

## **Desarrollo de un postprocesador de datos experimentales para estimar parámetros e incertidumbres en el ensayo de tracción**

Ariel E. Matusevich<sup>(1,2)</sup>, Reinaldo A. Mancini<sup>(2)</sup>, Julio C. Massa<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> *Departamento de Estructuras, Facultad de C. E. F. y N., Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, (5000) Córdoba, Argentina. e-mail: amatusevich@efn.uncor.edu*

<sup>(2)</sup> *Laboratorio de Ensayos Mecánicos, Instituto Nacional de Tecnología Industrial, Centro Regional Córdoba, Av. Vélez Sarsfield 1561, 5000 Córdoba, Argentina, rmancini@inti.gov.ar*

### **RESUMEN**

Las normas que rigen el ensayo de tracción de materiales metálicos, no requieren calcular las incertidumbres asociadas a los valores medidos y en consecuencia no existen lineamientos específicos para su determinación. Sin embargo, es un requerimiento para los laboratorios de ensayo y calibración, poseer y aplicar procedimientos para la evaluación de la incertidumbre de medición.

Los resultados habitualmente informados en un ensayo de tracción son, el alargamiento porcentual de rotura, la estricción, la resistencia a la tracción y el límite convencional de fluencia. La estimación de las incertidumbres que corresponden a los tres primeros casos, no es compleja y puede efectuarse mediante una hoja de cálculo o en forma manual, sin embargo, no es así en el caso del límite convencional de fluencia  $R_{p0,2}$ . Para evaluar dicha incertidumbre, es necesario reanalizar los resultados del ensayo en base a la curva carga versus elongación resultante. Las máquinas modernas registran típicamente entre mil y dos mil valores de carga y elongación en cada ensayo. Dichos puntos experimentales poseen dispersión, por lo que su tratamiento debe basarse en fundamentos estadísticos sólidos.

Los autores presentan aquí, un procedimiento para la determinación de  $R_{p0,2}$  y su incertidumbre. En el método propuesto, el ajuste de la zona proporcional de la curva de ensayo se realiza mediante un algoritmo WTLS (Weighted Total Least Squares), que considera los errores en ordenadas y abscisas. La evaluación de la incertidumbre asociada, contempla la correlación entre las variables involucradas.

La implementación de dicho procedimiento, dio origen a una herramienta computacional en el ambiente de programación Matlab®, para el cálculo de los parámetros típicos de un ensayo de tracción y sus incertidumbres correspondientes. La herramienta que se describe en el presente trabajo se utiliza actualmente en el laboratorio de ensayos mecánicos del Centro Regional Córdoba del Instituto Nacional de Tecnología Industrial.

**Palabras Claves:** ensayo de tracción, incertidumbre, tensión de fluencia, postprocesador.

## 1. INTRODUCCIÓN

Un ensayo de tracción consiste en someter a una probeta de dimensiones normalizadas o bien de tamaño completo, a una carga uniaxial de tracción que se incrementa continuamente hasta producir la rotura de la probeta. Se realiza mediante una máquina de ensayo que registra de manera simultánea los valores de carga y elongación correspondientes. Como resultado, se obtienen ciertos parámetros que caracterizan las propiedades mecánicas del material ensayado, tales como la resistencia a la tracción ( $R_m$ ), el límite convencional de fluencia ( $R_{p0,2}$ ), el alargamiento porcentual de rotura ( $A$ ) y la estricción ( $Z$ ). Abundante información sobre este ensayo puede encontrarse en libros de resistencia de materiales, metalurgia física, etc. [1]. Sin lugar a dudas, se trata de uno de los ensayos destructivos más importantes.

Es importante que el resultado toda medición o ensayo sea acompañado por un parámetro que caracterice la dispersión de los valores que pueden atribuirse al mensurando. Dicho parámetro se denomina incertidumbre de la medición y permite comparar de manera realista los resultados obtenidos, con los valores de referencia dados por las normas o especificaciones, o bien con las mediciones de otros laboratorios. Actualmente es un requisito para los laboratorios de ensayo y calibración, aplicar procedimientos para la determinación de la incertidumbre de medición [2].

La principal referencia internacional en cuanto a la estimación y expresión de la incertidumbre en las mediciones, es la guía: "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement" [3], conocida en forma abreviada como "GUM". Se trata de un trabajo muy importante ya que brinda una metodología general para la estimación de incertidumbres en todo tipo mediciones.

En el caso del ensayo de tracción de materiales metálicos, las normas que lo rigen [4, 5, 6], no mencionan el cálculo de las incertidumbres asociados a los parámetros obtenidos, a excepción de [5] en su anexo J de carácter informativo. En dicho anexo se estiman las incertidumbres como porcentajes fijos de los valores medidos, mediante un "balance de errores" basado en las tolerancias especificadas en las normas de ensayo y calibración. Los porcentajes estimados son: 2,6% para la estricción  $Z$ , 2,3% para el límite convencional de fluencia  $R_{p0,2}$  y 1,6% para los valores de  $R_m$  y  $A$ .

La aplicación de la metodología para el cálculo de incertidumbres que brinda la GUM, resulta sencilla para los parámetros,  $A$ ,  $Z$  y  $R_m$ . Sin embargo, no resulta simple en el caso del límite convencional de fluencia  $R_{p0,2}$ . Recordar que el cálculo de dicho parámetro implica ajustar mediante una recta la parte proporcional de la curva carga versus elongación y hallar el valor de la intersección de otra recta paralela a la primera con el tramo no lineal de la curva.

Una metodología para evaluar la incertidumbre en la medición de  $R_{p0,2}$ , puede encontrarse en [7]. Dicho procedimiento ignora la correlación entre la pendiente y la ordenada al origen de la recta que describe la parte lineal de la curva de ensayo y además no tiene en cuenta la incertidumbre asociada al ajuste de la curva en las proximidades de la carga de fluencia  $F_{0,2}$ . En el presente trabajo se propone una forma de cálculo que contempla ambos aspectos.

Es importante destacar, que si se utiliza una máquina de ensayos moderna, los cálculos para obtener la tensión de fluencia se realizan mediante un software tipo caja negra específico de la máquina. Como consecuencia de esto, la metodología de cálculo y los parámetros del ajuste, elementos esenciales para la evaluación de la incertidumbre asociada, no se encuentran disponibles. Esta fue la razón principal que motivó a desarrollar una herramienta computacional que permita reanalizar los datos resultantes de un ensayo y evaluar las incertidumbres correspondientes. La herramienta desarrollada se utiliza actualmente en el Laboratorio de Ensayos Mecánicos de INTI Córdoba [8], acreditado por el Organismo Argentino de Acreditación (OAA). Este trabajo está organizado de la siguiente manera. En una primera parte se presenta una metodología para el cálculo del límite convencional de fluencia  $R_{p0,2}$  y la evaluación de su incertidumbre. En una segunda parte se presenta mediante un ejemplo de cálculo, la herramienta computacional desarrollada. Finalmente se exponen las conclusiones del trabajo.

## 2. CÁLCULO DEL LÍMITE CONVENCIONAL DE FLUENCIA $R_{p0,2}$

El límite convencional de fluencia  $R_p$  se define como la tensión que corresponde a un alargamiento porcentual permanente especificado [6]. Siguiendo esa definición,  $R_{p0,2}$  resulta del cociente entre la carga  $F_{0,2}$  y el área inicial  $S_0$  de la probeta:

$$R_{p0,2} = \frac{F_{0,2}}{S_0} \quad (1)$$

donde la fuerza  $F_{0,2}$ , corresponde a un alargamiento permanente de la probeta del 0,2 %. Dicho alargamiento se mide a partir de la longitud inicial  $L_e$  del extensómetro utilizado.

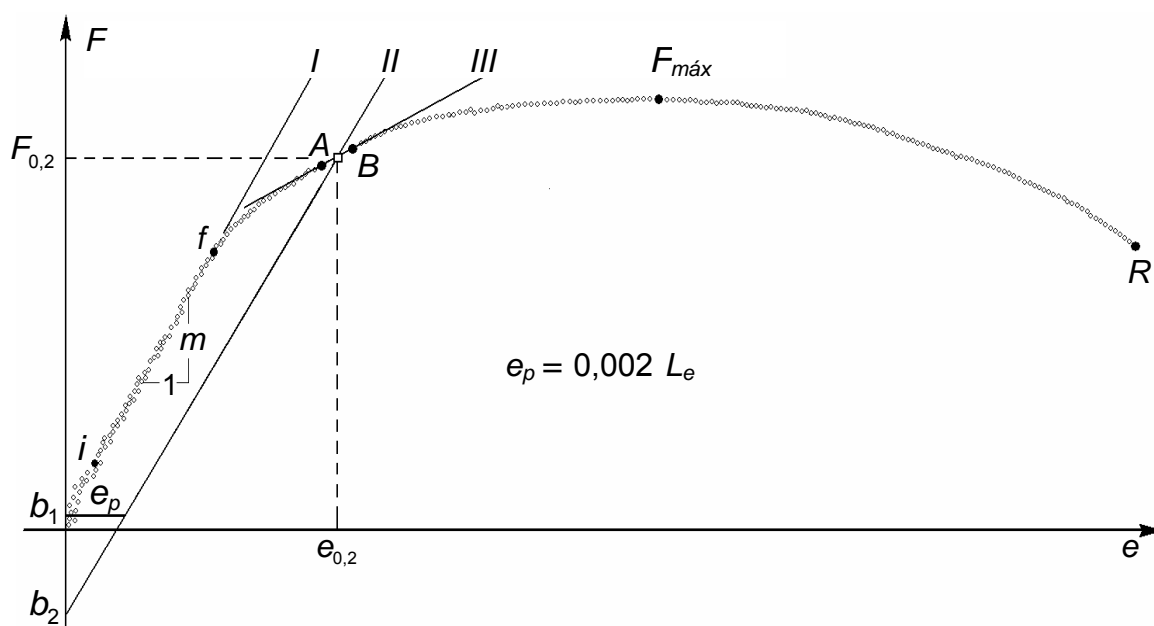


Figura 1 Esquema para determinar la carga  $F_{0,2}$  correspondiente al límite convencional de fluencia  $R_{p0,2}$ .

Se describe a continuación el procedimiento propuesto para determinar  $F_{0,2}$  en base a la curva experimental resultante de un ensayo:

- I. Si se dispone de tablas de corrección para el extensómetro y la celda de carga utilizados, se corrigen los valores de carga y elongación de la curva de ensayo.
- II. Se ajusta el tramo lineal de la curva carga versus desplazamiento. Para determinar el sector de la curva que se considera proporcional (puntos desde “i” hasta “f” en la, se sigue la metodología propuesta en [7]. En lo referente al ajuste propiamente dicho, la práctica habitual es utilizar el método de mínimos cuadrados convencional [9], sin embargo, dicho método adjudica toda la incertidumbre a una sola de las variables y conduce a errores en el valor de  $R_{p0,2}$  obtenido. Los autores recomiendan utilizar un algoritmo WTLS (Weighted Total Least Squares) desarrollado recientemente [11], que considera las incertidumbres en los datos de ordenadas y abscisas.
- III. Se traza una segunda recta paralela a la anterior (recta II), a una distancia horizontal igual  $e_p = 0,002 L_e$  (ver Figura 1). La ordenada al origen de esta recta se obtiene como sigue:

$$b_2 + m_1(0,002 L_e) = b_1 \quad \rightarrow \quad b_2 = b_1 - 0,002 m_1 L_e \quad \rightarrow \quad F_{II} = b_2 + m_1 e \quad (2)$$

- IV. Cuando el punto de rotura  $R$  está debajo de las recta II, se puede calcular la intersección entre la “curva experimental” y la recta II de la siguiente manera.

Se inspeccionan los puntos experimentales para valores crecientes de elongación hasta encontrar el primer punto debajo de la curva II y se lo denomina punto  $B = (e_B, F_B)$ :

$$F_B < b_2 + m_1 e_B \quad (3)$$

Al punto inmediato anterior se lo denomina punto  $A = (e_A, F_A)$ . El punto de intersección de la recta II con la curva experimental se puede encontrar en forma aproximada reemplazando dicha curva por la recta que une los puntos experimentales (aleatorios)  $A$  y  $B$ . Para mejorar la precisión de la recta  $\overline{AB}$  se ajusta una recta de mínimos cuadrados ponderados (WTLS) que incluye varios puntos próximos a la izquierda de  $A$  y a la derecha de  $B$  que llamaremos recta III ( $F = b_3 + m_3 e$ ). El número de puntos,  $n$ , usado para definir la recta III se elige de modo de tener el mejor ajuste lineal, siendo  $n \geq 6$ .

Igualando las ecuaciones de las rectas II y III se obtiene el alargamiento “ $e_{0,2}$ ” que corresponde a la intersección:

$$b_2 + m_1 e_{0,2} = b_3 + m_3 e_{0,2} \quad \rightarrow \quad e_{0,2} = \frac{b_3 - b_2}{m_1 - m_3} \quad (4)$$

Finalmente, utilizando  $e_{0,2}$  y el valor  $b_2$  dado en (2), se obtiene  $F_{0,2}$ :

$$F_{0,2} = \frac{m_1 b_3 - m_3 b_1 + 0,002 m_1 m_3 L_e}{m_1 - m_3} \quad (5)$$

Notar que en la determinación de  $F_{0,2}$  intervienen 5 parámetros ( $L_e, b_1, b_3, m_1, m_3$ ).

### 3. INCERTIDUMBRE ASOCIADA AL LÍMITE CONVENCIONAL DE FLUENCIA $R_{p0,2}$

En esta sección se presenta una forma de estimar la incertidumbre en la medición del límite convencional de fluencia en base a la metodología descrita en la guía GUM [3]. Las definiciones y conceptos utilizados pueden encontrarse en dicho documento.

#### 3.1 Fuentes de Incertidumbre

Se considerarán las incertidumbres que surgen de las mediciones del área  $S_0$  y de la carga de fluencia  $F_{0,2}$ . Para calcular la incertidumbre de  $F_{0,2}$  se tendrán en cuenta las incertidumbres asociadas a: (1) la determinación de los parámetros de la recta que ajusta la parte lineal de curva del ensayo (recta I), (2) la longitud inicial del extensómetro ( $L_e$ ), (3) los parámetros de la recta que ajusta la tangente a la curva experimental (recta III) y (4) la calibración de los instrumentos utilizados.

Existen fuentes de incertidumbre que dependen del material a ensayar, pero no son tenidas en cuenta en este trabajo. Estimar dichas contribuciones requiere un conocimiento previo de la respuesta del material ensayado a la velocidad de deformación, lo que usualmente no es posible. En relación a la influencia de la temperatura, su efecto puede despreciarse para ensayos realizados a temperatura ambiente [5].

#### 3.2 Incertidumbre estándar combinada de $R_{p0,2}$

La tensión de fluencia se calcula mediante la expresión (1) y por lo tanto la incertidumbre estándar  $u_{R_{p0,2}}$  puede obtenerse combinando las incertidumbres relacionadas a las mediciones de  $F_{0,2}$  y  $S_0$  mediante la "ley de propagación de incertidumbres" [ver ecuación (12) del Apéndice A] teniendo en cuenta que en este caso no hay correlación entre las variables involucradas:

$$R_{p0,2} = \frac{F_{0,2}}{S_0} \rightarrow u_{R_{p0,2}} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_{p0,2}}{\partial F_{0,2}} u_{F_{0,2}}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_{p0,2}}{\partial S_0} u_{S_0}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{S_0} u_{F_{0,2}}\right)^2 + \left(\frac{-F_{0,2}}{S_0^2} u_{S_0}\right)^2} \quad (6)$$

##### 3.2.1 Incertidumbre estándar de $F_{0,2}$

Observando la expresión (5),  $F_{0,2}$  es una función de cinco variables aleatorias. Debe considerarse nuevamente la ecuación (12) del Apéndice A, teniendo en cuenta la correlación entre la pendiente y la ordenada al origen de la recta I a través de la covarianza  $u_{m_1 b_1}$  y la correlación en la recta III mediante la covarianza  $u_{m_3 b_3}$ .

$$F_{0,2} = f(m_1, m_3, b_1, b_3, L_e) \rightarrow c_i = \frac{\partial F_{0,2}}{\partial x_i} \rightarrow u_{F_{0,2}}^2 = \sum_{i=1}^{i=5} (c_i u_{x_i})^2 + 2 \sum_{i=1}^{i=4} \sum_{j=i+1}^{j=5} c_i c_j u_{x_i x_j} \quad (7)$$

Por lo tanto la incertidumbre estándar combinada resulta:

$$u_{F_{0,2}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_{III}^2 + (c_{L_e} u_{L_e})^2 + u_{F_c}^2} \quad (8)$$

donde:

$$\sigma_1^2 = (c_{b_1} u_{b_1})^2 + (c_{m_1} u_{m_1})^2 + 2 c_{b_1} c_{m_1} u_{m_1 b_1} \quad \sigma_{III}^2 = (c_{b_3} u_{b_3})^2 + (c_{m_3} u_{m_3})^2 + 2 c_{b_3} c_{m_3} u_{m_3 b_3}$$

$\sigma_1^2$  y  $\sigma_{III}^2$  son las contribuciones a la varianza de las incertidumbres de la recta I y III respectivamente, el tercer término es la contribución de la incertidumbre del largo inicial  $L_e$  medido por

el extensómetro y el último término corresponde al error de calibración de la celda de carga que se define más adelante en la ecuación (10).

A continuación se estiman cada una de la incertidumbres parciales indicadas en (8). Los grados de libertad de cada una de las contribuciones se indican mediante la letra griega “ $\nu$ ”.

#### ***Incertidumbre estándar de los coeficientes de las rectas de regresión***

Los parámetros de las rectas II y III se calculan mediante el algoritmo WTLS propuesto por Krystek y Anton [11]. Siguiendo dicho trabajo se calculan las varianzas y la covarianza de los parámetros de ambos ajustes.

#### ***Incertidumbre estándar de longitud inicial del extensómetro***

La incertidumbre de la longitud inicial del extensómetro  $u_{L_e}$  puede estimarse asumiendo que la distribución de las mediciones de la longitud es normal y que el 95,45% de las mismas se encuentra dentro de un intervalo igual al 1% de  $L_e$  ( $\pm 2$  desviaciones estándar de la media):

$$u_{L_e} = (0,001 L_e) / 4 \quad \nu_{L_e} = \infty \quad (9)$$

#### ***Incertidumbre estándar de la medición de fuerzas***

La incertidumbre estándar en la medición de las fuerzas está tabulada para distintos rangos de cargas en el certificado de calibración de la celda de carga utilizada en el ensayo:

$$u_{F_c} = \frac{U_F}{k_F} \quad \nu_F = \infty \quad (10)$$

donde  $U_F$  es la incertidumbre expandida de calibración de la celda de carga y  $k_F$  es el factor de cobertura utilizado en el informe de calibración. En la ecuación (8) se utiliza el valor  $u_{F_c}$  asociado al rango de cargas que contiene a  $F_{0,2}$ .

### ***3.2.2 Incertidumbre estándar del área de la sección transversal***

El proceso de medición del área de la sección transversal de una probeta, implica medir ciertas dimensiones de la misma utilizando un instrumento de medición apropiado y en base a estas medidas, efectuar el cálculo del área. Existen fuentes de incertidumbre de carácter aleatorio asociadas a la medición de los parámetros de la probeta y componentes sistemáticas provenientes de la calibración de los instrumentos utilizados. La aplicación de la metodología para la estimación de incertidumbres dada por la GUM, es en este caso directa y sencilla [3].

### ***3.3 Incertidumbre expandida***

Para obtener la incertidumbre expandida, que define un intervalo alrededor del resultado de una medición dentro del cual se espera encontrar una fracción (prefijada) considerable de la distribución del mensurando, se multiplica la incertidumbre estándar expresada en (6) por un coeficiente  $k$  ( $k > 1$ ) llamado factor de cobertura. El factor de cobertura, se determina en base a un nivel de confianza especificado y a los grados de libertad efectivos que corresponden a la incertidumbre estándar combinada. En el caso de  $R_{p0,2}$ , los grados de libertad efectivos pueden calcularse mediante la ecuación (13) del Apéndice B, conocida como fórmula de Welch-

Satterthwaite [4] (aplicable cuando los argumentos no están correlacionados):

$$v_{R_p 0.2} = (u_{R_p 0.2})^4 / \left[ (c_{F_{0.2}} u_{F_{0.2}})^4 / v_{F_{0.2}} + (c_{S_0} u_{S_0})^4 / v_{S_0} \right] \quad (11)$$

donde  $v_{F_{0.2}}$  y  $v_{S_0}$  son los grados de libertad que corresponden a la carga  $F_{0.2}$  y al área  $S_0$  respectivamente. Para determinar  $v_{S_0}$  puede aplicarse la ecuación (13) pero en el caso de  $v_{F_{0.2}}$ , debe tenerse en cuenta que los parámetros de las rectas II y III están correlacionados y por lo tanto se recomienda utilizar la fórmula (14) del Apéndice B, propuesta por Willink [10].

Con los grados de libertad efectivos dados por (11) y un nivel de confianza dado, usualmente de 95 ó 95.45 %, el factor de cobertura se obtiene de una tabla de t de Student de dos colas.

#### 4. IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

En esta sección se describen las características principales del programa INcerTI, desarrollado en el ambiente programación Matlab®, para el cálculo de los parámetros de un ensayo de tracción y sus incertidumbres asociadas. Se trata de una aplicación autónoma creada para la plataforma Windows® y no precisa de la ejecución de Matlab® para su funcionamiento. Se maneja a través de una interfaz gráfica, como se puede apreciar en la Figura 2.

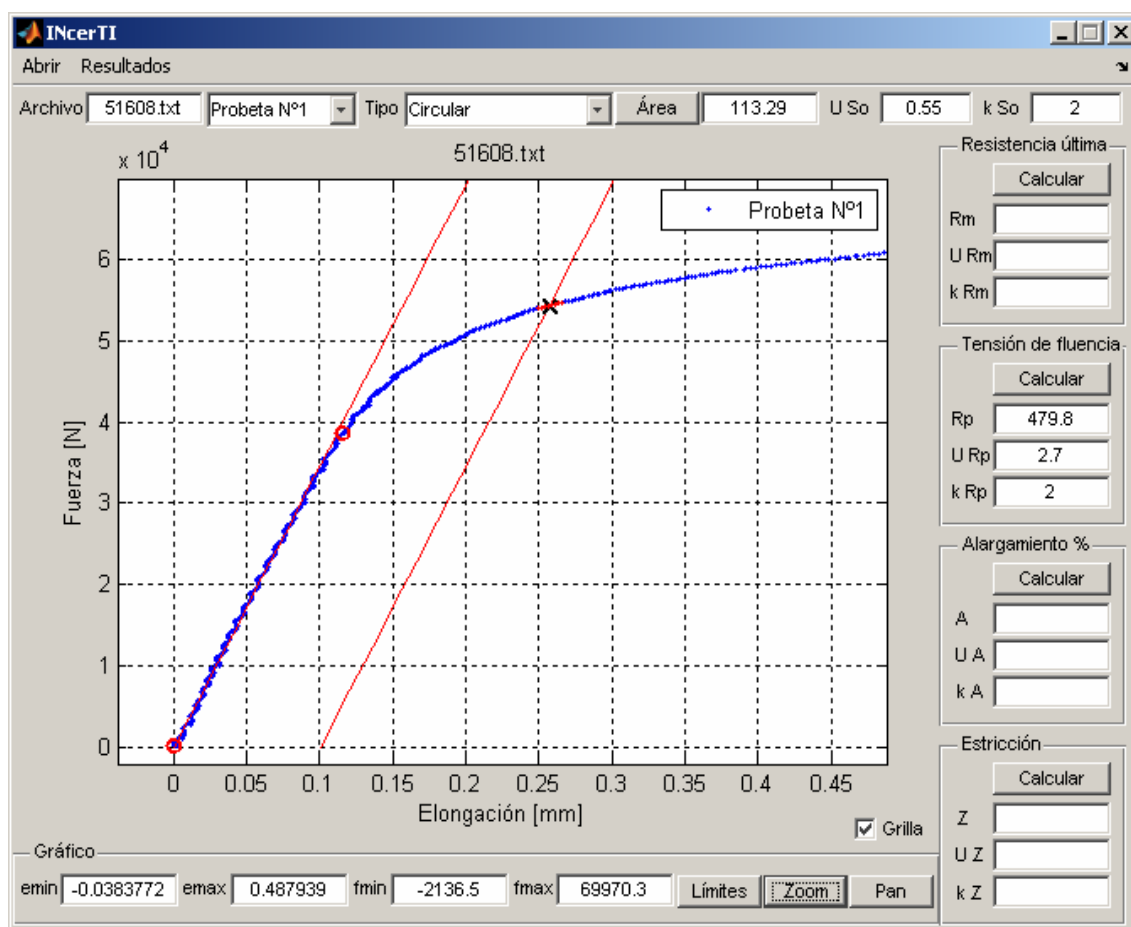


Figura 2 Pantalla principal de la interfaz gráfica del programa INcerTI

La estimación de incertidumbres efectuadas mediante este software, se realiza en base a un nivel de confianza aproximado de 95,45 %. En lo referente a las unidades utilizadas, se usa el milímetro para las longitudes, el kilo-Newton (kN) para las cargas y el Mega Pascal (MPa) para las tensiones. A continuación se calcula a modo de ejemplo, la tensión de fluencia y su incertidumbre correspondiente, para el caso de una curva carga-desplazamiento real.

#### 4.1 Carga de datos

El programa tiene la capacidad de leer archivos de formato ASCII, específicos de la máquina Instron<sup>®</sup> 4486 que utiliza el laboratorio de ensayos mecánicos de INTI Córdoba. Estos archivos pueden contener la curva carga-elongación de un único ensayo o bien de un lote de probetas. También es posible reanalizar los datos de un ensayo realizado con otro equipamiento. Para ello, el usuario debe confeccionar un archivo Excel<sup>®</sup> o ASCII que posea dos columnas con los resultados del ensayo

Una vez cargado el archivo a analizar, se grafica en la pantalla la curva carga versus elongación resultante. El gráfico puede examinarse en detalle mediante las funciones “Zoom”, “Pan” y “Límites” de la barra de herramientas “Gráfico”, que se encuentra en la parte inferior de la pantalla (ver Figura 2). Esto posibilita al operador ampliar ciertas zonas, detectar posibles anomalías del ensayo, lo que ayuda a interpretar los resultados correctamente.

#### 4.2 Área de la sección transversal

Se consideran probetas maquinadas del tipo circular, anular, rectangular y probetas obtenidas de tubos. También se pueden analizar tubos y hierros de construcción sin maquinar. El usuario debe fijar el tipo de probeta ensayada a través de un menú emergente. En el caso del presente ejemplo, se trata de una probeta de sección circular.

Después de presionar el botón “Área” de la pantalla principal (ver Figura 2) se abre la ventana 1 (ver Figura 3) donde el operador ingresa el número de mediciones efectuadas. Al presionar el botón “OK” se abre la ventana 2 en la cual se ingresan los valores de las mediciones realizadas. Finalmente en la ventana 3, se introducen los datos de calibración del instrumento de medición utilizado.

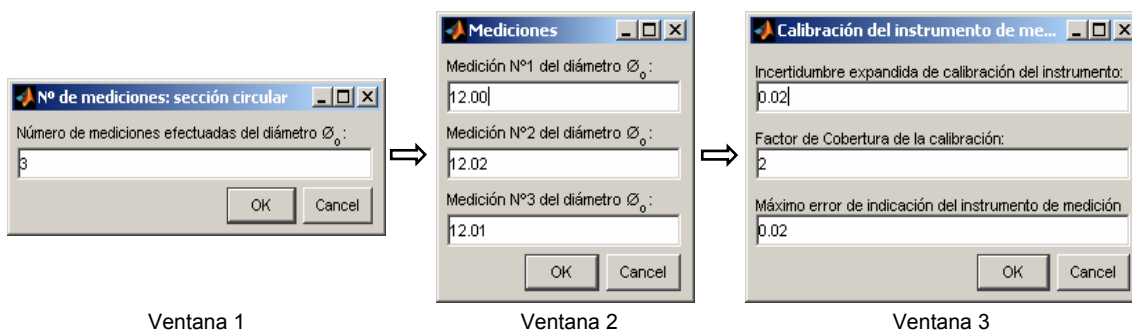
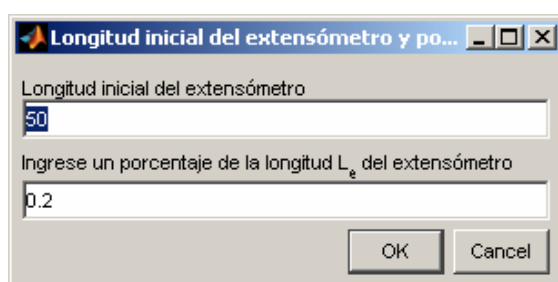


Figura 3 Ingreso de datos del área de la sección de la probeta y del instrumento utilizado

Los resultados del cálculo, que incluyen el valor del área de la sección transversal de la probeta, la incertidumbre expandida de la medición y su factor de cobertura, se escriben en la parte superior derecha de la pantalla principal del programa (Figura 2).

### 4.3 Cálculo de parámetros e incertidumbres

En el sector derecho de la ventana principal, se dispone de comandos para el cálculo de los parámetros típicos del ensayo y sus incertidumbres correspondientes (Figura 2). Siguiendo el presente del ejemplo, se calcula la tensión de fluencia y su incertidumbre. Al presionar el botón "Calcular" del panel "Tensión de fluencia", el operador ingresa en una pantalla (Figura 4) el valor de  $L_e$  y un porcentaje de dicha longitud, usualmente de 0,2 ó 0,5 % [4]. Luego mediante ventanas de búsqueda, el usuario selecciona los archivos que contienen los datos de calibración del extensómetro y de la celda de carga utilizada en el ensayo.



*Figura 4 Ventana para entrada de datos*

Los resultados, que corresponden al valor de la tensión de fluencia, su incertidumbre expandida y factor de cobertura, se escriben en los cuadros de texto de la ventana principal. También se muestra sobre la curva del ensayo, la recta que ajusta la parte proporcional del gráfico (recta I), la paralela correspondiente (recta II) y su intersección con la zona no lineal.

El resultado de la medición es  $479,8 \pm 2.7$  MPa, por lo tanto la incertidumbre representa en este caso el 0.56 % de la tensión de fluencia. Desde la implementación de este software, los autores han notado que la incertidumbre estimada para este parámetro fluctúa entre el 0,4 % y el 2 % del resultado de la medición. Esto muestra que el valor dado en la referencia [5] es muy conservador en la mayoría de los casos, ya que propone utilizar siempre un valor igual a 2,3 % de la tensión de fluencia.

## 5. CONCLUSIONES

Se presentó un procedimiento para el cálculo del límite convencional de fluencia  $R_{p0,2}$  en el ensayo de tracción y una forma de evaluar la incertidumbre asociada, en base a las recomendaciones de la guía GUM. Como no resulta posible cuantificar todas las fuentes de incertidumbre, siempre el cálculo resulta una aproximación.

Se describió un postprocesador de datos experimentales desarrollado por los autores, para el cálculo de los parámetros del ensayo de tracción y sus incertidumbres. La programación se realizó en el ambiente de programación Matlab<sup>®</sup>, debido a la gran cantidad de herramientas disponibles y su facilidad de uso. El posprocesador presentado, se utiliza actualmente en el Laboratorio de Ensayos Mecánicos del INTI Córdoba. Los autores no conocen otros laboratorios en Argentina donde se hayan incorporado desarrollos similares.

## 6. APÉNDICE A: DETERMINACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR COMBINADA

En la muchos casos el mensurando,  $Y$ , es medido indirectamente a partir de  $N$  argumentos de entrada  $X_1, X_2, \dots, X_N$ , ligados por una relación funcional  $f$ . La estimación del mensurando,  $y$ , se

obtiene utilizando los argumentos estimados  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . La incertidumbre estándar de la estimación del mensurando se obtiene combinando las incertidumbres de las estimaciones de los argumentos y extrayendo la raíz cuadrada positiva de la varianza combinada.

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \rightarrow y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow c_i = \partial f / \partial x_i$$

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=n} c_i c_j u_{x_i x_j} = \sum_{i=1}^{i=n} c_i^2 u_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{i=n-1} \sum_{j=i+1}^{j=n} c_i c_j u_{x_i x_j} \rightarrow u_y = \sqrt{u_y^2} \quad (12)$$

donde  $u_{x_i x_j}$  es la covarianza estimada asociada a los argumentos  $x_i$  y  $x_j$ . La ecuación (12) está basada en una aproximación en serie de Taylor de primer orden de la ecuación  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  y expresa lo que se denomina como la "ley de propagación de incertidumbres" que utiliza los coeficientes de sensibilidad  $c_i$ .

## 7. APÉNDICE B: GRADOS DE LIBERTAD EFECTIVOS

En el caso en que los argumentos de entrada no se encuentren correlacionados, los grados de libertad efectivos que corresponden a la incertidumbre estándar combinada  $u_y$  pueden aproximarse mediante la siguiente fórmula debida a Welch y Satterthwaite [3]:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \rightarrow v_{ef} = (u_y)^4 / \left[ \sum_{i=1}^n (c_i u_{x_i})^4 / v_{x_i} \right] \quad (13)$$

Para argumentos correlacionados puede utilizarse una generalización de la fórmula (13) propuesta recientemente por Willink [10]:

$$v_{ef} = \text{mayor} \left\{ 1, (u_y)^4 / \sum_{i=1}^{i=n} \left[ \left( \sum_{j=1}^{j=n} c_i c_j u_{x_i x_j} \right)^2 / v_i \right] \right\} \quad (14)$$

## 8. REFERENCIAS

- [1] G. Dieter, *Physical Metallurgy*, McGraw-Hill, U.S.A., 1986.
- [2] IRAM 301 - ISO/IEC 17025, *Requisitos Generales Para la Competencia de los Laboratorios de Ensayo y de Calibración*, 2005.
- [3] BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, Geneva, Switzerland. ISBN 92-67-10188-9, First Edition, 1993.
- [4] ASTM E8-04, *Tensile Testing of Metallic Materials. Method of Test at Ambient Temperature*, 2004.
- [5] EN 10002-1:2001, *Tensile Testing of Metallic Materials. Method of Test at Ambient Temperature*, 2001.
- [6] IRAM IAS U 500-102, *Productos de Acero. Método de Ensayo de Tracción. Condiciones Generales*, 1987.
- [7] W. Gabauer, *The Determination of Uncertainties in Tensile Testing*, UNCERT COP 07, ISBN 0-946754-41-1, Issue 1, 2000
- [8] Instituto Nacional de Tecnología Industrial, [www.inti.gov.ar](http://www.inti.gov.ar).
- [9] A. Maiztegui, J. Gleiser, *Mediciones de Laboratorio*, Taller Gráfico de José Solsona, 2000.
- [10] R. Willink, A Generalization Of The Welch-Satterthwaite Formula For Use With Correlated Uncertainty Components, *Metrologia*, **44** : 340-349, 2007.
- [11] M. Krystek, M. Anton, A Weighted Total Least Squares Algorithm for Fitting a Straight Line, Measurement. *Science Technology*, **18** : 3438-3442, 2007.