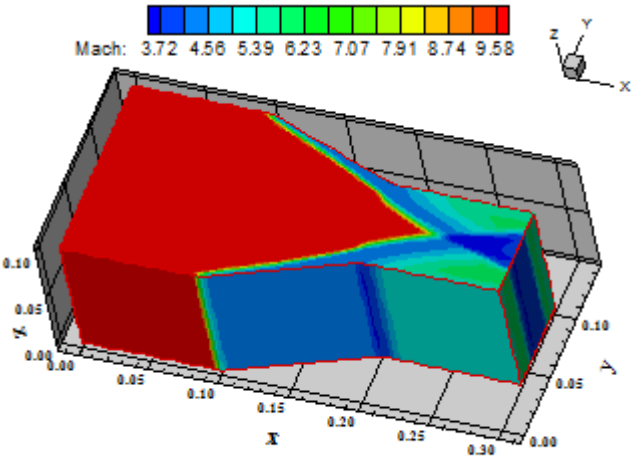


Figura 23 Contornos de número de Mach ([6]).

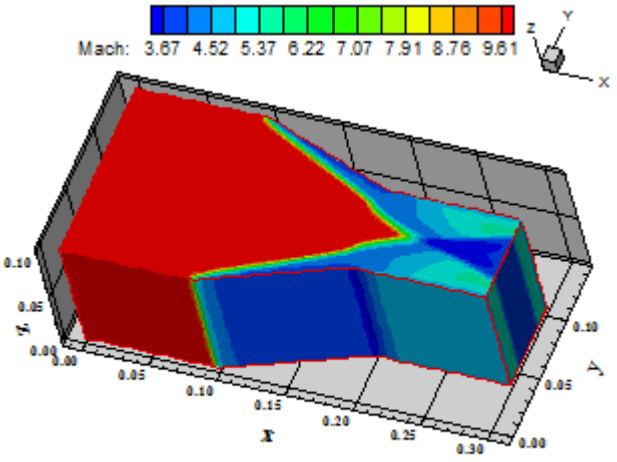


Figura 24 Contornos de número de Mach ([2] e [9]).

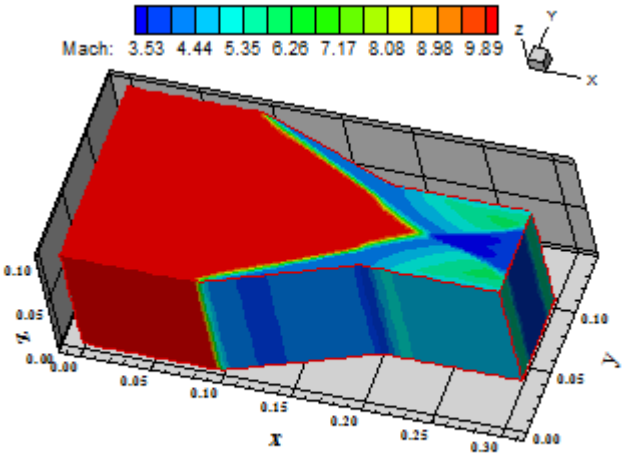


Figura 25 Contornos de número de Mach ([2] e [10]).

As Figuras 26 a 29 exibem os contornos de temperatura das soluções obtidas pelos esquemas [4], [6] e [2]. Todas as soluções capturam os principais aspectos do escoamento e a intersecção de choques. O pico de temperatura na intersecção é obtida por [2] usando o operador de dissipação [10]. Todos os esquemas capturam um leve aumento de temperatura no final da rampa do difusor, que pode ser devido à rarefação

do escoamento (leque de expansão) que ocorre nesta região. As ondas de choque são bem capturadas conforme mencionado anteriormente.

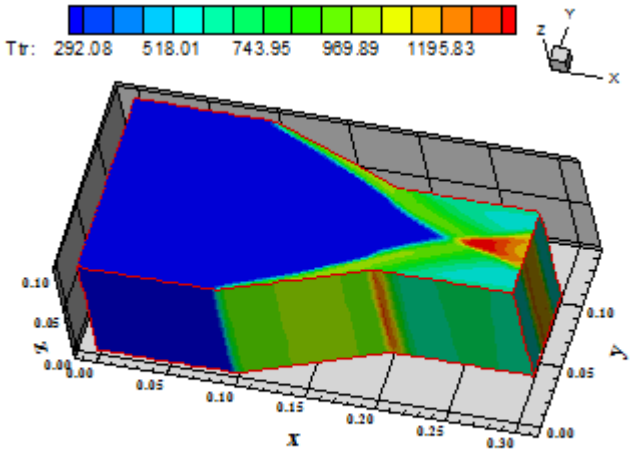


Figura 26 Contornos de temperatura ([4]).

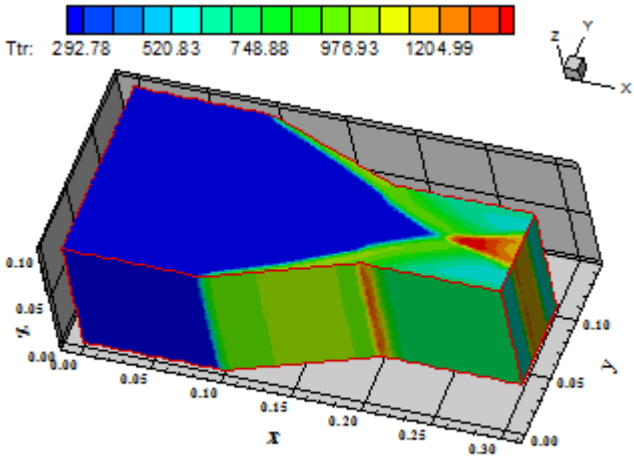


Figura 27 Contornos de temperatura ([6]).

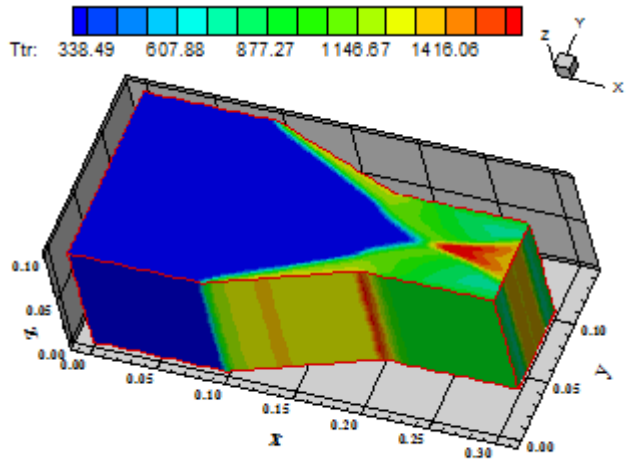


Figura 28 Contornos de temperatura ([2] e [9]).

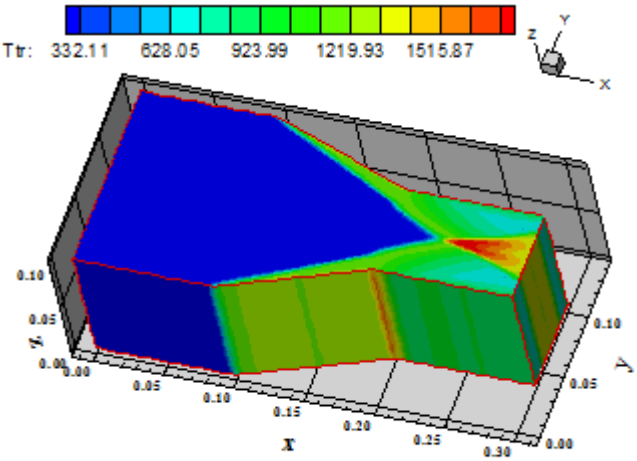


Figura 29 Contornos de temperatura ([2] e [10]).

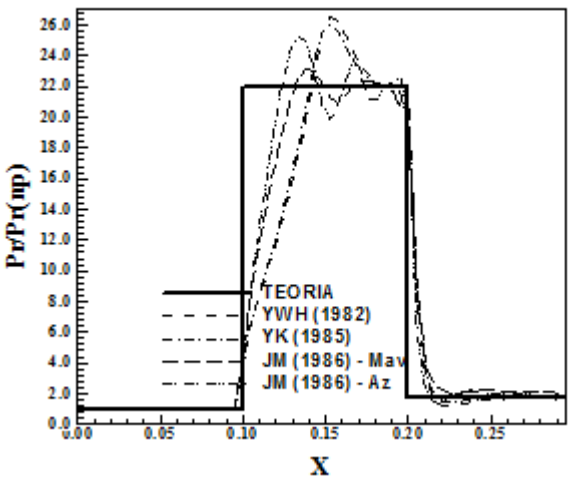


Figura 30 Distribuições de pressão na parede inferior.

A Figura 30 apresenta as distribuições de pressão na parede inferior do difusor obtidas pelos esquemas numéricos [4], [6] e [2]. Elas são comparadas com os resultados teóricos de onda de choque oblíqua e onda de expansão de Prandtl-Meyer. Como pode ser visto, todas as soluções apresentam oscilações no patamar de choque, sendo a mais suave a obtida por [2], empregando o operador de dissipação [9]. Em contrapartida, todas capturam bem o valor da pressão após o leque de expansão (pressão de recuperação do escoamento). A largura do patamar de choque é melhor capturada por [2] usando o operador [10].

Uma maneira para verificar quantitativamente se as soluções geradas pelos esquemas [4], [6] e [2] são satisfatórias consiste em determinar o ângulo de choque da onda de choque oblíqua, β, medida em relação

à direção inicial do campo de escoamento. [11] (páginas 352 e 353) apresenta um diagrama com valores do ângulo de choque, β, para ondas de choque oblíquas. O valor deste ângulo é determinado como função do número de Mach de escoamento não perturbado e do ângulo de deflexão do escoamento após a onda de choque, ϕ. Para ϕ = 20 º (ângulo de inclinação do difusor) e para um número de Mach de escoamento não perturbado igual a 10,0, é possível obter deste diagrama um valor para β igual a 26,0º. Empregando um transferidor nas Figuras 18 até 21, no plano xy, é possível obter os valores de β para cada esquema, como também os respectivos erros percentuais, exibidos na Tab. 2. O esquema [2] com operador de dissipação de [9] foi o que apresentou os melhores resultados para o ângulo de choque das paredes inferior e superior.

Tabela 2 Valores do Ângulo de Choque e Erros Percentuais para o Problema do Difusor.

Algoritmo:	β_{INF}:	Erro (%):	β_{SUP}:	Erro (%):
[4]	23,9	8,08	25,6	1,54
[6]	25,4	2,31	25,0	3,85
[2] e [9]	26,0	0,00	25,9	0,38
[2] e [10]	25,9	0,38	25,9	0,38

2.3. Dados das Simulações

A Tabela 3 apresenta os dados numéricos das simulações do VLS e do difusor. O custo computacional é determinado como o tempo de simulação dividido pelo número de células hexaédricas e pelo número de iterações para convergência. Como pode ser visto desta tabela, o esquema [2] com operador de dissipação de [9] é o mais caro, sendo 203,79% mais caro que o esquema [6], o mais barato. A qualidade da solução obtida com o esquema [2] usando o operador de dissipação [9] é o que justifica sua implementação e uso.

Tabela 3 Dados Numéricos das Simulações.

	VLS		Difusor		
Algoritmo:	CFL:	Iterações:	CFL:	Iterações:	Custo:
[4]	0,02	7.512	0,3	1.215	0,0000529
[6]	0,06	3.473	0,7	529	0,0000449
[2] – [9]	0,3	1.474	1,9	231	0,0001364
[2] – [10]	0,3	1.735	2,8	157	0,0001227

3. CONCLUSÕES

O presente trabalho compara os métodos numéricos de [2], [4] e [6], usando uma formulação de volumes finitos e uma discretização espacial estruturada, aplicados à solução das equações de Euler em três dimensões. Todos os esquemas são de segunda ordem de precisão no espaço. O esquema [2] é também de segunda ordem de precisão no tempo e utiliza um operador de dissipação artificial para garantir convergência para a solução de estado estacionário. Os esquemas [4] e [6] são de primeira ordem de precisão no tempo. Os problemas físicos de estado estacionário dos escoamentos supersônico em torno de uma configuração simplificada do VLS (Veículo Lançador de Satélites Brasileiro), e hipersônicos ao longo de um difusor e de uma entrada de ar são estudados. Um passo no tempo variável espacialmente é implementado visando acelerar o processo de convergência. Esta técnica tem apresentado excelentes ganhos em termos de razão de convergência, como relatado em [7-8].

Os resultados demonstraram o esquema de [2], utilizando o operador de dissipação de [9], como o que apresenta melhores características de robustez e precisão. Este artigo está relacionado com a primeira parte de resultados deste trabalho (RESULTADOS I) e apresenta as soluções das simulações numéricas, comparação entre resultados numéricos e teóricos e dados computacionais. O terceiro artigo deste trabalho finalizará os estudos com a solução do problema da entrada de ar (RESULTADOS II), aonde também haverá comparação de resultados numéricos e teóricos e dados computacionais.

4. REFERENCIAS

[1] R. W. MacCormack, The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering, *AIAA Paper 69-354*, 1969.

[2] A. Jameson, D. J. Mavriplis, Finite Volume Solution of the Two-Dimensional Euler Equations on a Regular Triangular Mesh, *AIAA Journal*, **Vol.** 24, **No.** 4, pp. 611-618, 1986.

[3] A. Jameson, W. Schmidt, E. Turkel, Numerical Solution for the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes, *AIAA Paper 81-1259*, 1981.

[4] H. C. Yee, R. F. Warming, A. Harten, *Anais da 8th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, E. Krause, Editor, *A High-Resolution Numerical Technique for Inviscid Gas-Dynamic Problems with Weak Solutions*, Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag, Berlin, **Vol.** 170, pp. 546-552, 1982

[5] A. Harten, High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, *Journal of Computational Physics*, **Vol.** 49, pp. 357-393.

[6] H. C. Yee, P. Kutler, Application of Second-Order-Accurate Total Variation Diminishing (TVD) Schemes to the Euler Equations in General Geometries, *NASA-TM-85845*, 1985.

[7] E. S. G. Maciel, *Anais do XVIII Congresso Internacional de Engenharia Mecânica (XVIII COBEM)*, *Analysis of Convergence Acceleration Techniques Used in Unstructured Algorithms in the Solution of Aeronautical Problems – Part I*, Ouro Preto, MG, Brasil, 2005.

[8] E. S. G. Maciel, *Anais do XVII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas (XII ENCIT)*, *Analysis of Convergence Acceleration Techniques Used in Unstructured Algorithms in the Solution of Aerospace Problems – Part II*, Belo Horizonte, MG, Brasil, 2008.

[9] D. J. Mavriplis, Accurate Multigrid Solution of the Euler Equations on Unstructured and Adaptive Meshes, *AIAA Journal*, **Vol.** 28, **No.** 2, pp. 213-221.

[10] J. L. F. Azevedo, On the Development of Unstructured Grid Finite Volume Solvers for High Speed Flows, *NT-075-ASE-N*, IAE, CTA, São José dos Campos, SP, Brasil, 1992.

[11] J. D. Anderson Jr., *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill, Inc., EUA, 563p, 1984.

Agradecimentos

O autor agradece o apoio financeiro do CNPq sob forma de bolsa de Desenvolvimento Tecnológico Industrial (DTI-1) no. 384681/2011-5. Ele também agradece ao ITA/CTA pela infraestrutura necessária para executar o presente trabalho.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Simulações Supersônicas e Hipersônicas em Três Dimensões – Resultados II

Edisson Sávio de Góes Maciel

Instituto Tecnológico de Aeronáutica / Centro Técnico Aeroespacial (ITA/CTA)
Praça Mal. do Ar Eduardo Gomes, 50 – Vila das Acácias – São José dos Campos – SP – Brasil – 12228-900
Tel: +55-(12)3947-5788 - E-mail: edissonsavio@yahoo.com.br

RESUMO

Neste trabalho, os esquemas numéricos de Yee, Warming e Harten, de Yee e Kutler e de Jameson e Mavriplis são implementados, segundo uma formulação de volumes finitos e discretização espacial estruturada, para resolver as equações de Euler em regimes de escoamento supersônico e hipersônico em três dimensões. Os esquemas de Yee, Warming e Harten e de Yee e Kutler são do tipo separação de diferença de fluxos TVD ("Total Variation Diminishing" – Diminuição da Variação Total), enquanto o esquema de Jameson e Mavriplis é simétrico. Todos os três esquemas apresentam segunda ordem de precisão espacial. Os primeiros são de primeira ordem de precisão no tempo, segundo um método de separação temporal, enquanto o último apresenta segunda ordem de precisão no tempo, segundo um método de Runge-Kutta. O esquema de Jameson e Mavriplis requer ainda dissipação artificial para garantir estabilidade numérica na presença de ondas de choque e de instabilidades de campo. Dois modelos são apresentados: Mavriplis e Azevedo. Os esquemas são aplicados nas simulações de estado estacionário dos problemas supersônico em torno de uma configuração aproximada do VLS (Veículo Lançador de Satélites Brasileiro) e hipersônicos ao longo de um difusor e de uma entrada de ar. Um procedimento de passo no tempo variável espacialmente é empregado para acelerar a convergência. Este procedimento tem demonstrado efetivos ganhos de convergência como relatado em Maciel. Os resultados demonstraram o esquema de Jameson e Mavriplis, utilizando o operador de dissipação de Mavriplis, como o que apresenta melhores características de robustez e precisão. Este artigo corresponde à terceira e última parte deste trabalho e é relacionado com os resultados numéricos das simulações da entrada de ar, discussão e conclusões.

Palavras-Chaves: Algoritmo de Yee, Warming e Harten; Algoritmo de Yee e Kutler; Algoritmo de Jameson e Mavriplis; Modelos de dissipação artificial; Equações de Euler 3D.

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de projetos aeroespaciais e aeronáuticos requer horas de ensaio em túneis de vento. É necessário minimizar tais procedimentos com túneis de vento devido ao crescente custo da energia elétrica. No Brasil, existe ainda o problema do mesmo não possuir túneis de vento de grande capacidade, capazes de gerar escoamentos supersónicos ou mesmo subsônicos altos. Desta forma, técnicas de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD – "Computational Fluid Dynamics"), tem hoje grande destaque no cenário da indústria aeroespacial. Analogamente aos ensaios em túneis de vento, os métodos numéricos determinam propriedades físicas em pontos discretos do domínio espacial. Assim, os coeficientes aerodinâmicos de sustentação, de arrasto e de momento podem ser calculados.

Inicialmente, esquemas não assimétricos foram desenvolvidos para simular escoamentos sobre geometrias simples e complexas devido as suas simplicidades de implementação numérica. Esquemas preditor/corretor e simétricos foram os algoritmos mais empregados durante os anos 60 até 80. Alguns deles são descritos a seguir:

[1] desenvolveu um método numérico de segunda ordem de precisão no espaço e no tempo para resolver as equações de Navier-Stokes em duas dimensões. O esquema foi inicialmente desenvolvido para a técnica de diferenças finitas. O método era dividido em dois passos: um preditor e um corretor. No passo preditor, as derivadas dos termos de fluxo eram calculadas com operadores de discretização espacial avançados e no passo corretor estas derivadas eram calculadas com operadores de discretização recuados.

[2] enfatizou a redução de custo substancial nos cálculos de soluções das equações de Euler. O método proposto por [3] tinha provado robustez, boa precisão e sofisticação suficiente para aplicações mais completas. O objetivo era aplicar tal esquema para geometrias do tipo asa-fuselagem, envolvendo motores, mísseis e outros componentes típicos, para representar um aeroplano inteiro. O trabalho enfatizou o uso de células triangulares que permitiam uma maior flexibilidade na descrição de geometrias complexas e tornavam o processo de geração de malha mais barato. As equações de movimento do fluido foram discretizadas espacialmente em um contexto não estruturado. O esquema empregava uma formulação de volumes finitos com propriedades determinadas no centro das células. Operadores de dissipação artificial foram construídos para garantir segunda ordem de precisão no espaço para o esquema exceto nas proximidades de ondas de choque em que a precisão era reduzida a primeira ordem ([3]). A integração no tempo empregou um método de Runge-Kutta de cinco estágios.

A necessidade de construir esquemas mais elaborados e robustos, que permitissem a captura de ondas de choque fortes e bem definidas, representou uma meta importante para ser alcançada por esquemas assimétricos de primeira ordem e de alta resolução. Desde 1959, esquemas assimétricos de primeira ordem e de alta resolução, que combinavam as características de robustez, boas propriedades de captura de choque e boa qualidade do choque, vem sendo desenvolvidos visando prover ferramentas eficientes para prever com precisão os principais aspectos do campo de escoamento. Esquemas de primeira ordem e de alta resolução podem ser do tipo separação de vetores de fluxo ou separação de diferenças de fluxo. No primeiro caso, algoritmos mais robustos são produzidos, enquanto no segundo caso, maior precisão é obtida. Diversos estudos foram relatados envolvendo algoritmos de primeira ordem e de alta resolução na literatura internacional, como por exemplo:

[4] implementou um método explícito de segunda ordem de alta resolução baseado nas ideias de [5]. O método possuía as seguintes propriedades: (a) o esquema era desenvolvido na forma conservativa para assegurar que o limite era uma solução fraca; (b) o esquema satisfazia uma desigualdade própria de

entropia para assegurar que a solução limite teria somente descontinuidades fisicamente relevantes; e (c) o esquema era projetado tal que a dissipação numérica produzia soluções fracas altamente precisas. O método foi aplicado à solução de um problema de bocal quase unidimensional e a um problema de reflexão de choque bidimensional, produzindo bons resultados. Uma implementação implícita foi também investigada para os casos uni- e bidimensionais.

[6] apresentou um trabalho que extendia o esquema de [5] para um sistema de coordenadas generalizadas, em duas dimensões. O método denominado "esquema TVD" pelos autores foi testado para o problema físico de um choque em movimento atingindo um cilindro. Os resultados numéricos foram comparados com os do esquema [1], apresentando boas soluções.

Com este cenário, um estudo interessante e importante pode ser realizado comparando esquemas simétrico e assimétrico de alta resolução.

O presente trabalho compara os métodos numéricos de [2], [4] e [6], usando uma formulação de volumes finitos e uma discretização espacial estruturada, aplicados à solução das equações de Euler em três dimensões. Todos os esquemas são de segunda ordem de precisão no espaço. O esquema [2] é também de segunda ordem de precisão no tempo e utiliza um operador de dissipação artificial para garantir convergência para a solução de estado estacionário. Os esquemas [4] e [6] são de primeira ordem de precisão no tempo. Os problemas físicos de estado estacionário dos escoamentos supersônico em torno de uma configuração simplificada do VLS (Veículo Lançador de Satélites Brasileiro), e hipersônicos ao longo de um difusor e de uma entrada de ar são estudados. Um passo no tempo variável espacialmente é implementado visando acelerar o processo de convergência. Esta técnica tem apresentado excelentes ganhos em termos de razão de convergência, como relatado em [7-8].

Os resultados demonstraram o esquema de [2], utilizando o operador de dissipação de [9], como o que apresenta melhores características de robustez e precisão. Este artigo constitui a parte III deste trabalho, RESULTADOS II, e está relacionado com as soluções das simulações numéricas da entrada de ar, comparação entre resultados numéricos e teóricos e dados computacionais.

2. RESULTADOS

Testes foram realizados em um notebook com procesador INTEL PENTIUM DUAL CORE com 2,3GHz de "clock" e 3,0GBytes de RAM. O critério de convergência adotado para obter as soluções de estado estacionário foi de uma redução de quatro (4) ordens de magnitude no valor do resíduo máximo no campo, um critério típico da comunidade de CFD ("Computational Fluid Dynamics" – Dinâmica dos Fluidos Computacional). O resíduo máximo no campo foi definido como o maior valor obtido das cinco (5) equações discretizadas. Foram estudados três problemas físicos: o escoamento supersônico em torno de uma configuração simplificada do VLS, o escoamento hipersônico ao longo de um difusor e o escoamento também hipersônico ao longo de uma entrada de ar. O ângulo de ataque do escoamento e o ângulo no plano longitudinal foram considerados iguais à zero no presente estudo. As distribuições de pressão na parede foram obtidas no plano longitudinal da configuração do VLS ou no plano k = KMAX/2, em que KMAX é o número máximo de pontos na direção z, para os problemas do difusor e da entrada de ar. Para o cálculo do ângulo de choque nos problemas do difusor e da entrada de ar foram considerados os contornos de pressão no plano xy destas configurações. Este artigo trata das soluções obtidas no problema da entrada de ar. Para os resultados do VLS e do difusor, o leitor é encorajado a ler o artigo 2 desta série, [10] (RESULTADOS I).

2.1. Problema da Entrada de Ar

A Figura 1 exibe a configuração da entrada de ar empregada neste estudos. Suas medidas são dadas em milímetros. O trecho tracejado antes do contorno de entrada é para permitir que o escoamento entre no dispositivo paralelo à direção x e sofra menos o impacto de já encontrar uma rampa para percorrer. Volumes fantasmas são empregados nesta região para garantir as propriedades de entrada do escoamento e de tangência em relação à horizontal.

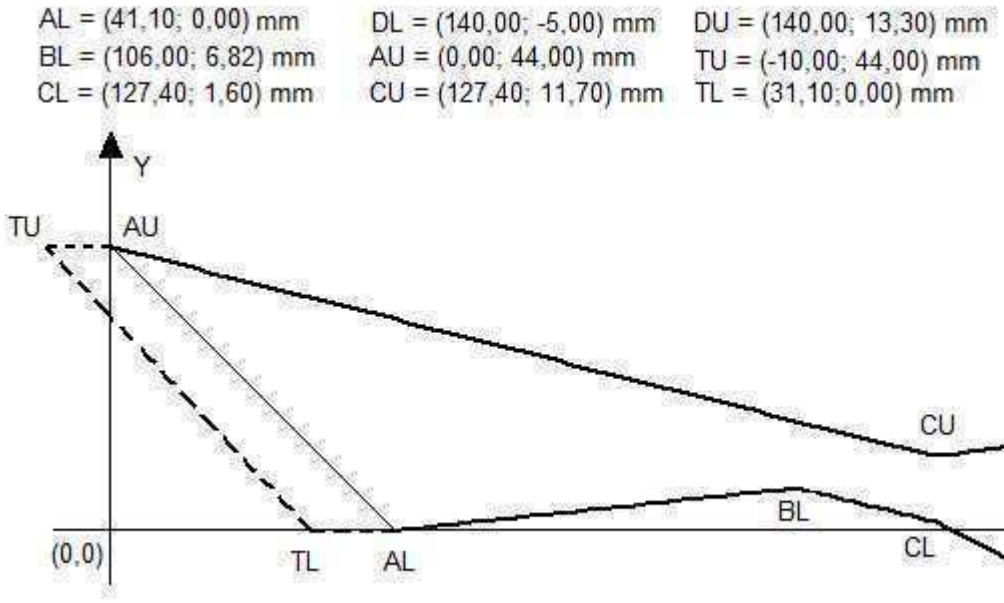


Figura 1 Geometria da configuração da entrada de ar.

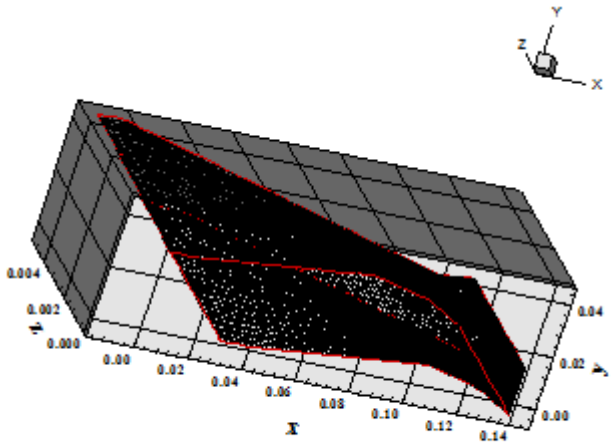


Figura 2 Malha para configuração da entrada de ar.

A Figura 2 apresenta a malha computacional empregada nas simulações. A malha possui 60x40x15 pontos em um contexto de diferenças finitas ou é composta de 32.214 células hexaédricas e 36.000 nós. Ela não possui estiramento, sendo igualmente espaçada em ambas as direções. A malha foi gerada algebricamente, com a configuração sendo construída no plano xy e depois repetida nos demais planos paralelos.

Só foram obtidas soluções convergidas para o esquema [2], com os operadores de dissipação [9] e [11]. Os outros esquemas, [4] e [6], não foram suficientemente robustos para suportar a condição inicial do problema. A condição inicial adotou um número de Mach de escoamento não perturbado igual a 15,0, que representa um problema de escoamento hipersônico alto e mais severo do que os outros dois estudados em [10], sendo o mais representativo das possibilidades de um esquema demonstrar sua robustez e precisão.

As Figuras 3 e 4 exibem os contornos de pressão obtidos [2] usando os operadores de dissipação [9] e [11], respectivamente. Como pode ser visto, o campo de pressão mais severo é o devido a [2] usando o operador de dissipação artificial de [9]. As soluções apresentam diferenças qualitativas no tocante a espessura da onda de choque na parede superior da entrada de ar. Como pode ser visto, a onda de choque oblíqua é

menos espessa na solução gerada por [2] com o operador de dissipação de [9].O operador [11] apresenta uma espessura maior ao longo de toda a parede superior. A intersecção entre os choques das paredes superior e inferior é bem capturada na garganta da entrada de ar.

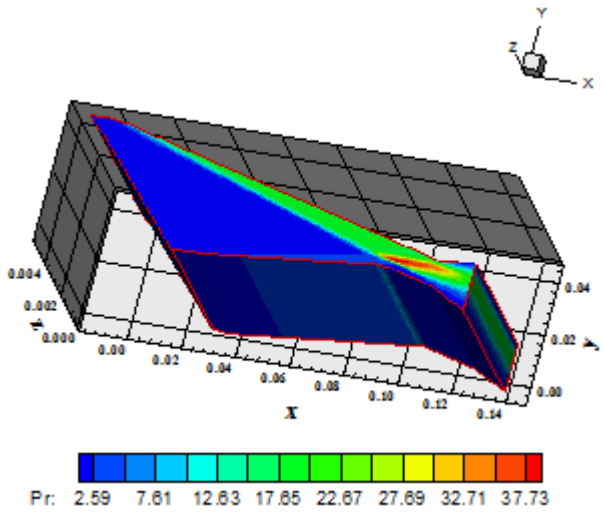


Figura 3 Contornos de pressão ([2] e [9]).

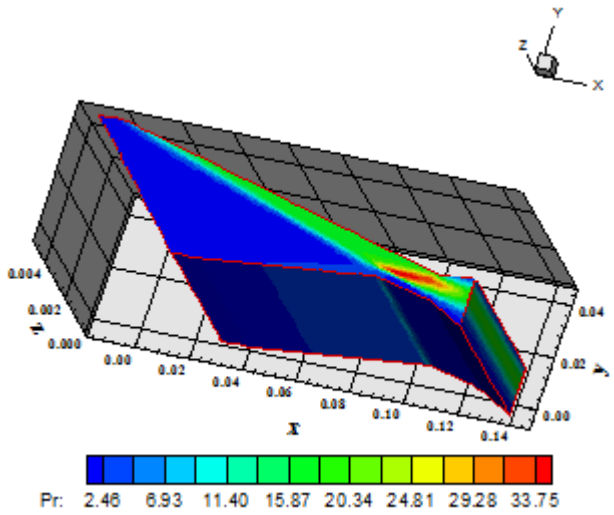


Figura 4 Contornos de pressão ([2] e [10]).

As Figuras 5 e 6 apresentam as distribuições de contornos de número de Mach ao longo da entrada de ar. Nestas figuras, é possível notar mais acentuadamente o aumento da espessura da onda de choque oblíqua ao longo da parede superior. Mais ainda, este comportamento também é observado na parede inferior. Uma razão para isso é que, por ser uma aproximação menos aperfeiçoada do autovalor máximo das equações de Euler, o operador de dissipação de [11] distribui mais dissipação no campo do que o necessário, enquanto que o operador de [9], por se aproximar mais do autovalor máximo normal das equações de Euler, possui uma distribuição mais seletiva de dissipação. Em termos quantitativos, o campo de número de Mach gerado pelo esquema [2] e operador [9] é mais intenso do que o gerado pelo operador [11]. A robustez do esquema [2] com os operadores [9] e [11] fica bem caracterizada pelas curvas de contorno de número de Mach, onde o máximo valor deste parâmetro é evidenciado. O esquema [2] com o operador [9] atingiu um número de Mach de 14,44, enquanto o mesmo esquema com o operador [11] atingiu 14,37. Uma diferença significativa em CFD.

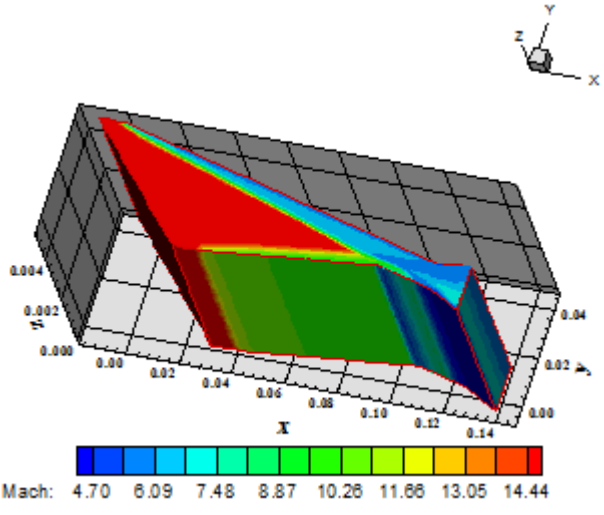


Figura 5 Contornos de número de Mach ([2] e [9]).

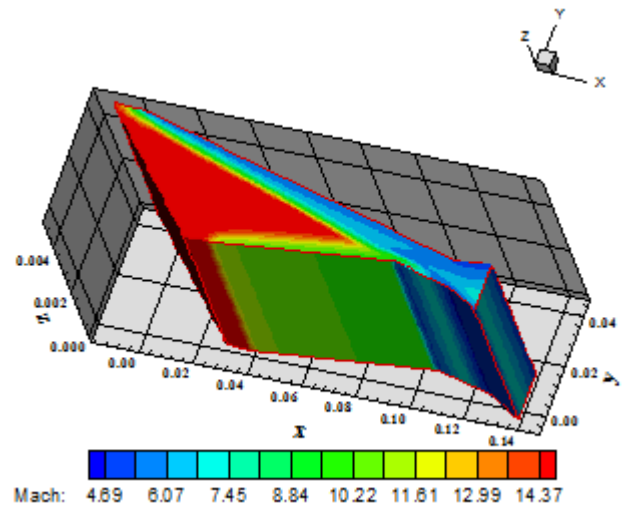


Figura 6 Contornos de número de Mach ([2] e [10]).

As Figuras 7 e 8 exibem os contornos de temperatura translacional/rotacional ao longo da entrada de ar gerados pelo esquema [2] e operadores de dissipação artificial [9] e [11], respectivamente. Neste estudo de

escoamento hipersônico de “gás frio”, é correto aceitar o equilíbrio entre os modos translacional e rotacional. Mesmo em escoamentos em não equilíbrio térmico e químico, a hipótese de equilíbrio entre estes dois modos é aceitável; então, não está se cometendo erros em considerar tal designação em escoamentos de “gás frio”. Novamente é possível verificar a maior espessura da onda de choque oblíqua na parede superior da entrada de ar para o operador de dissipação [11]. O operador de dissipação [9] permite ao esquema de [2] detectar uma leve variação do campo de temperatura na parede inferior antes da garganta como também um maior aquecimento da mesma no trecho final da entrada de ar. Isto ratifica a ideia de menor dissipação para o operador [9] do que para o operador [11] que, devido à maior dissipação, elimina estas regiões da solução.

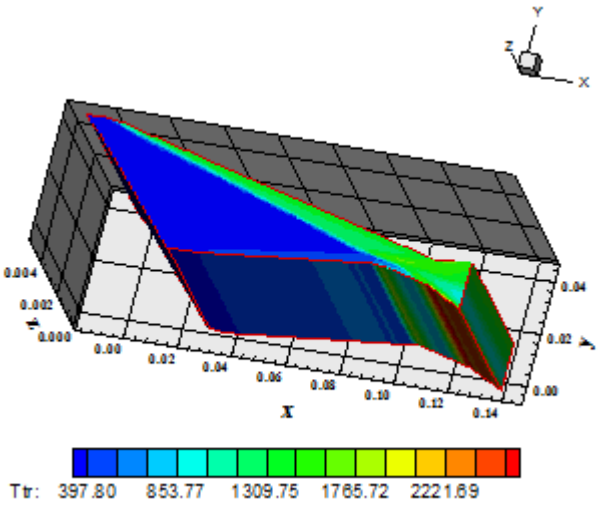


Figura 7 Contornos de temperatura ([2] e [9]).

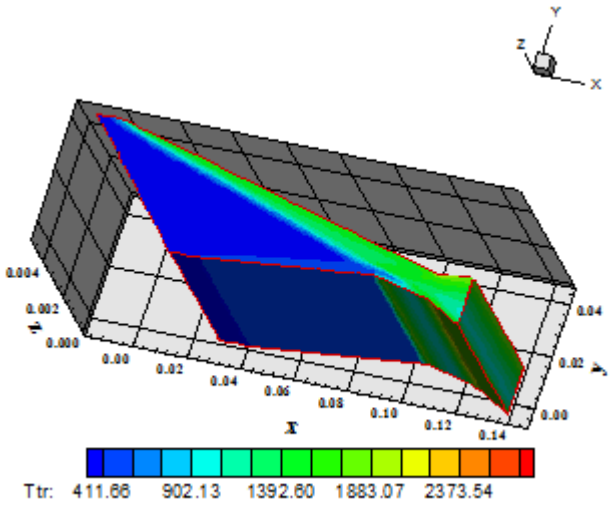


Figura 8 Contornos de temperatura ([2] e [10]).

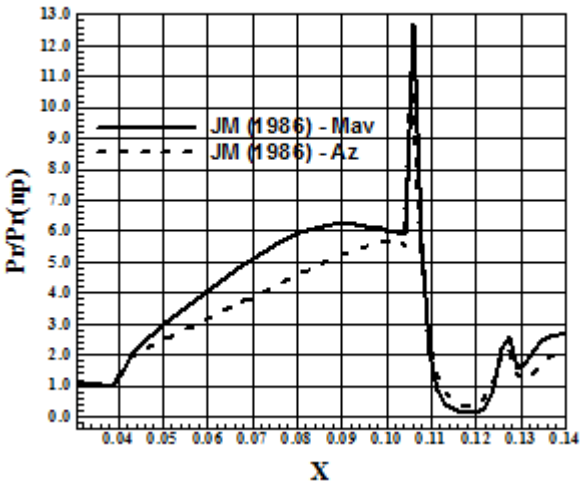


Figura 9 Distribuições de pressão na parede inferior.

A Figura 9 apresenta as distribuições de pressão obtidas pelo esquema [2] e operadores de dissipação [9] e [11]. Como pode ser visto, houve uma significativa atenuação do patamar de choque na região intermediária em z (k = KMAX/2). O esquema de [2] com o operador de [9] ainda retém um pouco deste patamar, mas o mesmo esquema com o operador de [11] praticamente elimina este patamar. O pico de pressão, devido à intersecção entre as ondas de choque inferior e superior, é mais intenso na solução obtida com o operador de dissipação [9], assim como a recuperação de pressão no final da entrada de ar.

Um parâmetro que pode ser analisado para avaliar a precisão do esquema [2] com os dois operadores, é o ângulo de choque da onda de choque oblíqua que se estabelece nas paredes inferior e superior. Com um transferidor foram medidos os ângulos de inclinação da rampa inferior e superior de entrada do dispositivo. Para a parede inferior este ângulo foi de 6,5° em relação à horizontal e para a parede superior foi de 13,5° em relação à horizontal. Com estes ângulos e com o número de Mach do escoamento não perturbado foi possível determinar os ângulos de choque teóricos das ondas de choque oblíquas. Estes ângulos estão

dispostos na Tab. 1, junto com os valores medidos para cada operador e erro percentual relativo. Foram utilizadas as Figuras 5 e 6, no plano xy, para avaliar os ângulos medidos.

Tabela 1 Valores Medidos dos Ângulos de Choque das Ondas de Choque Oblíquas.

	Parede Inferior			Parede Superior		
Algoritmo	$\beta_{TEÓRICO}$ (°)	β_{MEDIDO} (°)	**Erro (%)**	$\beta_{TEÓRICO}$ (°)	β_{MEDIDO} (°)	**Erro (%)**
[2] e [9]	10,0	9,0	10,0	17,5	17,5	0,0
[2] e [11]	10,0	9,6	4,0	17,5	17,2	1,7

Como pode ser visto, o esquema [2] com o operador [11] proveu os melhores resultados considerando a aspecto global; ou seja, os resultados das duas paredes. Embora o operador [9] tenha determinado com precisão exata o valor do ângulo de choque da onda de choque oblíqua da parede superior da entrada de ar, seu comportamento na parede inferior foi razoável com erro de 10,0%. O operador de [11] teve erros inferiores a 5,0% e por isso apresentou a melhor solução.

Na Tabela 2 são apresentados os dados computacionais das simulações da entrada de ar. Como podem ser observados, números de CFL menores que 0,5 foram empregados, típicos de escoamentos supersônicos e hipersônicos de "gás frio".

Tabela 2 Dados Computacionais das Simulações da Entrada de Ar.

Algoritmo	**CFL**	**Iterações**
[2] e [9]	0,2	3.735
[2] e [11]	0,4	2.098

Como conclusão final deste trabalho, o esquema de [2] com operador [9] foi o melhor, pois foi mais robusto, junto com o operador [11], e proveu soluções mais precisas. No problema do VLS detectou com maior precisão a pressão de estagnação à frente da configuração; no problema do difusor capturou com maior precisão os dois ângulos de choque das ondas de choque oblíquas; e no problema da entrada de ar capturou com razoável precisão os ângulos de choque das ondas de choque oblíquas. Em termos de qualidade da solução, foi um dos menos dissipativos, como exibido no problema da entrada de ar. Desta forma, o esquema [2] com o operador de dissipação artificial de [9] é o mais recomendado para os estudos supersônicos e hipersônicos de "gás frio" em três dimensões quando empregados os algoritmo aqui analisados. Ele provê resultados confiáveis e é mais robusto do que os esquemas TVD aqui estudados. Apesar do custo, como visto em [10], este esquema justifica seu uso pela qualidade de solução e robustez.

3. CONCLUSÕES

O presente trabalho compara os métodos numéricos de [2], [4] e [6], usando uma formulação de volumes finitos e uma discretização espacial estruturada, aplicados à solução das equações de Euler em três dimensões. Todos os esquemas são de segunda ordem de precisão no espaço. O esquema [2] é também de segunda ordem de precisão no tempo e utiliza um operador de dissipação artificial para garantir convergência para a solução de estado estacionário. Os esquemas [4] e [6] são de primeira ordem de precisão no tempo. Os problemas físicos de estado estacionário dos escoamentos supersônico em torno de uma configuração simplificada do VLS (Veículo Lançador de Satélites Brasileiro), e hipersônicos ao longo

de um difusor e de uma entrada de ar são estudados. Um passo no tempo variável espacialmente é implementado visando acelerar o processo de convergência. Esta técnica tem apresentado excelentes ganhos em termos de razão de convergência, como relatado em [7-8].

Os resultados demonstraram o esquema de [2], utilizando o operador de dissipação de [9], como o que apresenta melhores características de robustez e precisão. Este artigo está relacionado com a segunda parte de resultados deste trabalho (RESULTADOS II) e apresenta as soluções das simulações numéricas da entrada de ar, comparação entre resultados numéricos e teóricos e dados computacionais.

Como conclusão final deste trabalho, o esquema de [2] com operador [9] foi o melhor, pois foi mais robusto, junto com o operador [11], e proveu soluções mais precisas. No problema do VLS detectou com maior precisão a pressão de estagnação à frente da configuração; no problema do difusor capturou com maior precisão os dois ângulos de choque das ondas de choque oblíquas; e no problema da entrada de ar capturou com razoável precisão os ângulos de choque das ondas de choque oblíquas. Em termos de qualidade da solução, foi um dos menos dissipativos, como exibido no problema da entrada de ar. Desta forma, o esquema [2] com o operador de dissipação artificial de [9] é o mais recomendado para os estudos supersônicos e hipersônicos de "gás frio" em três dimensões quando empregados os algoritmo aqui analisados. Ele provê resultados confiáveis e é mais robusto do que os esquemas TVD aqui estudados. Apesar do custo, como visto em [10], este esquema justifica seu uso pela qualidade de solução e robustez.

4. REFERENCIAS

[1] R. W. MacCormack, The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering, *AIAA Paper 69-354*, 1969.

[2] A. Jameson, D. J. Mavriplis, Finite Volume Solution of the Two-Dimensional Euler Equations on a Regular Triangular Mesh, *AIAA Journal*, **Vol.** 24, **No.** 4, pp. 611-618, 1986.

[3] A. Jameson, W. Schmidt, E. Turkel, Numerical Solution for the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes, *AIAA Paper 81-1259*, 1981.

[4] H. C. Yee, R. F. Warming, A. Harten, *Anais da 8th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, E. Krause, Editor, *A High-Resolution Numerical Technique for Inviscid Gas-Dynamic Problems with Weak Solutions*, Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag, Berlin, **Vol.** 170, pp. 546-552, 1982

[5] A. Harten, High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, *Journal of Computational Physics*, **Vol.** 49, pp. 357-393.

[6] H. C. Yee, P. Kutler, Application of Second-Order-Accurate Total Variation Diminishing (TVD) Schemes to the Euler Equations in General Geometries, *NASA-TM-85845*, 1985.

[7] E. S. G. Maciel, *Anais do XVIII Congresso Internacional de Engenharia Mecânica (XVIII COBEM)*, *Analysis of Convergence Acceleration Techniques Used in Unstructured Algorithms in the Solution of Aeronautical Problems – Part I*, Ouro Preto, MG, Brasil, 2005.

[8] E. S. G. Maciel, *Anais do XVII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas (XII ENCIT)*, *Analysis of Convergence Acceleration Techniques Used in Unstructured Algorithms in the Solution of Aerospace Problems – Part II*, Belo Horizonte, MG, Brasil, 2008.

[9] D. J. Mavriplis, Accurate Multigrid Solution of the Euler Equations on Unstructured and Adaptive Meshes, *AIAA Journal*, **Vol.** 28, **No.** 2, pp. 213-221.

[10] E. S. G. Maciel, *Anais do 3° CAIM, Simulações Supersônicas e Hipersônicas em Três Dimensões – Resultados I*, Argentina, 2012.

[11] J. L. F. Azevedo, On the Development of Unstructured Grid Finite Volume Solvers for High Speed Flows, *NT-075-ASE-N*, IAE, CTA, São José dos Campos, SP, Brasil, 1992.

Agradecimentos

O autor agradece o apoio financeiro do CNPq sob forma de bolsa de Desenvolvimento Tecnológico Industrial (DTI-1) no. 384681/2011-5. Ele também agradece ao ITA/CTA pela infraestrutura necessária para executar o presente trabalho.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Diseño de la placa de refrigeración para un equipo de medición de resistencia térmica de bloques utilizados en la construcción de viviendas.

Torres, José Luis*; Benavidez, Iván Daniel.

** Laboratorio de Mediciones y Ensayos, Facultad Regional Santa Fe, Universidad Tecnológica Nacional.*
Lavaise 610 – S3004EWB Santa Fe - Argentina.
jltorres@frsf.utn.edu.ar.

RESUMEN.

La utilización de materiales de construcción adecuados al clima es muy importante en la aplicación y seguimientos de programas de ahorro de energía y confort térmico. Desde el punto de vista de la climatización (natural o forzada), es importante conocer los niveles de aislamiento térmico de los diferentes componentes constructivos de la vivienda. Resulta de interés caracterizar térmicamente los materiales utilizados en las edificaciones. Hoy en día a menudo no es suficiente con aproximar los valores de resistencia térmica a través de tablas, fundamentalmente debido a la proliferación de nuevos materiales.
Los métodos más comúnmente utilizados para determinar la conductividad térmica de los materiales para la construcción, están basados en mediciones unidireccionales en estado estacionario. El Laboratorio de Mediciones y Ensayos (LaMyEN) y el Centro de Investigación y Desarrollo para la Construcción y la Vivienda (CECOVI), pertenecientes a la Facultad Regional Santa Fe, en el marco del proyecto PID UTN 1466 se proponen diseñar un equipo de medición de resistencia térmica. En el presente trabajo se realiza el estudio en un ambiente de simulación (SolidWorks) de uno de los componentes del equipo, la placa de refrigeración. Se realiza la comparación de diferentes diseños teniendo en cuenta las características de los materiales a ensayar (Diferencias de temperaturas medias, condiciones externas, rango de medición.). A través de la simulación del diseño realizado, es posible observar los perfiles de temperatura del medio refrigerante con diferentes velocidades y entradas del flujo.
El desarrollo de este trabajo concluye con una de las actividades del PID UTN, actualmente en ejecución.

Palabras Claves: Resistencia térmica, placa refrigerante.

1. INTRODUCCIÓN

La utilización de materiales de construcción adecuados al clima es importante en la aplicación y seguimiento de programas de ahorro de energía y confort térmico en nuestro país. En los países desarrollados, actualmente se efectúan sistemáticamente las evaluaciones de las propiedades termofísicas de los materiales utilizados para la edificación de viviendas. Existen catálogos de materiales en documentos normativos, generalmente certificados por organismos que acreditan la calidad del material. Bajo esta línea, hoy en día no es suficiente aproximar ciertas propiedades extraídas de catálogos, principalmente si el objetivo es desarrollar nuevos materiales constructivos. En este sentido se han incrementado los esfuerzos para expandir los conocimientos sobre las propiedades del transporte de energía térmica en materiales [1].

Los métodos más comúnmente utilizados para determinar la conductividad térmica de los materiales para la construcción, están basados en mediciones unidireccionales en estado estacionario [2]. Existen dos tipos básicos de mediciones en estado estacionario: absoluto y por comparación. En general el método absoluto es más preciso que el comparativo [3, 4]. Este método está volcado en la norma IRAM 11559 [5] y se toma como referencia para la mayoría de los ensayos de conductividad térmica que se realizan en nuestro país.

Bajo el programa “Materiales”, vigente en la Universidad Tecnológica Nacional (UTN), se formuló un proyecto de investigación y desarrollo, impulsado por el Centro de Investigación y Desarrollo para la construcción y la Vivienda (CECOVI) en conjunto con el Laboratorio de Mediciones y Ensayos (LaMyEn), de la Facultad Regional Santa Fe (FRSF). En líneas generales, durante la ejecución del proyecto, se pretende diseñar y desarrollar un equipo de medición para determinar la resistencia térmica de materiales (basados en [4]) creados en el CECOVI para ser utilizados en la construcción de viviendas. El CECOVI trabaja en la creación de nuevos materiales constructivos. Como ejemplo de esto último en [6] y [7] se desarrollaron ladrillos cerámicos alivianados disminuyendo la densidad con la incorporación de poros macroscópicos en la masa del ladrillo cocido. De esta manera se aumentó la capacidad del aislamiento térmico, sin reducciones significativas de resistencia a compresión o incrementos excesivos de costos.

En el presente trabajo se diseña y ensaya en un ambiente de simulación una de las partes constructivas del equipo de medición, la placa de refrigeración. El objetivo es efectuar un análisis de diferentes modelos de diseño y evaluar su comportamiento con el software SolidWorks [8]. Este software presenta una amplia capacidad para ser utilizado en el modelado mecánico de dispositivos [9, 10].

Se realiza la comparación de los diferentes diseños teniendo en cuenta las características de los materiales a ensayar (Diferencias de temperaturas medias, condiciones externas, rango de medición.). A través de la simulación del diseño realizado, es posible observar los perfiles de temperatura del medio refrigerante con diferentes velocidades y entradas del flujo.

2. MÉTODO DE LA PLACA CALIENTE CON GUARDA

La determinación de la resistencia térmica de los materiales es un factor fundamental para realizar estudios de calefacción y acondicionamiento térmico en edificios o viviendas, ya que ésta propiedad indica la cantidad de calor que se pierde o se gana en un ambiente. Un correcto acondicionamiento térmico de un ambiente colabora con el ahorro de energía y el confort térmico. El método más utilizado para obtener la resistencia térmica estacionario es el *Método de la Placa Caliente con Guarda* (*Guarded Hot Plate Apparatus*).

Es un método absoluto o primario y establece el criterio para la medición en laboratorios, de flujos de calor en estado estacionario a través de una placa o probeta de ensayo. Se puede aplicar a una sola probeta o a dos probetas idénticas de un mismo material.

La figura 1 sirve de guía para explicar el principio de funcionamiento. Una placa de calefacción central (resistencia eléctrica calefactora entre dos placas de aluminio o cobre) genera un flujo de calor unidirecciónal (Q) hacia ambos lados. El flujo ingresa a las probetas y es evacuado por dos placas de refrigeración.

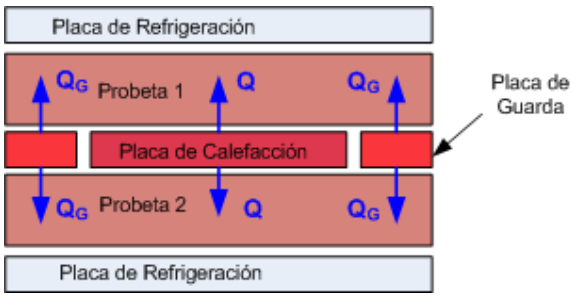


Figura 1 *Esquema del principio de funcionamiento del equipo de medición de resistencia térmica.*

El diseño del equipo debe establecer dentro del material o probeta a ensayar en la zona de la placa de medición, cuya forma es la de una placa cuadrada uniforme de caras plano-paralelas, una densidad de flujo de calor uniforme y unidireccional en condiciones de régimen estacionario. Para lograr este objetivo, se utiliza una placa de guarda (resistencia eléctrica) que compensa la desviación del flujo en los bordes de la placa de calefacción por medio del flujo Q_G.
El régimen estacionario o permanente se alcanza cuando la diferencia de temperatura entre las dos caras de la probeta (perpendiculares a Q) permanece prácticamente invariable.
Según la ley que rige la transferencia de calor unidireccional en sólidos (Ley de Fourier de la conducción) el flujo de calor viene dado por:

$$Q = -(k\,A)\frac{dt}{dx} \qquad (1)$$

Donde Q representa el flujo de calor, en watts; k es la conductividad térmica, en W/(m ºK); A es el área normal al flujo de calor, en m^2; dt/dx es el gradiente de temperatura, en ºK/m.
Por lo tanto una vez alcanzado el régimen estacionario, el flujo de calor a lo largo del espesor de la probeta viene dado por: a) la sección del material, perpendicular al flujo; b) la variación de la temperatura entre ambas caras de la probeta; c) el espesor de la probeta; d) la resistencia térmica del material. De esta ley se puede obtener la resistencia térmica a partir de los demás parámetros.
La figura 2 muestra el diseño del aparato completo, propuesto por los autores. El pistón se encarga de mantener en contacto todas las partes que intervienen en el proceso de transferencia de calor.

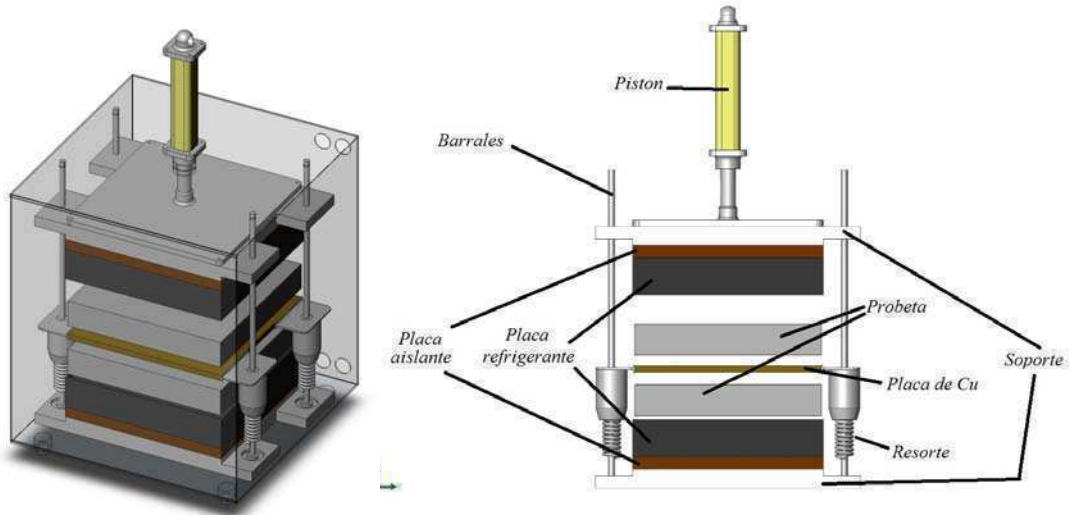


Figura 2 *Equipo de medición basado en el método de la placa caliente con guarda.*

Además, como se observa en la figura el equipo se aísla del ambiente exterior para evitar desviaciones del flujo en los bordes.
En el presente trabajo solamente se desarrollan las experimentaciones para diseñar las placas de refrigeración.

3. DISEÑO DE LAS PLACAS DE REFRIGERACIÓN

Las placas de refrigeración en el equipo tienen como único objetivo eliminar el calor excedente de forma uniforme, en la cara de la probeta que se encuentra en contacto con ella.
Para obtener el modelo final se ensayan distintos modelos con la asistencia del software SolidWorks, el cual realiza la simulación de flujo a través del cálculo mediante aproximación por el método de elementos finitos (MEF).
El MEF es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.
El MEF permite obtener una solución numérica aproximada sobre un cuerpo, estructura o dominio dividiéndolo en un número elevado de subdominios no-intersectantes entre sí denominados "elementos finitos". El conjunto de elementos finitos forma una partición del dominio también denominada discretización. Dentro de cada elemento se distinguen una serie de puntos representativos llamados "nodos". Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito; además, un nodo sobre la frontera de un elemento finito puede pertenecer a varios elementos. El conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se llama "malla" [11].
Dicho método es muy utilizado en el análisis de flujos de fluídos y en transmisión de calor.

3.1. Análisis de flujo

Para el análisis de flujo se tomaron diversos modelos, en los cuales se varía la geometría de las secciones de paso para lograr homogeneidad en las corrientes. El análisis es realizado por el MEF, considerando únicamente las condiciones de entrada, salida y velocidades, de manera de elegir la placa con mejor nivel de recambio de fluido, teniendo en cuenta la condición de no estanqueidad en algún punto anguloso.

3.1.1 Modelos ensayados

Se experimentan sobre distintos modelos de placas de refrigeración comenzando con tres modelos que utilizan una placa intermedia que divide a la placa de refrigeración en dos. La placa intermedia posee perforaciones que comunican ambos recintos. Se prueba con perforaciones de diferentes formas. Luego se cambia el modelo a otro con entradas de fluído a través de caños ciegos.
En esta sección se intenta mostrar como fueron las distintas pruebas y cómo se fue adaptando y reformulando hasta llegar al modelo definitivo.

3.1.1.1 Modelo de una elipse

La placa de refrigeración, en este caso, posee 4 entradas en la parte superior y 4 salidas en la parte inferior, separadas por la máxima distancia posible (Figura 3). Consta de una placa intermedia con una perforación central en forma de elipse para que el fluido de la parte superior, el que se encuentra a menor temperatura, llegue a la parte inferior en la cual el fluido se encuentra a mayor temperatura.

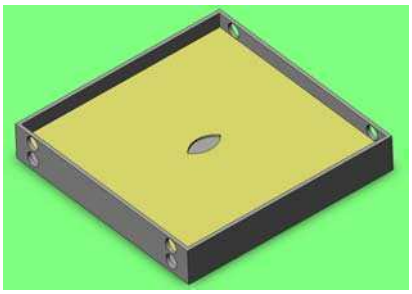


Figura 3 *Placa según modelo de una elipse*

El problema que presenta el modelo es que si bien se logro la uniformidad del flujo de calor en la placa, la velocidad de recambio del fluido es muy lenta y demanda grandes presiones para poder mover su masa.

3.1.1.2. Modelo de cuatro elipses centradas

La placa posee 4 entradas y 4 salidas, separadas de forma simétrica (Figura 4). La placa intermedia tiene 4 elipses, con el fin de lograr mayor velocidad de recambio.

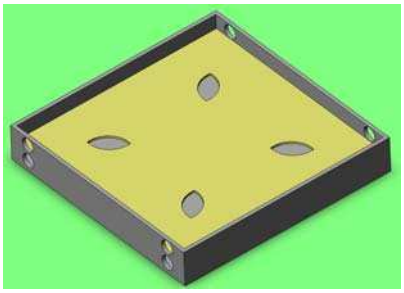


Figura 4 *Placa según modelo de cuatro elipses centradas*

El problema que se presenta es que las corrientes de flujo en la parte superior realizan cuatro remolinos y retrasa el descenso del fluido a la parte inferior, de modo que el recambio de fluido otra vez se encuentra en problemas.

3.1.1.3. Modelo de cuatro elipse en las esquinas

En esta distribución solo se intercambia, con respecto a la anterior, la posición que tienen las entradas, salidas y las elipses de la placa intermedia (Figura 5).
Nuevamente el problema que se presenta es que las corrientes de flujo en la parte superior realizan remolinos, lo que genera una gran concentración de fluido en el centro de la placa y poco movimiento de la masa de fluido hacia las esquinas, justo el lugar donde se encuentran las elipses que permiten el descenso el agua.

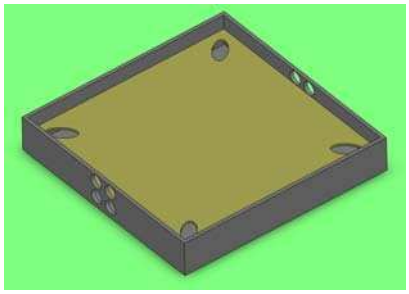


Figura 5 *Placa según modelo de cuatro elipses en las esquinas*

3.1.1.4. Modelo de cuatro círculos centrados

En esta distribución sólo se intercambian las elipses del modelo de la figura 4 por perforaciones circulares, respetando también las distancias de ubicación de las mismas como así también las entradas y salidas de agua (Figura 6).
En este caso se consigue un aumento de la presión pero nuevamente, el problema que se presenta es que las corrientes se mueven desde el centro hacia los extremos, con los que el fluido realiza giros alrededor de las perforaciones previo al descenso a la parte inferior.

Figura 6 *Placa según modelo de cuatro círculos centradas*

3.1.1.5. Modelo sin separación y una entrada

Se elimina la placa intermedia. En ésta distribución sólo se utiliza una entrada en la parte central y dos salidas (Figura 7).

En la entrada se utiliza un caño ciego con una perforación sobre la periferia, de modo que el flujo no salga en forma recta, sino hacia la placa aislante (hacia arriba en la parte superior y hacia abajo en la parte inferior).El caño también es ciego, porque la forma que debería tener para que el flujo salga hacia esta dirección demandaría de la utilización de un aplique en forma de codo de 45°, que por el espacio reducido que existe dentro de la placa no se puede obtener.

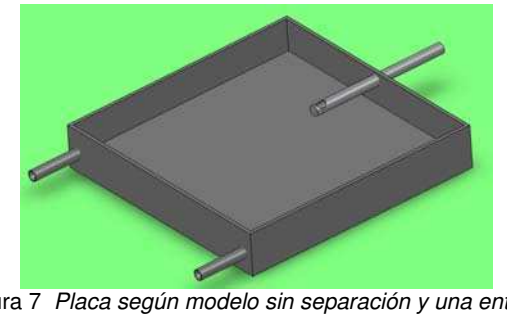


Figura 7 *Placa según modelo sin separación y una entrada*

3.1.1.6. Modelo sin separación y dos entradas

Finalmente sobre el modelo anterior se opta por utilizar 2 entradas en la parte central separadas por una distancia pequeña y salidas en las partes más cercanas a los laterales (Figura 8).

En las 2 entradas se utilizan otra vez caños ciegos con perforaciones sobre la periferia.

Este es el modelo que presenta un movimiento del liquido con mejores condiciones, dado que este se desplaza en principio hacia arriba y luego en forma de lluvia a todos los puntos de la placa, evitando de esta forma las posibles formaciones de puntos en los cuales el fluido quede estacionario, es decir que se consigue un total recambio de la masa de fluido.

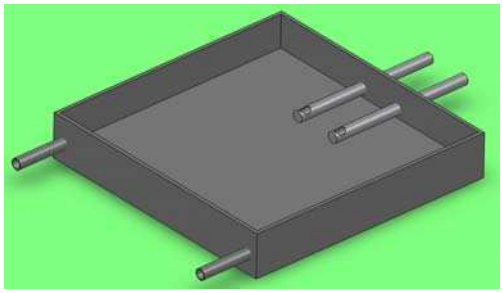


Figura 8 *Placa según modelo sin separación y dos entradas.*

3.2. Distribución de temperaturas

Se examina el flujo de calor para las condiciones descriptas (ver tablas), utilizando el MEF. La generación del flujo de calor la realiza la placa central (placa de calerfacción), atraviesa las probetas y el calor es evacuado por las placas de refrigeración. En todos los casos se utiliza en modelo descripto en 3.1.1.6. Las probetas que se eligen para la simulación son: porcelana y vidrio.

Tabla 1 *Propiedades de los materiales.*

Material	Densidad *[kg/m^3]*	Calor específico *[J/(kg·K)]*	Conductividad térmica *[W/(m·K)]*	Difusividad térmica *[m^2/s] (x10^{-6})*
Porcelana	2350	878	1,495	-
Vidrio	2458	834,6	0,7498	0,36

3.2.1. Condiciones de ensayos

Las condiciones iniciales para los ensayos son:
Constantes:

- Temperatura del ambiente exterior al equipo = 20.05 *[°C]* (laboratorio)
- Circulación de aire interior del equipo = tranquilo – estacionario
- Presión = 101325 *[Pa]*
- Gravedad = -9.81 *[m/s^2]*

Variables:

- Temperatura del agua refrigerante = *[°C]*
- Flujo másico de agua = *[kg/s]*
- Temperatura de la placa calefactora = *[°C]*

3.2.2. Metodología empleada en los ensayos

En los subsiguientes análisis se realizan pequeños cambios en las condiciones de flujo y temperatura de placa calefactora en probetas con ambos materiales, vidrio y porcelana. Los estudios arrojaron los siguientes detalles:

3.2.2.1. Variación de la temperatura de la placa

3.2.2.1.1. Configuración 1

Tabla 2 *Condiciones iniciales para la configuración 1.*

Probeta	Flujo másico *[kg/s]*	Presión salida *[Pa]*	Temperatura placa *[°C]*	Temperatura H2O *[°C]*	Temperatura ambiente *[°C]*	Gravedad *[m/s2]*
Porcelana	0,03	101325	25,05	20,05	20,05	-9,81

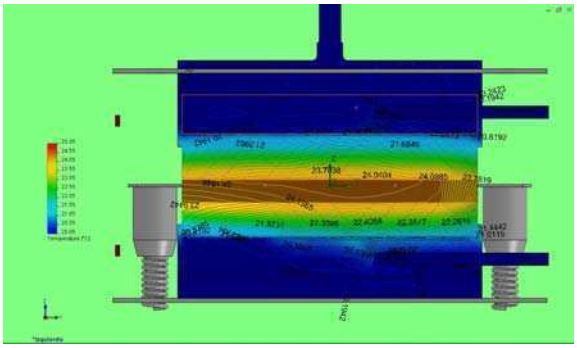


Figura 9 *Gráfica térmica para las condiciones de análisis 1.*

3.2.2.1.2. Configuración 2

Tabla 3 *Condiciones iniciales para la configuración 2.*

Probeta	Flujo másico [kg/s]	Presión salida [Pa]	Temperatura placa [°C]	Temperatura H2O [°C]	Temperatura ambiente [°C]	Gravedad [m/s2]
Porcelana	0,03	101325	50,05	20,05	20,05	-9,81

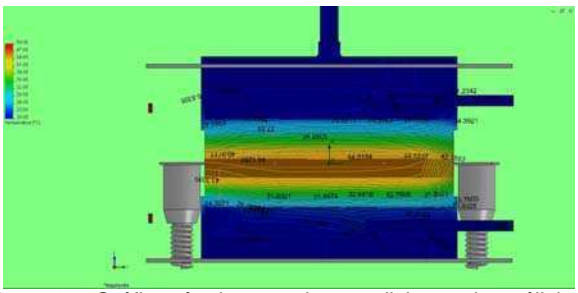


Figura 10 *Gráfica térmica para las condiciones de análisis 2.*

3.2.2.2. Variación del flujo de entrada

3.2.2.2.1. Configuración 3

Tabla 4 *Condiciones iniciales para la configuración 3.*

Probeta	Flujo másico [kg/s]	Presión salida [Pa]	Temperatura placa [°C]	Temperatura H2O [°C]	Temperatura ambiente [°C]	Gravedad [m/s2]
Porcelana	0,035	101325	25,05	20,05	20,05	-9,81

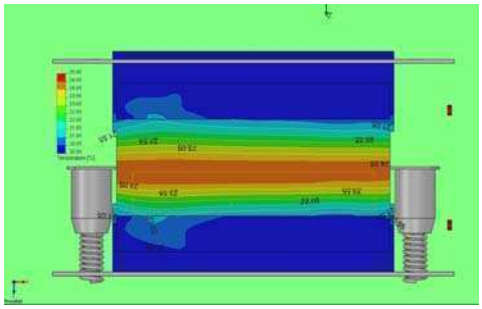


Figura 11 *Gráfica térmica para las condiciones de análisis 3.*

3.2.2.2.2. Configuración 4

Tabla 5 *Condiciones iniciales para la configuración 4*

Probeta	Flujo másico [kg/s]	Presión salida [Pa]	Temperatura placa [°C]	Temperatura H2O [°C]	Temperatura ambiente [°C]	Gravedad [m/s2]
Porcelana	0,0175	101325	25,05	20,05	20,05	-9,81

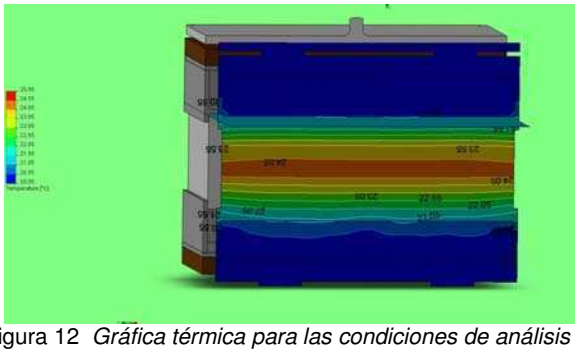


Figura 12 *Gráfica térmica para las condiciones de análisis 4.*

3.2.2.2.3. Configuración 5

Tabla 6 *Condiciones iniciales para la configuración 5*

Probeta	**Flujo másico** *[kg/s]*	**Presión salida** *[Pa]*	**Temperatura placa** *[°C]*	**Temperatura H2O** *[°C]*	**Temperatura ambiente** *[°C]*	**Gravedad** *[m/s2]*
Porcelana	1	101325	25,05	20,05	20,05	-9,81

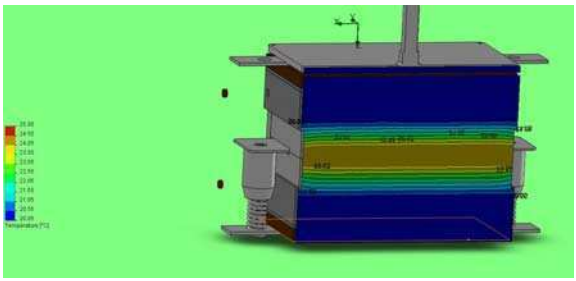


Figura 13 *Gráfica térmica para las condiciones de análisis 5.*

3.2.2.2.4. Configuración 6

Tabla 7 *Condiciones iniciales para la configuración 6.*

Probeta	**Flujo másico** *[kg/s]*	**Presión salida** *[Pa]*	**Temperatura placa** *[°C]*	**Temperatura H2O** *[°C]*	**Temperatura ambiente** *[°C]*	**Gravedad** *[m/s2]*
Porcelana	5	101325	25,05	20,05	20,05	-9,81

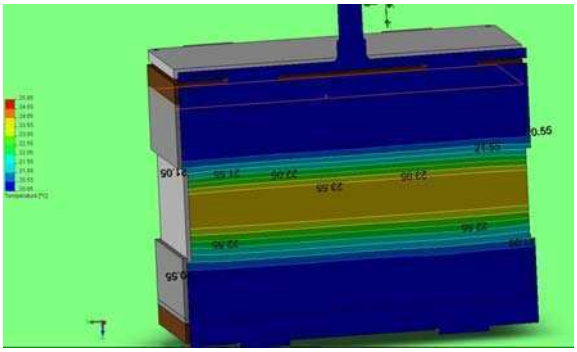


Figura 14 *Gráfica térmica para las condiciones de análisis 6.*

3.2.2.2.5. Configuración 7

Tabla 8 *Condiciones iniciales para la configuración 7.*

Probeta	Flujo másico [kg/s]	Presión salida [Pa]	Temperatura placa [°C]	Temperatura H2O [°C]	Temperatura ambiente [°C]	Gravedad [m/s2]
Vidrio	0,03	101325	25,05	20,05	20,05	-9,81

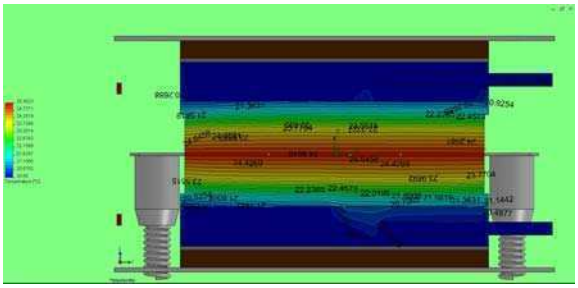


Figura 15 *Gráfica térmica para las condiciones de análisis 7.*

3.2.2. Análisis de los resultados obtenidos

La distribución que presenta mejor comportamiento es la que tiene con 2 entradas, porque no permite el estancamiento del fluido en ningún punto de la placa, lo cual sería un foco de concentración de altas temperaturas.

La presencia de patrones de curvatura en las líneas isotérmicas hacia las inmediaciones de los bordes de la placa de refrigeración, motivan el sobredimensionado de la placa para que dichas anomalías se presenten lo más alejadas de la zona de medición.

El sistema de refrigeración por capa de agua es poco eficiente, pero para el conjunto en cuestión, cuando la temperatura del agua es constante, la placa calefactora no genera altas temperaturas y el flujo de líquido es elevado. De esta manera se logra una gran uniformidad en la distribución de la temperatura en el plano de la probeta que se encuentra en contacto con la placa.

Pocos ensayos se hicieron sobre probetas de vidrio, ya que el patrón de dispersión de calor sobre este material, se presentaba en condiciones similares a los resultados obtenidos en los ensayos realizados sobre la probeta de porcelana.

Es lógico pensar que al aumentar la velocidad de la masa de agua (es decir, cuando el flujo tiende a infinito), la capacidad de la placa, en lo que respecta a mantener la temperatura uniforme sobre la superficie de la probeta, sea optima.

4. CONCLUSIONES.

En resumen en el desarrollo del presente trabajo se observó:

- Los primeros modelos de la placa se descartan principalmente por la baja velocidad de recambio de fluido, si bien la distribución de la temperatura en la superficie se mantuvo uniforme.
- El modelo con dos entradas de agua, por medio de tubos ciegos, evita que el mismo se estacione en algunos puntos dentro de la placa.
- El diseño final con dos entradas permite lograr una gran uniformidad en la distribución de la temperatura en el plano de la probeta en contacto con la placa.
- Aumentando la velocidad del fluido se logrará una mayor uniformidad de la temperatura del fluido.
- Los materiales utilizados como probetas cubren el rango de medición seleccionado.

El desarrollo de este trabajo concluye con una de las actividades del PID UTN, actualmente en ejecución. El siguiente paso es construir la placa de refrigeración y validar los ensayos realizados en simulación.

5. REFERENCIAS.

[1] Papadopoulos, A. (2005). “State of the art in thermal insulation materials and aims for future developments”. *Energy and Buildings. Vol. 37, No. 1, pp. 77-86*.

[2] Xamán, J., Lira, L., Arce, J. (2009). “Analysis of the temperature distribution in a guarded hot plate apparatus for measuring thermal conductivity”. *Applied Thermal Engineering. Vol. 29, No. 4, pp. 617-623.*

[3] X Ono, A., Baba, T., Fujii, K. (2001). “Traceable measurements and data thermophysical properties for solids materials”. *Measurements Science Technology. Vol. 12, No. 12, pp. 2023-2030.*

[4] ASTM, ASTM-C-177-97. “Standard Test Method for Steady-state thermal Properties by means of the Guarded-hot-plate Apparatus”. *American Society for Testing and Materials*. (1997).

[5] IRAM 11559: 1995. “Determinación de la Resistencia Térmica y de las Propiedades Conexas en Régimen Estacionario. Método de la Placa Caliente con Guarda”.

[6] Franzoy, M.L., Gordo, J.P., Citroni, J., Avendaño, M., Marcipar, A., Grether, R.M. (2009). "Mejoramiento de la Capacidad de Aislamiento Térmico de la Mampostería de Ladrillos Cerámicos Mediante la Utilización de Residuos". *Congreso SAM/CONAMET 2009*, Buenos Aires, Argentina..

[7] Franzoy, M.L., Gordo, J.P., Citroni, J., Avendaño, M., Marcipar, A., Grether, R.M. (2010) "Increment of Thermal Insulation Capability of Creamic Bricks Mansonry". *8th International Masonry Conference 2010.* Dresden, Alemania.

[8] SolidWorks Corp. http://www.solidworks.es.

[9] Singh, A.J., Arockiasamy, M. (2012). “Mathematical modeling and numerical simulation of fluid flow effects on marine current turbines”. *Proceedings of the International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering - OMAE 5. pp. 919-928.*

[10] Wang, X., Jiang, F., Liu, C., Liu, S. (2009). “Simulation for structure capability of TC type four-channel coal burner”. *Liaoning Gongcheng Jishu Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Liaoning Technical University (Natural Science Edition). Vol. 28, No. 3, pp. 397-400*.

[11] AK. J. Bathe, K. J. (1995).*"Finite Element Procedures"*. Prentice Hall, 2nd edition.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Simulación computacional de estrategia para alivio de tensiones de ductos enterrados

Kunert, Hernán[1, 2], Otegui, José Luis[3], Machado, Martín[3]

(1) Gie S.A. - Área Integridad Mecánica
Galicia 52, B7608AUB, Mar del Plata, Buenos Aires, Argentina.
hgkunert@yahoo.com.ar

(2) Departamento de Ingeniería Mecánica – Universidad Nacional de Mar del Plata

(3) INTEMA - Universidad Nacional de Mar del Plata - CONICET

RESUMEN.

Existen numerosos eventos pueden afectar el estado de equilibro del suelo. Las lluvias intensas, entre otros factores, pueden causar desplazamientos en el suelo del orden de milímetros por año. Los ductos enterrados en zonas inestables son particularmente propensos a sufrir tensiones y roturas debido a su interacción con el suelo. En los casos analizados, ductos de transporte sufrieron arrugas como resultado de la reptación lenta del suelo. Diversas medidas de mitigación fueron evaluadas. Este trabajo presenta la simulación computacional de una de estas posibles medidas.
Se construyó un modelo de interacción suelo-ducto (ISD) incorporando no linealidad geométrica y plasticidad. El empleo de un continuo suelo-ducto fue utilizado para analizar el estado real tridimensional tenso-deformacional del suelo y el ducto.
Con los resultados obtenidos del modelo, y ciertos conceptos del código Z662-03 de la Asociación de Standard Canadiense para Sistemas de Tuberías de Petróleo y Gas, pueden obtenerse valores de alarma para la gestión del riesgo. Simulaciones como la presentada proveen a los operadores de ductos una poderosa herramienta para optimizar la ingeniería de detalle de las obras de mitigación.

Palabras Claves: Elementos finitos, integridad, ductos, interacción suelo-ducto.

1. INTRODUCCIÓN

Los ductos enterrados pueden ser sometidos a movimientos diferenciales de suelo. Estos desplazamientos aplican cargas geotécnicas sobre el ducto que pueden iniciar mecanismos de deformación que comprometen la integridad del ducto e, inclusive, pueden exceder los criterios de diseño [1]. Un mismo trazado puede atravesar una variedad de condiciones geotécnicas diversas siendo, de esta manera, muchas las amenazas potenciales que deben considerarse en el diseño de ducto enterrados. Entre estas amenazas, los desplazamientos del suelo se encuentran entre las más críticas a analizar [2].
Dos esquemas básicos se han utilizado históricamente para el modelado numérico de tuberías enterradas [3]: (1) la práctica habitual, que utiliza un tipo especial de elementos de viga para modelar el ducto y el modelo de Winkler para representar el suelo circundante (materializado a través de resortes con una resistencia correspondiente al suelo), y (2) el avanzado, que emplea el método de elementos finitos con elementos de tipo sólido continuo.
El primer esquema exige considerablemente menos de cómputos. Sin embargo, la representación del suelo por los resortes no lineales carece de significación física y tiene limitaciones serias relacionadas con el modelado plástico del suelo y de la interacción entre diversas zonas del suelo a lo largo del ducto. Por el contrario, los modelos constitutivos que incorporan plasticidad cuando se trabaja con el modelo continuo, explican el estado real tridimensional de tensión del suelo.
El objetivo del presente trabajo es el estudio computacional de la acción de un deslizamiento transversal de suelo sobre ductos de transporte de líquidos de gas natural y gas natural, de 14" y 32" de diámetro respectivamente. La Figura 1 muestra el estado general de la zona al momento del relevamiento en campo. Se indican los distintos hundimientos observados y la posición de los ductos ambos ductos.
Se construyó un modelo que tiene en cuenta la ubicación de los ductos en la zona y las particularidades del relieve en su zona aledaña. La simulación se realizó mediante un análisis no lineal por el método de elementos finitos para reproducir estados tensionales y de deformación del ducto. Se discretizó el desplazamiento del terreno de acuerdo a los informes geotécnicos de campo. Se ejecutó el modelo, obteniéndose un comportamiento coherente con las condiciones de borde y desplazamientos aplicados. Del su análisis, se puede determinar la ubicación potencial de extensómetros para el monitoreo del tramo. El modelo permite conocer donde se van a producir los estados tensionales máximos, permitiendo efectuar un diseño cuidadoso (eficiente y económico) de la instrumentación. De este modo, se minimiza la inversión en integridad sin aumentar los niveles de riesgo.
A la hora de considerar una estrategia de mitigación de tensiones en ductos debido al desplazamiento de suelos, muchas son las soluciones que pueden ser adoptadas. El cambio definitivo de la traza aparece como primera opción pero usualmente es descartado por requerir una gran inversión y nuevos estudios detallados de suelo. Por otro lado, diversas medidas sobre el terreno pueden producir una disminución significativa en las solicitaciones del ducto. Realizar excavaciones aledañas ("terracear") la ladera que produce que carga el ducto es una buena opción en este caso. También puede destaparse el tramo afectado quitando la tierra de la tapada pero en este caso el riesgo de sabotaje y daño por terceros se incrementa notablemente. Ante todas estas opciones, el alcantarillado aparece como una inversión más segura. Si bien esta estrategia requiere monitoreo para su reintervención, representa mínimo riesgo de daño por terceros o sabotaje.
El alcantarillado implica una etapa de excavación cuidadosa sobre el ducto hasta su nivel de apoyo, colocación de bolsas de arena que hacen de amortiguadores y transfieren la carga suavemente. Luego, se coloca una media caña sobre el ducto (dejando chimeneas de inspección) y se vuelve a tapar. Esta técnica ha logrado buenos resultados según lo revelan las tasas de deformación registradas por strain gauges de sectores intervenidos. La Figura 2 presenta detalles de una alcantarilla realizada en campo.

La aptitud para la mitigación de tensiones del alcantarillado fue estudiada. Variables como la ubicación de la alcantarilla, longitud de la misma y la magnitud del desplazamiento de suelo involucrado fueron abordadas.

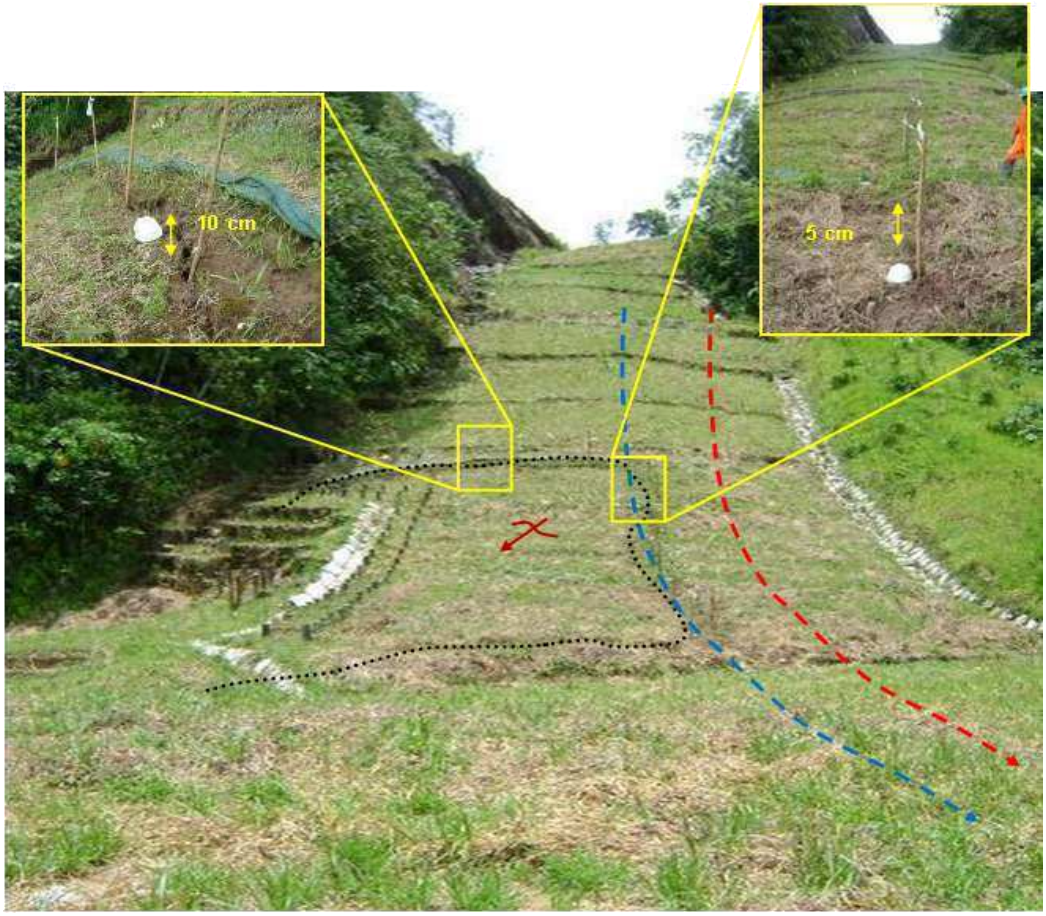


Figura 1 *Falla geológica relevada en campo. Se indican los hundimientos observados. La posición de los dos ductos analizados se indica en líneas de trazos.*

Figura 2 *Dos vistas de alcantarilla realizadas en campo.*

2. MÉTODOS

2.1. Modelado de tensiones en ductos

2.1.1. Construcción del modelo y propiedades de los materiales.

Se modeló la traza de ambos ductos a partir de las coordenadas provistas por la compañía operadora. Las dimensiones generales del modelo resultaron en 56.34m x 85m. Respecto a la profundidad cabe aclarar que debido a que se incluye la pendiente natural del suelo; la profundidad es variable siendo de 26.6m en la cima, y de 13.7m en la parte inferior. La tapada resultó de 2.6m en promedio.

Se definieron dos capas de suelo (inferior y superior) con las mismas propiedades (en este caso). Los ductos se sitúan en la intersección de estas dos capas. Los cuerpos que representan las capas de suelo se generaron teniendo en cuenta las coordenadas de las soldaduras del ducto y la tapada de cada tramo reportada por la compañía. Esto implica que la profundidad de tapada del modelo refleja la tapada real de cada tramo de ducto de líquidos de gas natural. El ducto gas natural se ubicó en forma paralela a un distancia promedio y manteniendo el mismo patrón de tapada que el de líquidos de gas natural.

Se generaron las mallas con elementos tipo viga para los ductos y elementos tetraédricos para el suelo como puede observarse en la Figura 3. A los elementos tipo viga, correspondientes a los ductos de 14” y 32”, se le asignaron los perfiles correspondientes (diámetro 14” y espesor 9.52mm; diámetro 32” y espesor 17.47mm). El suelo se modeló como una sección tipo sólido homogéneo. Los nodos del ducto son solidarios a los nodos circundantes correspondientes al suelo transfiriendo de esta manera el desplazamiento remoto aplicado.

Para el modelado del suelo se utilizaron valores provistos por el operador de los ductos, obtenidos mediante ensayos de suelos. Dichos valores se presentan en la Tabla 1.

Se caracterizó la respuesta tensión-deformación del acero API 5L X70 de los ductos mediante un ensayo de tracción. Se obtuvo un módulo de Young de 200000MPa y un módulo de Poisson de 0.3. La respuesta plástica de dicho acero se presenta Figura 4.

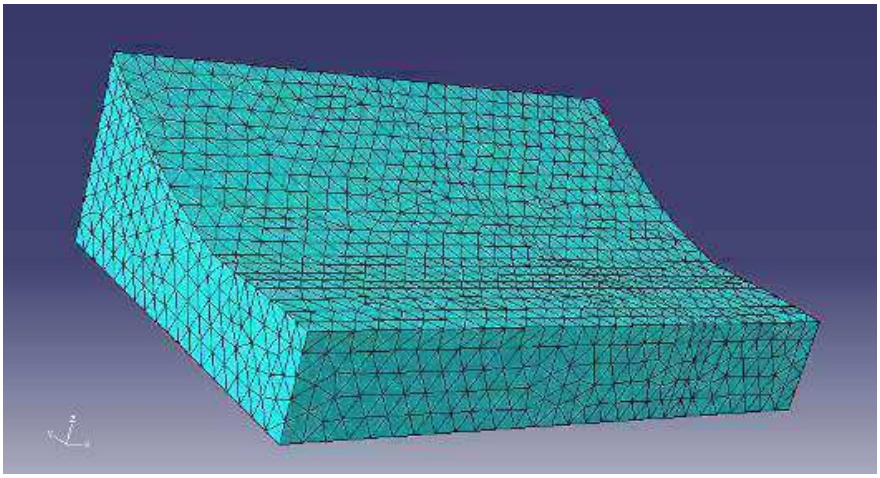


Figura 3 Discretización del modelo de los ductos NGL y NG.

Tabla 1 Propiedades del suelo.

Densidad [Kg/cm^3]	Elasticidad		Plasticidad de Mohr	
	Módulo de Young [Pa]	Módulo de Poisson	Ángulo de fricción [°]	Tensión de fluencia a la cohesión [Pa]
1700	686465.5	0.2	20	24516.63

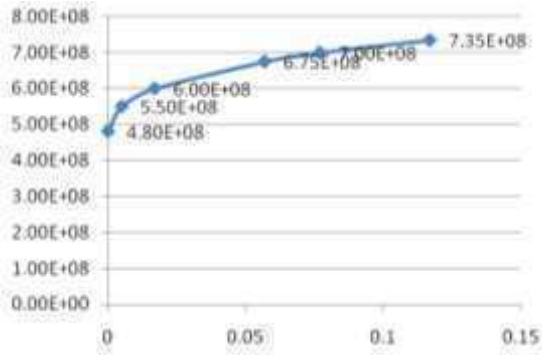


Figura 4 *Curva tensión [MPa]-deformación plástica para del Acero API 5L X70.*

2.1.2. Cargas aplicadas y condiciones de borde.

La acción de la gravedad de la capa superficial del suelo sobre los ductos, así como también las presiones internas en los ductos de 32" y 14" (1.3E+6Pa -130 bar- y 1.5E+6 Pa -150 bar- respectivamente) fueron aplicadas al modelo.

Las condiciones de borde refieren al estado de confinamiento de la porción de suelo potencialmente inestable analizada. Es decir, laterales del modelo fueron restringidos respecto a la normal de la superficie, simulando el terreno contiguo y el fondo fue restringido en las 3 direcciones X, Y y Z. Se impusieron distintos desplazamientos en las direcciones X e Y para simular el desplazamiento del suelo de las laderas aledañas.

2.2. Modelado de la alcantarilla como estrategia de alivio de tensiones.

2.2.1. Construcción del modelo y propiedades de los materiales.

Se modelaron dos zonas de 30m de longitud cada una (Figura 5). La alcantarilla no fue explícitamente modelada sino que directamente se asignó condición de contacto a la parte derecha del modelo presentado de la figura 8, mientras que la parte izquierda quedó libre. Las dimensiones generales del modelo son 60m x 4.9m, con una profundidad de 3m y una tapada (al centro del ducto) de 1.9m. El ducto modelado tiene un diámetro de 355.6 mm y espesor 6.35 mm. Se discretizó el modelo (suelo y ducto) empleando elementos solidos hexaédricos aprovechando la simplicidad de la geometría. Se consideraron las mismas propiedades de suelo y ducto que en el caso anterior.

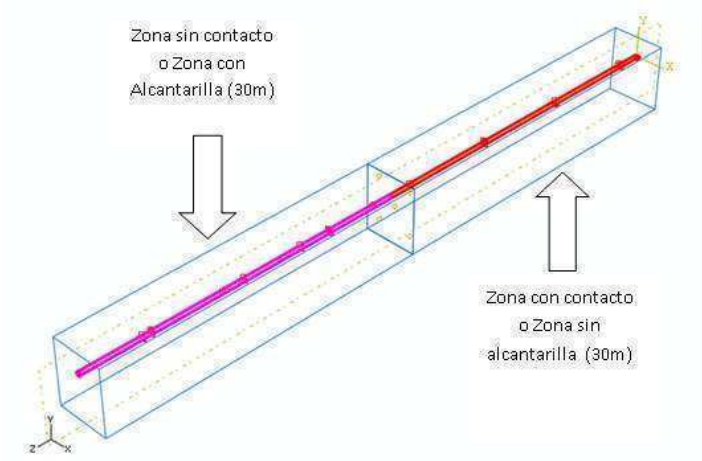


Figura 5 *Modelo empleado para estudiar la influencia del alcantarillado.*

En una segunda instancia y con objeto de estudiar la influencia del largo de la zona no alcantarillada sobre el ducto se duplicó la longitud de la zona con contacto de 30 a 60m. De esta manera se presentan dos modelos, de 60m y 90m de longitudes totales, identificándoselos como “corto” y “largo” respectivamente.

2.2.2. Cargas aplicadas y condiciones de borde y contacto.

No se aplicó presión interna al ducto por no ser relevante a la prestación de la alcantarilla como mitigador de tensiones. Se aplicaron desplazamientos laterales y aceleración gravitatoria, esta última con el objetivo de generar cargas por peso propio. Las condiciones de contorno laterales simulan el efecto de restricción por parte de las laderas aledañas, lo que implica desplazamiento restringido en las direcciones normales. Los desplazamientos en las tres direcciones del espacio fueron restringidos sobre el fondo del modelo.

Se aplicó una condición de contacto con un coeficiente de fricción entre el ducto y el suelo extraído de bibliografía [5]. Para obtener el factor estático de fricción debe calcularse un 70% más. Para situar la condición de análisis del lado conservativo se utilizó el factor de fricción correspondiente a la grava en condición estática: 0.85.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Modelado de tensiones en ductos “Natural Gas”(NG) y “Natural Gas Liquid” (NGL)

Con ayuda del modelo de la figura 3, teniendo en cuenta los desplazamientos transversales que sufren los ductos frente a desplazamientos impuestos de suelo tanto lateral (Figura 6) como longitudinal (Figura 7), se observa que en todos los casos el NG es el que recibe desplazamientos mayores (Figuras 6 y 7), llegando luego del desplazamiento impuesto de 3 m a un estado de estabilización en una magnitud de 0.3m. Este valor para el caso del ducto NGL presenta un valor límite en 0.17m. Importantes conclusiones desde el punto de vista práctico en cuanto a las dimensiones necesarias de las alcantarillas pueden concluirse a partir de estos resultados.

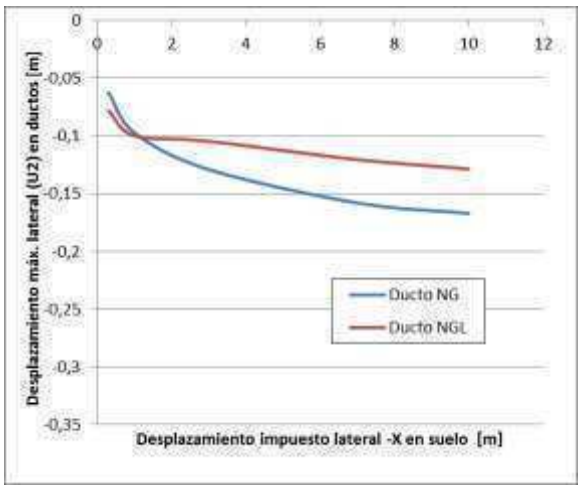


Figura 6 *Desplazamiento de los ductos, para distintos valores de desplazamientos laterales impuestos.*

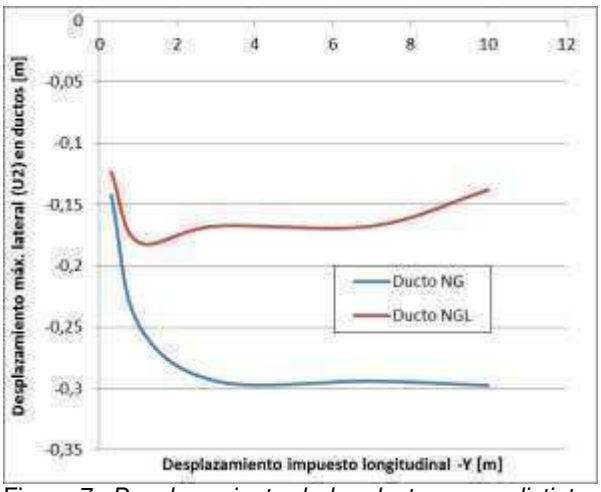


Figura 7 *Desplazamiento de los ductos, para distintos valores de desplazamientos longitudinales impuestos.*

Dado que los ductos presentan desplazamientos máximos que tienden a estabilizarse, y por tanto son independientes de la dirección y magnitud del desplazamiento impuesto, se concluye como regla práctica para el dimensionado de las alcantarillas de esta zona que su diámetro de base debe tener 2.5 veces el diámetro del ducto a intervenir. La Figura 8 ilustra esta conclusión, la que podría generalizarse realizando algunos análisis de sensibilidad adicionales respecto de otras variables.

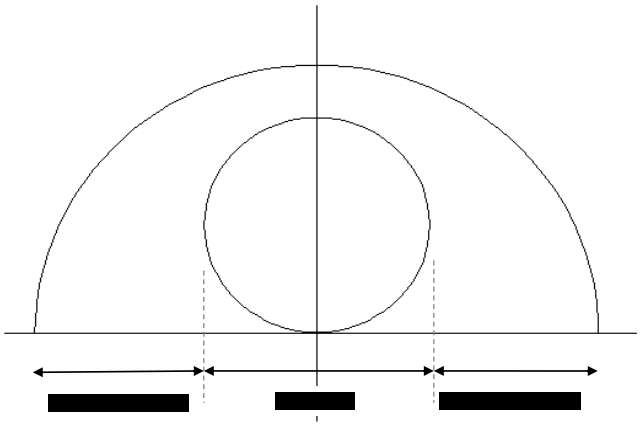


Figura 8 *Relación de dimensiones que debe guardar una alcantarilla típica para la zona bajo análisis.*

3.2. Modelado de la alcantarilla como estrategia de alivio de tensiones

Con la ayuda del modelo de la Figura 5, en la Figura 9 se presentan los 6 casos de desplazamiento impuesto (de 1000 mm) para el Modelo Corto. El esquema de aplicación de desplazamientos impuestos para el Modelo Largo sigue el mismo orden que el anterior, siendo identificados en este caso con letras doble (caso AA - caso FF). Los casos A y B corresponden a un desplazamiento aplicado a la zona con contacto en diferentes sentidos. En los casos C y D el desplazamiento fue aplicado en ambos sentidos sobre la zona sin contacto (alcantarilla). Finalmente, los casos E y F presentan un desplazamiento aplicado sobre todo el modelo.

En las Figuras 10 y 11 se presentan las deformaciones axiales correspondientes a cada uno de los casos presentados en la Figura 9. Se observa que en la zona alcantarillada no hay deformaciones

axiales, sin embargo en la zona aledaña el ducto se carga en forma diferente según sea el sentido y sector de aplicación del desplazamiento impuesto. Es importante notar que las deformaciones debidas exclusivamente a la interacción suelo ducto alcanzan en las peores configuraciones 200με. En el caso del modelo largo las deformaciones axiales llegan incluso hasta los 300 με.
Del análisis conjunto de las Figuras 10 y 11 podría extrapolarse un valor límite de alarma para desplazamientos registrados por los equipos geotécnicos teniendo en cuenta que a la luz de los resultados obtenidos y dependiendo de la ubicación relativa de los alcantarillas, 20 m de desplazamiento equivalen a 100 με de deformación adicional debido a la interacción suelo-ducto.
En las Figuras 12 y 13 se presentan las tensiones axiales debidas exclusivamente a la interacción suelo ducto. Se puede ver que la relación a nivel tensional se ubica en 10 MPa cada 10 m de desplazamiento longitudinal.
De los resultados obtenidos se observar la influencia de distintas variables sobre esta metodología de alivio de tensiones. El hecho de aumentar la longitud relativa del tramo enterrado a dos veces la longitud de la alcantarilla no modifica la tendencia en ninguno de los casos de carga analizados. Las deformaciones y tensiones axiales máximas en el tramo enterrado aumentan proporcionalmente a la longitud del tubo que es sometido al deslizamiento de suelo. No se observan resultados espurios relacionados con inconsistencias del modelo.
Se observa que la influencia de la alcantarilla es fuertemente dependiente de su posición respecto del deslizamiento. La alcantarilla tiene un efecto positivo cuando se ubica aguas abajo del deslizamiento, esto es, donde se amontona el barro. Por el contrario, si se coloca la alcantarilla en la zona del deslizamiento, las deformaciones se concentran aguas abajo del barro generando altas tensiones en la zona del tubo enterrado inmediatamente aledaño al fin de la alcantarilla. El efecto es menos marcado en la zona aguas arriba del flujo de barros, en este caso la posición de la alcantarilla modifica la posición de las máximas tensiones pero no tanto su valor máximo.

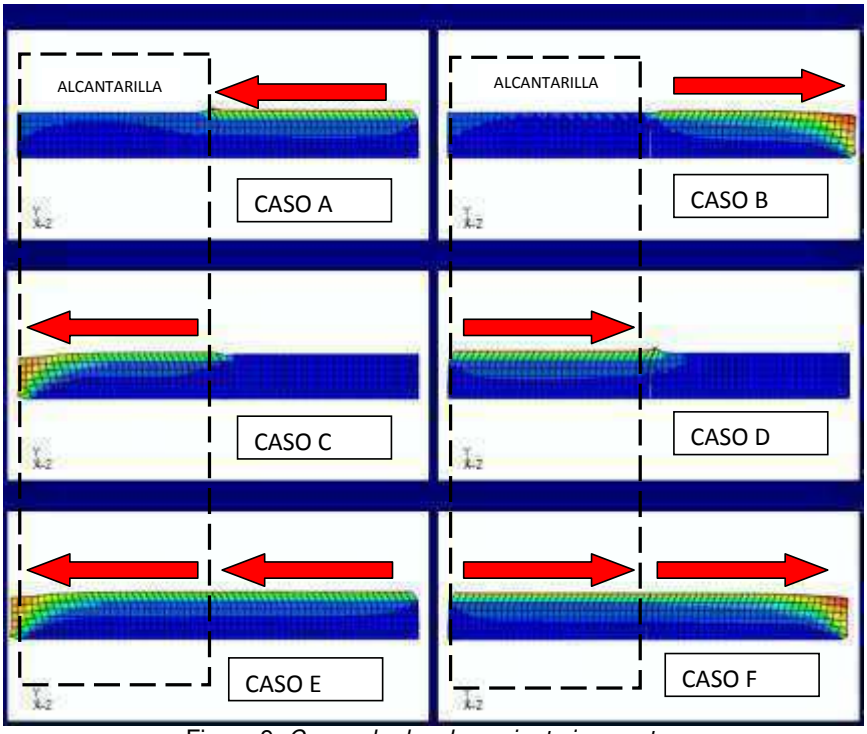


Figura 9 *Casos de desplazamiento impuestos.*

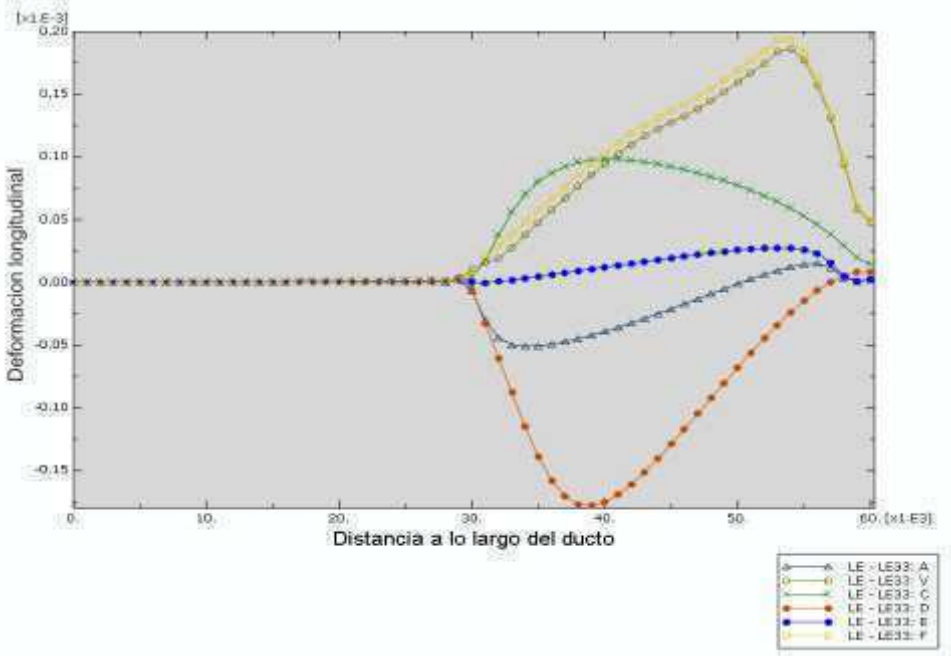


Figura 10 *Deformaciones axiales para el Modelo Corto.*

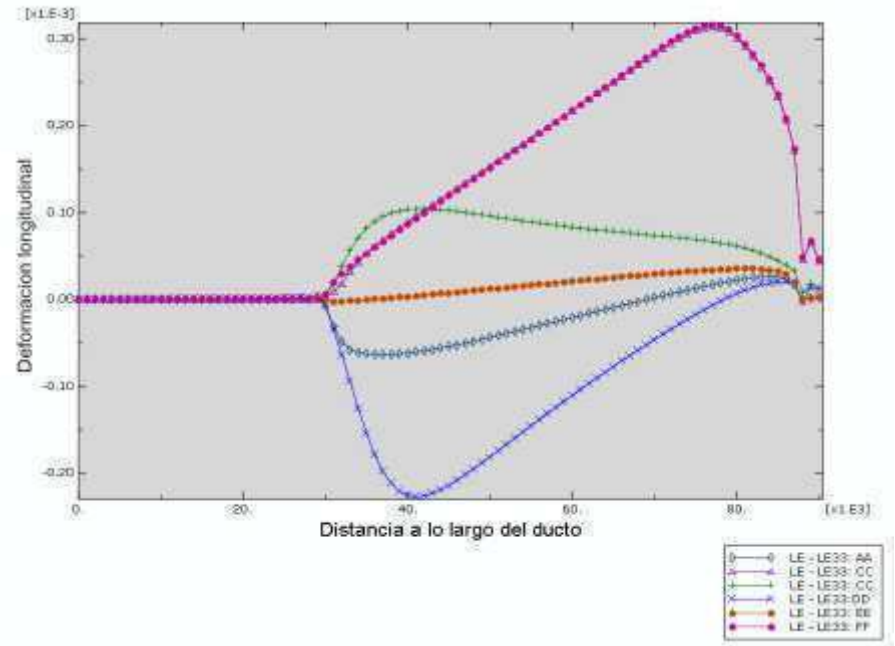


Figura 11 *Deformaciones axiales para el Modelo Largo.*

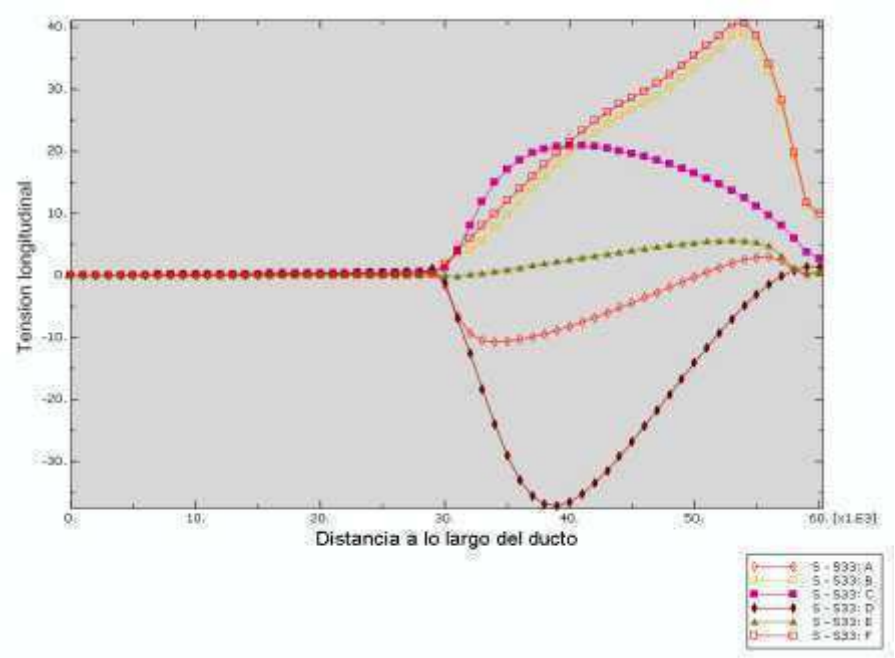


Figura 12 *Tensiones axiales para el Modelo Corto.*

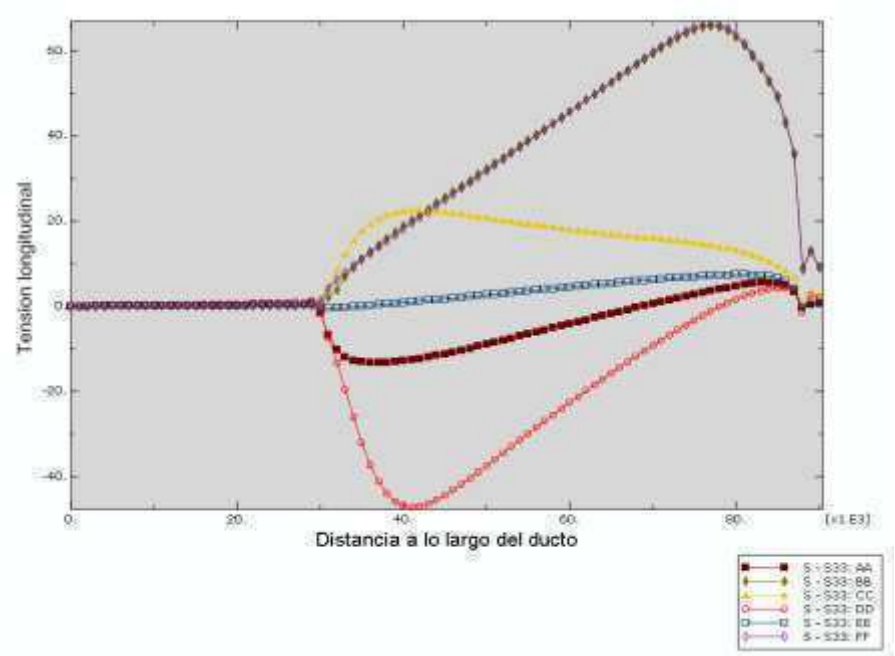


Figura 13 *Tensiones axiales para el Modelo Largo*

4. CONCLUSIONES.

De las Figuras 6 y 7 puede concluirse una regla práctica para el dimensionado de las alcantarillas. Dado que los ductos presentan desplazamientos transversales máximos que tienden a estabilizarse, y por tanto son independientes de la dirección y magnitud del desplazamiento impuesto, se concluye

como regla practica para el dimensionado de las alcantarillas de esta zona que su diámetro de base debe ser 2.5 veces el diámetro del ducto a intervenir.
El modelado del alcantarillado demostró su efectividad como medida de mitigación de tensiones. De lo observado se concluye que aumentar la longitud relativa del tramo enterrado a dos veces la longitud de la alcantarilla no modifica la tendencia en ninguno de los casos de carga analizados. Las deformaciones y tensiones axiales máximas en el tramo enterrado aumentan proporcionalmente a la longitud del tubo que es sometido al deslizamiento de suelo. Tramos intermitentes de zonas alcantarillas inteligentemente distribuidos pueden disminuir las inversiones para asegurar la integridad del ducto.
Se observa que la influencia de la alcantarilla es fuertemente dependiente de su posición respecto del deslizamiento. La alcantarilla tiene un efecto positivo cuando se ubica aguas abajo del deslizamiento, esto es, donde se amontona el barro. Por el contrario, si se coloca la alcantarilla en la zona del deslizamiento, las deformaciones se concentran aguas abajo del barro generando altas tensiones en la zona del tubo enterrado inmediatamente aledaño al fin de la alcantarilla. El efecto es menos marcado en la zona aguas arriba del flujo de barros, en este caso la posición de la alcantarilla modifica la posición de las máximas tensiones pero no tanto su valor máximo. Por lo tanto, la longitud de la alcantarilla debe diseñarse en función de la "falla" (en sentido de desplazamiento) que los relevamientos geotécnicos muestran.
Un valor límite de alarma para dimensiones de "falla" (en sentido de desplazamientos de suelo) registrados por los equipos geotécnicos, se puede establecer en base a los resultados obtenidos considerando que 20 m de desplazamiento equivalen a 100 με de deformación adicional debido a la interacción suelo-ducto.
De este modo se concluye que el modelo implementado describe correctamente el fenómeno físico que se estudia, aportando nuevos conocimientos sobre el particular que redundaran en una implementación más eficiente de las futuras alcantarillas. La correcta estrategia de modelado confirma la efectividad de las alcantarillas como modelo de mitigación del riesgo.

5. REFERENCIAS.

[1] Mahdavi, H.; Kenny, S.; Phillips, R.; Popescu, R. (2008). "Influence of geotechnical loads on local buckling behavior of buried pipelines". *IPC2008 7th International Pipeline Conference*. Calgary, Canadá.
[2] Morgan, V.; Kenny, S., Power, D.; Gailing, R. (2004). "Monitoring and analysis of the effects of ground movement on pipeline integrity." *Proc. Terrain and geohazard challenges facing oil and gas pipelines: Evaluation, routing, design, construction and operation*. London, UK.
[3] Bruschi, R.; Bughi, S.; Spinazzè M. (2010). "The role of FEM in the operation of pipelines in unstable soils". *The Journal of Pipeline Engineering, Vol. 9, No. 3, pp. 167-177*. UK.
[4] Pipeline Research Council International, Inc., "Extended Model for Pipe Soil Interaction", PR-271-0184, 2003
[5] Liang-Chaun Peng "Stress analysis method for underground pipe lines" AAA Tecnologies and specialities CO. (1978)

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Análisis no lineal para cálculo de contenedores de caras planas

Luengo, César [(1)(2)]; Risso, José M. [(1)]; Cardona, Alberto [(1)]

(1) Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería, CIMEC-INTEC / UNL-CONICET.
Güemes 3450, Santa Fe, Argentina. www.cimec.org.ar
cluengo@santafe-conicet.gov.ar

(2) Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Santa Fe.
Lavaise 610, Santa Fe, Argentina. www.utn.edu.ar

RESUMEN.

Los contenedores de caras planas para materiales sólidos o líquidos a granel son utilizados extensivamente en aplicaciones industriales, por sus ventajas respecto de los contenedores de caras curvas en términos de aprovechamiento del espacio de almacenamiento.
Para las relaciones habituales entre espesor de pared y distancia entre elementos rigidizadores, los métodos tradicionales de cálculo lineal de placas conducen a una estimación incorrecta de las tensiones y deformaciones en las paredes.
La utilización de métodos de cálculo que consideren las no linealidades geométricas que ocurren durante el proceso de carga permite subsanar este inconveniente y lograr un aprovechamiento más racional del material utilizado para la construcción.
En este trabajo se presenta una comparación entre los métodos de cálculo lineal y no lineal, y su aplicación al diseño de un contenedor para tratamiento de lodos en la industria petrolera.

Palabras Claves: Contenedores, Placas planas, No linealidad geométrica.

1. INTRODUCCIÓN

En la industria abundan los requerimientos de almacenamientos en estructuras rígidas metálicas. Los tanques ofrecen contención a diversos productos gaseosos, líquidos o sólidos a granel.

En aplicaciones donde las presiones de almacenamiento son bajas, por ejemplo al alojar sustancias líquidas o sólidas a granel, los tanques de paredes planas permiten maximizar el aprovechamiento del espacio de almacenamiento.

Usualmente, en contenedores de caras planas de grandes dimensiones, cada panel está compuesto de una pared de chapa y de elementos rigidizadores longitudinales o transversales que reducen las distancias de flexión de la chapa, limitando no solo las tensiones máximas en las chapas, sino fundamentalmente las deformaciones máximas del panel. El diseño de estos rigidizadores debe tener en cuenta no solo un criterio de reducción del peso total del contenedor, sino también consideraciones de limpieza, susceptibilidad a corrosión, simplicidad de fabricación, etc.

La utilización de métodos de cálculo que consideren las no linealidades geométricas en las relaciones deformación / desplazamiento, permite estimar con mayor exactitud las tensiones y deformaciones en las placas que los métodos lineales utilizados tradicionalmente para el cálculo de placas planas sometidas a flexión.

En este trabajo se compara la aplicación de modelos de análisis lineal y no lineal al diseño de un contenedor para tratamiento de lodos utilizado en la industria del petróleo.

2. DESCRIPCION DEL ANALISIS

El contenedor analizado es un recipiente rectangular de 10 m de longitud, 2.5 m de ancho por 3 m de alto. El equipo esta compuesto por placas de acero en el piso y sus laterales, con rigidizadores de perfilería normalizada y accesorios varios.

Para predimensionar el contenedor se utilizó un modelo de elementos finitos (MEF) reducido, constituido por una placa plana con medidas y condiciones de borde equivalentes a las del modelo final. Dicho modelo se utilizará para comparar las magnitudes de los desplazamientos entre los modelos lineal y no lineal.

Luego del predimensionamiento se construyó un modelo completo para verificar el conjunto.

2.1 Característica del modelo MEF.

Para el predimensionado, se inició el análisis con un modelo reducido de elementos finitos compuesto de superficies con elementos cuadriláteros de placa gruesa que utilizan la teoría de Reissner-Mindlin (que considera los efectos del esfuerzo cortante), integrados con elementos de viga que modelan los refuerzos de perfilería utilizados.

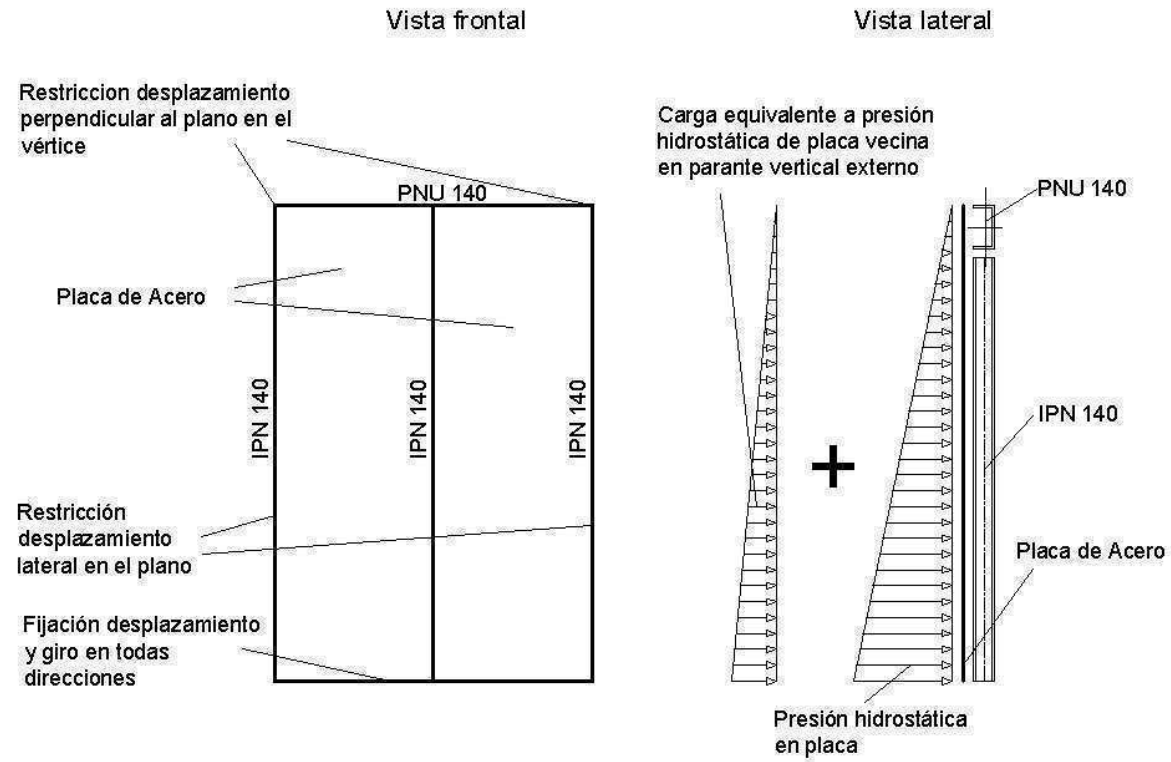


Figura 1 *Esquema del modelo reducido.*

2.2 Dimensiones.

El modelo está compuesto por dos placas de acero A36 con espesor de 3.2 mm (1/8"). Ambas tienen un ancho de 1 m y una altura de 3 m. Con esta disposición el modelo alcanza las dimensiones generales de 2 m por 3 m de altura. En sus laterales y en la línea media se ubican 3 perfiles normalizados IPN140 en posición vertical. El cierre superior se realiza con un perfil normalizado UPN140 en posición horizontal con sus alas apuntando hacia la chapa.

2.3 Propiedad del material y condición de diseño.

Respecto a las tensiones admisibles, se consideró como límite de diseño el 80% de la tensión de fluencia del material considerado (acero A36). Su valor se estipula alrededor de los 200 MPa.
Los desplazamientos totales admisibles rondan los 20 milímetros.

2.4 Cargas.

Las placas están sometidas a la presión hidrostática generada por el fluido contenido, el cual posee una densidad aproximada de 1.300 Kg/m^3. Se asume como condición de diseño más desfavorable, que el tanque pueda albergar líquido hasta el máximo de su cota vertical.
Adicionalmente se aplica una carga distribuida equivalente a la fuerza producida por la presión hidrostática de la mitad de la placa cooperante en los parantes verticales exteriores (ver Figura 1).

2.5 Restricciones.

El modelo posee en su parte inferior una restricción de giro y desplazamiento en todas sus direcciones representando de esta manera, el encuentro de las placas verticales con el piso del recipiente (ver Figura 2).

En los laterales de las placas se restringe el desplazamiento en el plano que contiene al panel, para representar la condición de simetría producida por la presencia a continuación de una placa con similares dimensiones, cargas y condiciones de vínculo. De igual forma se procede con el giro del extremo de la placa en su plano perpendicular.

En los dos vértices superiores de la placa, se restringe el desplazamiento en sentido perpendicular al plano de la placa, para modelar la presencia de los travesaños superiores.

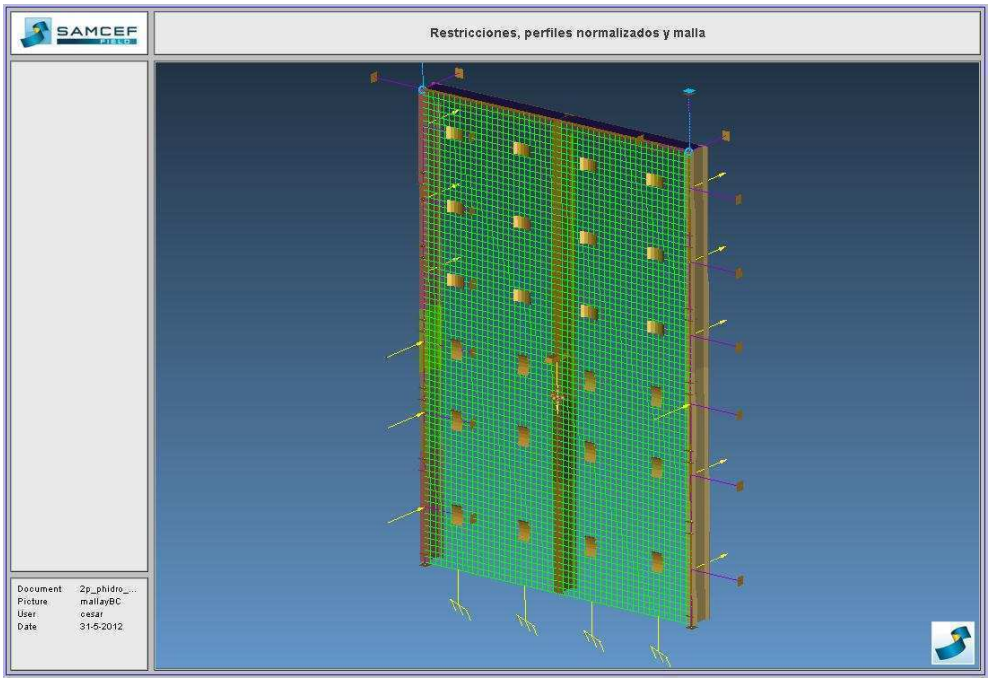


Figura 2 *Restricciones, Perfiles normalizados y malla del modelo reducido.*

2.6 Malla.

El modelo de elementos finitos utilizado para el estudio se compone de superficies con elementos cuadriláteros lineales de placa gruesa de 40 mm de lado que utilizan la formulación de Reissner-Mindlin, que considera los efectos del esfuerzo cortante. Dentro de la malla se combinan los elementos de viga flexible los cuales comparten la discretización impuesta en las placas (ver Figura 2).

3. RESULTADOS

En las figuras 3 a 18 se comparan los resultados de los modelos reducidos y completos, calculados tanto con análisis lineales como no lineales.

3.1 Comparativa de desplazamientos - modelo reducido

La construcción de un modelo reducido, permitió disminuir los tiempos de análisis y modelado de las diferentes variantes (posición y espesor de largueros y chapas) que surgieron a la hora de diseñar el equipo. El objetivo final consistió en encontrar los valores admisibles de desplazamientos y tensiones en las placas y largueros.

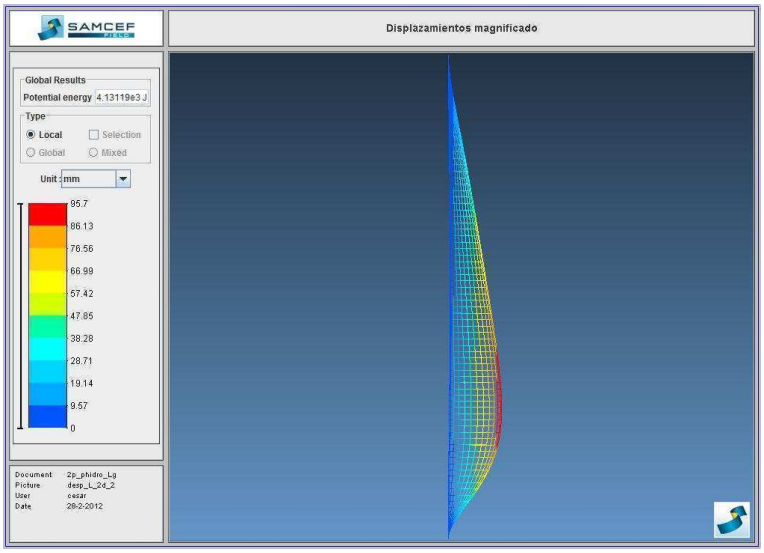


Figura 3 *Desplazamientos magnificados en análisis lineal del modelo reducido – vista lateral.*

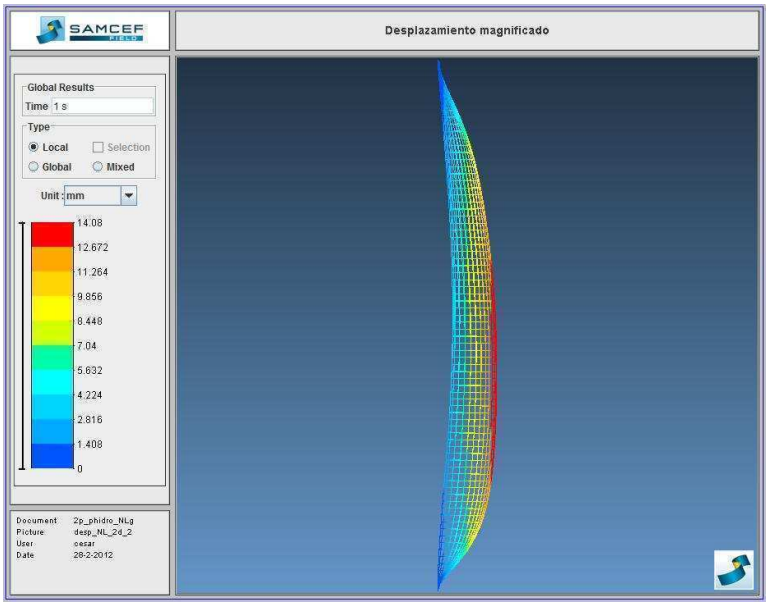


Figura 4 *Desplazamientos magnificados en análisis no lineal del modelo reducido – vista lateral.*

Observamos que los desplazamientos y tensiones en el análisis lineal son mucho mayores que los del caso no lineal, pues no consideran el efecto rigidificador generado al salir la placa del plano. Además el patrón de deformación de la placa difiere considerablemente en la zona de máximo desplazamiento. Puede apreciarse que el modelo no lineal se curva adquiriendo resistencia de forma, transformando parte de los esfuerzos de flexión en esfuerzos membranales, no comportándose de igual manera el modelo lineal el cual copia el patrón establecido por la presión hidrostática.

3.2 Comparativa de desplazamientos - modelo completo

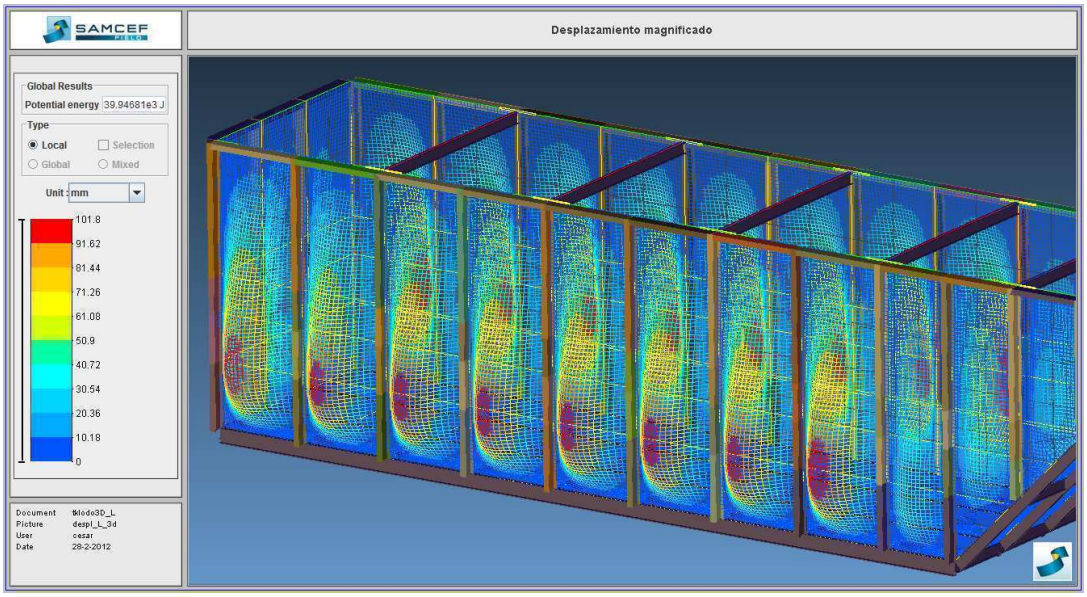


Figura 5 *Desplazamientos magnificados en modelo lineal completo.*

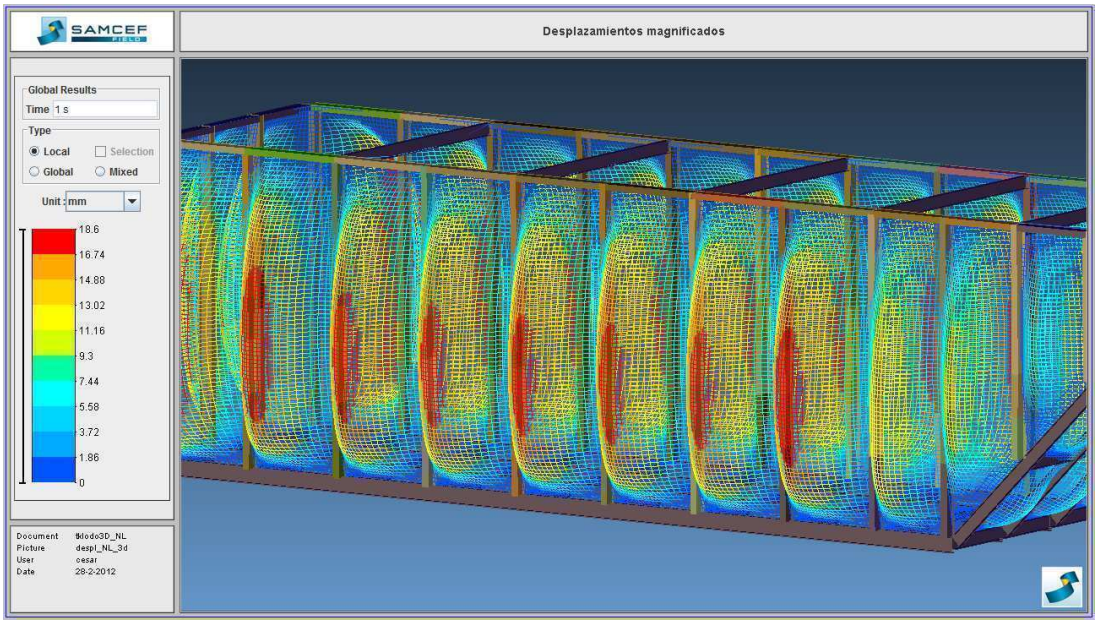


Figura 6 *Desplazamientos magnificados en modelo no lineal completo.*

En el modelo completo, se observan los mismos patrones de comportamiento vistos en el modelo reducido.

3.3 Comparativa de tensiones - modelo reducido

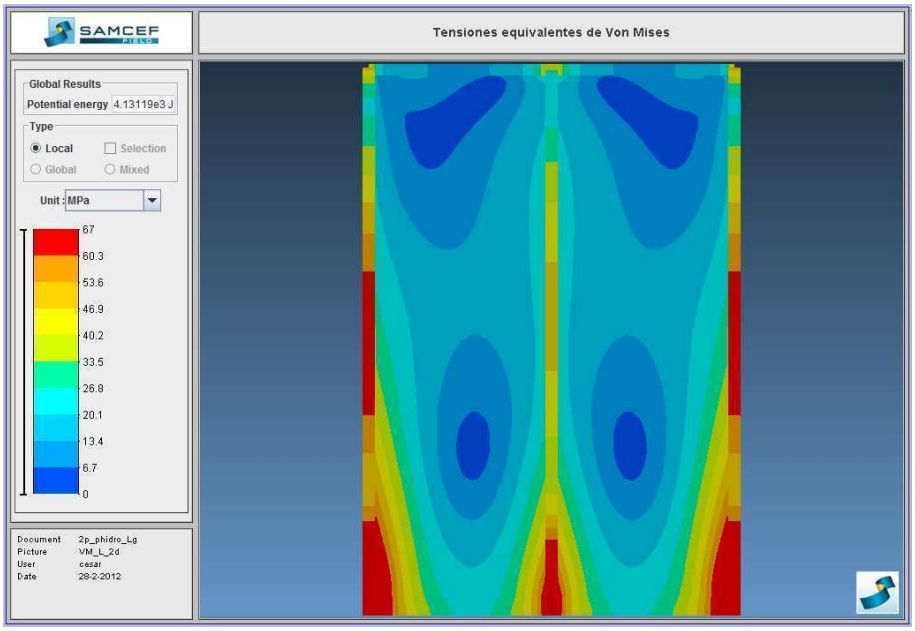


Figura 7 *Tensiones equivalentes de Von Mises en fibra media (Membranales) en modelo lineal reducido.*

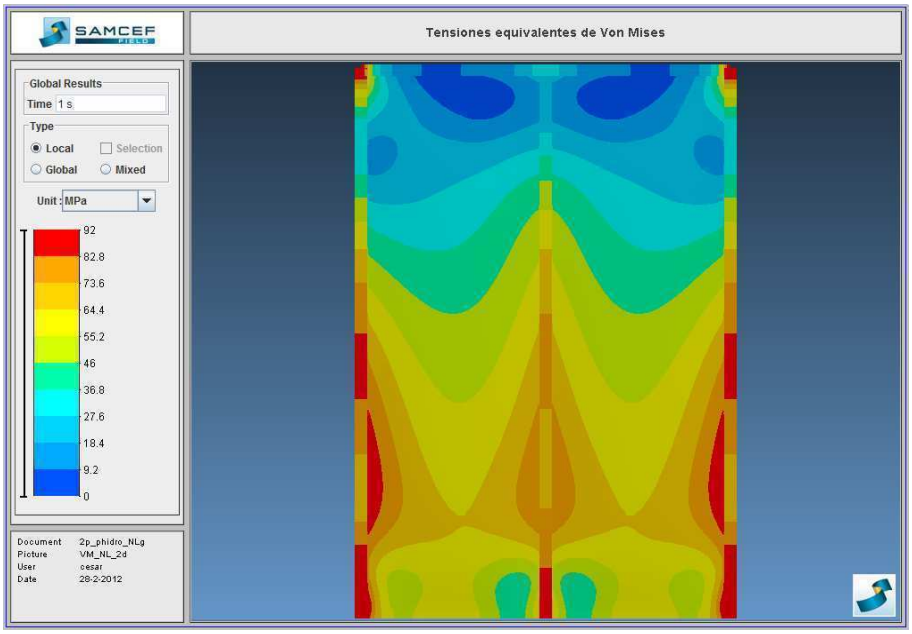


Figura 8 *Tensiones equivalentes de Von Mises en fibra media (Membranales) en modelo no lineal reducido.*

En ambos modelos, los valores tensiones equivalentes de Von Mises en la fibra media son aceptables.

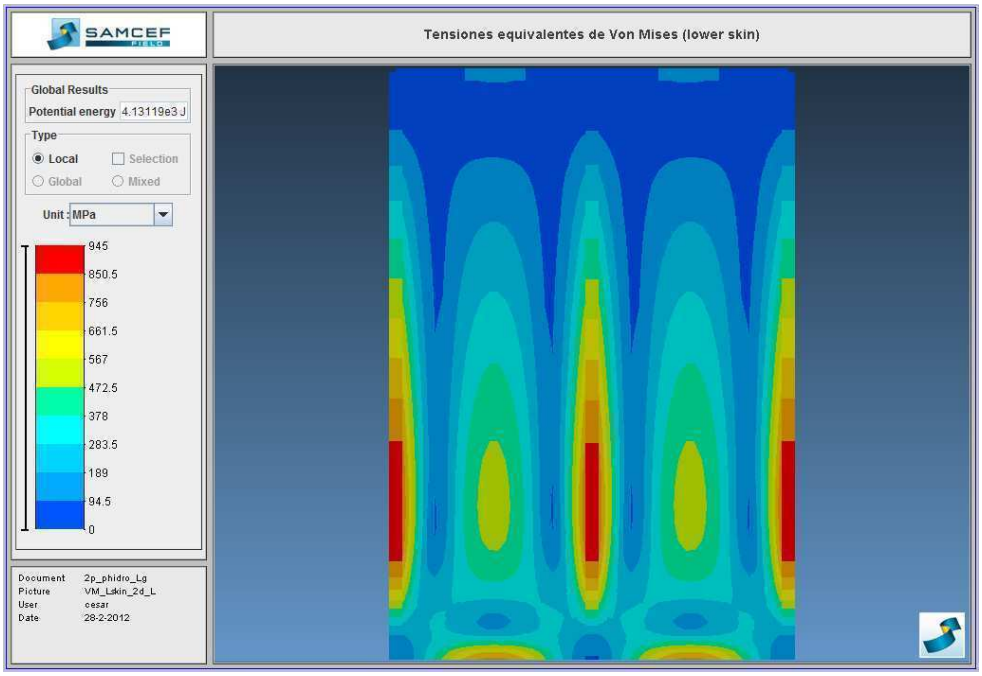


Figura 9 *Tensiones equivalentes de Von Mises en cara interna (lower skin) del modelo lineal reducido.*

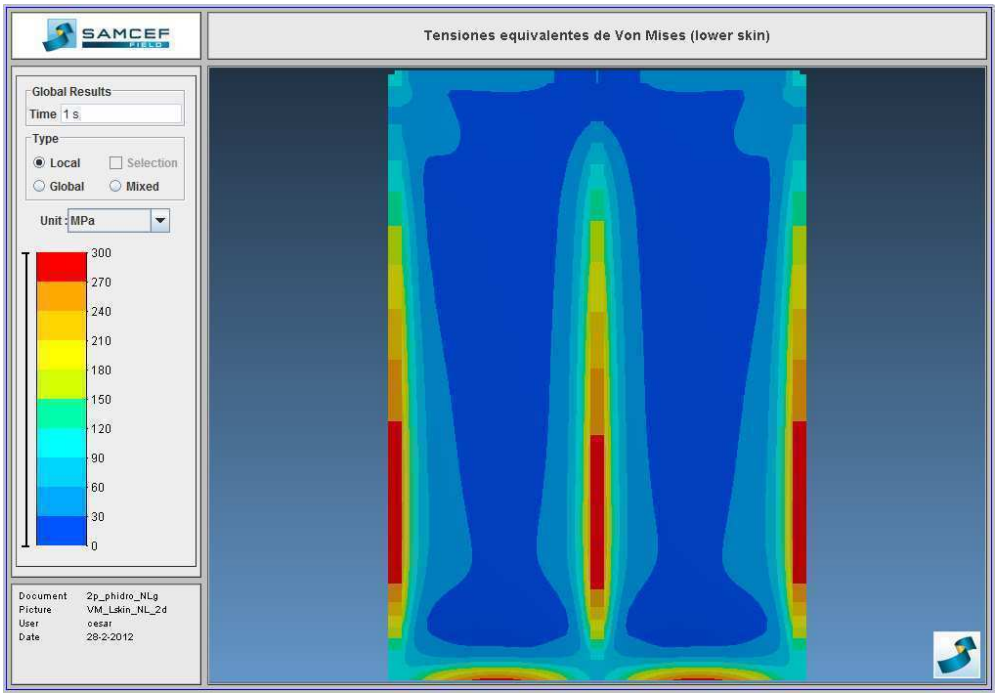


Figura 10 *Tensiones equivalentes de Von Mises en cara interna (lower skin) del modelo no lineal reducido.*

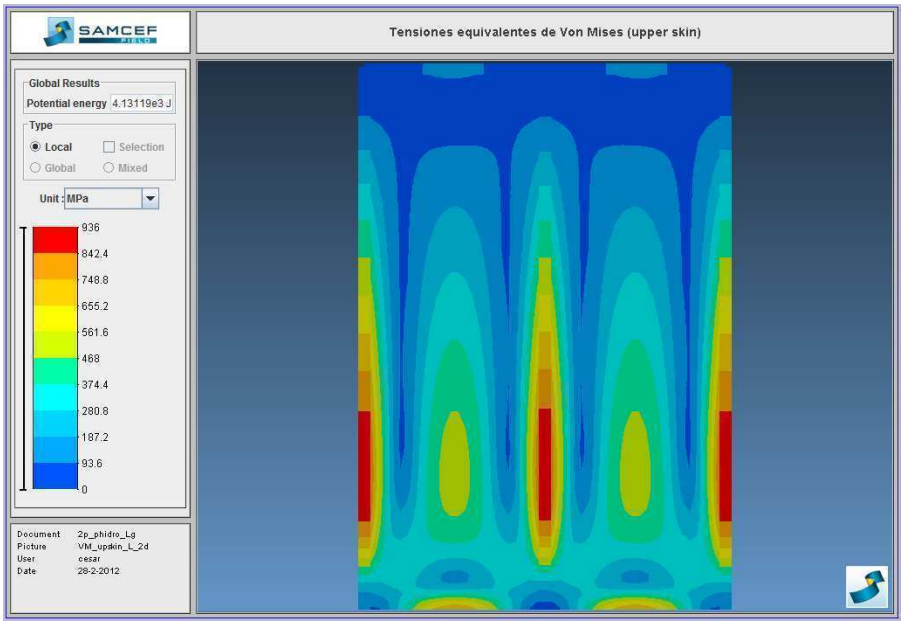


Figura 11 *Tensiones equivalentes de Von Mises en cara externa (upper skin) del modelo lineal reducido.*

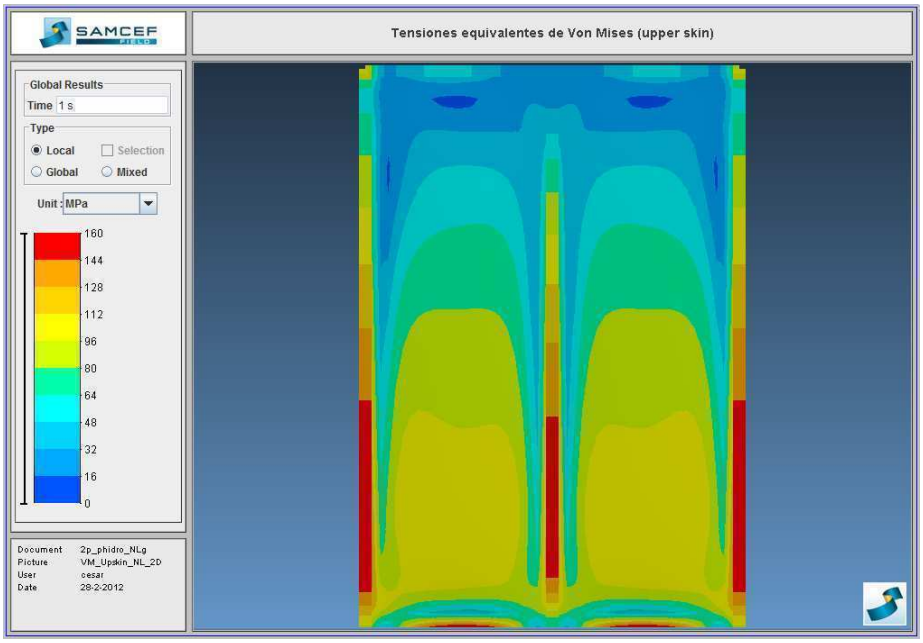


Figura 12 *Tensiones equivalentes de Von Mises en cara externa (upper skin) del modelo no lineal reducido.*

Se observa que las tensiones en los perfiles y placas son muy superiores a los valores admisibles en el modelo lineal. En cambio en el modelo no lineal las magnitudes están dentro de los límites de la tensión admisible de diseño, salvo al considerar las tensiones en el ala externa de los perfiles. Esto último indicaría una posible plastificación de esa zona, lo cual no representa compromiso estructural.
A su vez se advierte que en el modelo lineal el patrón de tensión mostrado en las caras internas y externas de las placas es el mismo, no sucediendo esto, con las mismas caras del modelo no lineal,

donde en la cara externa se presentan las mayores tensiones, no superando el valor de tensión admisible de diseño.

3.4 Comparativa de tensiones - modelo completo

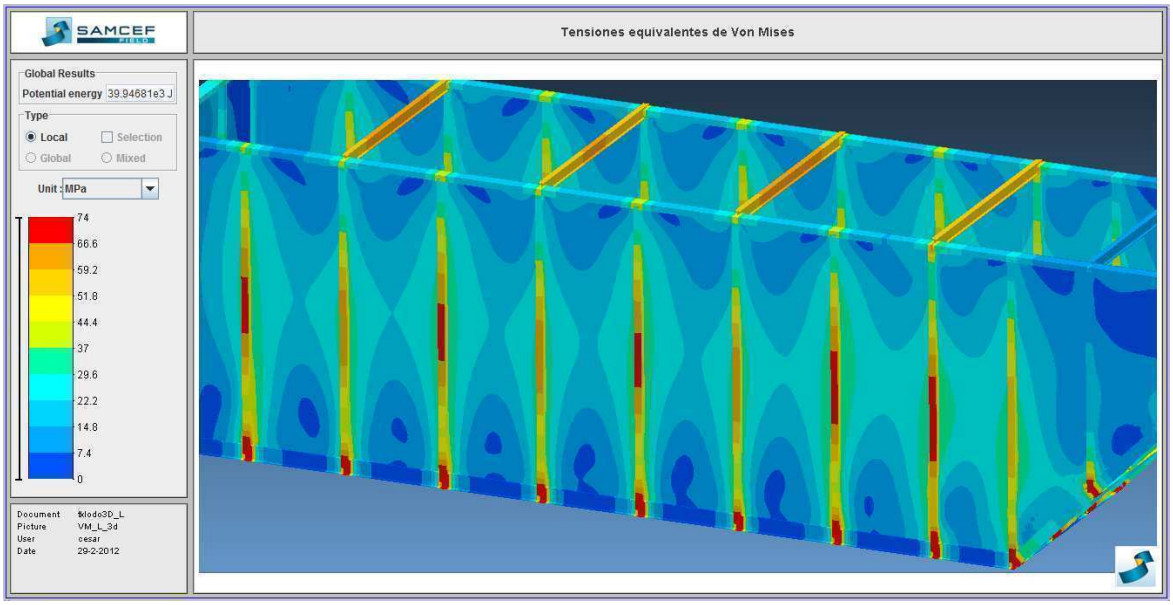


Figura 13 *Tensiones equivalentes de Von Mises en fibra media (Membranales) en modelo lineal completo.*

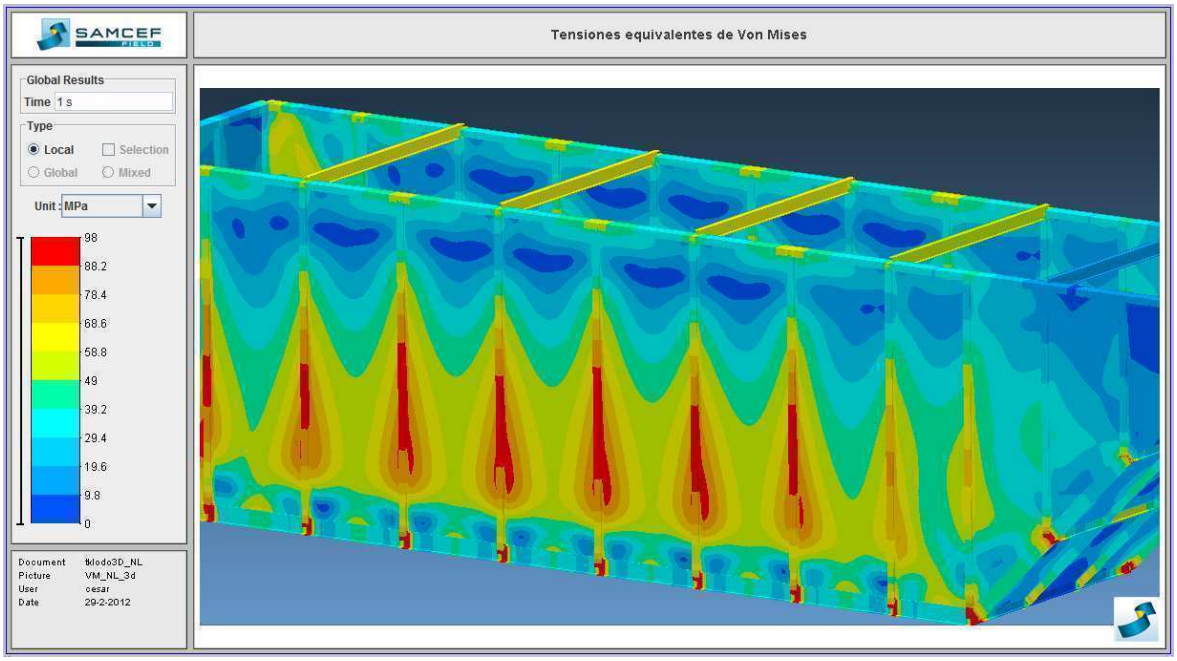


Figura 14 *Tensiones equivalentes de Von Mises en fibra media (Membranales) en modelo no lineal completo.*

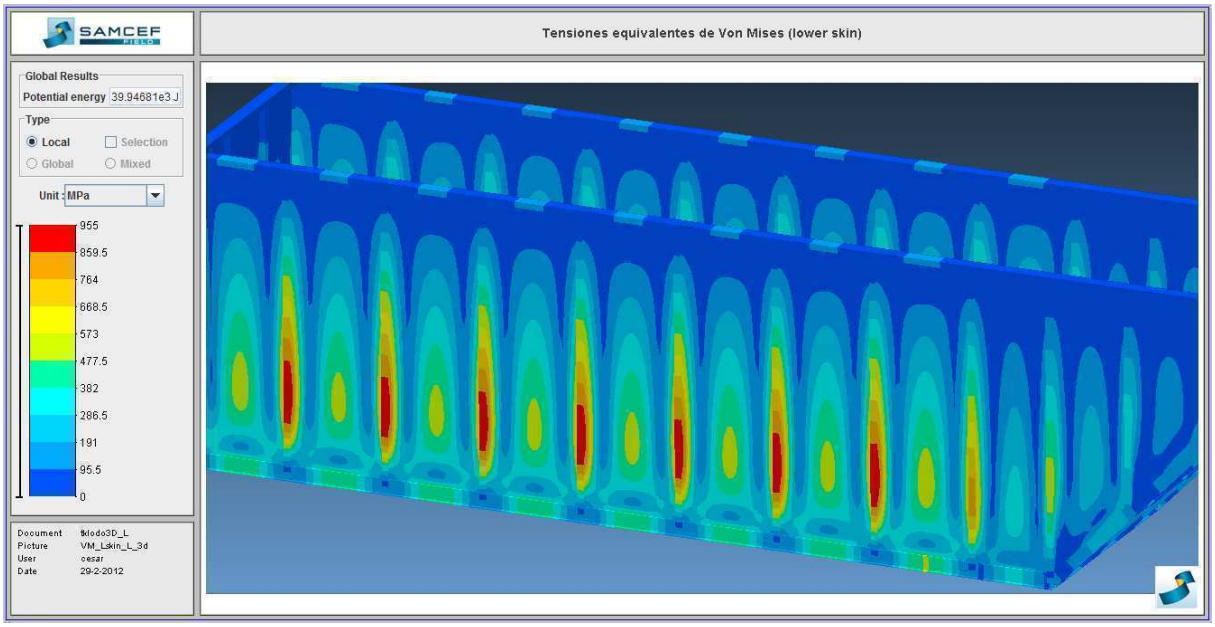


Figura 15 *Tensiones equivalentes de Von Mises en cara interna (lower skin) del modelo lineal completo.*

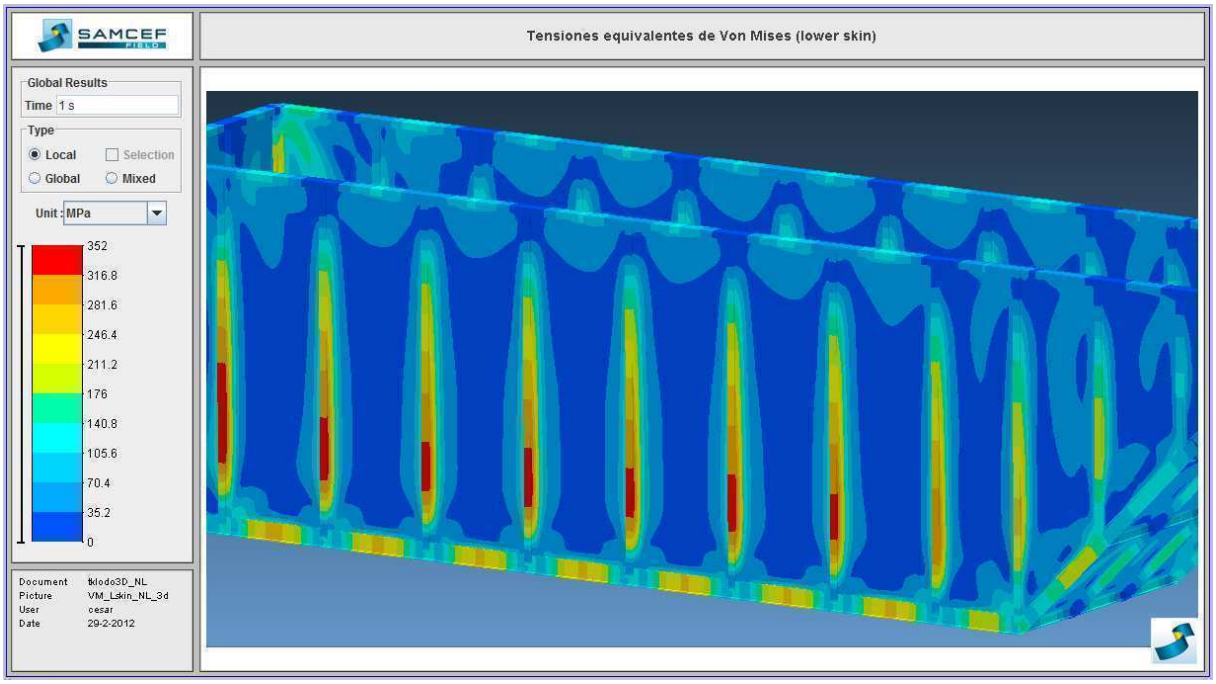


Figura 16 *Tensiones equivalentes de Von Mises en cara interna (lower skin) del modelo no lineal completo.*

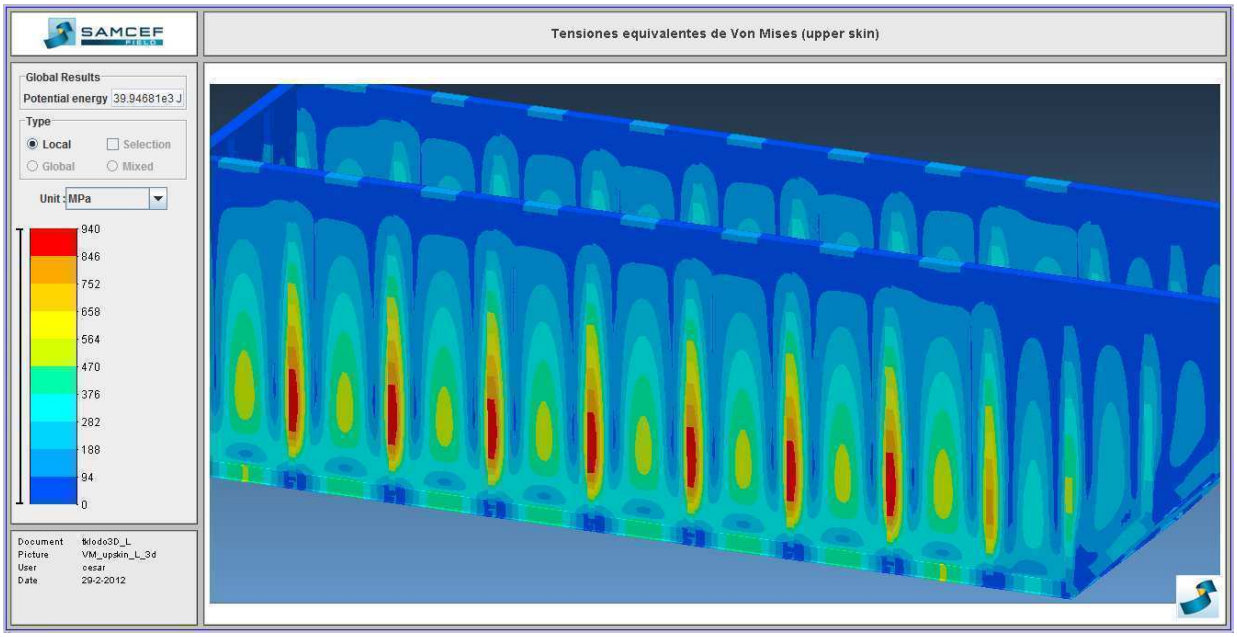


Figura 17 *Tensiones equivalentes de Von Mises en cara externa (upper skin) del modelo lineal completo.*

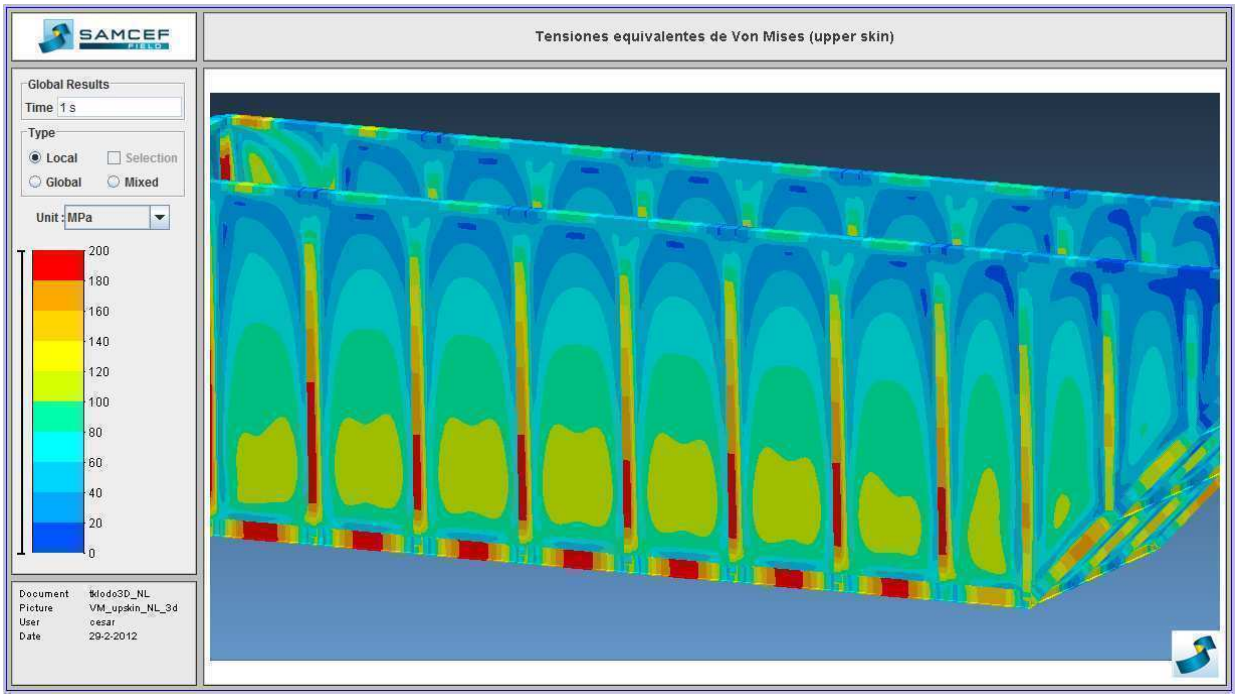


Figura 18 *Tensiones equivalentes de Von Mises en cara externa (upper skin) del modelo no lineal completo.*

Los modelos completos reproducen los mismos patrones de distribución de tensiones de los modelos reducidos. A su vez las magnitudes de las mismas son similares en ambos modelos.

5. CONCLUSIONES.

En estructuras con placas planas delgadas, sometidas a cargas normales a su plano, la deformación resultante de la aplicación de esas cargas produce una alteración significativa en la rigidez del sistema, que influye en el estado tensional resultante.

En el modelo lineal existe una sobrevaluación de los desplazamientos respecto de los resultados reales, que son similares a los calculados en el modelo no lineal.

También existe una sobrevaluación de los esfuerzos de flexión en el modelo lineal respecto del no lineal; y en contraposición las tensiones membranales calculadas con el modelo lineal son menores que las del modelo No lineal.

En el modelo no lineal se corrigen los resultados de desplazamientos y estado tensional, que aproximan satisfactoriamente a los resultados reales.

6. REFERENCIAS.

[1] Pica, A.; Wood,R.; Hinton,E. (1980). "Finite element analysis of geometrically nonlinear plate behaviour using a mindlin formulation". *Computers & Structures, Vol.11, N°3, pp 203-215*.

[2] Chang Gea,H; Luo,J. (2001). "Topology optimization of structures with geometrical nonlinearities". *Computers & Structures, Vol.79, N°20, pp 1977-1985*.

Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean agradecer:

- A la firma FIMACO S.A. – Esperanza – Provincia de Santa Fe - Argentina
- Al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas - CONICET.
- Al Depto. de Ingeniería Mecánica de la Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Santa Fe.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Estabilidad de una columna de sección no uniforme en presencia de carga axial y peso propio, empleando el Método de Discretización por Celdas.

De Rosa, M. A., Franciosi, C., Martín, H.[(1)*] y Maurizi, M. J.[(2)]

Faculty of Engineering, Department of Structural Engineering, (DiSGG).
Viale dell'Ateneo Lucano, 10, 85100, Potenza, Italy.
Email: derosa@scienzadellecostruzioni.co.uk

[(1)] Facultad Regional Reconquista de la UTN. Parque Industrial Reconquista, (3560) Reconquista, Santa Fe, Argentina. Email: hmartin@frrq.utn.edu.ar
[(2)] Instituto de Mecánica Aplicada (IMA), Dto. de Ingeniería UNS. Bahía Blanca (8000), Buenos Aires, Argentina. Email: ima@criba.edu.ar

RESUMEN

Las columnas elásticas forman parte de una clase de importantes elementos estructurales, ampliamente utilizados en el ámbito de la Ingeniería Civil, Mecánica y Aeroespacial. La determinación de la carga crítica por inestabilidad de columnas elásticas es un problema clave en el proyecto ingenieril. Las primeras investigaciones en este campo se remontan a Euler, quien abrió el camino al estudio de la deformación de una columna prismática sometida a una fuerza de compresión como el peso propio.
Hasta el presente, grandes progresos en este rubro han sido hechos. Para las columnas de sección recta variable muchos autores han utilizado las funciones de Bessel, como ejemplo Li en [1] ha suministrado una variedad de soluciones exactas para la inestabilidad de columnas no uniformes bajo carga axial concentrada y distribuida. A su vez, Elishakoff [2], utilizando el método inverso, obtuvo diversas soluciones en forma cerrada.
En una nota reciente, Wang [3] ha analizado la estabilidad en una columna de sección recta constante en presencia de carga axial y peso propio, con un apoyo intermedio y aplicando el método de integración de Runge - Kutta.
En el presente trabajo se estudia la estabilidad de una columna de sección recta variable que soporta carga axial y peso propio, empleando el método de discretización por celdas elásticas [4], designado como Cell Discretization Method (CDM).
Los ejemplos numéricos analizados evidencian la eficacia del método adoptado, así como la buena coincidencia de los resultados obtenidos con aquellos reportados en trabajos previos.

Palabras Claves: Columna Elástica, Sección Variable, Estabilidad, Discretización, Celdas.

1. INTRODUCCIÓN

Si por una parte es fácil la búsqueda en forma cerrada de la carga crítica por inestabilidad de columnas elásticamente deformables, con sección recta constante y sujetas a carga concentrada, resultan más complicadas las soluciones cuando la sección transversal es variable. Como ejemplo, Gere y Carter [5] han determinado las soluciones exactas de inestabilidad para algunos casos particulares de columna cónica, con condiciones límites simples y en términos de funciones de Bessel. Siginer [6], utilizando las mismas funciones, ha estudiado el pandeo de columnas con sección recta variable. En 1995 Li y otros [7] han evaluado por vía exacta la carga crítica de una columna cuya sección recta varía con ley exponencial, en presencia de fuerza concentrada y carga variable. En una nota posterior [8], el autor amplía los casos de aplicación efectuados en la referencia [7].

Puesto que, como hemos visto existen algunos casos en los cuales es imposible calcular exactamente las cargas críticas de columnas de sección variable, muchos autores han optado por utilizar métodos aproximados. En particular, alguno de los responsables del presente estudio han utilizado el método de discretización por celdas elásticas y tramos rígidos, denominado también Cell Discretization Method (CDM). Con más detalle, en referencia [9] se lo ha utilizado para el análisis estático y dinámico de una viga que reposa sobre suelo Winkler, en presencia de fuerzas conservativas y no conservativas, mientras en un estudio más reciente [10] se aplicó el método para el cálculo de las frecuencias de vibración libre de vigas de sección variable que siguen leyes diversas.

En el presente trabajo se reexaminan los resultados obtenidos en la nota [11], en la cual los autores transforman la ecuación diferencial y las condiciones límites asociadas en ecuaciones integrales, calculan las cargas críticas de una columna de sección recta variable, sujeta a una fuerza concentrada en su extremo superior, peso propio a lo largo de la misma y para distintas condiciones de vínculo.

La metodología propuesta permite analizar diversos casos con otras condiciones de vínculo en los extremos, dado que el esquema básico está estructurado para vínculos deformables a rotación y traslación. Finalmente, los resultados obtenidos son perfectamente coincidentes con los publicados en la referencia arriba mencionada.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Consideremos la columna de la Figura 1, de longitud L, módulo de Young E, momento de inercia I(z) variable con la altura, habiendo asumido como eje *"z"* al eje de la columna y el eje *"y"*, como ortogonal y positivo hacia la derecha. En el origen de referencia y en el extremo superior se "materializan" dos vínculos deformables, respectivamente a rotación y traslación, de rigideces k_{1R} y k_{1T} en z=0 y k_{2R} y k_{2T} en z=L.

Como ya se ha dicho en la Introducción, la columna se reduce a un conjunto de *t=n-1* tramos rígidos (Figura 2) de longitud constante *l*, conectados entre sí por *n* celdas elásticas. Naturalmente, existe la posibilidad de discretizar la estructura en tramos de largo diverso, dada la variabilidad de la estructura, pero ésto no es necesario, dada la exactitud de los resultados numéricos obtenidos con tramos de longitud constante, de allí que asumimos *l=t*. El momento de inercia I(z) será evaluado en correspondencia de la abscisa de cada una de las celdas elásticas, en las cuales se supone concentrada la rigidez de la mitad de cada tramo adyacente y que es igual a $k_i=EI(z)/t$. Esta cantidad puede ser sistematizada en una matriz de las rigideces locales: $\mathbf{k}=\text{diag}[k_i]$ con i =1, …, *n.*

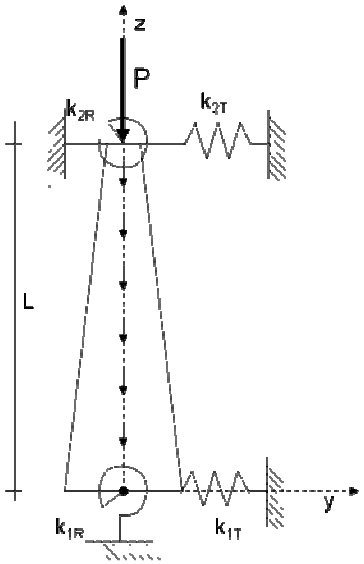


Figura 1: *Columna elástica.*

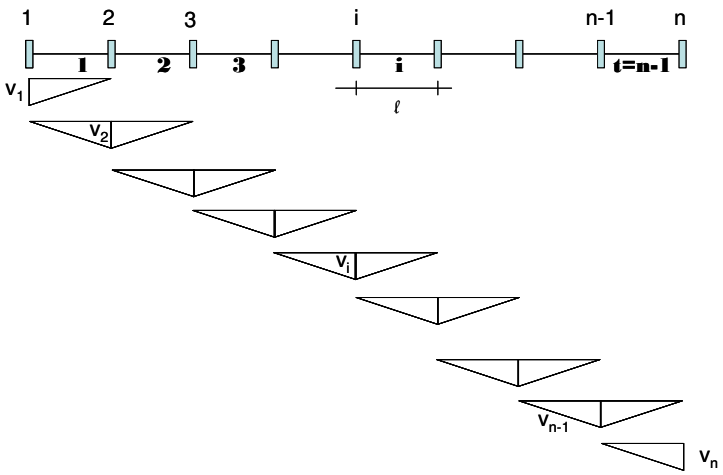


Figura 2: *Discretización de la columna con celdas elásticas.*

De esta manera la estructura se reduce a un clásico sistema holónomo de *n* grados de libertad. Los *n* desplazamientos verticales v_i, en correspondencia de las abscisas de las celdas, se asumen como coordenadas Lagrangeanas y pueden ser organizados en un vector ***v*** de dimensión *n*. Las *n-1* rotaciones de los tramos rígidos pueden ser calculadas en función de las coordenadas Lagrangeanas como sigue:

$$\phi_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{l} \tag{1}$$

o, en forma matricial $\boldsymbol{\phi} = \mathbf{V}\mathbf{v}$, siendo $\mathbf{V}$ la matriz de transferencia rectangular (n-1, n).
La rotación relativa entre las dos fases (caras) de una celda elástica está dada por:

$$\varphi_1 = \phi_1, \quad \varphi_i = \phi_i - \phi_{i-1}, \quad \varphi_n = -\phi_{n-1} \tag{2}$$

o en forma matricial como $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\Phi}$, con $\boldsymbol{\Delta}$ una matriz rectangular de *n* filas y *n-1* columnas.

Por lo tanto, la energía de deformación concentrada en las celdas será:

$$L_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} k_i \, \varphi_i^2 = \frac{1}{2}\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{k}\, \boldsymbol{\varphi} \tag{3}$$

Sustituyendo las expresiones (1) y (2) en la (3), se obtiene:

$$L_e = \frac{1}{2}\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{k}\, \boldsymbol{\varphi} = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Delta}^T \mathbf{k}\, \boldsymbol{\Delta}\, \boldsymbol{\varphi} = \frac{1}{2}\mathbf{v}^T(\mathbf{V}^T\boldsymbol{\Delta}^T \mathbf{k}\, \boldsymbol{\Delta}\, \mathbf{V})\mathbf{v} = \frac{1}{2}\mathbf{v}^T \mathbf{K}\, \mathbf{v} \tag{4}$$

siendo **K** la matriz ensamblada de las rigideces.
A continuación se calcula la energía potencial de las cargas. En nuestro caso existe una fuerza de tipo conservativo, ubicada en z=L y el peso propio variable de la columna.
Para el caso de la fuerza, la energía potencial es:

$$P_p = -P\sum_{i=1}^{n-1} l\,\frac{\phi_i^2}{2} = -\frac{P}{2}\,\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{B}_1\,\boldsymbol{\Phi} = -\frac{P}{2}\,\mathbf{v}^T\mathbf{V}^T\mathbf{B}_1\,\mathbf{V}\,\mathbf{v} \tag{5}$$

La matriz $\mathbf{B}_1$ es una matriz diagonal (n-1, n-1), con los términos diagonales definidos por:

$$B_1(i, i) = l \quad \text{con i = 1, ..., n-1} \tag{6}$$

Ahora la energía potencial puede volver a escribirse como:

$$P_p = -\frac{P}{2}\mathbf{v}^T\mathbf{B}\mathbf{v} \tag{7}$$

con la matriz **B**(n, n) expresada como:

$$\mathbf{B} = \mathbf{V}^T\mathbf{B}_1\mathbf{V} \tag{8}$$

Cuando se considera el peso propio como una carga distribuida axial de intensidad constante es necesario definir la ley de variación de la inercia y el área, que en el caso en cuestión son:

$$\begin{aligned} I(\zeta) &= I_0(1-\alpha_1\zeta)(1-\alpha_2\zeta)^3 \\ A(\zeta) &= A_0(1-\alpha_1\zeta)(1-\alpha_2\zeta) \\ Q(\zeta) &= q_0 L\int_{\zeta}^{1}(1-\alpha_1\zeta)(1-\alpha_2\zeta)\,d\zeta \\ Q_i &= q_0 L\left\{\frac{1}{6}\left[6-3\alpha_2+\alpha_1(-3+2\alpha_2)\right]-\zeta_i+\frac{1}{2}\zeta_i^2(\alpha_1-\alpha_2)-\frac{1}{3}\zeta_i^3\alpha_1\alpha_2\right\} \end{aligned} \tag{9}$$

Habiendo adoptado $\zeta_i = z_i / L$, con la abscisa de cada una de las celdas y llamando α_1 y α_2 a los dos coeficientes de reducción progresiva de las dimensiones según x e y, ambos con respecto a la altura de la columna.
La energía potencial del peso propio será dada por la sumatoria de la energía potencial de una asignada fuerza axial F_j actuante sobre la j-ésima celda:

$$P_q = -\sum_{j=2}^{n-1} Q_j \sum_{i=1}^{j-1} l \frac{\phi_i^2}{2} = -\sum_{j=2}^{n-1} \frac{Q_j}{2} \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{l} \left(v_i^2 + v_{i+1}^2 - 2 v_i v_{i+1} \right) = -\frac{1}{2} \mathbf{v}^T \left(\sum_{j=1}^{n} Q_j \mathbf{B}_j \right) \mathbf{v} \qquad (10)$$

Aplicando el Principio de Estacionalidad de la Energía Potencial Total para los sistemas de *n* grados de libertad

$$\frac{\partial \xi_t}{\partial v_j} = 0 \qquad (11)$$

se tiene:

$$\left(\mathbf{K} - P\mathbf{B} - \sum_{j=1}^{n} Q_j \mathbf{B}_j \right) \mathbf{v} = \mathbf{0} \qquad (12)$$

que es un sistema de *n* ecuaciones.

3. LA ESTABILIDAD LÍMITE

La condición:

$$\det \left(\mathbf{K} - P\mathbf{B} - \sum_{j=1}^{n} Q_j \mathbf{B}_j \right) = 0 \qquad (13)$$

define un espacio cerrado en el espacio n-dimensional de las fuerzas, que corresponde al equilibrio crítico (el límite de estabilidad). La forma de dicha superficie ha sido estudiada por Huseyin [12], quien afirma, que en sistemas conservativos la convexidad debe estar dirigida hacia el origen. La intersección de la superficie con los ejes determina la carga crítica para cada fuerza axial, en ausencia de otras fuerzas. Si la fuerza en el extremo superior es nula, la (13) se convierte en un clásico problema de autovalores y autovectores, dado por:

$$\det \left(\mathbf{K} - \sum_{j=1}^{n} Q_j \mathbf{B}_j \right) = 0 \qquad (14)$$

Análogamente, si no se toma en cuenta el peso propio, resulta:

$$\det \left(\mathbf{K} - P\mathbf{B} \right) = 0 \qquad (15)$$

En el caso que se asigna un valor a la fuerza aplicada en el extremo superior, y se desea calcular λ_q (por peso propio), es necesario introducir la matriz de las rigideces reducida, expresada como:

$$\mathbf{K}_{rp} = \mathbf{K} - \lambda_p \mathbf{B} \qquad (16)$$

Y la expresión (14) se convierte en:

$$\det \left(\mathbf{K}_{rp} - \sum_{j=1}^{n} Q_j \mathbf{B}_j \right) = 0 \qquad (17)$$

En el caso inverso, en el cual se asigna un valor del peso propio y se desea calcular el λ_p, es necesario introducir la matriz de las rigideces reducida dada por:

$$\mathbf{K}_{rq} = \mathbf{K} - \sum_{j=1}^{n} Q_j \mathbf{B}_j \tag{18}$$

Y el problema (15) pasa a ser:

$$\det\left(\mathbf{K}_{rq} - P\,\mathbf{B}\right) = 0 \tag{19}$$

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

En este parágrafo se consideran varios ejemplos numéricos para evaluar la eficacia del método adoptado. En primera instancia se desarrollan algunos casos de comparación con la nota [11], en la cual se supone que es nulo el efecto del peso propio y con la variación de los coeficientes adimensionales α_1 y α_2, se suministran las cargas críticas para diversas condiciones de vínculo. Al efecto, se consideran idénticos factores adimensionales.

$$\lambda_p = \frac{PL^2}{EI_0}, \qquad \lambda_q = \frac{q_0 L^3}{EI_0} \tag{20a, b}$$

y se asignan los mismos datos utilizados, siempre en [11]: columna de acero Q235, E=210.06 GPa, sección rectangular en z=0 de dimensiones 3m x 2m y altura de la columna L=75m.
En la Tabla 1 se ha calculado la carga crítica fijando α_1=0, se hace variar α_2 [0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8] y la inercia resulta $I(\zeta)=I_0(1-\alpha_2\,\zeta)^3$. Los resultados se han obtenido para los siguientes casos: empotrada – libre, doblemente apoyada, empotrada – apoyada y doblemente empotrada. Los valores que se muestran son muy buenos, con errores prácticamente nulos, en muchos casos con los ejemplos analizados en [11].

Tabla 1: *Carga crítica λ_p, para una columna con base constante* (α_1=0) *y altura linealmente variable.*

α_2	Emp-Libre			Art.-Art.			Emp. -Art.			Emp.- Emp.	
	Pres.	[11]	FEM[11]	Pres.	[11]	FEM[11]	Pres.	[11]	FEM[11]	Pres.	[11]
0	2.467	2.467	2.47	9.870	9.870	9.87	20.191	20.191	20.19	39.478	39.478
0.2	2.023	2.023	2.02	7.091	7.090	7.09	14.494	14.494	14.5	28.330	28.330
0.4	1.569	1.569	1.57	4.685	4.685	4.69	9.543	9.543	9.55	18.626	18.626
0.6	1.099	1.098	1.1	2.672	2.672	2.68	5.388	5.388	5.4	10.479	10.479
0.8	0.597	0.597	0.6	1.082	1.082	1.09	2.119	2.119	2.13	4.085	4.084

Tabla 2: *Carga crítica λ_p, para una columna elástica con altura constante* (α_2=0) *y base linealmente variable.*

α_1	Emp-Libre			Art.-Art.			Emp.- Art.			Emp.- Emp.	
	Pres.	[11]	FEM[11]	Pres.	[11]	FEM[11]	Pres.	[11]	FEM[11]	Pres.	[11]
0	2.467	2.467	2.47	9.870	9.870	9.85	20.191	20.191	20.11	39.478	39.478
0.2	2.316	2.316	2.31	8.863	8.864	8.85	18.118	18.119	18.04	35.412	35.412
0.4	2.151	2.151	2.15	7.809	7.809	7.79	15.912	15.912	15.85	31.043	31.043
0.6	1.968	1.968	1.97	6.679	6.679	6.67	13.502	13.502	13.44	26.198	26.198
0.8	1.752	1.752	1.75	5.411	5.411	5.4	10.720	10.720	10.67	20.426	20.427

En cambio, en la Tabla 2 se ha fijado α_2=0 y se ha hecho variar α_1 [0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8], considerando que la inercia es $I(\zeta)=I_0(1-\alpha_2\,\zeta)$, mientras en la Tabla 3 se han hecho variar

igualmente ambos coeficientes, $\alpha_1=\alpha_2$ para [0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8]. En las dos Tablas se ha calculado la carga crítica λ_p en ausencia del peso propio.
Confrontando la Tabla 2 con la Tabla 1, se puede notar que las cargas críticas de la Tabla 2 son superiores a los correspondientes valores de la Tabla 1, a paridad de factores adimensionales y condiciones de vínculo. Además, se puede deducir que una columna elástica con altura constante y base variable con ley lineal tiene una mayor capacidad de carga portante respecto a una columna cuya base permanece constante y varía linealmente la altura.

Tabla 3: *Carga crítica λ_p, para una columna elástica con base y altura linealmente variables* ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$).

α	Emp-Libre			Art.-Art.			Emp.- Art.			Emp.- Emp.	
	Pres.	[11]	FEM[11]	Pres.	[11]	FEM[11]	Pres.	[11]	FEM[11]	Pres.	[11]
0	2.467	2.467	2.47	9.870	9.870	9.87	20.191	20.191	20.19	39.478	39.478
0.2	1.884	1.884	1.88	6.317	6.317	7.09	12.922	12.922	14.5	25.266	25.266
0.4	1.309	1.309	1.31	3.553	3.553	4.69	7.269	7.269	9.55	14.212	14.212
0.6	0.757	0.757	0.76	1.579	1.579	2.68	3.230	3.230	5.4	6.316	6.316
0.8	0.264	0.265	0.28	0.395	0.395	1.09	0.808	0.807	2.13	1.579	1.547

En la Tabla 3 se ha considerado una columna de base cuadrada ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$), por lo cual la inercia sigue la ley $I(\zeta)=I_0(1- \alpha\ \zeta)^4$. Los valores de λ_p que se muestran se refieren siempre al caso en el cual se desprecia el peso propio y se calculan para los diversos casos de vinculación extrema. Los resultados obtenidos con el CDM son coincidentes con los reportados en el artículo [11]. Debe notarse que para $\alpha = 0$ se obtienen los clásicos resultados de la columna de sección recta constante. Se considera ahora la carga crítica de una columna sujeta solamente al peso propio, habiendo por lo tanto anulado la fuerza concentrada en el extremo superior. En las Tablas 4, 5 y 6 se han efectuado confrontaciones numéricas con los resultados de la nota [11], respectivamente para el caso de una columna elástica con base constante y altura variable linealmente (Tabla 4), para el caso de altura constante y base variable linealmente (Tabla 5) y para el caso de base y altura linealmente variables (Tabla 6). En todos los casos se evidencia una óptima aproximación de los resultados.

Tabla 4: *Carga crítica λ_q, para una columna elástica con base constante* ($\alpha_1 = 0$) *y altura linealmente variable*.

α_2	Emp-Libre		Art.-Art.		Emp.- Art.		Emp.- Emp.	
	Presente	[11]	Presente	[11]	Presente	[11]	Presente	[11]
0	7.837	7.837	18.569	18.569	52.500	52.501	74.628	74.629
0.2	8.076	8.076	16.237	16.237	48.072	48.072	66.963	66.964
0.4	8.411	8.412	13.726	13.726	43.327	43.327	58.781	58.781
0.6	8.932	8.932	10.927	10.927	38.073	38.073	49.782	49.783
0.8	9.911	9.911	7.564	7.564	31.784	31.784	39.176	39.178
1	13.187	13.187	0.951	0	16.718	13.187	16.718	13.187

También en este caso, confrontando las Tablas 4 y 5, se nota como las cargas críticas por peso propio son más altas en el caso para el cual la columna elástica tiene altura constante ($\alpha_2 = 0$) y base linealmente variable.
Es necesario observar que también las condiciones en los límites influencian el valor de la carga crítica, en cuanto a los valores obtenidos en la Tabla 6 y relativos a la columna en ménsula, son más altos respecto de aquellos que se indican en las Tablas 4 y 5. Mientras, en los otros casos de vinculación extrema, los mismos son más bajos que los valores de λ_q de la Tabla 5.

Tabla 5: *Carga crítica λ_q, para una columna elástica con altura constante* ($\alpha_2 = 0$) *y base linealmente variable.*

α_1	Emp-Libre		Art.-Art.		Emp.- Art.		Emp.- Emp.	
	Present	[11]	Present	[11]	Present	[11]	Present	[11]
0	7.837	7.837	18.569	18.569	52.500	52.501	74.628	74.629
0.2	8.853	8.853	19.385	19.385	56.221	56.221	79.186	79.187
0.4	10.301	10.301	20.393	20.393	61.119	61.119	84.977	84.978
0.6	12.553	12.554	21.669	21.669	67.941	67.941	92.590	92.591
0.8	16.592	16.592	23.307	23.307	78.262	78.262	102.795	102.796
1	26.024	-	25.076	-	95.531	-	95.531	-

Tabla 6: *Carga crítica λ_q, para una columna elástica con base y altura linealmente variables* ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$).

α	Emp-Libre		Art.-Art.		Emp.- Art.		Emp.- Emp.	
	Presente	[11]	Presente	[11]	Presente	[11]	Presente	[11]
0	7.837	7.837	18.569	18.569	52.500	52.501	74.628	74.629
0.2	9.089	9.089	16.817	16.817	51.315	51.315	70.888	70.889
0.4	10.856	10.856	14.467	14.467	49.675	49.675	66.214	66.215
0.6	13.584	13.584	11.204	11.204	47.213	47.213	60.024	60.025
0.8	18.527	18.527	6.535	6.535	42.914	42.915	50.864	50.878
1	30.529	30.503	0.012	0	30.625	30.530	30.625	30.530

En las Tablas 7 y 8 se ha tomado en consideración una columna elástica que posee como condiciones de vínculo en la base $k_{1R} = k_{1T} \Longrightarrow \infty$, correspondiente a un empotramiento perfecto, y en la cima $k_{2R} \Longrightarrow \infty$, $k_{2T} = 0$, correspondiente a un bipéndulo. En la Tabla 7 no se toma en cuenta el peso propio y se evalúa la carga crítica adimensional λ_p.
En este caso los resultados son fácilmente confrontables. De hecho, se verifica que la carga crítica es mayor para $\alpha_2 = 0$ y α_1 linealmente variable, demostrando que cualquiera sea la condición de vínculo el comportamiento de la columna está influenciado solamente por el coeficiente de reducción.

Tabla 7: *Carga crítica λ_p, para una columna elástica empotrada en la base y con bipéndulo en la cima.*

α_2	$\alpha_1 = 0$	α_1	$\alpha_2 = 0$	$\alpha_1 = \alpha_2$	
	λ_p		λ_p		λ_p
0	20.191	0	20.191	0	20.191
0.2	14.494	0.2	18.118	0.2	12.922
0.4	9.543	0.4	15.912	0.4	7.269
0.6	5.388	0.6	13.502	0.6	3.230
0.8	2.119	0.8	10.720	0.8	0.808
1	0.002	1	6.594	1	0

Cuando $\alpha_1 = 0$ y α_2 se aproxima a la unidad, la carga crítica se anula. Sucede lo mismo para $\alpha_1=\alpha_2=1$, caso donde el extremo superior de la columna termina en punta.
En la Tabla 8 se anula la fuerza concentrada y se calcula la carga crítica λ_q. Se evidencia que para el caso ($\alpha_1=0$, α_2 variable) y el caso ($\alpha_1 = \alpha_2 =$ variables) la carga crítica decrece, mientras crece para el caso $\alpha_2 = 0$ y α_1 linealmente variable.

Tabla 8: *Carga crítica λ_q, para una columna elástica empotrada en la base y con bipéndulo en la cima.*

α_2	$\alpha_1 = 0$	α_1	$\alpha_2=0$	$\alpha_1=\alpha_2$	
	λ_q		λ_q		λ_q
0	52.500	0	52.500	0	52.500
0.2	48.072	0.2	56.220	0.2	51.315
0.4	43.327	0.4	61.119	0.4	49.675
0.6	38.073	0.6	67.941	0.6	47.212
0.8	31.784	0.8	78.262	0.8	42.914
1	16.718	1	95.531	1	30.625

Por último, en la Tabla 9 y para $\alpha_1=\alpha_2=0$ se han asignado los valores de 4 λ_q / π^2, y se calcula la carga crítica para diversas condiciones de vínculo. Por supuesto, se encuentran los resultados obtenidos en las tablas precedentes para $\lambda_q=0$. Representando gráficamente los valores de la última columna, correspondientes al caso empotrada - bipéndulo, el diagrama λ_q - λ_p que se obtiene confirma lo dicho precedentemente por Huseyin [12], que las curvas que se construyen dirigen la concavidad hacia el origen de los ejes.

Tabla 9: *Carga crítica λ_p, para una columna elástica bajo peso propio asignado.*

$4\lambda_q/\pi^2$	Emp-Libre		Art.-Art.		Emp.- Art.		Emp.- Emp.		Emp.- Bip.
	Presente	[11]	Presente	[11]	Presente	[11]	Presente	[11]	Presente
-10	8.771	8.771	21.183	21.183	28.342	28.342	51.575	51.576	28.341
-5	5.849	5.849	15.778	15.778	24.360	24.360	45.587	45.587	24.360
-3	4.561	4.561	13.477	13.477	22.716	22.716	43.158	43.158	22.716
-2	3.886	3.886	12.295	12.295	21.882	21.882	41.936	41.936	21.882
-1	3.189	3.189	11.093	11.093	21.040	21.040	40.709	40.710	21.041
0	2.467	2.467	9.870	9.870	20.191	20.191	39.478	39.478	20.190
0.5	2.097	2.097	9.250	9.250	19.763	19.763	38.861	38.861	19.763
1	1.721	1.721	8.625	8.625	19.333	19.333	38.242	38.242	19.333
2	0.947	0.947	7.360	7.360	18.467	18.467	37.001	37.001	18.467
3	0.145	0.145	6.075	6.075	17.593	17.593	35.755	35.756	17.593
5	-1.552	-1.552	3.441	3.441	15.818	15.818	33.250	33.250	15.818
10	-6.377	-6.377	-3.491	-3.491	11.227	11.227	26.901	26.902	11.226

En la Figura 3 las curvas representadas son tres, una correspondiente al caso de $\alpha_1=\alpha_2=0$, la otra más interna correspondiente al caso de $\alpha_1=\alpha_2=0.4$ y finalmente la tercera, aún más interna, identificando al caso $\alpha_1=\alpha_2=0.8$.

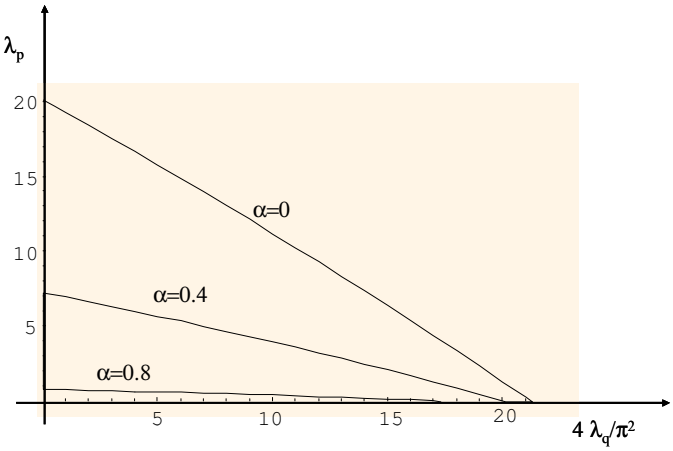


Figura 3: *Curva de estabilidad para* α = 0, α =0.4 y α =0.8.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha estudiado la estabilidad de una columna de sección variable, sujeta al peso propio y a una fuerza concentrada en su extremo superior.

Se han efectuado numerosas comparaciones numéricas que muestran la bondad del método. Además, el CDM puede ser aplicado con diversas variaciones del área y de la inercia de la columna, vinculada en sus extremos de modo cualquiera. El estudio es también susceptible de una expansión en el análisis de estabilidad dinámica.

Por otra parte, es oportuno indicar que muchos de los resultados (como se muestran en las tablas 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 9) son cotejados con la referencia [11] y la coincidencia es notable.

6. REFERENCIAS

[1] Li, Q. S. (2001). "Exact solutions for buckling of non-uniform columns under axial concentrated and distribuited loading", *Eur., J. Mech.-A/Sol* 20, 485-500.

[2] Elishakoff, I. (2001). "Inverse buckling problem for inhomogeneous columns". *Int. J. Solids Struct.* 38, 457-464.

[3] Wang, C. Y. (2010). "Stability of a braced heavy standing column with tip load". *Mech. Res. Comm.*, 37, 210-213.

[4] De Rosa, M. A. (1993). "Stability and dynamic analysis of two-parameter foundation beams". *Comp.& Struct.,* 49, 2, 341-349.

[5] Gere, J. M. and Carter, W. O. (1962). "Critical buckling loads for tapered columns". *ASCE J. Struct. Div*. 88, 1346–1354.

[6] Siginer, A. (1992). "Buckling of columns of variable flexural rigidity". *ASCE J. Engng. Mech*. 118, 640–643.

[7] Li, Q. S., Cao, H., Li, G. (1995). "Stability analysis of bars with varying cross-section", *Int. J. Solids Structures*, 32, 21, 3217-3228.

[8] Penayotounakos, D. E. (1995). "Classes of solutions in the problem of stability analysis in bars with varying cross-section and axial distributed loading", *Int. J. Solids Structures*, 32, 21, 3229-3236.

[9] De Rosa, M. A. (1989). "Stability and dynamics of beams in Winkler elastic foundations". *Earth. Engng. and Struct. Dynamics*, 18, 377-388.

[10] De Rosa, M. A. and Lippiello, M. (2009), "Natural vibration frequencies of tapered beams", *Engng. Transactions*, 57, 1, 1-22.

[11] Wei, D. J. ,Yan, S. X. , Zhang, Z. P. and Li, X. F. (2010). "Critical load for buckling of non-prismatic columns under self-weight and tip force", *Mech. Res. Comm.*, 37, 554-558.

[12] Huseyin, K. (1978). *Vibrations and stability of multiple-parameter systems*, Sijthoff and Noordhoff, Alphen aan del Rijn, The Netherlands.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

UN ELEMENTO FINITO VIGA APTO PARA MODELAR SOLIDOS HETEROGENEOS CON ANISOTROPÍA GENERAL.

Echarri, Tomás[1], Lopardo, Edgardo[2], Saralegui, Gustavo[3]

[1] *UNLP, Facultad de Ingeniería UID-DISIM.*
tomas.echarri@ing.unlp.edu.ar
[2] *edgardo.lopardo@ing.unlp.edu.ar*
[3] *gsarale@ing.unlp.edu.ar*

RESUMEN.

El modelado tridimensional mediante el método de los elementos finitos (MEF) de cuerpos esbeltos constituidos por sólidos heterogéneos con anisotropía general, puede resultar con un número innecesariamente alto de grados de libertad (GDL) para los requerimientos de aproximación.
En problemas elastodinámicos que involucran sólidos anisótropos esbeltos, en general no homogéneos, el campo de desplazamientos no puede ser restringido *a priori* pues su carácter predominante varía con las propiedades de la materia constituyente. Por esta razón, la generalización de las teorías eficaces bajo isotropía, en general, no entrega resultados satisfactorios. Adicionalmente, las teorías *had hoc* tienen limitada su aplicación a determinadas configuraciones geométricas y/o constitutivas.
En el presente trabajo se desarrolla una metodología que permite obtener para un cuerpo cilíndrico compuesto, en general, por fases sólidas con anisotropía constitutiva un funcional energético unidimensional del cual se derivan, a partir del principio de *Hamilton*, las ecuaciones de movimiento sin realizar conjeturas sobre el campo de desplazamientos. Utilizando este funcional se formula e implementa un elemento finito viga con capacidad para modelar problemas elastodinámicos en sólidos anisótropos esbeltos y se estudia el comportamiento del elemento desarrollado frente a problemas con soluciones analíticas, numéricas y resultados experimentales.

Palabras Claves: finite-element, anisotropic-beam, variational-asymptotic-method, warping-functions.

1. INTRODUCCIÓN

Las teorías aproximadas pueden separarse en dos grupos: las que establecen a priori la cinemática de la viga, y aquellas no realizan conjeturas sobre la totalidad del campo de desplazamiento. Los trabajos pertenecientes al primer grupo son frecuentes en la literatura y referidos a problemas particulares. En el segundo grupo se encuentran formulaciones generales, comúnmente basadas en el MEF, a partir de las cuales se han desarrollado programas con escasa difusión o utilizados como herramientas de investigación.

El trabajo de Giavotto & Cía. [1] (1983) puede considerarse precursor en el enfoque general del problema elastoestático asociado a sólidos esbeltos con anisotropía constitutiva. Los autores presentan una teoría en vigas anisótropas basada en el MEF utilizando el principio de los trabajos virtuales. Este proceso conduce a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden con la coordenada en la dirección de la generatriz del sólido como variable independiente, cuyas soluciones son polinómicas o con decaimiento exponencial. Las primeras son llamadas soluciones centrales por Giavotto y de ellas se deriva la flexibilidad diferencial del sólido elástico asociada a las resultantes de la distribución de fuerzas en los extremos. Las soluciones exponenciales corresponden al problema de difusión de esfuerzos para una distribución auto-equilibrada. Imponiendo la aplicación de fuerzas solo en las secciones extremas de la viga y derivando sucesivamente la ecuación diferencial asociada al problema variacional, se obtiene la expresión de la flexibilidad diferencial de la viga mediante operaciones algebraicas. La energía de deformación diferencial queda expresada en función de nuevas deformaciones unidimensionales (deformaciones naturales de la viga), que son equivalentes a las cinemáticas solo en el caso isótropo. El enfoque de Giavotto adicionalmente ha sido implementado por Bauchau, el programa desarrollado (NABSA) es apto para modelar vigas prismáticas con anisotropía constitutiva.

Según expone Hodges [2] (1990), Berdichevsky (1981) fue el primero en demostrar, considerando el orden de magnitud de las cantidades variacionales, que el análisis no lineal en vigas puede ser dividido en dos problemas desacoplados: uno bidimensional lineal a nivel de la sección y el problema global no lineal unidimensional.

Kosmatka & Ie [3] (1991) presentan en el marco de la elastodinámica una formulación geométricamente no lineal para vigas anisótropas homogéneas, en la cual se aproxima el campo de desplazamientos imponiendo funciones incógnitas comandadas por las resultantes de esfuerzo a nivel de la sección. Estas son obtenidas a partir de la resolución del problema de valor de frontera asociado a la aplicación de resultantes de esfuerzo unitarias. Finalmente formulan un elemento de 24 GDL externos basado en desplazamientos a partir de las condiciones de equilibrio estático, las funciones de forma son polinomios de *Hermite* para las 6 variables de campo y se introduce un GDL interno en los desplazamientos transversales para impedir el bloqueo por cortante. Presenta resultados cualitativos en esfuerzos para una viga de sección elíptica empotrada sometida a una fuerza transversal, y cuantitativos en el análisis modal de la misma viga libre de restricciones.

Živković & Cía. [4] (2001) desarrollan un elemento viga no lineal basado en desplazamientos, llamado por los autores súper elemento, apto para modelar torsión y curvatura naturales. Resuelven el problema a nivel de la sección utilizando el enfoque de Giavotto mencionado anteriormente, sin resolver el inconveniente de las nuevas deformaciones naturales de la viga, razón por la cual se limita el potencial del elemento a vigas con isotropía constitutiva.

Según expone Hodges [5] (2002) el enfoque de Giavotto se encuentra en desventaja respecto del método variacional asintótico (VAM) de Berdichevsky, este pronunciamiento se fundamenta en la simplicidad con la que el VAM puede manipular problemas no lineales. Este autor y colaboradores han utilizado dicho método para obtener distintas formulaciones en vigas. A partir del VAM, Yu & Cía. desarrollaron el programa de análisis seccional VABS.

Yu, Hodges & Cía.[6] (2002) presentan en el marco de la elastoestática una formulación no lineal para vigas con torsión y curvatura naturales que se deriva del VAM, a partir del cual es desacoplado el problema elástico tridimensional. El problema a nivel de la sección se resuelve en forma aproximada a partir de la minimización de la energía de deformación. Finalmente obtienen la matriz de rigidez diferencial asociada a las deformaciones naturales típicas de la teoría en vigas de Timoshenko (TVT).

2. MODELO TEORICO.

Considérese un sólido deformable compuesto por *n* fases prismáticas en estado no deformado, es decir definidas por un dominio tridimensional finito delimitado por un conjunto de superficies cilíndricas y dos planos normales a la directriz común de estas, cada una constituida por un material anisótropo. El dominio bidimensional definido por la intersección de la región definida anteriormente y cualquier plano normal a la directriz se denomina sección transversal. Adicionalmente se considera que la dimensión del cuerpo en la dirección de la directriz (l) es de mayor orden que cualquiera medida en dirección perpendicular a esta (h).

2.1. Cinemática.

El campo propuesto corresponde a una roto-traslación infinitesimal del plano de la sección transversal referida a un punto arbitrario $o(x,0,0)$ gobernada por las funciones $\{u(x,t)$ [redacted] $x,t)$ $w(x,t)\}$. De este modo el campo de desplazamiento en el sólido se expresa en forma matricial:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t)=\mathbf{G}_0(y,z)\mathbf{q}(x,t)+\boldsymbol{\phi}$$
$$\mathbf{G}_0=\left[\mathbf{1}_3\ \boldsymbol{\Theta}\right],\quad \boldsymbol{\Theta}=z(\hat{\mathbf{e}}_x\hat{\mathbf{e}}_y^{\mathrm{T}}-\hat{\mathbf{e}}_y\hat{\mathbf{e}}_x^{\mathrm{T}})+y(\hat{\mathbf{e}}_z\hat{\mathbf{e}}_x^{\mathrm{T}}-\hat{\mathbf{e}}_x\hat{\mathbf{e}}_z^{\mathrm{T}}) \tag{1}$$

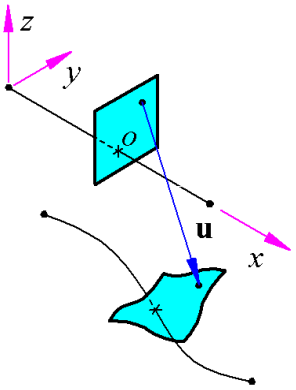


Figura 1 *Cinemática; Sistema de referencia.*

El campo expresado por Ecuación(1) no impone hipótesis alguna sobre la deformación de la sección transversal. Este se compone de una roto-traslación de la sección gobernada por las funciones ordenadas en $\mathbf{d}$, que no cambia su forma inicial, más el campo complementario $\boldsymbol{\phi}$, que deforma en general dicha sección.

En el marco de la linealidad cinemática las componentes del tensor de deformación se derivan de su definición infinitesimal, es decir se asume que $u_{i,j}\sim\mathcal{O}(\epsilon)\ll 1$ resultando para el pseudo-vector de deformacion la expresión:

$$[redacted]+\mathbf{G}_y\partial_y\mathbf{u}+\mathbf{G}_z\partial_z\mathbf{u} \tag{2}$$

Donde:

$$\mathbf{G}_i=\left[\frac{\hat{\mathbf{e}}_i\hat{\mathbf{e}}_i^{\mathrm{T}}}{\hat{\mathbf{e}}_j\hat{\mathbf{e}}_k^{\mathrm{T}}+\hat{\mathbf{e}}_k\hat{\mathbf{e}}_j^{\mathrm{T}}}\right],\quad i\neq j\neq k \tag{3}$$

Entonces la Ecuación(2) se expresa según:

$$\boldsymbol{\epsilon}=\mathbf{G}_x\Phi_0\boldsymbol{\chi}+\mathbf{G}_x\partial_x\boldsymbol{\phi}+\mathbf{G}_y\partial_y\boldsymbol{\phi}+\mathbf{G}_z\partial_z\boldsymbol{\phi}$$
$$\Phi_0=[\hat{\mathbf{e}}_x\,|\,\boldsymbol{\Theta}]\ ;\ \boldsymbol{\chi}=\partial_x[u(x,t)\ \theta_x(x,t)\ \theta_y^w(x,t)\ \theta_z^v(x,t)]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

De la Ecuación(4) se deduce que si $\partial_x\boldsymbol{\phi}=\mathbf{0}$, el CC posee infinitas soluciones de la forma:

$$\hat{\boldsymbol{\phi}}=\boldsymbol{\phi}+a_1\hat{\mathbf{e}}_x+(a_2-a_4z)\hat{\mathbf{e}}_y+(a_3+a_4y)\hat{\mathbf{e}}_z \tag{5}$$

con constantes espaciales a_i, bajo las cuales la energía de deformación permanece invariable. Estas corresponden a 4 desplazamientos de cuerpo rígido adicionales a los presentes en el campo roto-traslacional introducidos por el CC.

2.2. Relaciones constitutivas.

Bajo linealidad material y a partir de la Ecuación(4) se tiene el pseudo-vector de esfuerzo:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S}\mathbf{G}_x\Phi_0\chi + \mathbf{S}\mathbf{G}_i\partial_i\phi \tag{6}$$

El primer término de Ecuación(6) corresponde a la contribución del campo roto-traslacional como consecuencia de su variación sobre la directriz de la viga.

La matriz de rigidez del material en el sistema de referencia (Figura 1) se obtiene por medio de la transformación:

$$\mathbf{S} = \mathbf{T}_{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}'\mathbf{T}_{\varepsilon} \tag{7}$$

En la Ecuación (7) $\mathbf{S}'$ es la matriz de rigidez del material definida en un sistema de referencia en el cual las propiedades elásticas sean conocidas.

Adicionalmente si la orientación de los ejes principales de anisotropía no depende de la ubicación en una fase determinada, entonces el material presenta anisotropía rectilínea y se tiene:

$$\partial_i \mathbf{T}_{\varepsilon} = \mathbf{0}, \quad i = y,z \tag{8}$$

Como el sólido está conformado por fases cilíndricas, adicionalmente se tiene:

$$\partial_x \mathbf{S} = \mathbf{0}_6 \tag{9}$$

2.3. Obtención de las ecuaciones de movimiento.

El principio de *Hamilton* postula que el movimiento de un sistema mecánico cualesquiera ocurre de manera tal que la integral definida de la función de *Lagrange* en un lapso, la acción, es estacionaria para las variaciones posibles en la configuración del sistema, asumiéndose conocidas las configuraciones en los extremos del intervalo, *Lanczos* [7]. Considérese un lapso comprendido entre los instantes t_1 y t_2, entonces las funciones desconocidas en $\mathbf{u}$ deben ser tales que el funcional:

$$\mathcal{A} = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}\, dt \tag{10}$$

sea estacionario, es decir $\delta\mathcal{A} = 0$. Adicionalmente, si las restricciones al problema pueden ser expresadas en forma algebraica, es decir siendo estas holónomas, las variaciones no deben depender del tiempo para ser admisibles [7]-[8] y puede escribirse:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \tag{11}$$

En un sistema mecánico la función de *Lagrange* se define como la diferencia entre la energía cinética y la energía potencial total:

$$\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{U} + \mathcal{W} \tag{12}$$

Donde $\mathcal{T}$ es la energía cinética del cuerpo material, $\mathcal{U}$ es la energía potencial elástica y $\mathcal{W}$ es el trabajo mecánico de las fuerzas externas.

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2}\iiint_V \left(\dot{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}}\mathbf{G}_0^{\mathrm{T}}\rho\,\mathbf{G}_0\dot{\mathbf{q}} + 2\dot{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}}\mathbf{G}_0^{\mathrm{T}}\rho\,\dot{\phi} + \dot{\phi}^{\mathrm{T}}\rho\,\dot{\phi}\right) dV \tag{13}$$

La Ecuación(13) no supone ninguna aproximación, es la energía cinética tridimensional.

Utilizando la Ecuación(4) la EDE se expresa según:

$$\begin{aligned}\mathcal{U}_0 = {} & 2^{-1}\chi_1^{\mathrm{T}}\Phi_0^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{xx}\Phi_0\chi_1 + \chi_1^{\mathrm{T}}\Phi_0^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{xx}\partial_x\phi + \chi_1^{\mathrm{T}}\Phi_0^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{xy}\partial_y\phi \ldots \\ & + 2^{-1}\partial_x\phi^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{xx}\partial_x\phi + \partial_x\phi^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{xy}\partial_y\phi + \partial_x\phi^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{xz}\partial_z\phi \ldots \\ & + 2^{-1}\partial_y\phi^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{yy}\partial_y\phi + \partial_y\phi^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{yz}\partial_z\phi + 2^{-1}\partial_z\phi^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{zz}\partial_z\phi\end{aligned} \tag{14}$$

Donde se han introducido las matrices:

$$\mathbf{S}_{ij} = \mathbf{G}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{S}\mathbf{G}_j \tag{15}$$

Considerando que sobre el cuerpo elástico solo actúan fuerzas distribuidas τ en las secciones extremas, definidas por el vector normal $\boldsymbol{n} = \pm\hat{\boldsymbol{e}}_x$, el trabajo realizado por estas esta dado por:

$$\mathcal{W} = \iint_A (\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\tau\, n_x)\Big|_0^{l} dA\,;\ \tau(x,y,z,t) = [\tau_x\ \ \tau_y\ \ \tau_z]^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

Utilizando la Ecuación(1) e integrando la Ecuación (16) en el dominio de la sección transversal se tiene:

$$\mathcal{W} = (\mathbf{u}_\delta^\intercal \mathbf{f}_u n_x)\Big|_0^l + (\quad\quad)\Big|_0^l + \mathcal{W}^{\varphi}$$
$$\mathbf{f}_u = \begin{bmatrix} F_x & F_y & F_z \end{bmatrix}^\intercal ; \mathbf{f}_{\varphi} = \begin{bmatrix} M_x & M_y & M_z \end{bmatrix}^\intercal ; \mathcal{W}^{\varphi} = \iint_A (\phi^\intercal \tau n_x)\Big|_0^l dA \quad (17)$$

En Ecuación(17) $\mathcal{W}^{\varphi}$ es el trabajo asociado al CC. Adicionalmente se definen las resultantes estáticamente equivalentes a la distribución τ.

Si se desprecia la contribución del CC a la energía cinética, la obtención de las funciones de campo ϕ_i se reduce a encontrar aquellas que minimicen la energía potencial total Π_{EP}^{φ}. Asumiendo movimiento armónico puede analizarse el orden de los términos en la Ecuación (11) para estimar en qué casos esta negligencia es válida. Si es posible considerar $h_c \ll l_c$ entonces se tiene la restricción de orden:

$$\omega \quad\quad \quad (18)$$

Donde se han definido los órdenes de magnitud: de la densidad de masa ρ, de la tasa de deformación ω_c, del CC φ, de los módulos elásticos involucrados s_{ij}, del modo de deformación transversal $h_c \leq h$, y longitudinal $l_c \leq l$.

La Ecuacion (18) establece un límite inferior en el orden de magnitud del tiempo característico de los eventos elastodinámicos.

2.3. MEF 2D.

Por medio de los multiplicadores de *Lagrange* (ver por ejemplo *Lanczos* [7]) el funcional $\mathcal{L}$ en la Ecuación (12) es aumentado con las ecuaciones de restricción rigen sobre el CC. De esta manera se define al funcional auxiliar:

$$\Pi \quad\quad \lambda_\varphi^\intercal (\quad\quad - \bar{\varphi}_p)\, dV$$
$$\boldsymbol{\lambda}_\varphi = \begin{bmatrix} \lambda_u & \lambda_v & \lambda_w & \lambda_\vartheta \end{bmatrix}^\intercal ; \boldsymbol{\varphi}_\lambda = \begin{bmatrix} \quad\quad \\ \quad\quad \end{bmatrix} - \boldsymbol{\Phi}_0 = \mathbf{0}_{4\times 1} \quad (19)$$

Donde $\boldsymbol{\lambda}_{\varphi}$ ordena los multiplicadores los multiplicadores de Lagrange asociados al campo redundante. Al no intervenir derivadas temporales de las variables de campo el principio de *Hamilton* se reduce a:

$$\delta(\Pi_{EP}^{\varphi} + \quad\quad) \quad (20)$$

De este modo la variación del funcional de la energía potencial total aumentado con el auxiliar y asociado al CC, es:

$$\delta(\Pi_{EP}^{\varphi} + \quad\quad) = \iiint_V \big[\delta\partial_\varphi \boldsymbol{\phi}^\intercal (\mathbf{S}_{x\varphi}^\intercal \boldsymbol{\Phi}_0 \boldsymbol{\chi}_1 + \mathbf{S}_{x\varphi}^\intercal \partial_x \boldsymbol{\phi} + \mathbf{S}_{\varphi\varphi} \partial_\varphi \boldsymbol{\phi}) \ldots$$
$$- \delta\boldsymbol{\phi}^\intercal (\mathbf{S}_{xx} \boldsymbol{\Phi}_0 \boldsymbol{\chi}_2 + \mathbf{S}_{xx} \partial_x^2 \boldsymbol{\phi} + \mathbf{S}_{x\varphi} \partial_{x\varphi} \boldsymbol{\phi}) + \delta\boldsymbol{\varphi}_\lambda^\intercal \boldsymbol{\lambda}_\varphi + \delta\boldsymbol{\lambda}_\varphi^\intercal (\boldsymbol{\varphi}_\lambda - \boldsymbol{\varphi}_p)\big] dV \quad (21)$$
$$\partial_\varphi \boldsymbol{\phi} \quad\quad \mathbf{S}_{x\varphi} \cong \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{xy} & \mathbf{S}_{xz} \end{bmatrix}; \mathbf{S}_{\varphi\varphi} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{yy} & \mathbf{S}_{yz} \\ \mathbf{S}_{yz}^\intercal & \mathbf{S}_{zz} \end{bmatrix}$$

La solución del problema variacional en Ecuación(21) se obtiene en forma aproximada mediante MEF con el enfoque del método de *Ritz* [9]. Cada una de las funciones desconocidas $\{\phi_i\}$ y su variación $\{\quad\quad\}$, es interpolada con una función que verifica las condiciones cinemáticas del problema. El índice variacional en Ecuación(21) es $m=1$ para todas las funciones a interpolar lo que obliga a imponer continuidad C^0.

A partir de las definiciones anteriores las derivadas en Ecuación(21) se expresan en un elemento según:

$$\partial_x \boldsymbol{\phi}^{(e)} \cong \mathbf{N}_\varphi \partial_x \mathbf{u}_\varphi^{(e)} ; \partial_x^2 \boldsymbol{\phi}^{(e)} \cong \mathbf{N}_\varphi \partial_x^2 \mathbf{u}_\varphi^{(e)} ; \partial_\varphi \boldsymbol{\phi}^{(e)} \cong \partial_\varphi \mathbf{N}_\varphi \mathbf{u}_\varphi^{(e)} = \bar{\mathbf{B}}_\varphi \mathbf{u}_\varphi^{(e)} ; \partial_{x\varphi} \boldsymbol{\phi}^{(e)} \cong \partial_{x\varphi} \mathbf{N}_\varphi \mathbf{u}_\varphi^{(e)} = \bar{\mathbf{B}}_\varphi \partial_x \mathbf{u}_\varphi^{(e)} \quad (22)$$

Mientras que las ecuaciones de restricción se obtienen de:

$$\bar{\mathbf{R}}_\varphi = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{1}_3 & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{r}_\varphi \end{array}\right], \mathbf{r}_\varphi = \left[-\hat{\mathbf{e}}_z^T \,|\, \hat{\mathbf{e}}_y^T\right], \quad \begin{Bmatrix} \mathbf{N}_\varphi \\ \mathbf{B}_\varphi \end{Bmatrix} \tag{23}$$

Por medio de las Ecuaciones en (22) se construye para un elemento, la variación del funcional $\Pi_{EPT}^{\varphi} + \Pi_{\lambda}^{\varphi}$, esta es la integral en la longitud de la viga de la cantidad:

$$\begin{aligned} \delta(\pi_{EPT}^{\varphi} + \pi_{\lambda}^{\varphi}) \iint_A \delta\mathbf{u}_\varphi^T \Big[& -\mathbf{N}_\varphi^T \mathbf{S}_{xx} \mathbf{N}_\varphi \partial_x^2 \mathbf{u}_\varphi + (\bar{\mathbf{B}}_\varphi^T \mathbf{S}_{x\varphi}^T \mathbf{N}_\varphi - \mathbf{N}_\varphi^T \mathbf{S}_{x\varphi} \bar{\mathbf{B}}_\varphi) \partial_x \mathbf{u}_\varphi \ldots \\ & + \bar{\mathbf{B}}_\varphi^T \mathbf{S}_{\varphi\varphi} \bar{\mathbf{B}}_\varphi \mathbf{u}_\varphi + \bar{\mathbf{B}}_\varphi^T \mathbf{S}_{x\varphi}^T \Phi_0 \chi_1 - \mathbf{N}_\varphi^T \mathbf{S}_{xx} \Phi_0 \chi_2 + \Phi_{\lambda}^T \bar{\mathbf{R}}_{\varphi}^T \Big] dA \ldots \\ & + \iint_A \delta\boldsymbol{\lambda}_\varphi^T (\bar{\mathbf{R}}_\varphi \Phi_\lambda \mathbf{u}_\varphi - \bar{\varphi}_p)\, dA = \delta\mathbf{u}_\varphi^T \mathbf{f}_A + \delta\boldsymbol{\lambda}_\varphi^T \mathbf{f}_\lambda \end{aligned} \tag{24}$$

Con:

$$\sum_{(e)=1}^{nel_{2D}} \delta(\pi_{EPT}^{\varphi} + \pi_{\lambda}^{\varphi}) \tag{25}$$

pues las $\mathbf{f}_A$ y $\mathbf{f}_\lambda$ vinculadas a un mismo nodo se encuentran en equilibrio.
Procediendo con la integración en el dominio elemental, al no existir restricciones, las variaciones de las variables nodales $\delta\mathbf{u}_\varphi$ y los multiplicadores de *Lagrange* $\delta\boldsymbol{\lambda}_\varphi$ son admisibles. La solución no trivial de la Ecuación (24) es:

$$\mathbf{R}_\varphi^{(e)T} \boldsymbol{\lambda}_\varphi - \mathbf{K}_{xx}^{(e)} \partial_x^2 \mathbf{u}_\varphi^{(e)} + \mathbf{K}_\varphi^{(e)} \partial_x \mathbf{u}_\varphi^{(e)} + \mathbf{K}_{\varphi\varphi}^{(e)} \mathbf{u}_\varphi^{(e)} + \mathbf{F}_1^{(e)} \chi - \mathbf{F}_2^{(e)} \partial_x \chi = \mathbf{f}_A^{(e)} \tag{26}$$

$$\mathbf{R}_{\varphi}^{(e)} \mathbf{u}_{\varphi}^{(e)} = \mathbf{f}_{\lambda}^{(e)} \tag{27}$$

Donde se han definido las matrices elementales:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{xx}^{(e)} &= \iint_{A^{(e)}} \mathbf{N}_\varphi^T \mathbf{S}_{xx} \mathbf{N}_\varphi \, dA \;;\; \mathbf{K}_\varphi^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} (\bar{\mathbf{B}}_\varphi^T \mathbf{S}_{x\varphi}^T \mathbf{N}_\varphi - \mathbf{N}_\varphi^T \mathbf{S}_{x\varphi} \bar{\mathbf{B}}_\varphi)\, dA \\ \mathbf{K}_{\varphi\varphi}^{(e)} &= \iint_{A^{(e)}} \bar{\mathbf{B}}_\varphi^T \mathbf{S}_{\varphi\varphi} \bar{\mathbf{B}}_\varphi \, dA \\ \mathbf{F}_1^{(e)} &= \iint_{A^{(e)}} \bar{\mathbf{B}}_\varphi^T \mathbf{S}_{\varphi x} \Phi_0 \, dA \;;\; \mathbf{F}_2^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} \mathbf{N}_\varphi^T \mathbf{S}_{xx} \Phi_0 \, dA \;;\; \mathbf{R}_\varphi^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} \bar{\mathbf{R}}_\varphi \Phi_\lambda \, dA \end{aligned} \tag{28}$$

Las Ecuaciones (26) y (27) constituyen la ecuación finita del elemento.

Realizado el ensamblaje elemental sobre el dominio de la sección utilizando elementos definidos por las Ecuaciones(26) y (27), el problema bidimensional queda definido por el sistema de EDO con coeficientes constantes:

$$\underline{\mathbf{K}}_{xx} \partial_x^2 \underline{\mathbf{u}}_\varphi - \underline{\mathbf{K}}_\varphi \partial_x \underline{\mathbf{u}}_\varphi - \underline{\mathbf{K}}_{\varphi\varphi} \underline{\mathbf{u}}_\varphi = \underline{\mathbf{F}}_1 \chi_1 - \underline{\mathbf{F}}_2 \chi_2 \tag{29}$$

Donde:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{K}}_{xx} &= \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{K}_{xx} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0}_4 \end{array}\right], \underline{\mathbf{K}}_\varphi = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{K}_\varphi & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0}_4 \end{array}\right], \underline{\mathbf{K}}_{\varphi\varphi} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{K}_{\varphi\varphi} & \mathbf{R}_\varphi^T \\ \hline \mathbf{R}_{\varphi} & \mathbf{0} \end{array}\right] \\ \underline{\mathbf{u}}_{\varphi} &= \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_\varphi \\ \boldsymbol{\lambda}_\varphi \end{Bmatrix}, \underline{\mathbf{F}}_1 = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}, \underline{\mathbf{F}}_2 = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{K}}_{xx} &= \sum_{(e)=1}^{nel_{2D}} \mathrm{A}^{(e)} \underline{\mathbf{K}}_{xx}^{(e)} \mathrm{A}^{(e)T} \;;\; \underline{\mathbf{K}}_\varphi = \sum_{(e)=1}^{nel_{2D}} \mathrm{A}^{(e)} \underline{\mathbf{K}}_\varphi^{(e)} \mathrm{A}^{(e)T} \;;\; \underline{\mathbf{K}}_{\varphi\varphi} = \sum_{(e)=1}^{nel_{2D}} \mathrm{A}^{(e)} \underline{\mathbf{K}}_{\varphi\varphi}^{(e)} \mathrm{A}^{(e)T} \\ \underline{\mathbf{F}}_1 &= \sum_{(e)=1}^{nel_{2D}} \mathrm{A}^{(e)} \underline{\mathbf{F}}_1^{(e)} \;;\; \underline{\mathbf{F}}_2 = \sum_{(e)=1}^{nel_{2D}} \mathrm{A}^{(e)} \underline{\mathbf{F}}_2^{(e)} \end{aligned} \tag{31}$$

En las expresiones en Ecuación(31), la matriz $\mathrm{A}^{(e)}$ simboliza el ensamblaje elemental de modo que las $\mathbf{f}_A$ y $\mathbf{f}_\lambda$ sean eliminadas. La matriz de coeficientes en los sistemas definidos por la Ecuación(29) es simétrica y no singular. Las variables $-\boldsymbol{\lambda}_\varphi$ son las resultantes a nivel de la sección como

consecuencia de las restricciones φ_p impuestas en forma integral. Como la restricción de los desplazamientos no establece el equilibrio, estas son nulas.
Con el sistema de EDO definido en Ecuación(29) se procede según lo expuesto, la nomenclatura para las matrices en Ecuación(29) se traslada según $\{\mathbf{a},\mathbf{A}\}\leftarrow\{\underline{\mathbf{a}},\underline{\mathbf{A}}\}$.
Si se ha obtenido la solución particular de Ecuación(29) hasta χ_1, definida por las soluciones nodales ordenadas en $\mathbf{U}_1$, la matriz de rigidez diferencial asociada en términos de las matrices globales, se obtiene a partir de:

$$\text{Æ}=\text{Æ}_{00}-\mathbf{U}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\varphi\varphi}\mathbf{U}_1 \tag{32}$$

Donde:

$$\text{Æ}_{00}=\int_A \Phi_0^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{xx}\Phi_0\,dA \tag{33}$$

En el caso de la solución hasta χ_2, necesaria para el cálculo del centro tangencial generalizado y definida por las soluciones nodales ordenadas en $\mathbf{U}_2$, se tienen las sub-matrices:

$$\begin{aligned}\text{Æ}_{11}&=\text{Æ}_{00}-\mathbf{U}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\varphi\varphi}\mathbf{U}_1\\ \text{Æ}_{12}&=\mathbf{F}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{U}_1+\mathbf{U}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{x\varphi}^{\mathrm{T}}\mathbf{U}_1\\ \text{Æ}_{22}&=\mathbf{U}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\varphi\varphi}\mathbf{U}_2+\mathbf{U}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{x\varphi}^{\mathrm{T}}\mathbf{U}_1+\mathbf{U}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{x\varphi}\mathbf{U}_2+\mathbf{U}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{xx}\mathbf{U}_1\end{aligned} \tag{34}$$

Donde las expresiones en Ecuación(34) definen la matriz de rigidez diferencial de orden superior:

$$\text{Æ}=\begin{bmatrix}\text{Æ}_{11} & \text{Æ}_{12}\\ \text{Æ}_{12}^{\mathrm{T}} & \text{Æ}_{22}\end{bmatrix} \tag{35}$$

3. APLICACIONES.

3.3. Análisis modal.

Considérese una sección transversal definida por las matrices diferenciales $\{\text{Æ},\mathbf{I}\}$ en un problema unidimensional de *n* GDL, con *r* condiciones cinemáticas y $n-r$ naturales. Realizado el ensamblaje elemental sobre el dominio de la viga utilizando elementos definidos por las Ecuaciones y, el problema queda definido por el sistema de EDO con coeficientes constantes:

$$\underline{\mathbf{K}}_q\underline{\mathbf{u}}_q+\underline{\mathbf{M}}_q\ddot{\underline{\mathbf{u}}}_q=\underline{\mathbf{f}}_q \tag{36}$$

Donde:

$$\underline{\mathbf{K}}_q=\left[\begin{array}{c|c}\mathbf{K}_q & \mathbf{R}_q^{\mathrm{T}}\\ \hline \mathbf{R}_q & \mathbf{0}_n\end{array}\right];\ \underline{\mathbf{M}}_q=\left[\begin{array}{c|c}\mathbf{M}_q & \mathbf{0}\\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0}_n\end{array}\right];\ \underline{\mathbf{f}}_q=\left\{\begin{array}{c}\bar{\mathbf{f}}_q\\ \hline \mathbf{q}_p\end{array}\right\};\ \underline{\mathbf{u}}=\left\{\begin{array}{c}\underline{\mathbf{u}}_q\\ \hline \lambda\end{array}\right\} \tag{37}$$

$$\underline{\mathbf{K}}_q=\sum_{(e)=1}^{nel_{\mathrm{ID}}}\mathrm{A}^{(e)}\underline{\mathbf{K}}_q^{(e)}\mathrm{A}^{(e)\mathrm{T}};\ \underline{\mathbf{M}}_q=\sum_{(e)=1}^{nel_{\mathrm{ID}}}\mathrm{A}^{(e)}\underline{\mathbf{M}}_q^{(e)}\mathrm{A}^{(e)\mathrm{T}};\ \underline{\mathbf{f}}_q=\sum_{(e)=1}^{nel_{\mathrm{ID}}}\mathrm{A}^{(e)}\underline{\mathbf{f}}_q^{(e)} \tag{38}$$

En las expresiones en Ecuación (38), $\mathrm{A}^{(e)}$ simboliza el ensamblaje elemental de modo que las $\mathbf{f}_A$ y $\mathbf{f}_\lambda$ sean eliminadas. El problema elastodinámico tridimensional se ha reducido al sistema de EDO en Ecuación(36). Este puede integrarse directamente mediante métodos numéricos [9].
En el AMT se propone la solución armónica en el problema de vibración libre ($\bar{\mathbf{f}}_q=\mathbf{0}$):

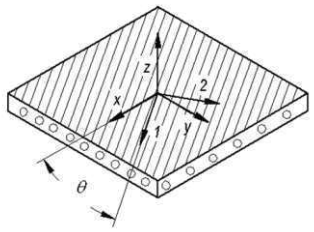
$$\underline{\mathbf{u}}_q=\psi\,e^{i\sqrt{\lambda}t},\ \underline{\mathbf{K}}_q\psi=\lambda\,\underline{\mathbf{M}}_q\psi \tag{39}$$

Donde $\sqrt{\lambda}=\omega$ es la frecuencia natural (circular) de vibración y la solución del PVP en Ecuación (39) entrega los *m* (con $m=n+r$ si se utilizan ecuaciones de restricción) pares propios $\{\lambda_i,\psi_i\}$.

3.3.2 Contraste con resultados experimentales.

Considérese un sólido elástico de longitud {lx=0.19}, con sección transversal rectangular de dimensiones {lz=3.175×10^{-3}; ly=12.7×10^{-3}} sobre las direcciones {z, y} Dicho cuerpo está constituido por el material descrito en la Tabla 1 , cuya dirección principal de anisotropía forma un ángulo {θ=30°} con la dirección {x} en el sistema de referencia.

Tabla 1 *Propiedades elásticas.*

Orientación	Propiedad	Magnitud
	c_{11}^{-1}	129.1×10^{9}
	$c_{22}^{-1}=c_{33}^{-1}$	9.408×10^{9}
	c_{44}^{-1}	2.541×10^{9}
	c_{55}^{-1}	4.304×10^{9}
	c_{66}^{-1}	5.157×10^{9}
	$c_{23}c_{22}^{-1}=c_{13}c_{11}^{-1}=c_{12}c_{11}^{-1}$	-0.3
	ρ	1551

El modelo discreto bidimensional posee 1024 elementos y 1663 GDL, las matrices de rigidez e inercia diferencial son respectivamente:

$$\text{Æ}=\begin{bmatrix} 867387 & 0 & 0 & 0 \\ & 1.46626 & -0.931983 & 0 \\ & & 1.32712 & 0 \\ sim & & & 11.6715 \end{bmatrix} \tag{40}$$

$$\text{I}=\text{diag}(6254020,\ 6254020,\ 6254020,\ 89.31,\ 5.25,\ 84.06)10^{-6} \tag{41}$$

Considerando restringido el desplazamiento en una de las secciones extremas del sólido, se obtienen las 8 primeras frecuencias naturales utilizando 10 elementos unidimensionales. En la Tabla 2 se presentan las frecuencias naturales teóricas, obtenidas con diferentes modelos, entre ellos el EVA, y son comparadas con los resultados del análisis modal experimental obtenidos por *Abarcar* & *Cuniff* [10]. Adicionalmente es especificada la característica predominante del modo.

Tabla 2 *AMT de una viga homogénea; Frecuencias naturales.*

Condición de borde: Empotrado-Libre

$nel_{2D}=1024,\ \text{GDL}_{2D}=1663$

f^{Exp} : frecuencia natural experimental; f^{Teo} : frecuencia natural teórica

Modo	$f^{Exp}[Hz]$	$f^{Exp}(f^{Teo})^{-1}$, $\{f^{Teo}[Hz]\}$						
	Abarcar & Cuniff	Abarcar & Cuniff [1]	Suresh & Nagaraj[2]	Hodges & Cia. [3]	Stemple & Lee [4]	Jung & Cia. [5]	Mitra & Cia. [6]	EVA
1fxz	52.70	1.000	1.002	1.076	0.980	1.000	0.998	0.993
1fxy	ND	ND	ND	{195.6}	{214.1}	{210.7}	{210}	{211.58}
2fxz	331.80	1.008	1.008	1.078	0.988	1.008	1.007	1.000
3fxz	924.70	1.010	1.007	1.064	0.983	1.007	1.009	0.997
2fxy	ND	ND	ND	{1215.2}	{1315.7}	{1320.4}	{1263.9}	{1319.1}
1t	1766.90	1.000	0.994	ND	1.035	1.002	1.006	1.051
4fxz	1827.40	0.964	0.966	1.100	0.971	0.995	0.984	1.003
5fxz	2984.00	1.028	1.018	ND	0.946	1.013	1.026	1.002

[1] Analítica. [2] Analítica.[3] Programa *NABSA*. [4] MEF. [5]. Semi-analítica. [6] MEF.
ND: Resultados no disponibles.

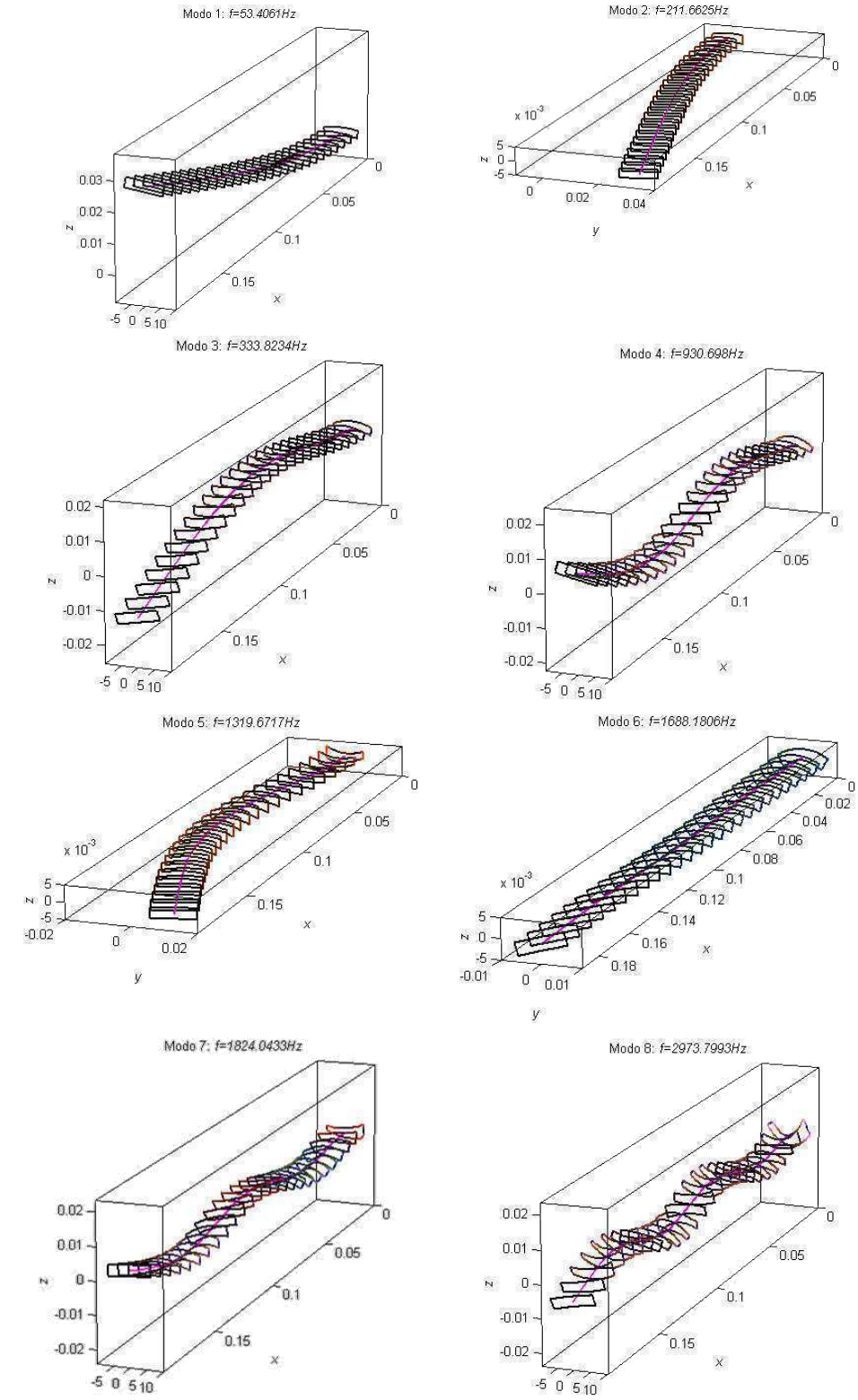


Figura 2 *AME y AMT de una viga homogénea; Frecuencias naturales y modos de vibración.*

3.2. Análisis estático.

En este caso la Ecuación(36) se reduce al sistema de ecuaciones algebraicas siguiente:

$$\underline{\mathbf{K}}_q \underline{\mathbf{u}}_q = \underline{\mathbf{f}}_q \rightarrow \underline{\mathbf{u}}_q = \underline{\mathbf{K}}_q^{-1} \underline{\mathbf{f}}_q \tag{42}$$

La Ecuación entrega la solución nodal $\mathbf{u}_q$ y las fuerzas de restricción $-\boldsymbol{\lambda}_q$.

Obtenida la solución nodal $\mathbf{u}_q$, de Ecuación(36) o Ecuación(42), y utilizando la Ecuación para obtener la matriz de deformaciones naturales $\boldsymbol{\chi}^{(e)}(\xi)$, el campo de esfuerzos se recupera a partir de la Ecuación imponiendo $\partial_x \boldsymbol{\chi}_1 = \mathbf{0}_{4\times 1}$. En la formulación propuesta se obtiene la expresión:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S}^{(i)}(\mathbf{G}_x \boldsymbol{\Phi}_0^{(j)} + \mathbf{G}_{\varphi} \bar{\mathbf{R}}^{(j)} \mathbf{U}^{(j)}) \mathbf{T}_f^T \mathbf{B}_q^{(k)}(\xi \quad \tag{43}$$

Donde el pseudo-vector de esfuerzo en Ecuación(43) corresponde al elemento unidimensional *k* y bidimensional *j*, este ultimo definido en el dominio de la fase *i*. La inclusión de la matriz $\mathbf{T}_f$ corresponde a la transformación de las deformaciones naturales asociadas a la matriz de rigidez diferencial definida en un sistema de referencia con origen en el centro tangencial. En el caso de que el CC haya sido obtenido en un sistema de referencia cuyo origen coincide con el centro tangencial, se tiene $\mathbf{T}_f \equiv \mathbf{1}_4$.

3.3.2. Contraste con elementos de mayor jerarquía.

Considérese una viga laminada cuya sección transversal y configuración se muestra en la Figura 3, constituida del material presentado en la Tabla 3.

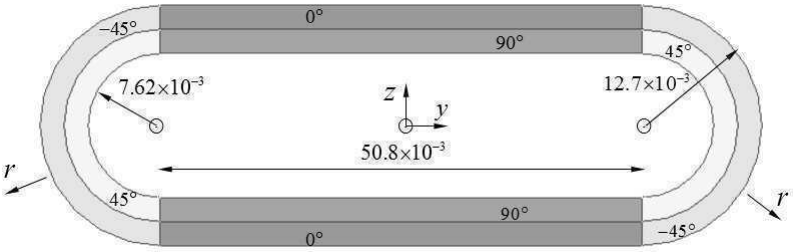


Figura 3 *Sección transversal.*

Tabla 3 *Propiedades elásticas.*

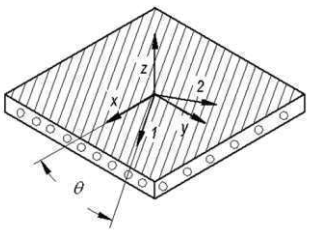
Orientación	Propiedad	Magnitud
	c_{11}^{-1}	141.96×10^9
	$c_{22}^{-1} = c_{33}^{-1}$	9.79×10^9
	$c_{44}^{-1} = c_{55}^{-1} = c_{66}^{-1}$	5.998×10^9
	$c_{23}c_{22}^{-1} = c_{13}c_{11}^{-1} = c_{12}c_{11}^{-1}$	-0.42

Tabla 4 *AMT de una viga homogénea; Frecuencias naturales.*

Condición de borde: Empotrado-Libre
$GDL_{3D}^{ANSYS} = 32460$, $GDL_{2D} = 2332$ $GDL_{1D} = 12$

$u_i^{ANSYS}(u_i^{EVA})^{-1}$ $\{u_i^{EVA}[mm]\}$		$\sigma_{ij}^{ANSYS}(\sigma_{ij}^{EVA})^{-1}$ $\{\sigma_{ij}^{EVA}[MPa]\}$					
x(1)	z(2)	xx(3)	xx(4)	xz(5)	xz(6)	xy(3)	xy(4)
$-1.76x10^{-2}$	2.92	-0.406	-1.04	13.1	9	-5.5	-8.36
{1.03}	{0.98}	{1.07}	{0.91}	{1.04}	{0.98}	{0.99}	{1.02}

[1] Analítica. [2] Analítica.[3] Programa *NABSA*. [4] MEF. [5]. Semi-analítica. [6] MEF.
ND: Resultados no disponibles.

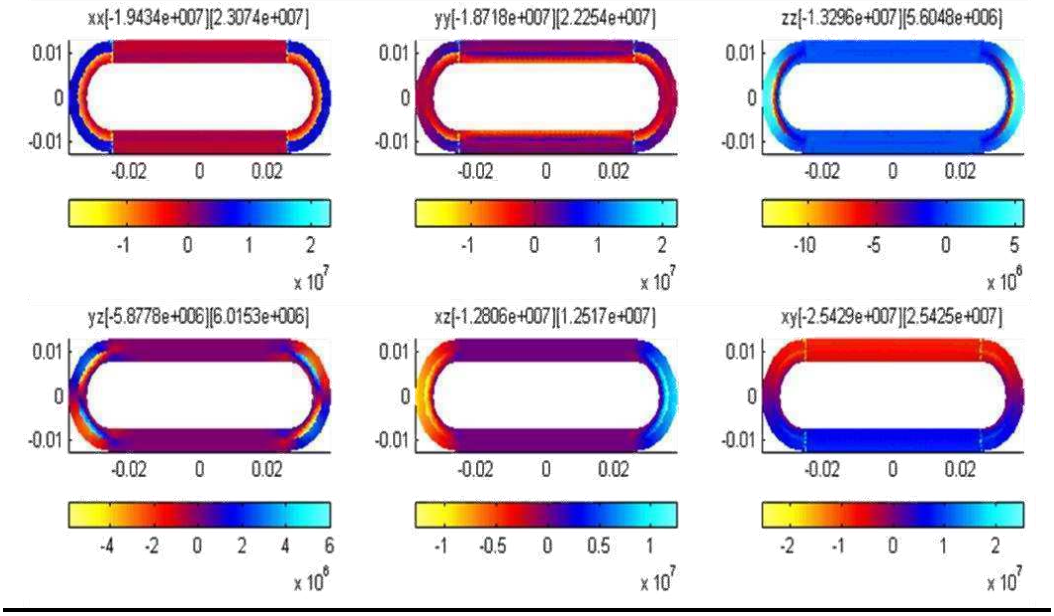


Figura 4 *Estado de esfuerzo.*

4. CONCLUSIONES.

Se desarrollo una metodología que permite obtener para un sólido cilíndrico compuesto en general, por fases con anisotropía constitutiva, un funcional energético unidimensional del cual se derivan, a partir del principio de Hamilton, las ecuaciones de movimiento sin establecer a priori el campo de desplazamientos en el sólido. A partir de este funcional fue formulado e implementado un elemento finito viga con capacidad para modelar problemas elastodinámicos en sólidos anisótropos esbeltos.
En el elemento viga formulado, se asume que el campo de desplazamiento complementario al roto-traslacional es constante sobre la directriz, o en forma equivalente que las deformaciones naturales de primer orden son uniformes. Entonces la formulación unidimensional será efectiva en general, esto es sin verificar la hipótesis mencionada, mientras los términos no considerados en la expresión de la energía de deformación, sean despreciables dentro de los requerimientos de aproximación en la solución del problema.

Se ha demostrado que mediante la recuperación del estado tridimensional de esfuerzos, el elemento unidimensional permite la evaluación esfuerzos con un nivel de detalle solo observable en el modelado sólido (MEF), cuya discretizacion a nivel de la sección transversal sea equivalente a la del modelo discreto bidimensional utilizado para obtener la rigidez diferencial. Se deduce que, si el comportamiento global de un sólido es predicho en forma aceptable por el elemento unidimensional, su desempeño será comparable con el modelado mediante elementos sólidos (MEF).

El número de GDL del problema resultante con elemento formulado se reduce notablemente respecto de elementos finitos de mayor jerarquía, esta ventaja se ve disminuida conforme lo hace la diferencia entre el orden de magnitud en las dimensiones (vigas no esbeltas) o se establece una dimensión intermedia (vigas de paredes delgadas). En los casos presentados, el problema a resolver con elementos estructurales o sólidos, en el mejor de los casos, duplica el número de GDL del problema resultante a partir del elemento unidimensional. Aun en problemas simples, existen situaciones en las que utilizar el modelado sólido (MEF) requiere un número demasiado elevado de GDL para alcanzar el nivel de aproximación obtenido con el elemento unidimensional.

Las pruebas de verificación en problemas elastodinámicos indican una aproximación aceptable a la obtenida con elementos finitos de mayor jerarquía. La correlación con el modelado sólido (MEF) en problemas de vibración libre (AMT) bajo diversas configuraciones del material, es buena en general.

La correlación con resultados publicados en la literatura obtenidos con formulaciones apropiadas en problemas específicos (teorías had hoc) es buena (ver inciso 3.6). La aproximación a los resultados experimentales (AME) presentados es aceptable. Sin embargo debe tenerse en cuenta que su validez como herramienta de verificación requiere la determinación fehaciente de las propiedades elásticas del material y correcta implementación de las condiciones de borde.

5. REFERENCIAS.

[1] V. Giavotto, M. Borri, P. Mantegazza, G. Ghiringhelli, V. Carmaschi, G. Maffioli y F. Mussi, «Anisotropic Theory and Applications,» *Computers & Structures,* vol. 16, nº 1-4, pp. 403-413, 1983.

[2] D. Hodges, A. Atdgan and B. Lee, "Modeling of Composite Beams and Plates for Static and Dynamic Analisys," Interim Semi-Annual Report NASA Grant NAG-l-1094, 17 January- 16 July 1990.

[3] J.B.Kosmatka, «The Use of Cross-Section Warping Functions in Composite Rotor Blade Analysis,» Final Report Nasa-Cr-191772, 1992.

[4] M. Živković, M. Kojić, R. Slavković y N. Grujović, «A General Beam Finite Element with Deformable Cross-Section,» *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* nº 190 , pp. 2651-2680, 2001.

[5] W. Yu, D. Hodges, V. Volovoi y C. Cesnik, «On Timoshenko-Like Modeling of Initially Curved and Twisted Composite Beams,» *International Journal Of Solids And Structures,* nº 39 , p. 5101–5121, 2002.

[6] W. Yu, V. Volovoi, D. Hodges y X. Hong, «Validation of The Variational Asymptotic Beam Sectional Analysis (VABS),» *AIAA Journal,* vol. 40, nº 10, 2002.

[7] C. Lanczos, The Variational Principles of Mechanics, Toronto: University of Toronto Press, 1949.

[8] L. Meirovitch, Methods of Analytical Dynamics, Mc. Graw-Hill, 1970.

[9] K. Bathe, Finite Element Procedures, Pentice Hall, 1996.

[10] M. Mitra, S. Gopalakrishnan y M. Seetharama Bhat, «A New Super Convergent Thin Walled Composite Beam Element for Analysis of Box Beam Structures,» *International Journal Of Solids And Structures,* nº 41, p. 1491–1518, 2004.

[11] ANSYS, «Release 10.0 Documentation for ANSYS,» SAS IP, Inc, 2005.

[12] T. Echarri Fernández, «Análisis Teórico-Experimental del Comportamiento Dinámico de Una Viga en Voladizo de Material Compuesto Laminado Reforzado con Fibras,» Tesis Magistral PUCP, Lima, Perú, 2009.

[13] S. Lekhnitskii, Teory of Elasticity of an Anisotropic Body, Mir Publishers, 1981.

[14] S. Timoshenko y J. Goodier, Theory of Elasticity, McGraw-Hill, 1951.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

Efecto de Explosiones en Estructuras de Contención

Cuesta, Juan H.*, Altenberg, Adolfo E.,[(1)]

Escuela Superior Técnica del Ejército.
Av. Cabildo 15. CABA, C1426AAA.
juanhipolito@yahoo.com

(1) CITEDEF.
San Juan Bautista de La Salle 4397. Villa Martelli, B1603ALO.
aaltenberg@citedef.gob.ar

RESUMEN.

Los materiales explosivos incluyen tanto a los materiales propiamente explosivos como a aquellos que, si bien no serán utilizados por sus propiedades explosivas, pueden sin embargo explotar. Cuando se produce una explosión, se generan gases a muy alta presión y temperatura. Estos gases, al expandirse violentamente, inducen en el entorno una onda de choque que se desplaza a una velocidad muy grande (superior a la de los gases en expansión) y cuyo pico de presión es muy elevado.
Tanto la onda de choque como los gases en expansión provocan en el medio circundante efectos mecánicos destructores. Si además, tales gases producidos por la detonación son tóxicos o contienen materiales radiactivos o contaminantes, tienen una acción directa sobre el medio ambiente, deteriorándolo.
Cuando existe riesgo de explosión accidental de un material explosivo que puede generar productos nocivos en dicho proceso, es necesario construir una estructura que no sólo pueda resistir los efectos de la explosión accidental sino, que también, debe confinar tales productos de explosión [1].
En este trabajo se propone un análisis preliminar, basado en métodos numéricos, de los efectos de una explosión sobre una estructura de contención del tipo citado. La metodología consiste en la reducción del sistema a un modelo dinámico en un grado de libertad (SDOF), el cual será resuelto con un esquema apropiado para la solución de sistemas rígidos (stiff systems). El objeto de este análisis es sentar las bases de diseño de estructuras de contención que aíslen al medio ambiente de los efectos de una eventual explosión de los materiales almacenados en las mismas. El diseño de este tipo de estructuras deberá estar en acuerdo con la normativa dada por el manual Unified Facilities Criteria (UFC), del Departamento de Defensa de los Estados Unidos [2].

Palabras Claves: Explosiones, Dinámica de Estructuras, Dinámica de Fluidos, Interacción Fluido-Estructura, Hormigón Armado.

1. INTRODUCCIÓN

Durante los primeros 60 años del siglo XX el criterio de diseño de estructuras de protección estuvo regido por el análisis experimentación y de los resultados de los eventos catastróficos producidos. Con el advenimiento de avances en la tecnología de computadoras se comienzan a aplicar técnicas de modelización numérica, tanto para la evaluación de las explosiones como de la resistencia a las mismas de las estructuras de protección. Esto se vio reflejado en los criterios de diseño que comenzaros a ser volcados en manuales [2]. La información en estos manuales cubre solo las situaciones de diseño más probables y está basada en fenómenos bien estudiados y conocidos. En consecuencia, hay numerosas situaciones en las que su aplicación es limitada y es necesaria la conducción de investigación si se desea optimizar el diseño. Tal es el caso de las estructuras de contención para las que, si bien hay criterios de diseño relativamente adecuados para el caso en que existen aberturas por las cuales pueden salir los gases producidos por la explosión, a medida que estas reducen su tamaño se complica la interacción entre los efectos de la explosión y la estructura y los métodos establecidos en los manuales pierden validez. Para este caso será necesario aplicar complejos métodos de modelización numérica, pero siempre se deberá realizar previamente un análisis por métodos simplificados que permita obtener un diseño preliminar que se pueda usar como punto de partida para una optimización. En este trabajo se realizará un análisis preliminar que consiste en la reducción del sistema a un modelo dinámico en un grado de libertad [2] (SDOF), el cual será resuelto con un esquema apropiado para la solución de sistemas rígidos (stiff systems). El objeto de este análisis es sentar las bases de diseño de estructuras de contención que aíslen al medio ambiente de los efectos de una eventual explosión de los materiales almacenados en las mismas, de manera que el diseño sea compatible con los criterios dados por el manual Unified Facilities Criteria (UFC), del Departamento de Defensa de los Estados Unidos [2].

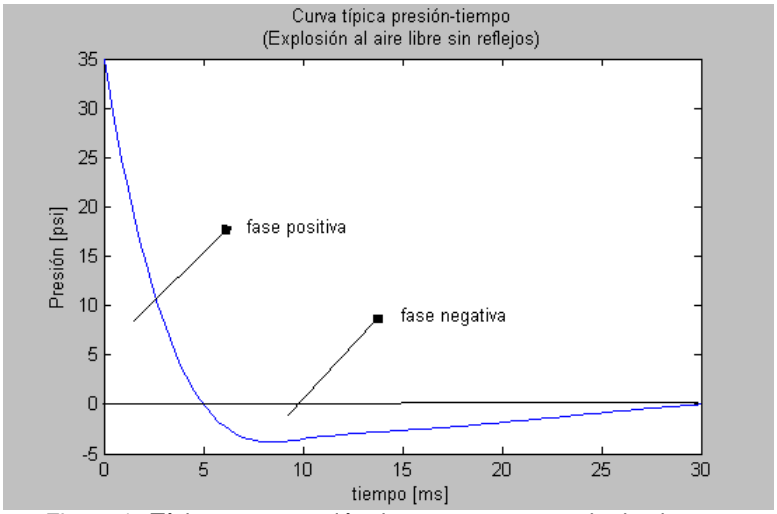


Figura 1 *Típica curva presión-tiempo para una onda de choque.*

1.1. Carga sobre una estructura debida a explosión.

En una explosión se produce una reacción química que convierte al material explosivo en productos oxidados y calor. En un material de alto poder energético se produce una detonación que es un proceso de quemado a velocidades que exceden a la velocidad del sonido en la substancia en cuestión. En este proceso el material explosivo se convierte de estado sólido o líquido en gas. En esta transformación se producen grandes aumentos de temperatura y presión en el gas que al llegar a la interfase con el medio circundante provocan una onda de choque que se propaga por el medio. Entonces se producen dos efectos, uno debido a la expansión de los gases producidos en el proceso de detonación y el otro debido a la onda de choque que se produce en la interfase entre el explosivo y el medio circundante. En general, la onda de choque tiene una forma similar a la dada en la Figura 1, con una fase positiva, de presiones superiores a la atmosférica y una fase negativa, con presiones inferiores a la atmosférica. La duración de la onda de sobrepresión es mucho menor a la de la fase

negativa del pulso y su intensidad es muy superior a la de ésta última. En general, los efectos de la fase negativa son despreciables sobre la respuesta de la estructura analizada, aunque para estructuras compuestas de materiales livianos puede llegar a ser de interés su consideración [4-7]. En consecuencia, para el diseño de estructuras se suele aproximar a la onda de choque por un pulso triangular de valor pico y duración iguales a aquellos de la fase positiva (Figura 3). De la misma forma la presión de los gases producto de la explosión puede ser aproximada por un pulso triangular. En general el valor pico de este pulso será mucho menor a aquel de la onda de choque, mientras que su duración será mucho mayor, motivo por el cual se la conoce como carga quasiestática.

1.1.1 Explosiones confinadas.

En este caso la onda de choque incidente será reforzada por el reflejo de la misma en las paredes interiores, piso y techo de la estructura de contención, lo que producirá una amplificación de sus efectos. Además, dependiendo del grado de confinamiento, es decir del área de ventilación, se producirá un incremento de la presión interna debida a la presión y temperatura de los gases producto de la explosión. Ésta puede extenderse por tiempos prolongados con respecto a la duración de la onda de choque y en relación al período fundamental de la estructura, por lo cual puede llegar a tomar características dominantes en el diseño y rara vez es despreciable, a menos que la superficie de ventilación sea suficientemente elevada y presente una distribución correcta. En este caso los procedimientos establecidos en los manuales de diseño no son adecuados y debe recurrirse al uso de modelos numéricos avanzados en una etapa de verificación.

1.2 Respuesta de una estructura a cargas dinámicas.

Tal como ocurre en el caso de estructuras sujetas a cargas estáticas o quasiestáticas (con un tiempo de aplicación que supera ampliamente el período fundamental de la estructura analizada), el cálculo de la respuesta está basado en la conservación de momento (equilibrio en este caso) y energía. Sin embargo, en el caso de cargas dinámicas el rápido cambio de las fuerzas externas e internas (con respecto al período natural de la estructura – en general, las cargas se consideran dinámicas cuando su tiempo de aplicación es menor a cinco veces el período fundamental de la estructura - [1]), así como también de las aceleraciones y velocidades hacen que las fuerzas de inercia y la energía cinética adquieran relevancia. Es así como en el caso de un análisis dinámico, las fuerzas de inercia deben ser consideradas en la ecuación de conservación de momento, que así tomará la forma:

$$F - R = M\,a \tag{1}$$

En donde F representa a las fuerzas externas, R la resistencia interna del material a la deformación, M la masa y a la aceleración. Y para el caso de la conservación de la energía se tiene:

$$WD = KE + SE \tag{2}$$

En la que WD representa el trabajo realizado por las fuerzas exteriores, KE la energía cinética y SE la energía de deformación, que incluye tanto a la energía potencial de la deformación elástica, cuanto a la energía disipada en la deformación plástica.

1.3 Curvas resistencia-desplazamiento.

Bajo la acción de fuerzas externas los cuerpos se deforman. Las fuerzas internas que tienden a restituir el cuerpo a su condición anterior a la carga se denominan resistencia. Las curvas que representan la variación de esa fuerza en relación a la variación de alguna coordenada característica del desplazamiento del sistema reciben el nombre de curvas resistencia desplazamiento. A medida que el elemento estructural es cargado aparecen fuerzas internas que tienden a restituirlo a su posición inicial debidas a la deformación elástica del componente, asimismo parte de la energía entregada al sistema se disipa al generarse articulaciones plásticas. De esta forma el elemento va aumentando su resistencia con respecto a la coordenada que representa a su deformación. Esto lo realiza a distintas tasas de aumento que definen a la rigidez unitaria (por unidad de dimensión–longitud, área, volumen, de acuerdo al caso-) del sistema, K correspondiente a una deformación dada por la coordenada de desplazamiento X. Así, la rigidez unitaria irá disminuyendo a medida que

gradualmente se va perdiendo la integridad estructural del elemento (se forman articulaciones plásticas). Durante este período se dice que el cuerpo pasa por los estados elástico y elastoplástico. Este proceso continúa hasta que el elemento llega a una condición en la que el deterioro de su integridad estructural le hace imposible el mantener el aumento de resistencia en relación a los aumentos en la coordenada de desplazamiento. En este punto se dice que el elemento ha llegado a su período plástico. La resistencia unitaria a la deformación provista por el elemento en este punto se denomina resistencia unitaria última, r_u y el desplazamiento correspondiente será X_p. Para la determinación de la curva carga-desplazamiento de un elemento estructural se utilizan las ecuaciones de conservación del momento y la energía aplicadas al caso estático [2]. Una curva resistencia-desplazamiento típica para un elemento bidimensional (una placa) puede verse en Figura 2 y Figura 9. En este período de la historia de deformación de un elemento aún se mantiene su integridad estructural en forma global (no así en forma localizada).

1.4 Sistemas dinámicamente equivalentes.

A pesar de tener numerosos grados de libertad y, por consiguiente muchos modos naturales de vibración, en los elementos estructurales el modo fundamental suele predominar en forma dominante sobre los demás cuando se considera su respuesta a cargas corta duración. Es por esto que el comportamiento dinámico de dicho sistema se puede aproximar por el de un sistema equivalente en el cual la única coordenada que define su posición estará dada por la coordenada de posición de un punto representativo del primer modo de vibración del sistema. Es así como el sistema se puede reducir a uno del tipo masa, resorte, amortiguador, con un único grado de libertad (SDOF) en el que las características de resistencia e inercia del sistema original son asimiladas y aproximadas por aquellas asociadas al primer modo de vibración del sistema [2].

1.4.1 Factores dinámicos de diseño.

Para reducir un elemento estructural a un sistema SDOF equivalente se necesita definir los parámetros dinámicos, de carga y de resistencia de éste último, vale decir $M_e = K_M\, M$: Masa equivalente, $R_e = K_L\, R$: Resistencia equivalente y $F_e = K_L\, F$: Fuerza equivalente. K_L y K_M son los factores de carga y masa respectivamente. Estos parámetros, cuando son aplicados al sistema equivalente hacen que éste se comporte dinámicamente en forma aproximada a aquella del sistema original. Para hallar el valor de estos parámetros se propone una forma deformada coincidente con la forma del modo fundamental del sistema, de acuerdo a lo explicado en el apartado *1.4*. Una vez hecho esto se aplican consideraciones energéticas asociadas al trabajo de las fuerzas exteriores, energía cinética y trabajo de deformación del sistema. En los problemas quasiestáticos asociados a una fase de presión de gases dominante sobre la de la onda de choque sería más apropiado proponer una forma deformada coincidente a aquella de la deformación estática del sistema, pero se ha mostrado que esto no afecta en forma apreciable los resultados del análisis dinámico correspondiente [2].

1.4.2 Factor de carga-masa.

La ecuación de conservación del momento (Ecuación (1)) puede ser escrita para el sistema equivalente como

$$K_L\, F - K_L\, R = K_M\, M\, a \tag{3}$$

La que se puede reescribir como

$$F - R = K_{LM}\, M\, a = M_e\, a \tag{4}$$

En la que $K_{LM} = K_M/K_L$ es el factor de carga-masa. Éste se encuentra tabulado en los manuales de diseño como el UFC [2] para los diversos períodos de deformación (elástico, elasto-plástico y plástico) de acuerdo al tipo de estructura.

1.5 Diseño con hormigón armado, modos de comportamiento estructural.

La respuesta del hormigón armado a la carga externa puede realizarse en dos modos, dúctil y frágil. En el modo dúctil el elemento estructural desarrolla largas deformaciones plásticas sin colapsar, mientras que en modo frágil se produce una pérdida de la integridad estructural que puede ser global o localizada.

1.6 Resistencia dinámica de los materiales.

Tanto el hormigón como el acero presentan un aumento de su resistencia cuando son sometidos a cargas explosivas. Esto se deba al aumento de las tasas de deformación lo que produce en el hormigón una mayor resistencia a la compresión y en el acero una mayor tensión de fluencia. Sin embargo, la resistencia última del acero no se ve grandemente modificada por el aumento de la tasa de deformación. Este aumento de resistencia es sustancial y, por lo tanto, es tenido en cuenta en el cálculo de la resistencia última del hormigón armado [2].

2. CONFIGURACION Y RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES.

El proceso de diseño de una estructura sometida a la acción de una carga explosiva comienza con la evaluación de la estructura desde el punto de vista de su resistencia a las cargas estáticas. A partir de allí y en base a consideraciones relacionadas con la experiencia del diseñador en un ambiente de cargas dinámicas se propone una configuración preliminar geométrica y de materiales de construcción. Desde allí se propone un modelo dinámico simplificado que deberá dar una estructura que sirva como punto de partida a la verificación de la solución propuesta con medios numéricos complejos y su eventual validación por datos experimentales.

Aquí se propone analizar el comportamiento de una estructura completamente estanca de forma de cubículo cerrado de 30'x30'x12', en cuyo interior se coloca una carga de 5 lb de TNT situada a 15' de la pared trasera, 7.5' de una de las paredes laterales y 3' del piso. El método simplificado de resolución consiste en la reducción del sistema a tres SDOF's independientes, uno para la pared trasera, otro para la pared lateral más cercana y uno último para el techo, los que se consideran empotrados en los bordes. Se ha demostrado que este tipo de simplificación da resultados suficientemente adecuados para un diseño preliminar de la estructura sujeta a las cargas explosivas [1]. El SDOF tendrá la forma dada por la Ecuación (4), la cual se puede reducir a una formulación del tipo *espacio de estados* dada por:

$$\begin{cases} x_1' = x_2 \\ x_2' = [u(t) - r(x_1)]\ (1/(K_{LM}(x_1)M)) \end{cases} \tag{5}$$

En la que el estado x_1 representa al desplazamiento y x_2 la velocidad del SDOF y $u(t)$ es la presión ejercida por la explosión. El sistema de ODE's resultante es de la forma $x' = f(x,t)$, que en este caso es un sistema ODE no lineal y stiff, el cual fue resuelto mediante un esquema del tipo Runge-Kutta apto para la resolución de dichos problemas [3]. La resolución se realizó en variable y tiempo continuos utilizando Simulink®.

2.1 Pared trasera.

De acuerdo con UFC, se obtienen los siguientes valores para la onda de choque en función del tipo de explosivo, características geométricas de la estructura y ubicación de la carga, APRP (Average Peak Reflected Pressure) = 5 psi., APSI (Average Peak Scaled Impulse) = 10 psi-ms/lb$^{1/3}$. Duración del pulso t_0 = 7.27 ms (Figura 3). Con respecto al gas generado por la detonación del explosivo, en función de la cantidad de explosivo y el volumen del recinto (asumiendo un comportamiento perfectamente estanco de la instalación), Presión pico, P_g = 11 psi, duración, t_g = 6545 s. (Figura 4). Se intenta el diseño con Hormigón de resistencia última a la compresión f_c' = 4000 psi, acero para el armado de tensión de fluencia f_y = 66000 psi. Las resistencias de diseño de los materiales (debido al incremento por velocidad de deformación) vienen dadas en la Tabla 1.

Tabla 1 *Resistencias de diseño de los materiales.*

	Hormigón f'_{dc}	*Acero* $f_{ds} = f_{dy}$
Flexión	—	81180 psi
Compresión	4920 psi	—
Tensión diagonal	4000 psi	72600 psi
Corte directo	—	72600 psi

Se toman paredes de 12” de espesor, con un recubrimiento de 0.75” en el lado interior, y 1.5” del lado exterior. Para la armadura de enlazamiento se toman barras de acero #6. Se intenta en esta etapa una armadura vertical con barras #4 con separación 5” oc y una armadura horizontal con barras #4 con separación 10” oc. Si se propone un x = 0.5, para obtener líneas de rotura a 45º y realizando un análisis elasto-plástico del comportamiento de las placas de acuerdo con UFC [2] se obtiene la curva resistencia-desplazamiento dada en la Figura 2. En la Figura 2 se indican los puntos de paso del estado elástico al plástico, pasando por los dos puntos intermedios de creación de articulaciones plásticas (dentro del estado elasto-plástico).

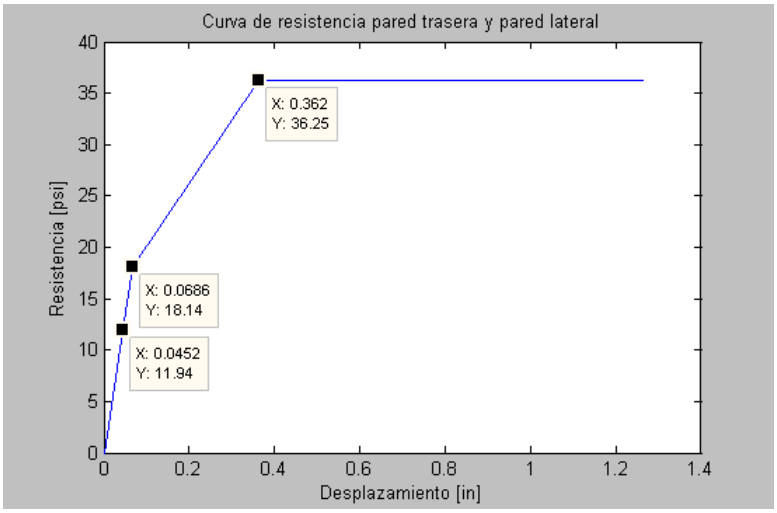


Figura 2 *Curva resistencia-desplazamiento para las paredes trasera y lateral.*

En cuanto a los valores de la masa efectiva del sistema, se obtuvieron los valores para el factor de carga-masa dados en la Tabla 2. Con estos valores del coeficiente K_{LM} en función de x_1, la curva resistencia-desplazamiento de la Figura 2 y la historia temporal de la onda de choque se realizó una simulación numérica a partir de la Ecuación (5). De este modo se pueden observar los efectos sobre el sistema de la onda de choque sin tomar en consideración los efectos de los gases de explosión totalmente confinados dentro de la instalación (Figura 3). Se puede ver que los efectos de la onda de choque sobre la respuesta de la estructura son muy pequeños (el punto de mayor desplazamiento de su modo fundamental de vibración se mueve $x_1^{(\max)}$ = 0.0203 in, lo que se produce a un tiempo t_m = 6.67 ms. Observando la curva resistencia-desplazamiento se puede observar que estos valores están dentro del régimen elástico de la estructura, con lo que se asegura su plena integridad estructural y, por lo tanto, su estanqueidad, que es uno de los objetivos fundamentales de esta instalación.

Tabla 2 *Valores del factor de carga-masa para las paredes trasera y lateral.*

	Elástico	*Elasto-Plástico (dos simples)*	*Elasto-Plástico (cuatro simples)*	*Plástico*
K_{LM}	0.77	0.78	0.79	0.64

En una segunda simulación numérica se evaluó la respuesta del sistema a la fase de gases confinados en combinación con la onda de choque obteniéndose los resultados dados en la Figura 4. Se puede observar en este caso que la respuesta del elemento estructural será apreciable. En efecto,

es evidente que los efectos en la respuesta de la estructura a la onda de choque son despreciables frente a aquellos provocados por la onda de presión de los gases de detonación del explosivo, lo que se debe al confinamiento total que se produce en la instalación. En este caso, el desplazamiento máximo $x_1^{(\max)}$ = 0.3056 in, a un tiempo t_m = 21.7 ms. Si observamos la curva resistencia-desplazamiento observamos que la respuesta está en la región elasto-plástica del comportamiento de la estructura, lo que garantiza la integridad estructural de la misma, así como también su estanqueidad, con lo que la estructura cumple con su cometido y las suposiciones de diseño son, de esta forma validadas. La Figura 5 muestra las grandes diferencias entre los desplazamientos en el elemento inducidos por la onda de choque y los gases producidos por la detonación del explosivo.

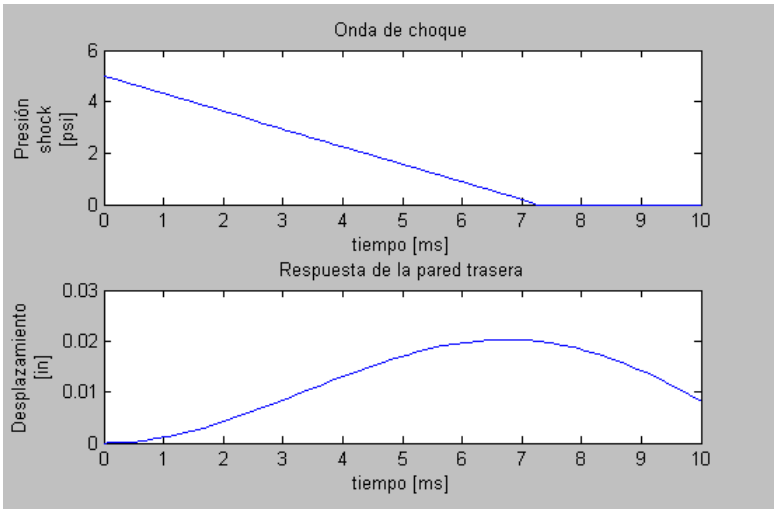


Figura 3 *Onda de choque y respuesta de la pared trasera.*

2.2 Pared lateral más cercana al explosivo.

Los datos relevantes para la realización de esta simulación son similares a los utilizados para la pared trasera debido a que la planta de la instalación es cuadrada. Solo los datos referidos al efecto de la explosión son diferentes, ya que las características de la ubicación del explosivo así lo indican. En este caso los valores correspondientes a la magnitud de la onda de choque y a su impulso serán APRP = 38 psi, APSI = 46.8 psi-ms/lb$^{1/3}$. La duración del pulso t_0 = 4.48 ms. Los datos relativos a los gases de detonación del explosivo son similares a los anteriores. Se realizó una simulación con los datos de la onda de choque solamente para evaluar su influencia en la respuesta del elemento estructural, los resultados de la misma se encuentran reflejados en la Figura 6. Aquí se percibe que la respuesta inducida por la onda de choque es apreciable. En efecto, su valor de desplazamiento máximo $x_1^{(max)}$ = 0.186 in, al tiempo t_m = 10.5 ms. El máximo desplazamiento está en el período elasto-plástico de la respuesta del elemento, con lo que se asegura su integridad estructural y su estanqueidad. Se condujo luego una segunda simulación tomando en consideración tanto la onda de choque, cuanto la presión producida por los gases de detonación, cuyos resultados están graficados en la Figura 7. Esta combinación de causas genera un desplazamiento máximo de la estructura de $x_1^{(max)}$ = 0.366 in, para el tiempo t_0 = 15.19 ms.

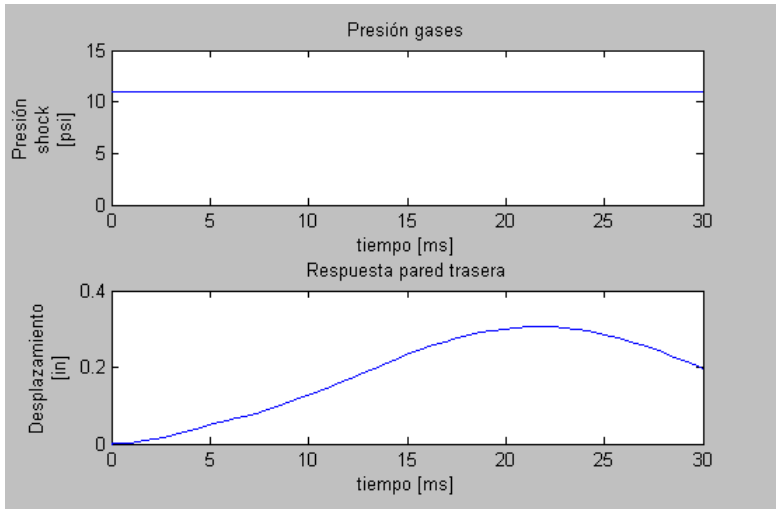


Figura 4 *Onda de choque de los gases de detonación y respuesta de la pared trasera.*

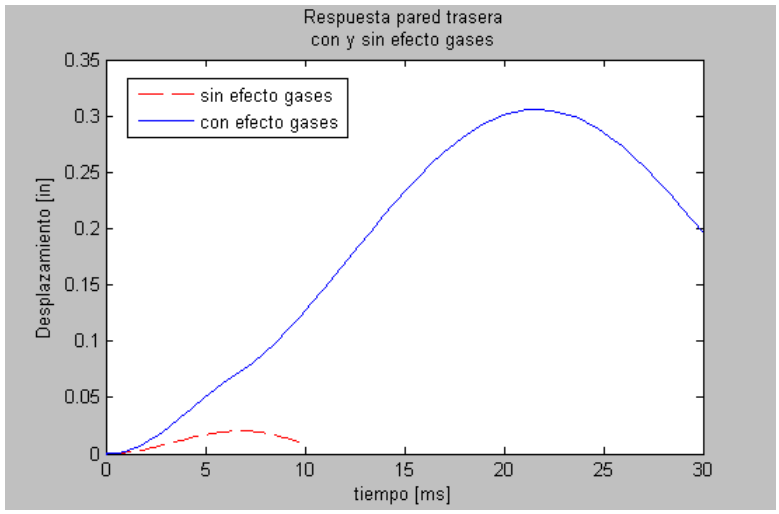


Figura 5 *Comparación de la respuesta inducida por la onda de choque y los gases de detonación.*

Se puede observar en el gráfico resistencia-desplazamiento que el desplazamiento máximo del sistema está en un punto que está ubicado apenas en el comienzo del período plástico con lo que se sigue asegurando globalmente la integridad estructural de la instalación y su capacidad de permanecer estanca después de la explosión. La estructura sigue en el rango de los pequeños desplazamientos. En la Figura 8 se compara la respuesta inducida por la onda de choque solamente y el efecto combinado de onda de choque y gases de detonación del explosivo. Se observa que bajo estas condiciones la respuesta inducida por la onda de choque es de magnitud similar a aquella producida por los gases de detonación. Aquí, las dos fases son importantes.

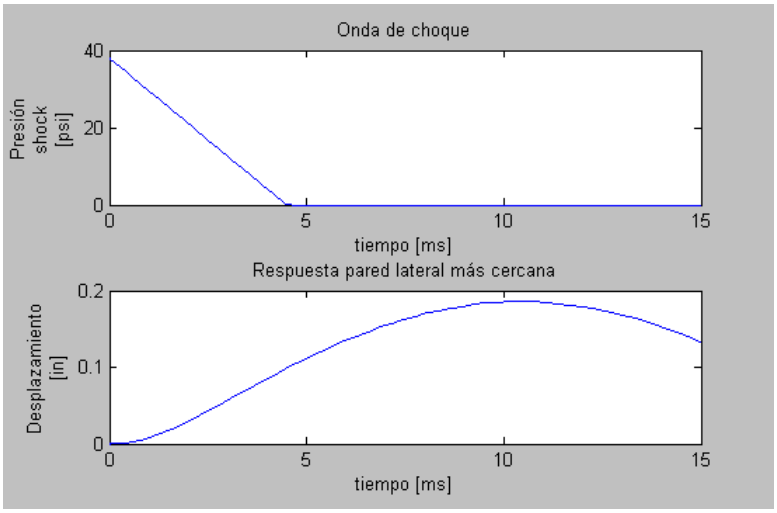


Figura 6 *Onda de choque y respuesta de la pared lateral más cercana a la explosión.*

2.3 Techo.

En este caso APRP = 2 psi, APSI = 5 psi-ms/lb$^{1/3}$, y la duración del pulso t_0 = 9.1 ms. Los parámetros asociados a los gases de detonación son similares a los de los dos casos anteriores. Aquí se propone una armadura para el hormigón conformada por barras de acero #8 en una de las direcciones (digamos vertical, recordando que la planta de la instalación es cuadrada) con separación de 5 in oc, similar en la dirección perpendicular a ésta. Si se considera un x = L/2 para que las líneas de fluencia estén a 45º, se obtiene una curva resistencia-desplazamiento graficada en la Figura 9. Nuevamente, los sucesivos puntos de fluencia están indicados en el gráfico. Los valores del coeficiente de carga-masa se obtuvieron en forma similar a aquellos de las paredes con lo que se obtienen los valores de $K_{LM}(x_1)$ resumidos en la Tabla 3.

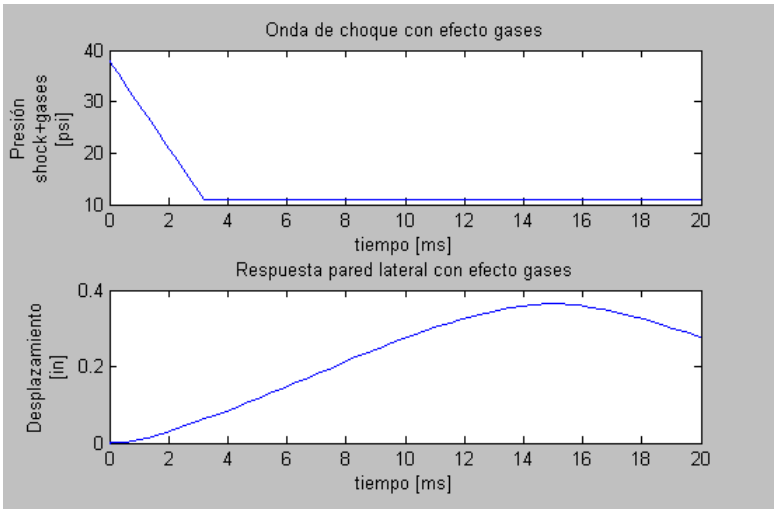


Figura 7 *Onda de choque, presión de gases de detonación y respuesta de la pared lateral más cercana a la explosión.*

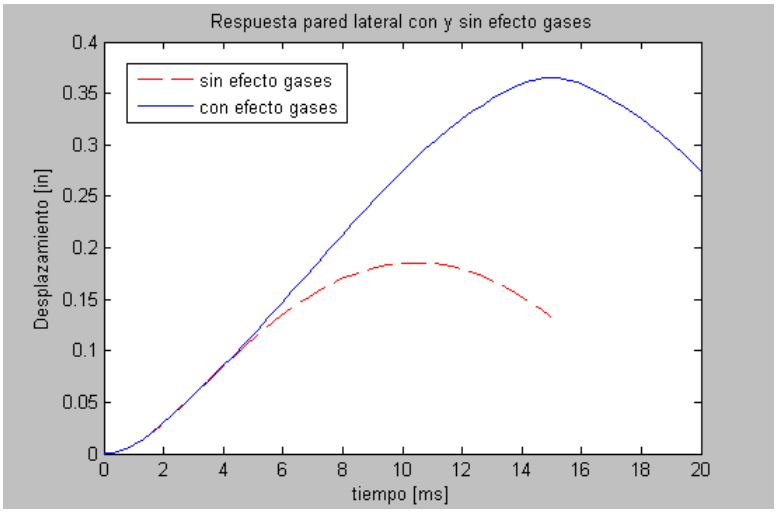


Figura 8 *Comparación de la respuesta inducida por la onda de choque y los gases de detonación en la pared lateral.*

Tabla 3 *Valores del factor de carga-masa para el techo.*

	Elástico	*Elasto-Plástico (dos simples)*	*Elasto-Plástico (cuatro simples)*	*Plástico*
K_{LM}	0.61	0.62	0.63	1

Ahora la ecuación de equilibrio de momentos deberá ser cambiada para tomar en consideración el efecto del peso propio unitario del elemento estructural, entonces el comportamiento dinámico del techo va a estar definido por el siguiente sistema en modo de *espacio de estados*:

$$\begin{cases} x_1' = x_2 \\ x_2' = [u(t) - r(x_1) - wc]\,(1/(K_{LM}(x_1)M)) \end{cases} \quad (6)$$

En donde wc es el peso unitario del hormigón por unidad de superficie del techo y vale 1.04 psi/in. Con todos estos valores y utilizando el modelo dado por la Ecuación (6), se realizó una simulación en la que solo se tuvo en cuenta el desplazamiento inducido por la onda de choque, cuyos resultados se vuelcan en la Figura 10. Se puede ver en la figura que el desplazamiento inducido por la onda de choque es muy pequeño, en efecto el desplazamiento máximo del elemento será $x_1^{(max)}$ = 0.0067 in, que se produce a t_0 = 8.34 ms. Si se observa la curva resistencia-deformación se ve que la estructura se encuentra en el período elástico. Luego se realizó una segunda simulación en la que se consideró el efecto combinado de la onda de choque y los gases de detonación del explosivo que dio los resultados mostrados en la Figura 11. Se puede apreciar en la figura que la magnitud de los desplazamientos inducidos por la acción de los gases de detonación es de considerable magnitud, una comparación con los desplazamientos producidos solo por la onda de choque, muestra que la contribución de esta última puede ser despreciada. Esto se ve, asimismo en la Figura 12. La diferencia entre la respuesta debida a la onda de choque y aquella inducida por los gases de detonación del explosivo es tan grande en este caso que el gráfico de comparación tuvo que hacerse en escala logarítmica. El máximo desplazamiento para esta condición de carga es $x_1^{(max)}$ = 3.34 in, produciéndose a t_0 = 71.9 ms. Si observamos el gráfico resistencia-desplazamiento correspondiente al techo vemos que el valor de desplazamiento máximo está bien dentro del período elasto-plástico garantizándose así la integridad estructural y la estanqueidad del elemento. El elemento está bien dentro de la zona de deformaciones reducidas.

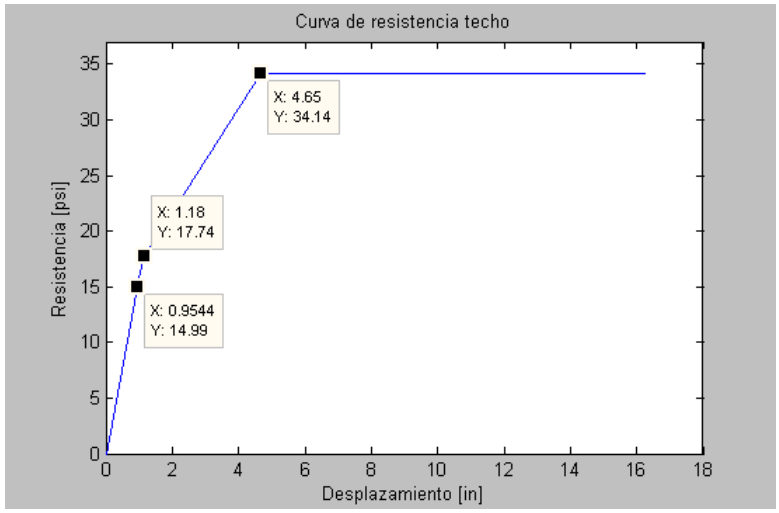


Figura 9 *Curva resistencia-desplazamiento para el techo.*

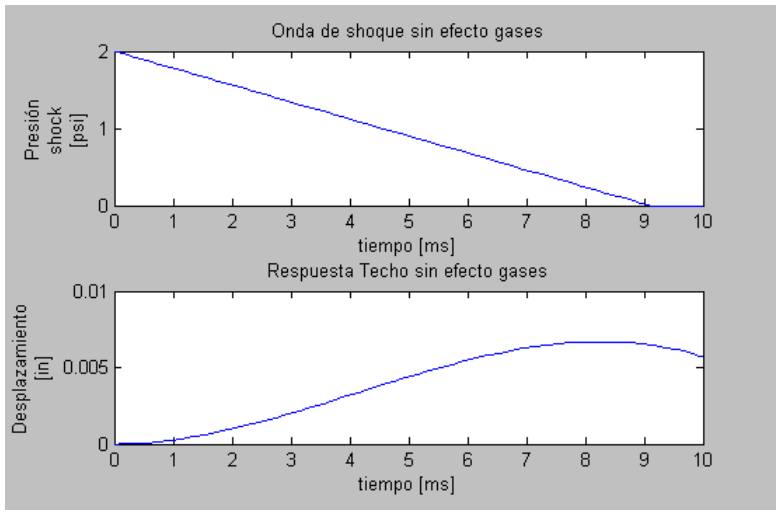


Figura 10 *Onda de choque y respuesta del techo.*

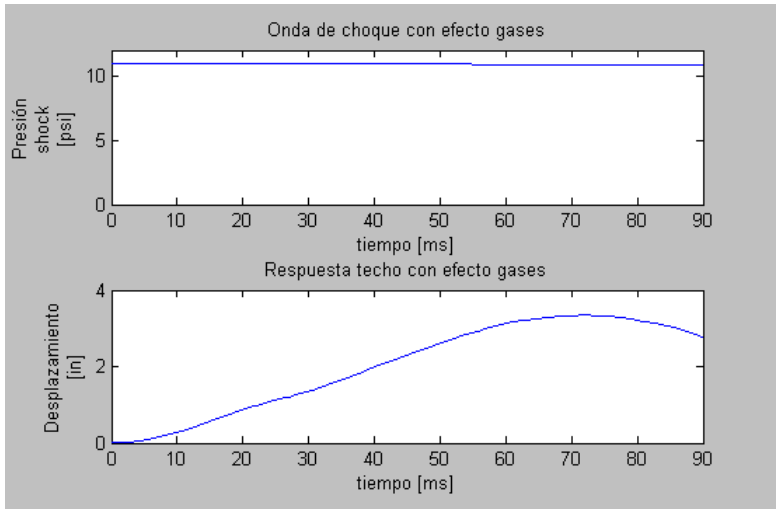


Figura 11 *Onda de choque de los gases de detonación y respuesta del techo.*

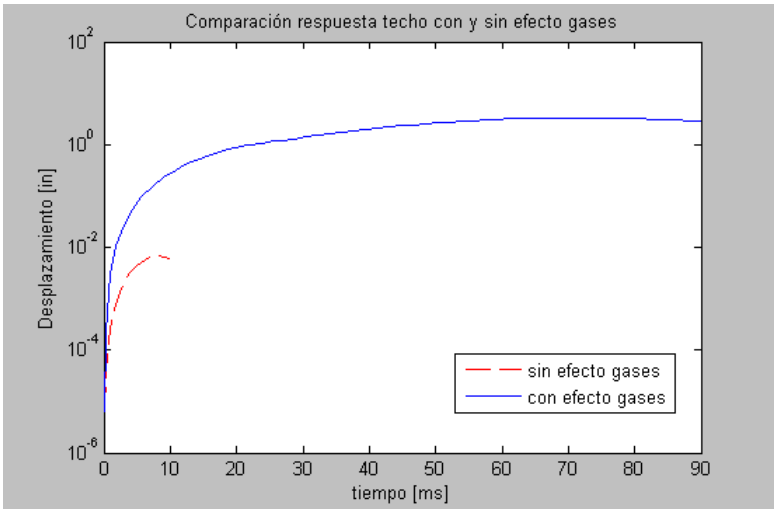


Figura 12 *Comparación de la respuesta inducida por la onda de choque y los gases de detonación en el techo.*

3. CONCLUSIONES.

Se ha llegado a realizar un análisis y diseño preliminar de una estructura de contención totalmente estanca a pesar de que este no es un caso contemplado en los manuales de diseño. Esto se hizo mediante la generación de un modelo dinámico no lineal a partir de los criterios de diseño dados por el UFC [2]. Los resultados de esas simulaciones ponen en evidencia la importancia central del efecto de la presión de los gases de detonación del explosivo en un ambiente totalmente confinado. Sin embargo, a pesar de ello la dinámica de la expansión de los gases de detonación de un explosivo en un ambiente totalmente estanco es un fenómeno no muy bien conocido y cuantificado y los métodos empíricos existentes son poco confiables para la obtención de resultados que puedan usarse en diseño de este tipo de instalaciones [1]. Es por esto que se hace necesario un estudio exhaustivo de la interacción entre los gases de detonación de un explosivo y un ambiente totalmente confinado. Una vez hecho esto se pueden derivar de dicho análisis procedimientos empíricos para el diseño de este tipo de estructuras.

4. REFERENCIAS.

[1] Krauthammer, Theodor. (2008). *Modern Protective Structures*. Boca Ratón. CRC Press. Florida.

[2] Departamento de Defensa de los Estados Unidos. (2008). "Unified Facilities Criteria. Structures to Resist the Effect of Accidental Explosions." *UFC 3-340-02.*

[3] Bogacki, P.; Shampine, L. F. (1989). "A 3(2) pair of Runge-Kutta formulas". *Appl. Math. Letters. Volumen 2, pp 1-9*.

[4] Altenberg, A. E., (1996). "Full Blast Wave Effects on Glazing". M.S. Thesis in Civil Engineering. *The Pennsylvania State University.*

[5] Krauthammer, Theodor; Altenberg, Adolfo. (1996). "Full Blast Wave Effects on Glazing". *Proc. Specialty Symposium on Structures Response to Impact and Blast.* Tel Aviv, Israel.

[6] Altenberg, Adolfo; Krauthammer, Theodor. (1996). "Blast Effects on Light Nonstructural Components". *Proc. 27th Department of Defense Explosive Safety Seminar.* Las Vegas, Estados Unidos.

[7] Krauthammer, T., and Altenberg, A.E. (2000). "Assessing Negative Phase Blast Effects on Glass Panels," *International Journal of Impact Engineering, Vol. 24, No. 1, pp. 1-17, January.*

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
III CAIM 2012

ADSORCION DE MONOXIDO DE CARBONO EN SUPERFICIE HIERRO NICKEL: ESTUDIO COMPUTACIONAL DE LA ESTRUCTURA ELECTRONICA Y EL ENLACE QUIMICO

Simonetti, Sandra[1, 2], Lanz, Cesar[1], Canto, Gabriel[3], Brizuela, Graciela[1], Juan, Alfredo[1]

[1] *Universidad Nacional del Sur, IFISUR-CONICET, Argentina*
[2] *Universidad Tecnológica Nacional, Argentina*
[3] *Universidad Autónoma de Campeche, México*
ssimonet@uns.edu.ar clanz@uns.edu.ar

RESUMEN

En el presente trabajo se estudia la adsorción de la molécula de dióxido de carbono (CO) sobre la superficie FeNi(111) mediante cálculos efectuados aplicando la teoría del funcional de la densidad. La molécula de CO presenta su geometría más estable en una posición intermedia entre el sitio "bridge" Ni-Ni y el sitio "atop" Fe. Luego de la adsorción, se forman las interacciones Ni-C (1.94 Å) y Fe-C (2.09 Å) con la participación de los orbitales C s-metal p y C p-metal d. Las nuevas interacciones debilitan los enlaces metálicos un 15% del valor original.

Palabras claves: monóxido de carbono, hierro, níquel, computacional.

1. INTRODUCCIÓN

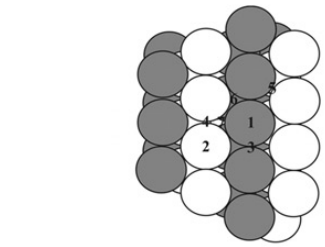
Es crucial entender la absorción química de pequeñas moléculas de gases en las superficies de los metales de transición, con el objeto de determinar a nivel molecular el mecanismo de catálisis heterogénea. En el caso del monóxido de carbono (CO) gaseoso adsorbido en superficies de metales de transición, el CO está presente en la mayoría de los procesos catalíticos, tanto como un reactante como contaminante, y por otro lado es uno de los sistemas de superficies más ampliamente estudiado en química y física debido a su importancia tecnológica y a su simplicidad estructural.
Se han realizado grandes esfuerzos para mejorar el entendimiento de las propiedades del sustrato CO usando aproximaciones experimentales y teóricas.
Jiang y Carter encontraron una barrera energética para el proceso disociativo de la carburización del hierro (Fe) a elevada temperatura. En un estudio mas reciente, Scheijen y col. [2] usando el código base de ondas planas VASP, estudiaron la adsorción de CO sobre una superficie de Th [100] sobre una variedad de metales puros, y en aleaciones Fe_3Mo y Fe_3Cr; llegando a la conclusión que el CO es mas estable en sitios “four-fold hollow” y con el eje del CO inclinado de 47 a 58 grados respecto a la normal a la superficie. En otros estudios se analizaron la adsorción de CO en monocapas metálicas depositadas sobre Pt, Cu, Fe y Ni [3]. Por otro lado, las superficies bimetálicas juegan un papel decisivo en la catálisis heterogénea. Debido a la disposición particular de los diferentes átomos en la superficie, pueden abrirse nuevas vías de reacción y puede ser mejoradas tanto la actividad como la selectividad del catalizador. Se han discutido en la literatura varios conceptos de las propiedades específicas de la reacción de los cuales, los mas importante son el efecto ligante electrónico y el efecto del ensamble geométrico. Utilizando la teoría del funcional de la densidad (DTF) de capa periódica, han sido investigadas la adsorción, difusión y disociación energética de CO sobre una monocapa de Aluminio (Al) sobre Fe (100) [Al / Fe (100)]. El autor predice que ha existido un estado débil de quimisorción del CO sobre Al/Fe(100), mediante la adsorción inclinada del CO en sitios “four-fold hollow”. La disociación del CO empieza desde este estado débilmente adsorbido, que tiene una barrera que es aproximadamente 0,70V mas baja que sobre el Fe(100) [4]. Se ha utilizado espectroscopía de absorción de reflección infrarroja (IRRAS) para investigar la absorción de CO en una monocapa de Fe depositada sobre Pt(111). La exposición a temperatura ambiente del CO en una superficie pura de Pt(111), produce bandas lineales y de puente de CO-Pt. La intensidad de las bandas CO-Pt disminuye drásticamente a medida que aumenta el espesor del hierro [5]. Se han realizado mediciones con IRRAS para la adsorción de CO sobre superficies bimetálicas con depósitos de varios espesores de Ni_x/Pt(111) (siendo x el espesor en nanómetros). La exposición del CO a una superficie pura de Pt(111) a 323 K produce bandas de CO-Pt linealmente enlazadas y enlazadas por puente. El depósito de $Ni_{0,1nm}$/Pt(111) a 343 K da lugar a una nueva banda, adicionales a las bandas de CO-Pt(111). Esta nueva banda es más importante para $Ni_{0,3nm}$/Pt(111), en la cual aparece el enlace de puente del CO con la capa de Ni adherida [6]. El comportamiento de la adsorción del CO sobre una superficie bimetálica de Ni/Cu(110) ha sido estudiada experimentalmente por espectroscopía de adsorción térmica, y teóricamente mediante cálculos DTF. La adsorción de CO a 180 K sobre tales superficies bimetálicas produce tres estados nuevos de adsorción, con energías de adsorción entre la del CO sobre la superficie Cu(110) y del CO sobre la superficie Ni(110). Los cálculos DTF muestran que en la adsorción del CO en dímeros de níquel, la superficie interna y adyacente pueden explicar mejor los datos experimentales observados. Los resultados muestran que la adsorción de CO está determinada más por efectos geométricos locales que por efectos electrónicos de largo alcance [7]. Ha sido investigada también la adsorción de CO sobre una superficie de Au/Ni(111) mediante cálculos ab -initio del funcional de la densidad. La impureza de Au solo se une muy débilmente con el CO. Además la impureza induce una reducción en las energías de adsorción que está localizada estrictamente en sus primeros vecinos [8].
Los materiales usados en procesos industriales generalmente son aleaciones que ofrecen alta resistencia al creep y a la corrosión. Sin embargo cuando el material se expone a gases que contienen carbono, ej. CO, el carbono puede ser adsorbido, se reduce la resistencia al ciclado térmico y pueden desarrollarse fisuras en el material [9].
La interacción del monóxido de carbono con aleaciones níquel-hierro se han estudiado en superficies Ni(111)-Fe mediante elipsometría y espectroscopía de electrones Auger y por medio de

espectroscopía infrarroja en catalizadores Ni_xFe soportados sobre Al_2O_3. La relación entre el níquel y el hierro de la aleación, afecta la interacción con el CO. Las superficies que están contaminadas con carbono y oxígeno muestran un calor de adsorción más bajo [10].
Una combinación de flujo de reactores y técnicas de estudio por microscopía electrónica fueron utilizadas para investigar la manera en que la composición de las partículas de la aleación hierro-níquel influye en el crecimiento característico de los depósitos de carbono formados durante la descomposición del etano a temperaturas por encima de los 815-865 ºC. Las mayores diferencias en los patrones de selectividad de la aleación fueron evidentes con la cantidad de carbono sólido producido catalíticamente, siendo significativamente mas alta en una muestra de Fe-Ni (5:5) que en una de Fe-Ni (8:2). El examen de los depósitos revela la existencia de dos tipos de estructuras, nanofibras de carbono y una capa de material como el grafito, conteniendo ambos partículas metálicas asociadas [11]. La descomposición de una mezcla reactante de $C_2H_2/CO/H_2$ sobre una serie de catalizadores FeNi ha sido estudiada y el análisis reveló que agregando CO a la alimentación de C_2H_2/H_2 resulta en un aumento sustancial de la descomposición de la oleofina sobre todos los catalizadores bimétalicos, siendo más pronunciado el efecto en sistemas ricos en hierro. El producto principal de esta serie de catalizadores FeNi se encontró que era el carbono sólido en forma de estructura filamentosa [12].
A pesar de los estudios reportados en la literatura, existe poca información sobre la adsorción de CO en aleaciones de FeNi a nivel cuántico. En este trabajo se estudia la quimisorción de CO sobre una superficie de la aleación FeNi(111) por medio de cálculos realizados con el programa SIESTA (Spanish Initiative for Electronic Simulations with Thousands of Atoms). Se analiza la estructura electrónica y el enlace químico después del fenómeno de adsorción. El modelo computacional y los cálculos se describen en la siguiente sección.

2. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

2.1. Cálculos de la estructura geométrica

Nuestros cálculos fueron realizados usando un código basado en la teoría del funcional de la densidad, utilizando una combinación lineal de orbitales atómicos y considerando los pseudo - potenciales para los electrones internos (core) como los implementados por el código SIESTA [13-20]. La interacción entre la molécula de CO y la superficie FeNi(111) se estudió utilizando un slab de espesor finito para simular mejor la naturaleza semi-infinita de una superficie metálica. Se utilizó un slab de cinco capas como un compromiso entre la economía computacional y una exactitud razonable. Spencer [21-23] y Jiang y Carter [24-25] han demostrado que tal slab tiene un espesor suficiente como para ser utilizado en el estudio de los procesos de adsorción. En nuestro caso la diferencia entre los resultados, usando un slab de tres capas y uno de cinco, es menor que 0,02 eV y 0.008 Å para la energía de adsorción y la longitud del enlace respectivamente.
La longitud inicial para los enlaces metálicos se tomó en 2,54 Å y la distancia entre los planos de 2,074 Å. La geometría inicial para el CO se tomó de datos de la literatura: C-O= 1,13 Å [26]. Para el presente estudio fueron seleccionados siete sitios de adsorción sobre la superficie FeNi(111) (Ver Figura 1 parte superior).
La molécula de CO se aproximó verticalmente al plano FeNi(111), siendo el átomo de carbono el mas cercano a la superficie. Se realizó la optimización de la superficie aplicando cálculos de relajación.



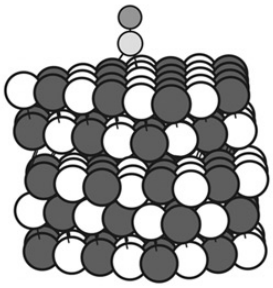


Figura 1 Esquema de los sitios iniciales para la adsorción del CO (arriba) y vista de la ubicación final del CO en la superficie FeNi(111) (debajo).

La Tabla 1 muestra la distancia del carbono (C) a la superficie y el mínimo relativo de energía correspondiente a la ubicación del CO para cada sitio de adsorción. Los Sitios 1, 2, 5 y 6 presentan un mínimo local de energía, mostrando la localización óptima de la molécula en estos sitios. Por otro lado, los sitios 3, 4 y 7 no son estables y corresponden a la transición de los estados, ya que el CO finalmente se relaja hacia otros sitios. La ubicación más estable para el CO sobre la superficie FeNi(111) corresponde a una posición intermedia entre los sitios 1 y 4, donde el átomo de carbono está ubicado en un sitio "bridge" Ni-Ni y en un sitio "atop" Fe, respectivamente. Una vista esquemática de la ubicación del CO se muestra en la parte inferior de Figura 1. Para la configuración final resulta una distancia C-O de 1,21 Å y una distancia carbono-superficie de 1,36 Å, que esta en acuerdo con los resultados mostrados en la literatura para la adsorción de CO sobre superficies de Fe y Ni puras, respectivamente [1,27-29].

Tabla 1 Distancias Carbono-superficie y energía relativa para los distintos sitios de adsorción del CO sobre la superficie FeNi(111)

Sitio de adsorción	Distancia C-superficie (Å)	Energía relativa (eV)
1	1.80	0.580
2	1.84	0.410
3	1.41	0.190
4	1.21	0.000
5	1.44	0.278
6	1.39	0.232
7	1.39	0.069

2.2. Cálculos de la estructura electrónica

Se calcularon las curvas de la densidad de estados (DOS) y de la población de solapamiento orbital cristalino (COOP) para el sistema CO/FeNi(111), con el objeto de analizar las interacciones entre el adsorbato y la superficie. La Figura 2 (a) muestra las gráficas de DOS para el sistema CO/ FeNi(111). Los estados d del metal forman una banda de 5 eV de ancho. Un número importante de estados s y p penetran en la banda d, véase la Figura 2 (b) y (c).

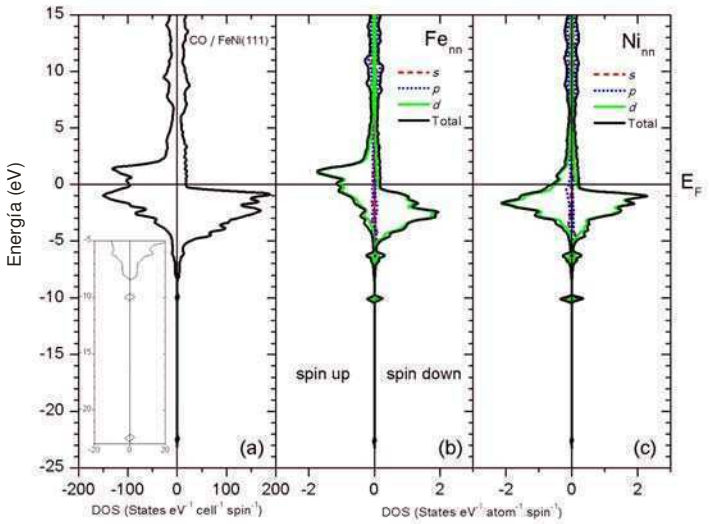


Figura 2 (a) DOS CO/FeNi(111), DOS proyectadas de los átomos primeros vecinos del CO, (b) hierro y (c) Ni.

La dispersión de las bandas s y p es mucho mayor que la de la banda d, reflejando el solapamiento entre los orbitales p y s , y la naturaleza mas contraída de los orbitales d. Si comparamos las gráficas de la DOS para el sistema CO/FeNi(111), Figura 3 (b), con la DOS total de la superficie FeNi(111) aislada, Figura 3 (a), la diferencia mas notable que se presenta son los tres pequeños picos que aparecen alrededor de 6 eV,10 eV y 22 eV, respectivamente, que corresponden a los estados del C y el O de la molécula de CO, después de la adsorción. La pequeña contribución del CO a la DOS total es debida a su baja concentración. Para una mejor observación, en la Figura 3 (c) se presenta una gráfica de los estados del CO después de la adsorción. Hemos calculado la ocupación orbital atómica y los valores de la OP para los átomos que participan en la interacción adsorbato-sustrato (ver Tabla 2).

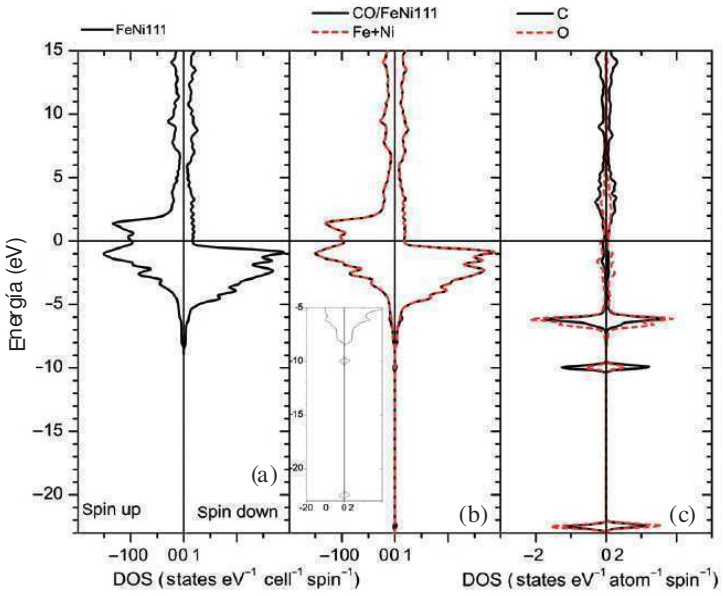


Figura 3 (a) DOS FeNi(111), (b) DOS CO/FeNi(111) y (c) DOS proyectadas de los átomos de C y O.

Tabla 2 Ocupación del orbital y carga neta para los átomos de hierro y níquel vecinos de la molécula de CO

Orbital	Ocupación electrónica			
	CO/FeNi(111)	FeNi(111)	CO/FeNi(111)	FeNi(111)
	Fe_{nn}	Ni_{nn}	Fe_{nn}	Ni_{nn}
s	0.765	0.831	0.848	0.871
p_x	0.200	0.273	0.212	0.258
p_y	0.186	0.269	0.175	0.262
p_z	0.236	0.258	0.204	0.215
d_{xy}	1.326	1.736	1.329	1.719
d_{yz}	1.232	1.749	1.269	1.758
d_{xz}	1.311	1.724	1.254	1.686
$d_{x^2-y^2}$	1.343	1.671	1.362	1.645
d_{z^2}	1.324	1.764	1.267	1.688
Carga neta	0.076	-0.147	0.084	-0.100

nn: (nearest neighbor) primer vecino del carbono

El carbono se enlaza químicamente con los átomos vecinos más próximos de Fe y Ni de la superficie, obteniéndose una longitud de enlace Ni-C de 1,94 Å y para el enlace Fe-C de 2,09 Å; y los valores de la población de solapamiento (OP) de 0,246 y 0,185 respectivamente. Si comparamos estas nuevas interacciones con las interacciones metal-metal de la matriz FeNi(111) aislada, las interacciones Fe-C y Ni-C tienen un valor de OP que corresponden al 20% y 25% de las OP del enlace metálico respectivamente. Las curvas COOP para las nuevas interacciones se muestran en Figura 4, tales curvas corresponden principalmente a interacciones enlazantes. Las interacciones adsorbato -sustrato involucran principalmente a los orbitales s y p del Ni, cuya población disminuye un 9,53% y se incrementa un 16,46%, comparado con la superficie limpia respectivamente, mientras que la población de los orbitales d Ni disminuye alrededor del 0,11% (ver Tabla 2). Por otro lado las ocupaciones orbitales del Fe son modificadas y su cambio mas significativo ocurre en los orbitales atómicos s, p y d, cuyas poblaciones disminuye 9,78%, aumenta 5,24% y disminuye 0,93% respectivamente después de la adsorción del CO.

La hibridación de los estados del carbono con la banda FeNi(111), puede observarse a energías de 6 eV, 10 eV y 22 eV (ver Figura 3). Las principales interacciones involucran los orbitales C s-metal p y C p-metal d (ver Tabla 3). Es razonable que los orbitales d estén involucrados en los enlaces con la superficie, ya que el rol de los estados d es crítico definiendo el sitio de adsorción y la geometría de la adsorción. La unión entre el C y el metal se presenta debido a la cercanía de los niveles de valencia del C con los niveles atómicos de las bandas s-d del Fe y del Ni, y debido a la disponibilidad de orbitales C 2p para formar las mejores interacciones enlazantes con los orbitales d metálicos [30]. Esto está de acuerdo con lo esperado para los orbitales p del carbono, los cuales son participantes de importancia en los orbitales moleculares de frontera. Los lóbulos de estos orbitales están bien orientados y tienen la posibilidad de solaparse con los orbitales s y especialmente con los orbitales p del metal.

En general se observa una transferencia de electrones desde el CO a los átomos vecinos más cercanos de Fe y Ni, por otro lado, la superficie del slab está cargada negativamente debido a la interacción con el CO (ver Tabla 2).

Aparece una gran OP entre el átomo de C y los átomos de Ni y Fe vecinos, mientras que disminuyen la OP de los enlaces Ni-Ni, Fe-Fe y Ni-Fe. Después de la adsorción del CO, la fuerza de los enlaces Ni-NN y Fe-NN disminuye alrededor de un 15% (ver Tabla 4) (NN: involucra hasta los terceros vecinos más próximos). Después de la adsorción del CO sobre la superficie FeNi(111), se observa un debilitamiento de los enlaces metálicos. La Figura 5 muestra una gráfica con los enlaces Fe-NN y Ni-NN antes de la adsorción de CO.

Tabla 3 Poblaciones de solapamiento (OP) más importantes entre los orbitales atómicos del carbono y los orbitales de los átomos de hierro y níquel vecinos

Enlace	OP
C2s-Fe4s	0.034
C2s-Fe4p	0.104
C2s-Fe3d	0.039
C2s-Ni4s	0.045
C2s-Ni4p	0.154
C2s-Ni3d	0.042
C2p-Fe4s	0.034
C2p-Fe4p	0.033
C2p-Fe3d	0.094
C2p-Ni4s	0.039
C2p-Ni3d	0.115
C2p-Ni4p	0.065

Si comparamos la Figura 5 con Figura 6, esta última muestra las mismas interacciones pero después de la adsorción del CO, pueden observarse los cambios en las poblaciones de solapamiento de los enlaces Fe-NN y Ni-NN. La integración de las curvas COOP por encima del nivel de Fermi da como resultado una población de solapamiento mas pequeña para el enlace metálico en el sistema de quimisorción comparado con el de la superficie limpia, confirmando así el debilitamiento de los enlaces metal-metal después de la adsorción. Concluimos que las interacciones Ni-C y Fe-C ocurren a expensas del debilitamiento de los enlaces metálicos.

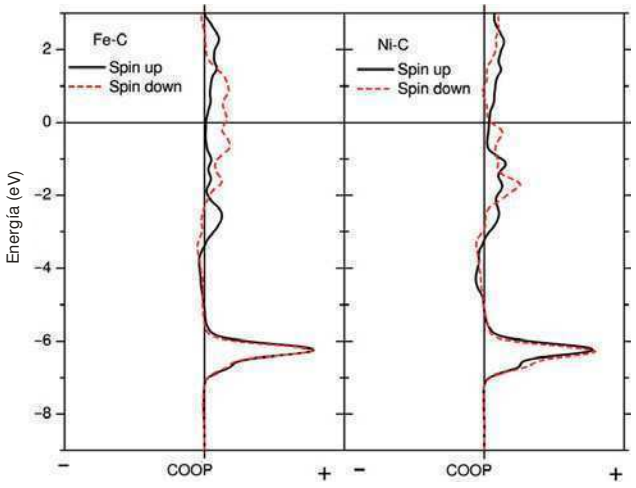


Figura 4 Curvas COOP para las interacciones Fe-C y Ni-C.

Tabla 4 Poblaciones de solapamiento (OP) entre la molécula de CO y los átomos de Fe y Ni vecinos

Enlace	OP
Fe_{nn}-NN	0.803[a] 0.941[b]
Ni_{nn}-NN	0.845[a] 0.989[b]

[a] en el sistema CO/FeNi(111)
[b] en el sistema FeNi(111)
nn: primer vecino del C
NN: hasta el 3er vecino del C

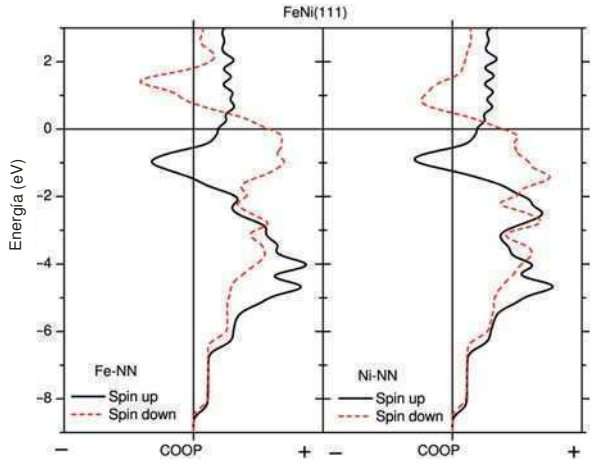


Figura 5 Curvas COOP para las interacciones Fe-NN y Ni-NN antes de la adsorción del CO.

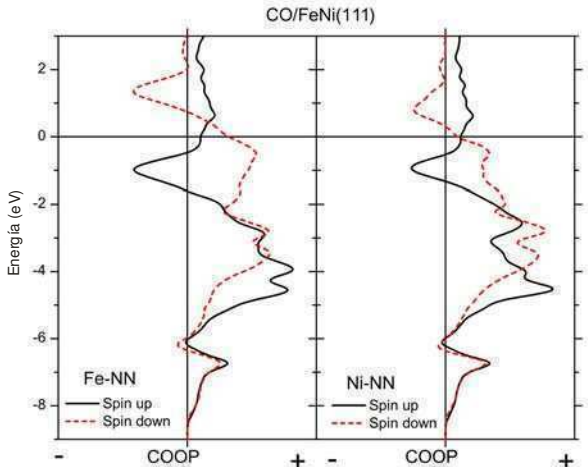


Figura 6 Curvas COOP para las interacciones Fe-NN y Ni-NN después de la adsorción del CO.

3. CONCLUSIONES

Hemos analizado teóricamente la adsorción de la molécula de CO sobre una superficie FeNi(111) mediante cálculos efectuados con el programa SIESTA. Fueron seleccionadas inicialmente diferentes configuraciones con el objeto de establecer el sitio preferencial de adsorción y la distancia molécula-superficie correspondiente. Las interacciones Ni-C y Fe-C ocurren principalmente con la participación de los orbitales C s-metal p y C p-metal d. Como consecuencia se observa un debilitamiento del 15% en el enlace metálico luego de la adsorción del CO, efecto que podría estar asociado con la fragilización por mecanismos de decohesión de la aleación.

4. REFERENCIAS

[1] Jiang D.E., Carter E.A., (2004). Surf. Sci. 570, 167.
[2] Scheijen F.J.E., Curulla-Ferre´ D., Niemantsverdriet J.W. (2009). J. Phys. Chem. C 113, 11041.
[3] Wiltner A., Linsmeier Ch., Jacob T. (2008). J. Chem. Phys. 129, 084704.
[4] Jiang D.E. (2006). J. Phys. Chem. B 110, 22213.
[5] Wadayama T., Osano H., Murakami K., Maeyama T., Yoshida H. (2008). J. Phys: Conf. Ser. 100, 012007.
[6] Wadayama T., Yoshida H., Todoroki N., Oda S. (2009). e-J. Surf. Sci. Nanotech. 7, 230.
[7] Demirci E., Carbogno C., Groß A., Winkler A. (2009). Phys. Rev. B 80, 085421.
[8] Termentzidis K, Hafner. (2007).J., J. Phys.: Condens. Matter 19, 246219.
[9] Grabke H.J. (1998). Carburization: A High Temperature Corrosion Phenomenon. Elsevier, Amsterdam.
[10] Boellaard E., Vreeburg R.J., Gijzeman O.L.J., Geus J.W. (1994). J. Mol. Catal. 92, 299.
[11] Rodriguez N.M., Kim M.S., Fortin F., Mochida I. , Baker R.T.K. (1997). Appl. Catal. A 148, 265
[12] Park C., Baker R.T.K. (2000).J. Catal. 190, 104.
[13] Soler J.M., Artacho E., Gale J.D., Garcia A., Junquera J., Ordejon P. , Sanchez-Portal D. (2002). J. Phys.: Condens. Matter 14, 2745.
[14] Hohenberg P. , Kohn W. (1964). Phys. Rev. 136, B864.
[15] Perdew J.P., Burke K., Ernzerhof M. (1996).Phys. Rev. Lett. 77, 3865.
[16] Ordejon P., Artacho E., Soler J.M. (1996). Phys. Rev. B 53, R10441.
[17] Sanchez-Portal D., Ordejon P., Canadell E. (2004). Struct. Bond. 113, 103.
[18] Troullier N., Martins J.L. (1991). Phys. Rev. B 43, 1993.
[19] Sankey O.F., Niklewski D.J. (1989). Phys. Rev. B 40, 3979.
[20] Monkhorst H.J., Pack J.D. (1976). Phys. Rev. B 13, 5188.
[21] Spencer M.J.S., Huang A., Snook H.K. , Yarovsky I. (2003). Surf. Sci. 540, 420.
[22] Spencer M.J.S., Snook I.K., Yarovsky I. (2005). J. Phys. Chem. B 109, 9604.
[23] Spencer M.J.S., Snook I.K., Yarovsky I. (2006). J. Phys. Chem. B 110, 956.
[24] Jiang D.E., Carter E.A. (2005). Surf. Sci. 583, 60.
[25] Jiang D.E., Carter E.A. (2004).J. Phys. Chem. B 108, 19140.
[26] Huber K.P., Herzberg G. (1979). Molecular Spectra and Molecular Structure. Van Norstrand Reinhold, New York.
[27] Karmazyn A.D., Fiorin V., Jenkins S.J., King D.A. (2003). Surf. Sci. 538, 171.
[28] Gajdosˇ Ma., Eichler A., Hafner J. (2004). J. Phys.: Condens. Matter 16, 1141.
[29] Peters K.F., Walker C.J., Steadman P., Robach O., Isern H. , Ferrer S. (2001). Phys. Rev. Lett. 86, 5325.
[30] Anderson A. (1977). J. Am. Chem. Soc. 99, 696.