FORO DOCENTE DEL AREA MECANICA DE LAS INGENIERIAS
FoDAMI
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR BAHIA BLANCA
I CAIM 2008
Primer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica
Octubre 2008

ENFOQUE MULTICRITERIAL PARA LA OPTIMIZACIÓN DE LAS DIMENSIONES RADIALES DEL CUERPO DE LOS CILINDROS HIDRÁULICOS

Dr. Víctor Gustavo Gómez Rodríguez, Dr. Rafael Goytisolo Espinosa,
Dr. Juan J. Cabello Eras, MSc. Jesús Peña Acción

Centro de Estudios de la Oleohidráulica y la Neumática (CEDON), Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos. Carretera a Rodas km. 4, Cienfuegos, Cuba. vgomez@ucf.edu.cu

RESUMEN

En el trabajo se realiza, a partir de un enfoque multicriterial, un análisis dirigido a la optimización de las dimensiones radiales del cuerpo de los cilindros hidráulicos teniendo en cuenta la resistencia mecánica a la explosión, la rigidez en la dirección radial y el peso del cuerpo. Además se estudia la influencia, en este análisis, de las propiedades del material utilizado. El resultado presentado se utiliza como caso de estudio en las asignaturas de la Disciplina de Diseño Mecánico. Se obtienen varias familias de curvas para ser utilizadas en la selección de las dimensiones radiales óptimas en cualquier recipiente que trabaje en condiciones similares a los cuerpos de los cilindros hidráulicos para diferentes coeficientes de seguridad.

Palabras Claves: Cilindros hidráulicos, diseño, optimización.

1. INTRODUCCIÓN

Como resultado de investigaciones y revisiones bibliográficas realizadas se ha podido constatar que las exigencias de reducción de peso y prevención de las fallas primarias en los cilindros hidráulicos, provocados fundamentalmente por la falta de resistencia y rigidez no se ha abordado suficientemente en las investigaciones publicadas o responden a modelos que no conducen a la optimización multicriterial de las dimensiones de los mismos.

La optimización en el diseño del cuerpo de los cilindros hidráulicos es una de las tendencias que siguen los productores actualmente por ser éste el elemento que mayor incide en el peso. La reducción del peso en el cuerpo se consigue disminuyendo al máximo posible el espesor de la pared, pero esto entra en contradicción con la resistencia del mismo ya que en la medida que disminuye dicho espesor aumentan las tensiones y se reduce la resistencia. Por otro lado, la reducción del espesor de la pared puede conducir al aumento de las deformaciones radiales del tubo bajo la acción de la presión del líquido hidráulico por lo que la hermeticidad de los sellos que limitan las fugas internas de líquido se ve reducida y la vida de los sellos limitada.

El objetivo del presente trabajo es elaborar un método para la optimización de las dimensiones radiales del cuerpo de los cilindros hidráulicos teniendo en cuenta tres criterios fundamentales: la resistencia mecánica del mismo, la rigidez en la dirección radial y el peso del cuerpo. Además se analizará la influencia de las propiedades del material utilizado sobre este proceso.

2. DESARROLLO

El análisis multicriterial, como método de análisis, fue desarrollado en la década del 60 y ha sido empleado frecuentemente como una de las vías para resolver los problemas de mejora de diseño de los elementos de máquinas de forma tal que se garantice el cumplimiento simultáneo de los requerimientos a ellos planteados.

Del análisis del comportamiento del diámetro exterior y el peso del cilindro con respecto a la presión, para una fuerza y tensión admisible constantes, se evidencia que la optimización del diseño de estos elementos requiere de un análisis multicriterial que permitiera establecer los valores más razonables de peso y diámetro exterior incluyendo además las propiedades del material por lo que debe tenerse en cuenta tres criterios fundamentales: la resistencia mecánica, la cual depende de la tensión en la pared del tubo, la rigidez en la dirección radial, dado que las deformaciones radiales del cuerpo por la acción de la presión contribuyen a la pérdida de la hermeticidad del cilindro y el peso del cuerpo [1, 11, 13,14].

Para la aproximación multicriterial al problema del diseño de la camisa de los cilindros hidráulicos se estableció como parámetro característico la relación α entre los diámetros interior D_i y exterior D_e de este elemento:

$$\alpha = \frac{Di}{D_e} \qquad (1)$$

Donde:

α - Relación de los diámetros.

D_i - Diámetro interior del tubo, mm.

D_e - Diámetro exterior del tubo, mm.

En [1, 13, 14] se ilustra la obtención de la ecuación (2) que relaciona los diámetros del cuerpo con la presión de trabajo en el cilindro:

$$D_i^2 = D_e^2 \frac{[\sigma]_t - 2P}{[\sigma]_t} \qquad (2)$$

Donde:

P - Presión de trabajo del sistema, MPa.

$[\sigma]_t$ - Tensión admisible del material del tubo, MPa.

De donde:

$$\alpha = \frac{D_i}{D_e} = \sqrt{\frac{[\sigma]_t - 2P}{[\sigma]_t}} \qquad (3)$$

El valor de la relación de diámetros α con el cual se obtienen las dimensiones exteriores mínimas con la máxima fuerza de empuje se puede determinar sustituyendo en la ecuación (3) la condición $P = \frac{[\sigma]_t}{4}$ y entonces:

$$\alpha = \frac{D_i}{D_e} = \sqrt{\frac{[\sigma]_t - 2\frac{[\sigma]_t}{4}}{[\sigma]_t}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0.707$$

Este valor de la relación de diámetros por si solo no puede garantizar el mínimo peso de la camisa pues existe una relación directa entre la disminución del espesor de las paredes del cilindro y la disminución del peso y, por su parte, el área de la sección transversal requerida disminuye progresivamente a medida que disminuye la presión de trabajo del sistema.

El enfoque multicriterial para la optimización del diseño de la camisa del cilindro hidráulico se centra en la obtención del valor de la relación de diámetros que garantice:

- Mínimas tensiones en la pared.
- Mínimas deformaciones en la dirección radial.
- Mínimo peso.

Se requiere entonces definir números adimensionales para estos tres criterios. La utilización de características adimensionales es un proceso puramente matemático frecuentemente aplicado en todas las ramas de la ingeniería [6,8] y particularmente en la Mecánica de Materiales [7,9] al analizar perfiles racionales en vigas y columnas. Una de sus ventajas es reducir el número de variables que controlan un fenómeno, simplificando su análisis, con el único inconveniente de que las variables adimensionales no tienen significado físico directo, hecho este que no afecta la solución del problema planteado.

2.1 Determinación del coeficiente adimensional que caracteriza la influencia de la relación de diámetros α sobre la tensión equivalente para una presión dada.

La tensión equivalente en la pared de un tubo sometido a presión, según la hipótesis de las tensiones tangenciales máximas se plantea como [2, 4, 7]:

$$\sigma_{eq} = P\frac{2D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} \qquad (4)$$

Sustituyendo en la ecuación (4) la expresión $D_i = \alpha D_e$

$$\sigma_{eq} = P\frac{2D_e^2}{D_e^2 - \alpha^2 D_e^2} = P\frac{2D_e^2}{D_e^2\left(1-\alpha^2\right)}$$

$$\sigma_{eq} = \frac{2P}{\left(1-\alpha^2\right)} \qquad (5)$$

Con el objetivo de analizar la influencia de la relación de diámetros α en la tensión equivalente para una presión dada, se define el siguiente número adimensional:

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{eq}}{P} = \frac{\frac{2P}{1-\alpha^2}}{P} = \frac{2}{1-\alpha^2} \qquad (6)$$

2.2 Determinación del coeficiente adimensional que caracteriza la influencia de la relación de diámetros α sobre el área de la sección transversal.

El área de la sección transversal del cuerpo del cilindro también se puede expresar en función de la relación de diámetros α :

$$A_c = \frac{\pi}{4}\left(D_e^2 - D_i^2\right) \qquad (7)$$

Sustituyendo en la ecuación (7) $D_e = \frac{D_i}{\alpha}$

$$A_c = \frac{\pi}{4}\left(\frac{D_i^2}{\alpha^2} - D_i^2\right) = \frac{\pi}{4}D_i^2\left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}\right) \qquad (8)$$

Es conocido que la fuerza F desarrollada por un cilindro hidráulico se determina como:

$$F = P\frac{\pi D_i^2}{4} \qquad (9)$$

De donde:

$$\frac{F}{P}=\frac{\pi D_i^2}{4} \qquad (10)$$

Sustituyendo la ecuación (10) en la ecuación (8) se obtiene:

$$A_c=\frac{F}{P}\left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}\right) \qquad (11)$$

La ecuación (11) permite definir el número adimensional K_A que servirá para valorar la influencia de la relación de diámetros α, en el área de la sección transversal para una fuerza y presión dadas.

$$K_A=\frac{A_c P}{F}=\left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}\right) \qquad (12)$$

2.3 Determinación del coeficiente adimensional que caracteriza la influencia de la relación de diámetros α sobre la variación del diámetro interior (deformaciones) del cilindro.

De las ecuaciones del Problema de Lamé [2, 4, 7, 10] se conoce la expresión que permite determinar el incremento de diámetro en un tubo sometido a presión interior:

$$\Delta D_i=\frac{D_i P}{E}\left(\frac{D_e^2+D_i^2}{D_e^2-D_i^2}+\mu\right) \qquad (13)$$

Donde:

E- módulo de elasticidad del material, MPa.

μ - coeficiente de Poisson del material.

Sustituyendo en la ecuación (13) $D_i=\alpha D_e$ se obtiene:

$$\Delta D_i=\frac{D_i P}{E}\left(\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2}+\mu\right) \qquad (14)$$

Despejando D_i en la ecuación (9) y sustituyendo en la ecuación (14) se obtiene:

$$\Delta D_i=\frac{1}{E}\sqrt{\frac{4F}{\pi P}}\left[\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2}+\mu\right] \qquad (15)$$

Es posible entonces definir un tercer número adimensional K_D que caracterice la influencia de la relación de diámetros α, en la variación del diámetro interior del cilindro para valores de la fuerza y la presión de trabajo dados.

$$K_D=\frac{E\bullet\Delta D_i}{\sqrt{\frac{4FP}{\pi}}}=\left[\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2}+\mu\right] \qquad (16)$$

2.4 Determinación del valor del coeficiente característico α de la relación de los diámetros que garantiza la mejor combinación de resistencia, peso y rigidez del cilindro.

Con el aumento del valor de la relación de diámetros α disminuye el peso de la camisa pues el área de la sección transversal se hace menor, pero al mismo tiempo disminuye la rigidez y la resistencia del cilindro y se puede ver afectada la hermeticidad del sistema cuerpo – pistón.

Por lo anteriormente expuesto se decide determinar el valor del coeficiente característico de la relación de los diámetros que garantiza la mejor combinación de resistencia, peso y rigidez del cilindro mediante la obtención del valor de este coeficiente que haga mínima la función K_S, formada por el producto de los tres coeficientes adimensionales, lo que se expresa como:

$$K_S = K_\sigma K_A K_D \qquad (17)$$

Por lo que el valor óptimo de α será el que satisfaga la condición:

$$\frac{dK_S}{d\alpha} = 0 \qquad (18)$$

$$K_S = \left(\frac{2}{1-\alpha^2}\right)\left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}\right)\left(\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2} + \mu\right) \qquad (19)$$

$$K_S = \frac{2}{\alpha^2}\left(\frac{1+\alpha^2 + \mu\left(1-\alpha^2\right)}{1-\alpha^2}\right) = 2\left[\frac{1+\alpha^2 + \mu\left(1-\alpha^2\right)}{\alpha^2 - \alpha^4}\right]$$

$$\frac{dK_S}{d\alpha} = \frac{\left[2\alpha\left(\alpha^2-\alpha^4\right)\left(1-\mu\right)\right] - \left[1+\alpha^2+\mu\left(1-\alpha^2\right)\right]\left(2\alpha - 4\alpha^3\right)}{\alpha^2 - \alpha^4} = 0$$

Desarrollando y simplificando la ecuación anterior se obtiene la siguiente condición:

$$2(1-\mu)\alpha^5 + 4(1+\mu)\alpha^3 - 2(1+\mu)\alpha = 0 \qquad (20)$$

La ecuación (20) tiene cinco raíces. Extrayendo el factor común α se obtiene la primera raíz $\alpha = 0$ que no es de interés, quedando como:

$$2(1-\mu)\alpha^4 + 4(1+\mu)\alpha^2 - 2(1+\mu) = 0 \qquad (21)$$

Esta ecuación se aviene a la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde: $a = 2(1-\mu)$, $b = 4(1+\mu)$ y $c = -2(1+\mu)$

Según [12], las soluciones de esta ecuación se hayan como:

$$\alpha^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Las raíces negativas y en números complejos no son de interés para el problema analizado. Entonces, el valor de la relación de diámetros α óptimo desde el punto de vista tricriterial es: $\alpha = 0.667$.

En la Figura 1 se observa el comportamiento de los números adimensionales K_σ, K_A y K_D y de la función objetivo K_S, y se comprobó gráficamente que el valor mínimo de K_S se obtenía aproximadamente para $\alpha = 0.67$.

En el gráfico puede definirse un intervalo de valores del coeficiente característico α, a saber: $0.5 < \alpha < 0.85$, de donde se concluye que para valores de α menores que 0.5, el peso del cuerpo del cilindro crece apreciablemente, sin incrementos notables de la rigidez y la resistencia. La disminución de α desde 0.5 a 0.4 conlleva aproximadamente a la misma variación del peso que tiene lugar dentro de todo el intervalo.

Por otro lado, para valores de α mayores de 0.85 crecen notablemente las tensiones y deformaciones en el cuerpo sin una disminución importante del peso.

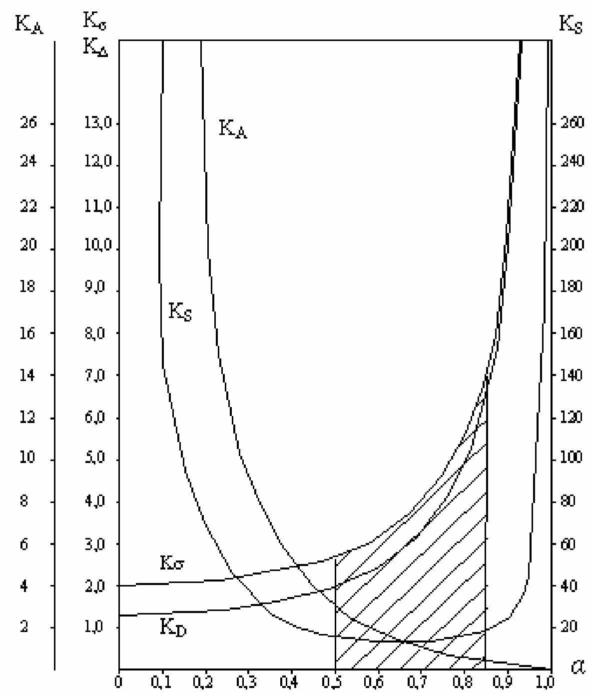

Fig. 1 Dependencia de los números adimensionales K_σ, K_A y K_D y de la función objetivo K_S, con respecto a la relación de diámetros α.

2.5 Influencia del valor del coeficiente característico α de la relación de los diámetros en la selección del material del cuerpo del cilindro.

Los cuerpos de los cilindros hidráulicos tradicionalmente se construyen de acero de mediano carbono (0.45 % de Carbono en su composición química), con límite de fluencia $\sigma_f = 360$ MPa y en su diseño se toma un coeficiente de seguridad n = 3, por lo que la tensión admisible es $[\sigma]_t = 120$ MPa [3, 5].

De la condición de resistencia del tubo, planteada a partir de la ecuación (5), se puede obtener el valor de la presión para el que $\sigma_{eq} = [\sigma]_t$, en función de la relación de diámetros α .

$$P = \frac{1}{2}\left([\sigma]_t - \alpha^2 [\sigma]_t\right)$$

En el caso de los cuerpos de acero de mediano carbono:

Para: $\alpha = \frac{D_i}{D_e} = 0.5$, P = 45 MPa   Para: $\alpha = \frac{D_i}{D_e} = 0.85$, P = 16.65 MPa

Por lo que desde el punto de vista tricriterial, resistencia – rigidez - peso, los cilindros con cuerpos de acero de mediano carbono deben utilizarse en este rango de presiones. Si se utilizara acero de bajo carbono para la fabricación del cuerpo, que es más económico, cuyas propiedades son $\sigma_f = 250$ MPa y $[\sigma]_t = 85$ MPa se obtiene:

Para: $\alpha = \frac{D_i}{D_e} = 0.5$, P = 31 MPa   Para: $\alpha = \frac{D_i}{D_e} = 0.85$, P = 11.51 MPa

Es importante señalar que a presiones menores de 11 MPa se puede utilizar un acero menos resistente y por lo tanto más barato. Estas conclusiones son preliminares pues además de los tres criterios tomados en cuenta, antes de recomendar la utilización de tubos de acero de menor resistencia para la fabricación del cuerpo de los cilindros hidráulicos es necesario un análisis complementario desde el punto de vista tecnológico, de la resistencia del cuerpo al desgaste dada por la dureza que se alcance durante el proceso de rodillado interior del tubo y de la resistencia a la corrosión. Además es importante señalar que el coeficiente de seguridad de 3, usualmente utilizado para el diseño de estos elementos es susceptible de reanálisis.

Debe tenerse en cuenta que en las series de cilindros producidos por las empresas oleohidráulicas las dimensiones exteriores del tubo constituyen una limitante para la optimización de las dimensiones radiales de la camisa pues generalmente no se someten a maquinado exterior. Sin embargo en el caso de las producciones a pedido, por el carácter generalmente unitario de las mismas, existe la posibilidad de maquinar tanto el diámetro interior como el exterior para poder garantizar un mínimo peso en la camisa. La solución para las producciones seriadas debe ser valorada con los productores de tubos para camisas.

A partir de la optimización multicriterial de las dimensiones radiales de la camisa de los cilindros hidráulicos desarrollada se muestra en la Figura 2, un juego de curvas con ayuda de los cuales, en dependencia del factor de seguridad que utilice el diseñador, se puede determinar, a partir de la presión de trabajo que se prevé en el sistema, el valor óptimo de la relación entre los diámetros que garantice mínimo peso y adecuadas resistencia y rigidez de la camisa del cilindro hidráulico. Estas familias de curvas fueron obtenidas para diferentes tipos de acero en estado normalizado cuyos límites de fluencia aparecen en el borde superior derecho del gráfico. Debe tenerse en cuenta que éstos gráficos pueden ser utilizados además para la determinación del valor óptimo del coeficiente α o la presión de trabajo para cualquier recipiente con características geométricas similares a las de las camisas de los cilindros hidráulicos y cuyas dimensiones necesiten ser optimizadas con un enfoque multicriterial.

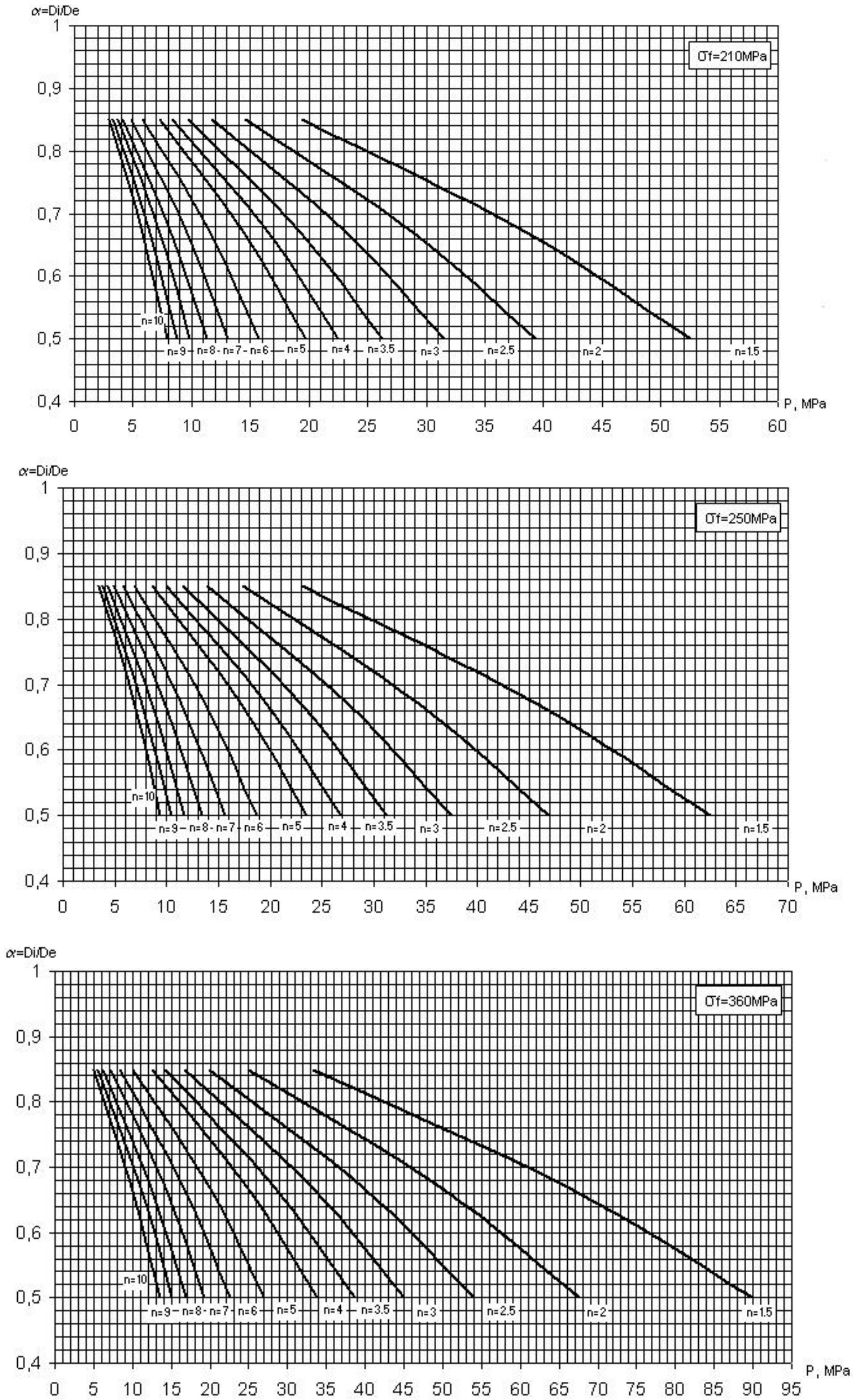

Fig. 2 Familia de curvas para la determinación de la relación óptima de los diámetros en dependencia de la presión de trabajo.

3. CONCLUSIONES

1. El valor de la relación de diámetros, $\alpha = D_i / D_e$, que garantiza la mejor combinación de peso, rigidez y resistencia es 0.667.
2. De forma general se establece que los valores más razonables de la relación de diámetros: $\alpha = D_i / D_e$, están entre 0.5 y 0.85.
3. El empleo de acero bajo carbono (0.20 % C) garantiza una adecuada resistencia a la explosión del tubo para presiones entre 12 MPa y 30 MPa.
4. El procedimiento de optimización elaborado, permitió obtener un conjunto de gráficas que establecen, en función de la presión de trabajo del cilindro, del material que se desee emplear en la fabricación del cuerpo del mismo y del factor de seguridad que desee el diseñador, la relación entre los diámetros interior y exterior del cuerpo que garantiza la combinación más adecuada de resistencia, rigidez radial y peso del cilindro.

4. REFERENCIAS

[1] Cabello Eras, JJ. Metodología para el diseño de cilindros oleohidráulicos. Construcción de maquinarias No. 1. 1995.

[2] Dobrovolski, V. Elementos de máquina. Moscú. Editorial Mir. 1980

[3] Elementos para Circuitos Oleodinámicos. Catálogo industrial. España 1999.

[4] Feodosiev, V.I. Resistencia de materiales. Moscú. Editorial MIR. 3ra edición. 1985.

[5] General catalogue for fluid power elements. Parker. Catálogo industrial 1999.

[6] Krutz W. and Schueller J. Machine design for mobile and industrial applications. 2nd edition SAE International. Denver. 1999.

[7] Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.K. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1989.—693 p.

[8] Shames, I.H. La mecánica de los fluidos. Ed. del Castillo. Madrid. 1970.

[9] Stiopin P.A. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1985.—371 p.

[10] Shigley J. Mechanical Engineering Design. Mc Graw Hill. New York. 2001.

[11] Sullivan, James . Power, theory and applications. Prentice Hall inc. New Jersey 1989.

[12] Bronshtein, I. Manual de matemáticas para ingenieros. Moscú. Editorial MIR. 1977

[13] Gómez V. et all. Enfoque Multicriterial para la Optimización de los Diámetros de los Cilindros Oleohidráulicos. Parte I. Revista Española FLUIDOS: Oleohidráulica, Neumática y Automación (Volumen 34 No. 304. Enero – Febrero 2005.

[14] Gómez V. et all. Enfoque Multicriterial para la Optimización de los Diámetros de los Cilindros Oleohidráulicos. Parte II. Revista Española FLUIDOS: Oleohidráulica, Neumática y Automación (Volumen 34 No. 305. Marzo 2005.