



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL AREA
MECANICA
DE LAS
INGENIERIAS

FoDAMI

RESOLUCION DE UN CHOQUE POR ALCANCE EN BASE A LA APLICACIÓN DE UN MODELO ESTOCASTICO Y FUNCION DE FALLA.

Simón Raúl^{*1}; Bersano, Claudio²; Mattara, Mario³; Medina, Mabel⁴; Ponso, Ricardo⁵

^{*1} Lab. Ingeniería Mecánica Forense -- FCEIA – Universidad Nacional de Rosario
Av. Pellegrini 250. Rosario. Santa Fe. Argentina.

ra.simon@hotmail.com

² Lab. Ingeniería Mecánica Forense – FCEIA – UNR

³ Esc. Ingeniería Mecánica – FCEIA – UNR

⁴ Esc. Formación Básica – FCEIA – CIUNR - UNR

⁵ Esc. Ingeniería Mecánica – FCEIA – UNR

RESUMEN

En este trabajo se presenta la resolución del caso real de un choque por alcance. Se parte para ello, del uso del clásico modelo determinístico, que relaciona la aplicación del principio de conservación de la energía en un sistema. El mismo, expresa que la energía cinética pre impacto, suponiendo la inexistencia de fuerzas exteriores, es igual a la energía cinética remanente en el instante final de la colisión, más el trabajo mecánico de deformación. En el cual el grado de certeza que se tiene en la determinación de la velocidad depende del error con que se obtuvieron: la distancia de frenado, desplazamiento posterior de los rodados, de la exactitud en la adopción del coeficiente de rozamiento calzada-neumático y del coeficiente de restitución. Por su naturaleza determinística el valor que arroja es absoluto y no se especifica el error. Luego, se propone un modelo estocástico basado en una función de falla $G(C - D)$, donde los datos se analizan como variables aleatorias. De esta forma se puede determinar la velocidad de circulación del vehículo embistente con los parámetros estadísticos asociados. Donde C es la capacidad del sistema (velocidad máxima permitida), D es la demanda del sistema (modelo estocástico en estudio) y G es la función de falla del sistema, de modo que los valores negativos de G corresponden a situaciones donde la velocidad del rodado embistente supera la máxima permitida en área del accidente. Utilizando una planilla de cálculo en la que se puede la función de falla planteada, realizando simulaciones de Montecarlo, logramos determinar la probabilidad acumulada del valor de la función de falla, en otras palabras podemos determinar cuál es la probabilidad de que el vehículo circulara a determinada velocidad. Esto redundo en la posibilidad de generar informes periciales más confiables y de mayor utilidad para las autoridades encargadas de impartir justicia.

Palabras Claves: Choque, Modelo, Estocástico, Confiabilidad.



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL AREA
MECANICA
DE LAS
INGENIERIAS

FoDAMI

1. INTRODUCCIÓN

El propósito de la investigación es lograr mediante el desarrollo de un modelo estocástico [1] y la combinación con la teoría de la confiabilidad, arribar a soluciones más confiables con una probabilidad de ocurrencia acotada, que las que se obtienen utilizando los modelos determinísticos tradicionales. Lo que mejora la calidad del trabajo pericial a los efectos de poder evaluar las posibilidades de la ocurrencia de un evento, pudiendo acotar la incertidumbre utilizando una nueva herramienta, para lo que habitualmente se utiliza en la reconstrucción de accidentes viales: la probabilidad y la técnica de simulación de Montecarlo. La misma se realiza a través de un software estadístico que trabaja en conjunto con una planilla de cálculo, donde los valores de nuestras variables relevantes estarán expresados por su valor medio, su desvío estándar y el tipo de distribución estadística de dichas variables. Esta técnica se puede combinar con el uso de una función de estado límite o de falla, aplicando la Teoría de la Confiabilidad, que permite acotar el rango de posibles soluciones del problema.

El modelo determinístico utilizado en la actualidad [2], para calcular la velocidad de circulación previa al impacto, considera la aplicación del principio de conservación de la energía en un sistema ideal, expresa que la energía cinética pre impacto, suponiendo la inexistencia de fuerzas exteriores, es igual a la energía cinética remanente en el instante final de la colisión, más el trabajo mecánico de deformación tal como se ve en la Ecuación (1)

$$E = E' + Ld \quad (1)$$

Donde E representa la energía inicial del sistema, E' es la energía del sistema posterior al impacto y Ld representa el trabajo de deformación de los vehículos intervinientes.

2. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS

La aplicación de la función de falla combinada con un análisis estocástico [3] permite resolver siniestros viales, donde existe incertidumbre.

La utilización de modelos determinísticos, indican como resultado un valor absoluto de la velocidad de circulación, en la cual el principal inconveniente, es la incerteza que plantea el coeficiente de rozamiento neumático-pavimento “u”, el coeficiente de restitución del impacto “e”, que se obtienen de tablas; y lo mismo sucede con la planimetría que surgen de los sumarios, donde se introducen errores de medición.



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL AREA
MECANICA
DE LAS
INGENIERIAS

FoDAMI

Los inconvenientes mencionados son técnicamente salvables. Para ello es necesario poder acotar la incertidumbre en las mismas, utilizando como herramientas: la probabilidad y la técnica de simulación de Montecarlo [4], para lo cual se debe conocer los parámetros estadísticos de las variables independientes (en este caso: los coeficientes “u” y “e” y los datos de planimetría), conociendo los valores medios, desvíos estándar y el tipo de distribución estadística. Con la misma, se pueden generar una cantidad posible de diferentes soluciones o escenarios posibles, pero siempre dentro del entorno de los valores dados a las variables relevantes utilizadas en la modelización. Pudiéndose así obtener un resultado expresado por su valor medio, su desvío estándar y conociendo su distribución estadística.

Además con la utilización de la función de estado límite mostrada en la Ecuación (2), es posible representar el evento con un modelo matemático y calcular de este modo su probabilidad de ocurrencia. La capacidad C modelada como una variable aleatoria, y sujeta a una demanda D también aleatoria, la función que representa dicho estado límite será simplemente:

$$G(X) = C(X) - D(X) \quad (2)$$

La función del estado límite o función falla está definida de tal modo que los valores positivos de G(X) corresponden a situaciones seguras, y los negativos a situaciones de falla o de ocurrencia de un evento, en función de la definición de las funciones. En confiabilidad, la función de falla usualmente resulta del análisis del hecho acontecido, se expresa normalmente en términos de ecuaciones de estados límite, G(X), también llamados eventos de falla o F según la Ecuación (3):

$$F = G(X) < 0 \quad (3)$$

Asumiendo que la capacidad, C y la demanda, D son independientes, existirá siempre la posibilidad, aunque sea muy pequeña, de que $C < D$ y el evento se produzca, por el contrario, si $C > D$, el sistema sería seguro.

3. RESULTADOS

3.1. Caso planteado

Un automóvil 1, impacta a otro vehículo 2 de masa similar (detenido), embistiéndolo en la parte trasera, luego de tratar de frenar. Vidrios y plásticos esparcidos, e improntas típicas de roce metálico sobre el pavimento se localizan en una zona cuyo epicentro se encuentra a unos 6 metros medidos desde las ruedas traseras del primer automóvil, en la posición de reposo. A su vez el



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL AREA
MECANICA
DE LAS
INGENIERIAS

FoDAMI

segundo de los vehículos, que de acuerdo a ciertos testimonios presenciales se encontraba detenido, se ha desplazado describiendo una trayectoria rectilínea como la indicada en el dibujo, dejando improntas de arrastre o derrape en el pavimento de una longitud total de 18 metros.

Determinaciones realizadas experimentalmente permiten considerar como valor medio de rozamiento de los neumáticos del rodado 1, deslizando con las ruedas bloqueadas, es $\mu = 0,7$ (frenado) y para el derrape o arrastre del rodado 2 sería de $\mu = 0,3$. Considera un coeficiente de restitución de 0,3 (valor medio).

Con los rastros relevados se requiere: determinar la velocidad de impacto por aplicación directa del principio de conservación de energía, considerando la colisión un sistema ideal aislado.

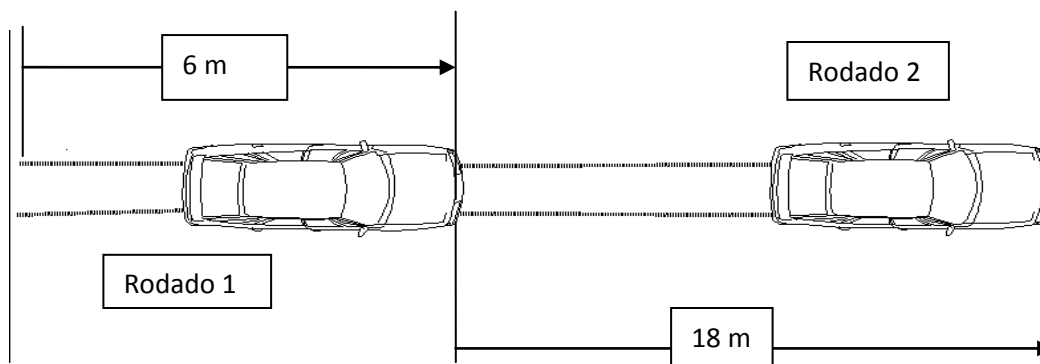


Figura 1

3.2. Resolución con un modelo determinístico

Mediante la aplicación del principio de conservación de la energía en un sistema ideal a partir de la Ecuación (1) y resolviendo el problema con un modelo determinístico tenemos:

$$\frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 = \frac{1}{2}m_1V_1'^2 + \frac{1}{2}m_2V_2'^2 + Ld \quad (4)$$

$$m_1(V_1^2 - V_1'^2) + m_2(V_2^2 - V_2'^2) = 2.Ld \quad (5)$$

$$Ld = \frac{1}{2}m_1V_1^2 \cdot (1 - e) \quad (6)$$

Reemplazando en las fórmulas anteriores, para el cálculo de V_1' y V_2' , por el modelo determinístico que relaciona la velocidad del vehículo con la longitud de las huellas de frenada o derrape visibles en el pavimento:

$$V = \sqrt{2.u.g.d} \quad (7)$$



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL AREA
MECANICA
DE LAS
INGENIERIAS

FoDAMI

Donde es:

V_1 : velocidad previa al impacto

V'_1 : velocidad durante la frenada del rodado 1

V_2 : 0 (automóvil 2 detenido)

V'_2 : velocidad del rodado 2 durante el arrastre

g : 9,8 m/seg²

u_1 : coeficiente de rozamiento calzada- neumático seco y buenas condiciones : 0,7

u_2 : coeficiente de arrastre o derrape del segundo rodado: 0,3

d_1 : huellas de frenadas sobre la calzada de 6 m (valor medio)

d_2 : distancia de arrastre o derrape de 18 m (valor medio)

e : coeficiente de restitución : 0,3 (valor medio)

Aplicando la fórmula (7) se obtienen las velocidades V'_1 y V'_2 :

$$V'_1 = 9,07 \text{ m / seg}$$

$$V'_2 = 10,29 \text{ m / seg}$$

Luego, con estas velocidades, se determina la velocidad V_1 previa al impacto, obtenida operando las ecuaciones (5) y (6) y teniendo en cuenta que las masas de ambos rodados son iguales:

$$V_1 = \sqrt{\frac{V'^2_1 + V'^2_2}{(1 - 2.e)}} = 21,688 \text{ m / seg} = 78 \text{ Km / h} \quad (8)$$

Por lo tanto las respuestas a las preguntas planteadas por el Juez serian:

1. El vehículo circulaba antes de la colisión a una velocidad de 78 Km/h.
2. La velocidad máxima permitida en la zona es de 80 km/h, por lo cual el automóvil nunca sobrepaso la velocidad máxima permitida.



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL AREA
MECANICA
DE LAS
INGENIERIAS

FoDAMI

3.4. Resolución con modelo estocástico

Mediante el uso de un software estadístico Risk 5.5 asociado a una planilla de cálculo en Excel, podemos llegar a obtener la velocidad de circulación del vehículo 1 previa al impacto, junto a sus parámetros estadísticos.

3.4.1 Simulación de Monte Carlo para hallar la velocidad V_1 y V_2

El software estadístico empleado modifica el ingreso de datos en la planilla de cálculo permitiendo introducirle la probabilidad de distribución de las variables y el posterior cálculo empleando la técnica de Montecarlo.

Dentro de las posibilidades que se pueden plantear con este tipo de técnica de análisis, surgen otras alternativas de estudio, determinar la curva de probabilidad acumulada de la velocidad del rodado 1 durante la frenada y del rodado 2, durante el arrastre, obteniendo el valor medio de la velocidad, su desvío estándar y el tipo de distribución normal.

Programando la ecuación (7) en la planilla de cálculo, con los datos de la Tabla 1, con el simulador para que realice un ciclo de 10.000 iteraciones, se obtiene el resultado mostrado en las Figuras 2 y 3 respectivamente.

Las mismas, nos brindan la curva de probabilidad y probabilidad acumulada de la velocidad del rodado 1 durante la frenada, calculada en base a los datos de la Tabla 1.

Tabla 1: Datos para el cálculo de la Velocidad 1 - Frenado

Aceleración	Coficiente "u"	Long. de frenada "d"	Fórmula utilizada
9,8 m/seg ² Valor determinístico	0,7 Desvío Estándar ± 0,1 Distribución Normal	6 m Desvío Estándar ± 0,6 Distribución Normal	$V = \sqrt{2.u.g.d}$



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL AREA
MECANICA
DE LAS
INGENIERIAS

FoDAMI

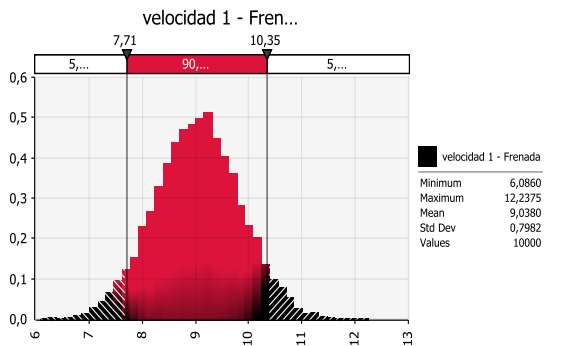


Figura 2

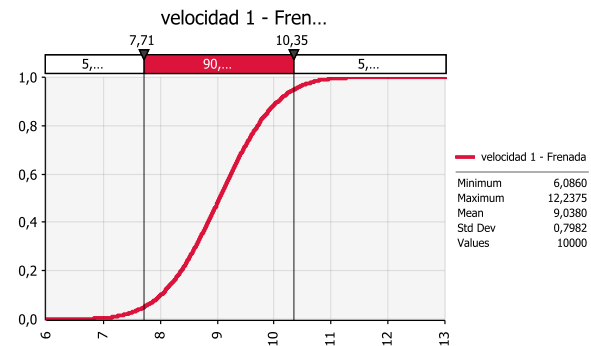


Figura 3

Valor – medio \bar{X} de la Velocidad 1 = 9,038 m/seg

$$\sigma_x^2 = 0,796$$

Distribución Normal

Es decir, que la velocidad del rodado 1 durante la frenada, tiene una probabilidad acumulada del 50% de que la velocidad sea igual a 9,038 m/seg. , además existe una probabilidad acumulada del 90 % que la velocidad estuviera comprendida entre los 7,71 y 10,35 m/seg.

De igual modo, programando la ecuación (7) en la planilla de cálculo, con los datos de la Tabla 2, con el simulador para que realice un ciclo de 10.000 iteraciones, se obtiene el resultado mostrado en las Figuras 4 y 5 respectivamente, que nos brindan la curva de probabilidad y probabilidad acumulada de la velocidad insumida durante el derrape del rodado 2, calculada en base a los datos de la Tabla 2.

Tabla 2: Datos para el cálculo de la Velocidad 2 - Derrape

Aceleración	Coefficiente “u”	Long. derrape “d”	Fórmula utilizada
9,8 m/seg ²	0,3	18 m	$V = \sqrt{2 \cdot u \cdot g \cdot d}$
Valor determinístico	Desvío Estándar: $\pm 0,1$ Distribución Normal	Desvío Estándar: ± 1 Distribución Normal	



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL AREA
MECANICA
DE LAS
INGENIERIAS

FoDAMI

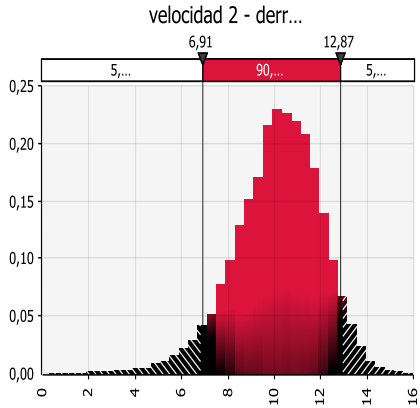


Figura 4

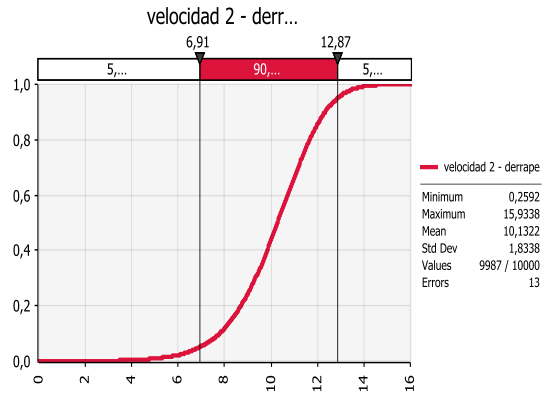


Figura 5

Valor – medio \bar{X} de la Velocidad = 10,132m/seg

$$\sigma_x^2 = 1,833$$

Distribución Normal

Es decir, que la velocidad del rodado 2 durante el derrape, tiene una probabilidad acumulada del 50% de que la velocidad sea igual a 10,132 m/seg. , además existe una probabilidad acumulada del 90 % que la velocidad estuviera comprendida entre los 6,91 y 12,87 m/seg.

3.4.2 Simulación de Monte Carlo para hallar la velocidad V1

De igual forma podemos programar la Ecuación (8) para obtener la velocidad V1 de circulación del rodado 1 antes del impacto.

Tabla 3: Datos para el cálculo de la velocidad inicial

Velocidad 1	Velocidad 2	Coef. restitución	Fórmula utilizada
9,38	10,132	0,3	$V_1 = \sqrt{\frac{V_2^2 + V_1^2}{(1 - 2e)}}$
Desvío Estándar ± 0,79	Desvío Estándar ± 1,83	Desvío Estándar ± 0,03	
Distribución Normal	Distribución Normal	Distribución Normal	



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL AREA
MECANICA
DE LAS
INGENIERIAS

FoDAMI

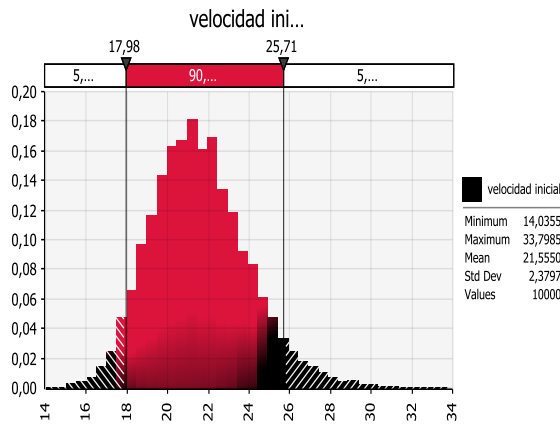


Figura 6

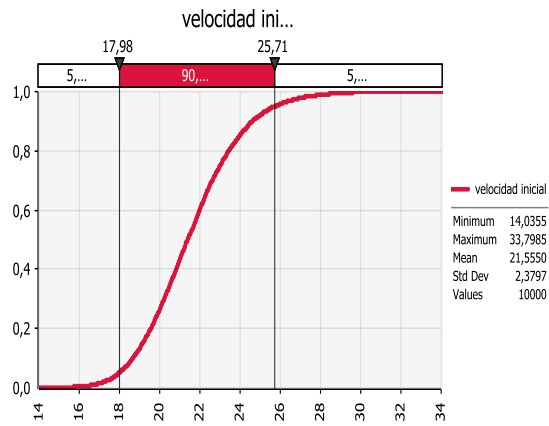


Figura 7

Valor – medio \bar{X} de la Velocidad = 21,555m/seg

$$\sigma_x^2 = 2,379$$

Distribución Normal

Es decir, que la velocidad del rodado 1 previa al impacto, tiene una probabilidad acumulada del 50% de que la velocidad sea igual a 21,555 m/seg. , además existe una probabilidad acumulada del 90 % que la velocidad estuviera comprendida entre los 17,98 y 25,71 m/seg.

3.4.3 Utilización de la función de falla

Aquí se pretende considerar la velocidad inicial calculada del rodado 1, aplicando el modelo estocástico y la teoría de la confiabilidad para compararla con la **velocidad permitida de la zona que es de 80 Km/ hora**.

Con la utilización de la función falla o de estado limite, podemos determinar cuál es la probabilidad de que la velocidad supere un determinado valor.

Según las preguntas planteadas debemos determinar si el vehículo circulaba a una velocidad superior a la permitida en la zona, o sea 80 km/h.

- Llamando con **C** a la capacidad del sistema o sea velocidad permitida en la avenida de 80 Km/hora o sea 22,22 m/seg.
- Llamando con **D** a la demanda, o sea a la velocidad previa al impacto, obtenida según sus parámetros estadísticos, de $21,555 \pm 2,379$ m/seg.



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

Programando la ecuación (2) en la planilla de cálculo, con los datos de la Tabla 4, con el simulador para que realice un ciclo de 10.000 iteraciones, se obtiene el resultado mostrado en las Figuras 8 y 9 respectivamente, que nos brindan la curva de probabilidad y probabilidad acumulada de la función falla.

Tabla 4 – Datos para la Función Falla

CAPACIDAD	DEMANDA	Función Falla
22,22 m/seg	21,555 Desvío Estándar: $\pm 2,379$ Distribución Normal	C - D

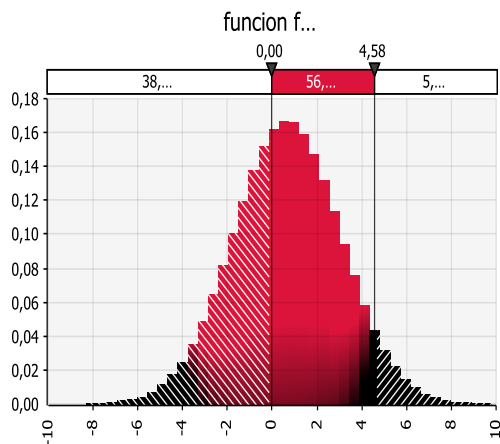


Figura 8

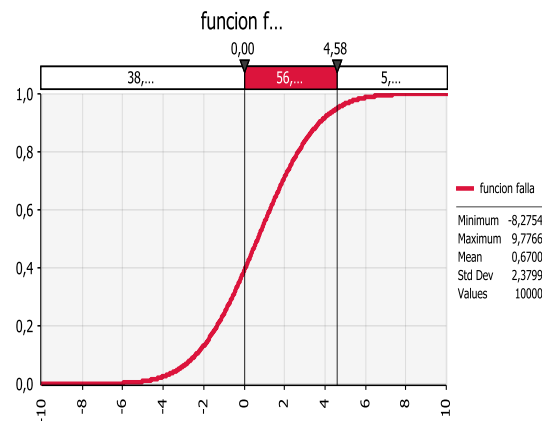


Figura 9

De la cual se obtiene que la probabilidad acumulada de que se superen los 80 km/h es de 38,9 % o sea valores simulados o escenarios que hacen que la $C < D$, en este caso situaciones donde se superen los 22,22 m/seg.

Por el contrario, cuando $C > D$ se tienen 61,1 % (56,1 + 5) o sea escenarios donde no se superen los 22,22 m/seg.

3.4.4 Respuestas a las preguntas planteadas, con el uso del modelo estocástico y la función de falla

Por lo tanto, las respuestas a las preguntas planteadas por el Juez serían:



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL AREA
MECANICA
DE LAS
INGENIERIAS

FoDAMI

1. Respecto a la velocidad de circulación del Rodado 1 podemos decir que existe una probabilidad acumulada del 50% de que la velocidad sea igual a 21,55 m/seg, o 77,6 km/h. Y además existe una probabilidad acumulada del 90 % que la velocidad a la que circulaba el Rodado 1 estuviera comprendida entre los 17,98 y 25,71 m/seg o 65 Km/h y 92,6 Km/h.
2. Respecta a si el límite de velocidad en la zona fue superado o no, podemos decir que existe una probabilidad acumulada del 38,9 % de que el vehículo circulara a una velocidad mayor a los 80 Km/h. Y que existe una probabilidad acumulada del 61,1 % de que el vehículo circulara a una velocidad menor o igual a los 80 Km/h.

4. CONCLUSIONES

A partir de la Teoría de la Confiabilidad y de la Aplicación de Modelos Estocástico, puede ofrecerse a los jueces dictámenes periciales con mayor confiabilidad y calidad. Los métodos probabilísticos permiten conocer con un cierto nivel de certeza como se podría comportar un sistema en estudio.

Lo aparentemente preciso $V = 78$ m/seg. del modelo determinístico, introduce una propagación de incertidumbre y podría ser la diferencia entre la culpabilidad o la inocencia.

En cambio establecer rangos de probabilidad, es una manera de describir el grado de certidumbre o verosimilitud, o bien la posibilidad de que el evento esperado sea cierto, dentro del rango analizado.

Este sería un primer paso en la aplicación de modelos estocásticos a los distintos procedimientos que se emplean en la reconstrucción de accidentes viales.

5. REFERENCIAS

- [1] Hassan, José; Marlo, Forrest; Ding, Ke. "Stochastic approach for vehicle crash models" Chrysler group. Documento número 04 m -105. Riha David. Southwest Research Institute – Daimler Chrysler Corporation - Copyright SAE International. 2003.
- [2] García, Aníbal. Reconstrucción e investigación de accidentes de tránsito. Editorial Nueva Librería. 2011.
- [3] Garber, Nicholas J. Wu, Lei. "Stochastic Models relating crash probabilities with geometric and corresponding Traffic Characteristic". Reporte de Investigación N° uvacts-15-5-54.
- [4] Martínez, Ernesto. "Cálculo de cotas de error en Accidentología usando Técnica de Monte Carlo". Ciencia Energética, 25:25. 1994.