

Comparação entre Modelos de Turbulência de Duas Equações Aplicados a um Problema Aeroespacial

Edisson Sávio de Góes Maciel⁽¹⁾ e Nide Geraldo do Couto Ramos Fico Jr⁽²⁾

⁽¹⁾ *Pesquisador*

Rua Demócrito Cavalcanti, 152, Afogados, Recife, PE, Brasil, 50750-080
e-mail: edissonsavio@yahoo.com.br

⁽²⁾ *Professor do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA/CTA)*

Vila das Acácias, 50, São José dos Campos, SP, Brasil, 12228-900
e-mail: nide@ita.br

RESUMO

O presente trabalho estuda modelos de turbulência de duas equações aplicados à solução de um problema aeroespacial em escoamento supersônico. As equações de Navier-Stokes em duas dimensões escritas em forma conservativa, empregando uma formulação de volumes finitos e uma discretização espacial estruturada, são resolvidas. O algoritmo assimétrico ("upwind") de separação de vetores de fluxo de Van Leer, de primeira ordem de precisão no espaço, é empregado para realizar os experimentos numéricos. A integração temporal é realizada por um método de Runge-Kutta, de segunda ordem de precisão. Turbulência é levada em consideração utilizando dos modelos de turbulência $k-\varepsilon$ de Jacon e Knight e de Kergaravat e Knight. O problema físico de estado estacionário do escoamento supersônico em torno de uma configuração simplificada do Veículo Lançador de Satélites Brasileiro (VLS) é estudado.

Neste problema, o pico de pressão no nariz da configuração gerado pelo modelo de Kergaravat e Knight é mais severo do que o respectivo valor obtido com o modelo de Jacon e Knight. O pico do coeficiente de pressão, C_p , no nariz da configuração do VLS é mais intenso para o modelo de Kergaravat e Knight, o que define uma solução mais crítica. O modelo de Kergaravat e Knight prevê perfis de energia cinética turbulenta e de taxa de dissipação turbulenta menos intensos do que os respectivos obtidos com o modelo de Jacon e Knight, produzindo regiões de turbulência menos severas. O coeficiente aerodinâmico de sustentação é mais bem estimado pelo modelo de Jacon e Knight. Os resultados demonstraram que o modelo de Kergaravat e Knight apresenta campos de pressão mais críticos, embora o modelo de Jacon e Knight tenha sido mais preciso na estimativa do coeficiente aerodinâmico de sustentação.

Palavras-Chaves: Algoritmo de Van Leer, Modelo de turbulência $k-\varepsilon$ de Jacon e Knight, Modelo de turbulência $k-\varepsilon$ de Kergaravat e Knight, Equações de Navier-Stokes, Volumes Finitos e discretização estruturada.

1. INTRODUÇÃO

Algoritmos simétricos têm sido extensivamente empregados para resolver uma ampla variedade de problemas (Kutler [1]). Algoritmos convencionais são de certa forma não confiáveis no sentido de que para cada problema físico diferente termos de dissipação artificial necessitam ser especialmente ajustados e apropriadamente escolhidos para convergência.

Esquemas assimétricos são em geral mais robustos, mas são também mais envolvidos em sua derivação e aplicação. Um esquema assimétrico muito empregado para resolução das equações de Euler é o de Van Leer [2], descrito mais detalhadamente abaixo:

Van Leer [2] sugeriu um esquema assimétrico baseado no conceito de separação de vetores de fluxo. Este esquema considerava como característica principal o fato de que as componentes do vetor de fluxo convectivo podiam ser escritas como funções polinomiais do número de Mach do escoamento. Tais polinômios apresentavam a particularidade de possuir o menor grau possível e o esquema tinha que satisfazer sete propriedades básicas para formar estes polinômios. Este esquema foi apresentado para as equações de Euler em coordenadas Cartesianas e três dimensões.

Em relação à simulação de escoamentos turbulentos, Maciel e Fico Jr. [3] realizaram um estudo envolvendo três modelos de turbulência diferentes. Neste trabalho, as equações de Navier-Stokes foram resolvidas aplicadas ao escoamento supersônico em torno de uma configuração simplificada do Veículo Lançador de Satélites Brasileiro, VLS. Os modelos de Cebeci e Smith [4], de Baldwin e Lomax [5] e de Sparlat e Allmaras [6] foram estudados. Os esquemas de Harten [7] e de Radespiel e Kroll [8] foram comparados.

Diversos estudos envolvendo modelos de duas equações $k-\varepsilon$ têm sido desenvolvidos pela comunidade de CFD ("Computational Fluid Dynamics"). Jacon e Knight [9] desenvolveram um algoritmo não estruturado para resolver as equações de Navier-Stokes com média de Reynolds em duas dimensões. Os efeitos de turbulência foram modelados com o modelo $k-\varepsilon$ padrão de Launder e Spalding [10]. Kergaravat e Knight [11] desenvolveram um algoritmo implícito para as equações compressíveis de Navier-Stokes com média de Favre em duas dimensões. O algoritmo incorporava o modelo de turbulência padrão $k-\varepsilon$ de Launder e Spalding [10] e a correção para baixo número de Reynolds de Chien [12].

No presente trabalho, o esquema assimétrico de separação de vetores de fluxo de Van Leer [2] é implementado, em um contexto de volumes finitos e usando uma discretização espacial estruturada. Este esquema é de primeira ordem de precisão no espaço. As equações de Navier-Stokes com média de Favre em duas dimensões são resolvidas. Os modelos de duas equações $k-\varepsilon$ de Jacon e Knight [9] e de Kergaravat e Knight [11] são empregados para fechar o problema. O modelo de Kergaravat e Knight [11] implementado no presente trabalho utiliza a correção para baixo número de Reynolds de Chien [12]. O problema físico do escoamento supersônico em torno de uma configuração simplificada do VLS é estudado. A integração temporal é realizada por um método de Runge-Kutta de segunda ordem de precisão. O

algoritmo é acelerado para a solução de estado estacionário empregando um passo no tempo variável espacialmente. Os resultados demonstraram que o modelo de Kergaravat e Knight [11] produziu campos de pressão mais severos, embora o modelo de Jacon e Knight [9] obteve o coeficiente aerodinâmico de sustentação mais preciso.

2. EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES

O escoamento bidimensional é modelado pelas equações de Navier-Stokes, que expressam a conservação de massa e energia como também a variação de momento linear de um meio compressível, viscoso e condutor de calor, na ausência de forças externas. A forma integral destas equações pode ser representada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V Q dV + \int_S [(E_e - E_v)n_x + (F_e - F_v)n_y] dS + \int_V G dV = 0, \quad (1)$$

onde Q é escrito para um sistema Cartesiano, V é o volume da célula, n_x e n_y são as componentes do vetor unitário normal ao contorno da célula, S é a área de fluxo, E_e e F_e são as componentes do vetor de fluxo convectivo, E_v e F_v são as componentes do vetor de fluxo difusivo e G é o termo de fonte dos modelos de duas equações. Os vetores Q, E_e , F_e , E_v , F_v e G são, incorporando uma formulação k-ε, representados por:

$$Q = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \\ \rho k \\ \rho \epsilon_s \end{Bmatrix}, E_e = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \\ \rho ku \\ \rho \epsilon_s u \end{Bmatrix}, F_e = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \\ \rho kv \\ \rho \epsilon_s v \end{Bmatrix}, E_v = \begin{Bmatrix} 0 \\ t_{xx} + \tau_{xx} \\ t_{xy} + \tau_{xy} \\ f_x \\ \alpha_x \\ \beta_x \end{Bmatrix}, F_v = \begin{Bmatrix} 0 \\ t_{xy} + \tau_{xy} \\ t_{yy} + \tau_{yy} \\ f_y \\ \alpha_y \\ \beta_y \end{Bmatrix} \text{ e } G = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ G_k \\ G_\epsilon \end{Bmatrix}; \quad (2)$$

em que as componentes do tensor de tensão viscosa são definidas como:

$$t_{xx} = [2\mu_M \partial u / \partial x - 2/3 \mu_M (\partial u / \partial x + \partial v / \partial y)] / Re; \quad t_{xy} = \mu_M (\partial u / \partial y + \partial v / \partial x) / Re; \quad (3)$$

$$t_{yy} = [2\mu_M (\partial v / \partial y) - 2/3 \mu_M (\partial u / \partial x + \partial v / \partial y)] / Re. \quad (4)$$

As componentes do tensor de tensão turbulenta (tensor de tensão de Reynolds) são descritos pelas seguintes expressões:

$$\tau_{xx} = [2\mu_T \partial u / \partial x - 2/3 \mu_T (\partial u / \partial x + \partial v / \partial y)] / Re - 2/3 \rho k; \quad \tau_{xy} = \mu_T (\partial u / \partial y + \partial v / \partial x) / Re; \quad (5)$$

$$\tau_{yy} = [2\mu_T \partial v / \partial y - 2/3 \mu_T (\partial u / \partial x + \partial v / \partial y)] / Re - 2/3 \rho k. \quad (6)$$

Expressões para f_x e f_y são fornecidas abaixo:

$$f_x = (t_{xx} + \tau_{xx})u + (t_{xy} + \tau_{xy})v - q_x \text{ e } f_y = (t_{xy} + \tau_{xy})u + (t_{yy} + \tau_{yy})v - q_y, \quad (7)$$

onde q_x e q_y são as componentes do vetor de fluxo de calor condutivo de Fourier e são definidos por:

$$q_x = -\gamma(\mu_M / Pr_L + \mu_T / Pr_T) \partial e_i / \partial x \text{ e } q_y = -\gamma(\mu_M / Pr_L + \mu_T / Pr_T) \partial e_i / \partial y. \quad (8)$$

Os termos de difusão relacionados com as equações de energia cinética turbulenta e de taxa de dissipação são definidos como:

$$\alpha_x = 1/\text{Re}(\mu_M + \mu_T/\sigma_k) \partial k / \partial x \quad \text{e} \quad \alpha_y = 1/\text{Re}(\mu_M + \mu_T/\sigma_k) \partial k / \partial y; \quad (9)$$

$$\beta_x = 1/\text{Re}(\mu_M + \mu_T/\sigma_\varepsilon) \partial \varepsilon_s / \partial x \quad \text{e} \quad \beta_y = 1/\text{Re}(\mu_M + \mu_T/\sigma_\varepsilon) \partial \varepsilon_s / \partial y. \quad (10)$$

Nas equações acima, ρ é a densidade do fluido; u e v são as componentes Cartesianas do vetor velocidade nas direções x e y , respectivamente; e é a energia total por unidade de volume; p é a pressão estática; k é a energia cinética turbulenta; ε_s é a taxa de dissipação solenoidal de energia cinética turbulenta; os t 's são as componentes da tensão viscosa; os τ 's são as componentes da tensão turbulenta; os q 's são as componentes do vetor de fluxo de calor de Fourier; G_k leva em consideração termos de produção e de dissipação de k ; G_ε leva em consideração os termos de produção e de dissipação de ε ; μ_M e μ_T são as viscosidade molecular e turbulenta, respectivamente; Pr_L e Pr_T são os números de Prandtl laminar e turbulento, respectivamente; σ_k e σ_ε são coeficientes de turbulência; γ é a razão entre calores específicos; Re é o número de Reynolds laminar.

As equações de Navier-Stokes são adimensionalizadas em relação à densidade de escoamento livre, ρ_∞ , à velocidade do som de escoamento livre, a_∞ , e em relação à viscosidade molecular de escoamento livre, μ_∞ . O sistema é fechado com a equação de estado para um gás perfeito:

$$p = (\gamma - 1) \left[e - 0,5 \rho (u^2 + v^2) - \rho k \right], \quad (11)$$

considerando a hipótese de gás ideal. A entalpia total é definida por $H = (e + p)/\rho$. O algoritmo de Van Leer [2] é descrito em detalhes em Maciel e Fico Jr. [13].

3. MODELOS DE TURBULÊNCIA

Neste trabalho, os modelos de turbulência $k-\varepsilon$ de Jacon e Knight [9] e de Kergaravat e Knight [11] são estudados. No modelo de Kergaravat e Knight [11], a formulação de Chien [12] para determinar os termos fonte e a viscosidade turbulenta é investigada.

3.1. Modelo de Jacon e Knight [9]

No modelo de Jacon e Knight [9], é necessário definir a taxa de dissipação, que é decomposta como segue:

$$\varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_d, \quad (12)$$

onde ε_d é a dissipação de dilatação da energia cinética turbulenta. O modelo de Sarkar é empregado para levar em consideração os efeitos de compressibilidade:

$$\varepsilon_d = M_t^2 \varepsilon_s \quad \text{e} \quad M_t^2 = 2k/a^2, \quad (13)$$

com M_t sendo o número de Mach turbulento. A viscosidade turbulenta é expressa em termos de k e ε como:

$$\mu_T = \text{Re} C_\mu \rho k^2 / \varepsilon. \quad (14)$$

O termo fonte denotado por G nas equações do escoamento contém os termos de produção e dissipação de k e ε . Para o modelo de Jacon e Knight [9], os termos G_k e G_ε possuem as seguintes expressões:

$$G_k = P_k + D_k \quad \text{e} \quad G_\varepsilon = P_\varepsilon + D_\varepsilon, \quad (15)$$

onde:

$$P_k = -\tau_{xx} \partial u / \partial x - \tau_{xy} (\partial u / \partial y + \partial v / \partial x) - \tau_{yy} \partial v / \partial y; \quad D_k = \rho \varepsilon; \quad (16)$$

$$P_\varepsilon = C_{\varepsilon 1} P_k \varepsilon / k; \quad D_\varepsilon = C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon_s^2 / k. \quad (17)$$

Os coeficientes do modelo de Jacon e Knight [9] assumem os seguintes valores: $C_{\varepsilon 1} = 1,44$, $C_{\varepsilon 2} = 1,92$, $C_\mu = 0,09$, $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$, $Pr_L = 0,72$ e $Pr_T = 0,89$.

3.2. Modelo de Kergaravat e Knight [11]

O modelo de Kergaravat e Knight [11] apresenta a formulação de Chien [12] para calcular termos G_k e G_ε , como também a viscosidade turbulenta. Nesta formulação, a taxa de dissipação é igualada à dissipação solenoidal:

$$\varepsilon = \varepsilon_s. \quad (18)$$

A viscosidade turbulenta para esta formulação é expressa como:

$$\mu_T = Re C_\mu \rho k^2 / \varepsilon \left(1 - e^{-C_3 n^+} \right), \quad (19)$$

em que:

$$n^+ = Re(nu^* / \nu_w), \quad u^* = (\tau_w / \rho_w)^{0,5} \quad \text{e} \quad \nu_w = (\mu_M)_w / \rho_w, \quad (20)$$

com n sendo a distância normal de uma célula à parede, ν_w é a viscosidade cinemática de parede, τ_w é a tensão cisalhante de parede, ρ_w é a densidade do fluido de parede e $(\mu_M)_w$ é a viscosidade molecular na parede.

Os termos G_k e G_ε na formulação de Chien [12] possuem as seguintes expressões:

$$G_k = -P_k + D_k \quad \text{e} \quad G_\varepsilon = -P_\varepsilon + D_\varepsilon, \quad (21)$$

onde:

$$P_k = \tau_{xy} \partial u / \partial y; \quad D_k = \rho \varepsilon_s + 2\mu_M k / (n^2 Re); \quad (22)$$

$$P_\varepsilon = C_{\varepsilon 1} P_k \varepsilon_s / k; \quad D_\varepsilon = C_{\varepsilon 2} f_2 \rho \varepsilon_s^2 / k + 1 / Re \left(2\mu_M \varepsilon_s / n^2 \right) e^{-C_4 n^+}, \quad (23)$$

com:

$$f_2 = 1 - (0,4/1,8) e^{-(Re k^2 / (6\nu \varepsilon_s))^2} \quad \text{e} \quad \nu = \mu_M / \rho. \quad (24)$$

Os coeficientes do modelo assumem os seguintes valores: $C_{\varepsilon 1} = 1,35$, $C_{\varepsilon 2} = 1,80$, $C_3 = 0,0115$, $C_4 = 0,5$, $C_\mu = 0,09$, $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$, $Pr_L = 0,72$ e $Pr_T = 0,9$.

4. CONDIÇÕES INICIAL E DE CONTORNO

Valores de escoamento livre, em todas as células da malha, são adotados para todas as propriedades como condição inicial, como sugerido por Jameson e Mavriplis [14]. Detalhes da condição inicial empregada neste trabalho, ver Maciel e Fico Jr. [13].

As condições de contorno são basicamente de três tipos: parede sólida, entrada e saída. Estas condições são implementadas em células especiais denominadas células “fantasmas”. Detalhes destas condições em Maciel e Fico Jr. [13].

5. RESULTADOS

Testes foram realizados em um microcomputador com processador PENTIUM IV, 3,06GHz de “clock” e 512Mbytes de memória RAM. O critério de convergência adotou uma redução de quatro ordens na magnitude do resíduo máximo no domínio de cálculo. O resíduo foi definido como o valor das equações de conservação discretizadas. O ângulo de ataque foi adotado igual a zero. A razão entre calores específicos, γ , assumiu o valor 1,4.

Uma malha algébrica de 253x70 pontos, com um estiramento exponencial de 5% na direção η , foi usada. Esta malha é equivalente em volumes finitos como sendo composta de 17.388 células retangulares e 17.710 nós. A condição inicial adotou um número de Mach de escoamento livre igual a 4,0, uma altitude de voo de 40.000m, um comprimento característico igual a 3,76m e um número de Reynolds de $1,191 \times 10^6$. O número de CFL para as simulações laminar e turbulenta foi de 0,1. Os perfis de velocidade, k e ε_s foram avaliados no nó 150.

5.1. Solução laminar

As Figuras 1 e 2 exibem os contornos de pressão e de número de Mach, relacionados à solução laminar, obtidos pelo esquema de Van Leer [2]. O pico de pressão no nariz da configuração atinge um valor de 14,53. A Figura 3 apresenta a distribuição de $-C_p$ ao longo da parede da configuração do VLS. O pico de C_p no nariz da configuração, para a solução laminar, é de 1,84. A Figura 4 exhibe o perfil de velocidade U obtido pelo esquema de Van Leer [2] no nó 150. Um escoamento reverso é observado neste perfil em $y = 1,60m$.

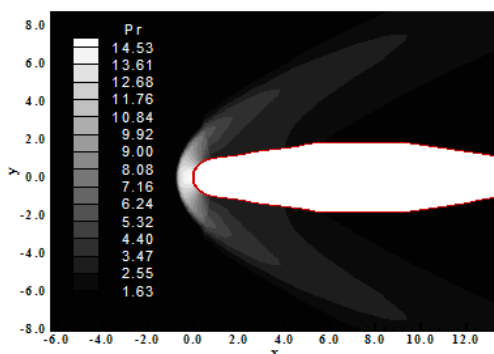


Figura 1 Contornos de pressão.

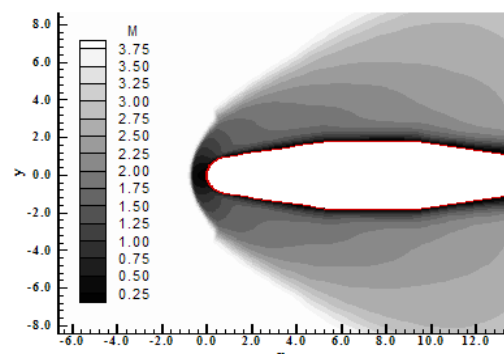


Figura 2 Contornos de número de Mach.

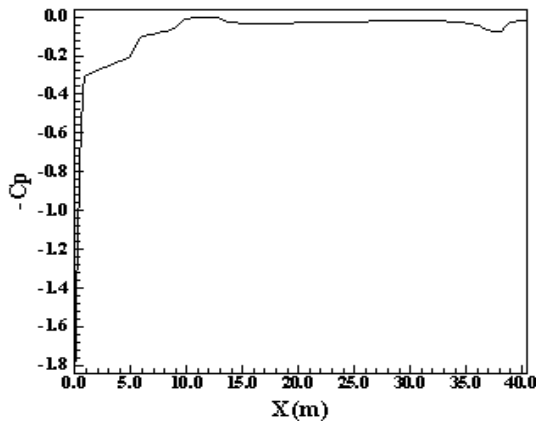


Figura 3 Distribuição de $-C_p$.

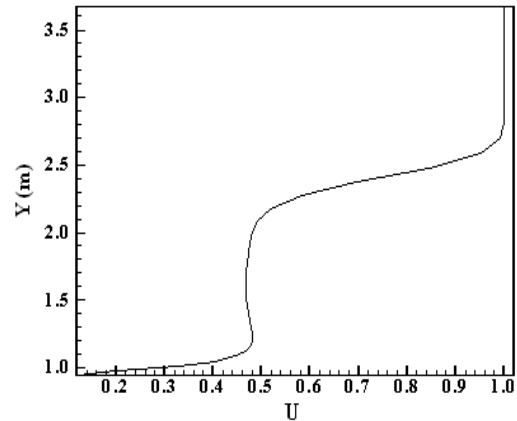


Figura 4. Perfil de U.

Os valores dos coeficientes aerodinâmicos de sustentação e de arrasto obtidos pelo esquema de Van Leer [2], no caso laminar, foram iguais a zero. Como a geometria é simétrica e o valor do ângulo de ataque foi zero, um valor igual a zero é o esperado para o coeficiente de sustentação. Então, para o caso laminar, o esquema de Van Leer [2] prediz corretamente o valor de c_s .

5.2. Solução turbulenta

As Figuras 5 e 6 exibem os contornos de pressão obtidos pelos modelos de turbulência. O campo de pressão obtido pelo modelo de Kergaravat e Knight [11] é mais severo do que o obtido com o modelo de Jacon e Knight [9]. O pico de pressão no nariz da configuração detectado pelo modelo de Kergaravat e Knight [11] é maior do que o respectivo obtido pelo modelo de Jacon e Knight [9]. Ambos os campos de pressão são menos severos do que o obtido pela solução laminar. Boas características de simetria são observadas nas soluções.

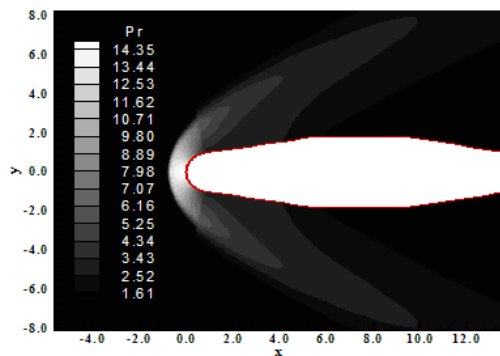


Figura 5 Contornos de pressão (JK).

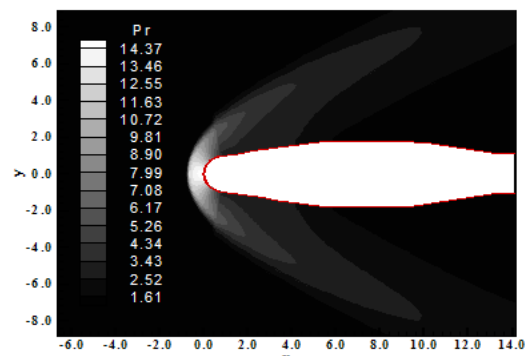


Figura 6 Contornos de pressão (KK).

As Figuras 7 e 8 apresentam os campos de número de Mach obtidos pelos modelos de turbulência. Eles são praticamente idênticos, sem diferenças significativas. A Figura 9 exibe as distribuições de $-C_p$ ao longo da parede do VLS geradas pelos modelos de turbulência,

comparados com a solução laminar. Todas as distribuições são similares. O pico de C_p obtido pelo modelo de Kergaravat e Knight [11] ($C_p = 1,82$) é levemente mais intenso do que o obtido com o modelo de Jacon e Knight [9] ($C_p = 1,81$). A solução laminar também apresenta um valor mais intenso para o pico de C_p e é aproximadamente 1,10% maior do que o respectivo valor obtido com a solução de Kergaravat e Knight [11].

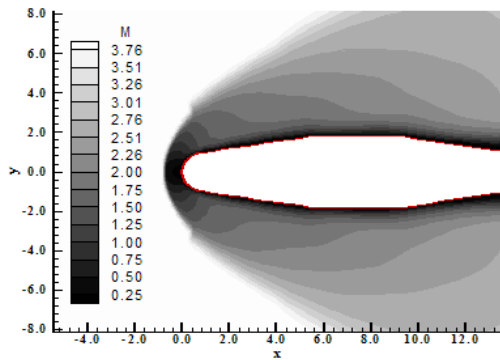


Figura 7 Contornos de número de Mach (JK).

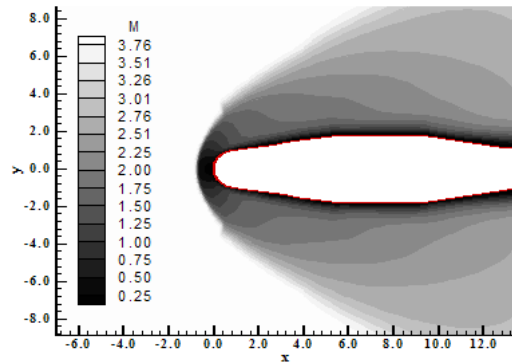


Figura 8 Contornos de número de Mach (KK).

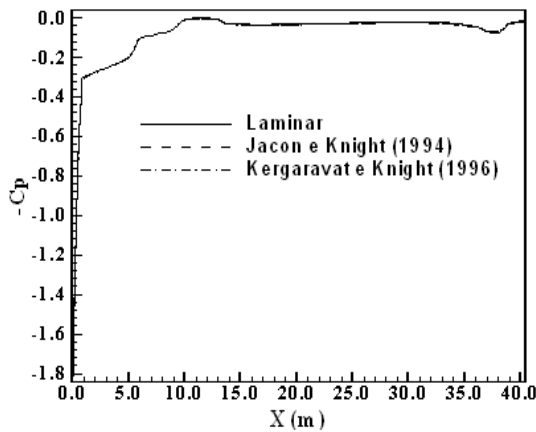


Figura 9 Distribuições de $-C_p$.

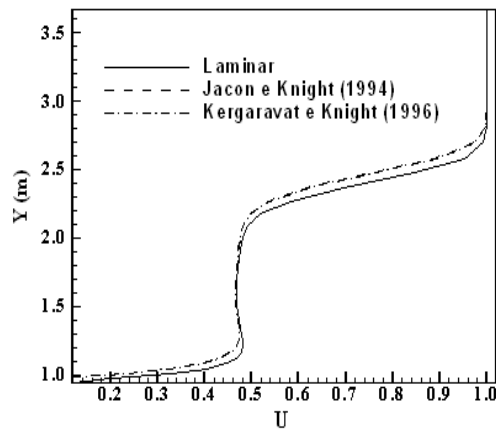


Figura 10 Perfis de U.

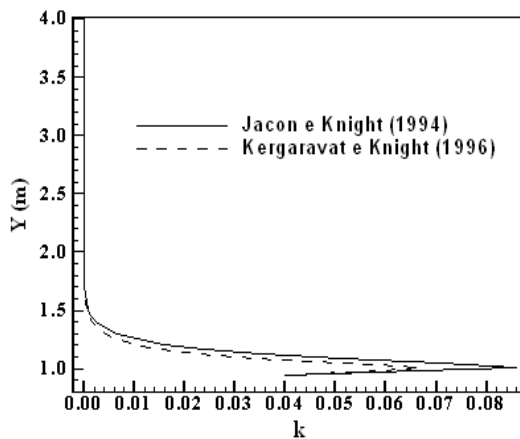


Figura 11 Perfis de k.

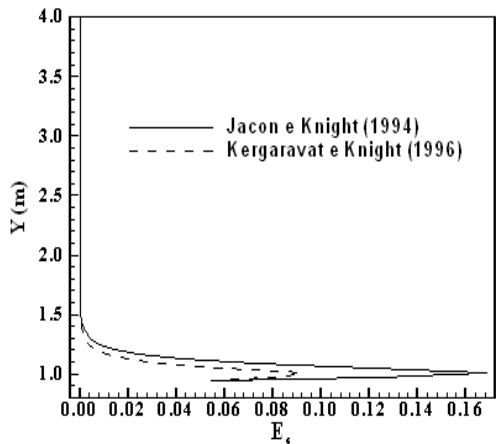


Figura 12 Perfis de ϵ_s .

A Figura 10 apresenta os perfis de U no nó 150 previstos pelos modelos de turbulência e comparados com a solução laminar. Ambos os modelos detectam o mesmo perfil de U, incluindo o escoamento reverso observado na solução laminar. A Figura 11 exibe os perfis de energia cinética turbulenta calculados por ambos os modelos. O modelo de Kergaravat e Knight [11] prevê perfil de energia cinética turbulenta menos intenso do que o observado com o modelo de Jacon e Knight [9]. A Figura 12 apresenta os perfis de taxa de dissipação solenoidal de energia cinética turbulenta calculados por ambos os modelos. O modelo de Kergaravat e Knight [11] também prevê uma taxa de dissipação menos intensa neste nó do que o modelo de Jacon e Knight [9]. Em outras palavras, o modelo de Kergaravat e Knight [11] prevê um campo de turbulência menos intenso do que o modelo de Jacon e Knight [9].

A Tabela 1 apresenta os coeficientes aerodinâmicos de sustentação e de arrasto calculados pelo esquema de Van Leer [2] no caso turbulento. Considerando a análise laminar, o modelo de Jacon e Knight [9] prevê um valor mais preciso para o coeficiente de sustentação (mais próximo de zero).

Tabela 1. Coeficientes Aerodinâmicos de Sustentação e de Arrasto – Caso Turbulento.

Modelo:	C_s :	C_A :
Jacon e Knight [9]	-1.49×10^{-7}	-7.25×10^{-9}
Kergaravat e Knight [11]	-3.67×10^{-7}	-2.11×10^{-8}

6. CONCLUSÕES

O presente trabalho estudou modelos de turbulência de duas equações aplicados a solução de um problema aeroespacial de escoamento supersônico. As equações bidimensionais de Navier-Stokes com média de Favre escritas em forma conservativa, empregando uma formulação de volumes finitos e uma discretização espacial estruturada, foram resolvidas. O algoritmo assimétrico de separação de vetores de fluxo de Van Leer [2], com primeira ordem de precisão no espaço, foi usado para realizar os experimentos numéricos. A integração temporal foi realizada por um método de Runge-Kutta, com segunda ordem de precisão, de cinco estágios. Turbulência foi levada em consideração usando dois modelos de duas equações $k-\varepsilon$ de Jacon e Knight [9] e de Kergaravat e Knight [11]. O escoamento supersônico em torno de uma versão simplificada do Veículo Lançador de Satélites Brasileiro, VLS, foi estudado.

Os resultados mostraram características interessantes dos modelos estudados. O pico de pressão no nariz da configuração do VLS gerado pelo modelo de Kergaravat e Knight [11] foi mais severo. O pico de C_p no nariz da configuração do VLS foi também maior quando o modelo de Kergaravat e Knight [11] foi empregado. Um escoamento reverso foi detectado por ambos os modelos, como também na solução laminar. O modelo de Kergaravat e Knight [11] previu perfis menos intensos de energia cinética turbulenta e taxa de dissipação, indicando campos de turbulência menos severos. O coeficiente aerodinâmico de sustentação foi mais bem estimado pelo modelo de Jacon e Knight [9]. Em resumo, os resultados indicaram que o

modelo de Kergaravat e Knight [11] apresentou campos de pressão mais severos, mais críticos, o que o recomenda para a fase inicial de projeto de veículos aeroespaciais.

7. REFERÊNCIAS

- [1] P. Kutler, Computation of Three-Dimensional, Inviscid Supersonic Flows, *Lecture Notes in Physics*, **Vol. 41**, pp. 287-374, 1975.
- [2] B. Van Leer, Flux-Vector Splitting for the Euler Equations, *Anais do 8th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, E. Krause, Editor, Lecture Notes in Physics, Vol. 70, pp. 507-512, Springer-Verlag, Berlim, 1982.
- [3] E. S. G. Maciel, N. G. C. R. Fico Jr., High Resolution Algorithms Coupled with Three Turbulence Models Applied to an Aerospace Flow Problem, *AIAA Paper 2006-0292*, 2006.
- [4] T. Cebeci, A. M. O. Smith, A Finite-Difference Method for Calculating Compressible Laminar and Turbulent Boundary Layers, *Journal of Basic Engineering*, Trans. ASME, Series B, Vol. 92, No. 3, September, pp. 523-535, 1970.
- [5] B. S. Baldwin, H. Lomax, Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows, *AIAA Paper 78-257*, 1978.
- [6] P. R. Sparlat, S. R. Allmaras, A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows, *AIAA Paper 92-0439*, 1992.
- [7] A. Harten, High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, *Journal of Computational Physics*, **Vol. 49**, pp. 357-393, 1983.
- [8] R. Radespiel, N. Kroll, Accurate Flux Vector Splitting for Shocks and Shear Layers, *Journal of Computational Physics*, Vol. 121, pp. 66-78, 1995.
- [9] F. Jacon, D. Knight, A Navier-Stokes Algorithm for Turbulent Flows Using an Unstructured Grid and Flux Difference Splitting, *AIAA Paper 94-2292*, 1994.
- [10] B. E. Launder, D. B. Spalding, The Numerical Computation of Turbulent Flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- [11] Y. Kergaravat, D. Knight, A Fully Implicit Navier-Stokes Algorithm for Unstructured Grids Incorporating a Two-Equation Turbulence Model, *AIAA Paper 96-0414*, 1996.
- [12] K. Y. Chien, Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model, *AIAA Journal*, Vol. 20, pp. 33-38, 1982.
- [13] E. S. G. Maciel, N. G. C. R. Fico Jr., Comparison Between Two-Equation Turbulence Models Applied to Aerospace Problems, *Anais da 6^a Escola de Primavera de Transição e Turbulência (V EPTT)*, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008 (em revisão).
- [14] A. Jameson, D. Mavriplis, Finite Volume Solution of the Two-Dimensional Euler Equations on a Regular Triangular Mesh, *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 4, pp. 611-618, 1986.

Agradecimentos

O primeiro autor agradece ao CNPq pelo apoio financeiro concedido sob a forma de bolsa de pós-doutorado júnior processo PDJ 150143/2008-7.