



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## Evaluación de la rigidez elástica global de la carcasa de un cojinete hidrodinámico utilizando el método de los elementos finitos

Erickson Fabiano Moura Sousa Silva <sup>\*1</sup>, Victor Kaye <sup>2</sup> y Adyles Arato Junior <sup>3</sup>

<sup>\*1</sup> Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista  
Av. Brasil 56, Ilha Solteira São Paulo Brasil  
correo-e: ericksonsmoura@gmail.com.

<sup>2</sup> Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista  
Av. Brasil 56, Ilha Solteira São Paulo Brasil  
correo-e: victor\_kaye@hotmail.com.

<sup>3</sup> Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista  
Av. Brasil 56, Ilha Solteira São Paulo Brasil  
correo-e: adyles@dem.feis.unesp.br.

### RESUMEN

El avance tecnológico de la ingeniería de los materiales junto con la evolución computacional ha resultado en el desarrollo de máquinas rotativas más ligeras y con una elevada velocidad de operación. Un factor importante para el diseño de máquinas más ligeras y rápidas es la capacidad de realizar análisis numéricos más completos, incorporando con exactitud las características dinámicas de sus componentes. En el caso de los cojinetes hidrodinámicos es muy importante conocer el comportamiento dinámico de su carcasa y las características de la película de aceite en toda la gama de velocidades que se emplearán. En este trabajo es presentada una metodología para la evaluación de la rigidez estructural de las carcasas de los cojinetes hidrodinámicos y su aplicación para evaluar la rigidez vertical, horizontal y axial de un cojinete utilizando el método de los elementos finitos (MEF). El diseño y los esfuerzos como la máxima carga radial y axial de los cojinetes se obtuvieron a través del catálogo del fabricante. La aplicación de adecuadas condiciones de contorno en la modelación del inserto del cojinete ha hecho posible determinar el desplazamiento de la carcasa debido al esfuerzo proporcionado por la reacción del eje/inserto. Los análisis por MEF fueron efectuados utilizando el software comercial ANSYS. Los cálculos teóricos de las rigideces, así como el resultado numérico serán demostrados y discutidos en este artículo.

**Palabras Claves:** método de los elementos finitos; cojinete hidrodinámico; rigidez estructural.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## 1. INTRODUCCIÓN

Cojinete es el componente mecánico entre las partes giratorias de la máquina y el resto de la estructura [1]. Conceptualmente la rigidez lineal se define como la constante de proporcionalidad que relaciona el desplazamiento de una estructura en la dirección de la fuerza aplicada con la fuerza de este módulo [2]:

$$F = k \cdot \delta \quad (1)$$



Figura 1: Barra sufriendo un desplazamiento

Por lo tanto, su rigidez interfiere fuertemente en el comportamiento dinámico de la máquina.

Para la carcasa, las rigideces lineares son definidas en tres direcciones: horizontal, vertical y axial, según el requisito de la empresa Zollern. La rigidez de la estructura con una carga vertical, horizontal o axial será calculada como el desplazamiento del centro del agujero de la carcasa respecto a la base.

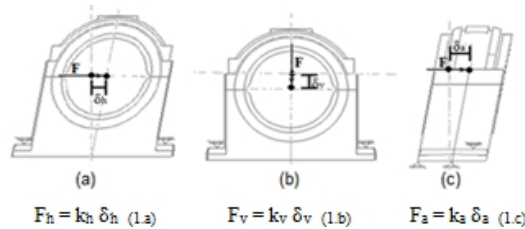
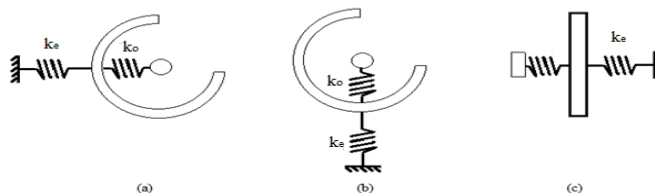


Figura 2: Determinación de la rigidez desde el desplazamiento del centro del agujero

El módulo de la fuerza aplicada, la rigidez explicitada por las ecuaciones 2.a, 2.b e 2.c, por considerar el desplazamiento total del eje central, involucra a todos los componentes del cojinete: estructura y la película de aceite [3]. En la figura 03 es presentado un modelaje que desarrolla el cojinete en estos dos componentes.







# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

Mediante el análisis de la figura 5 podemos ver el tope de la carcasa en rojo. En esta región que la carga radial o la axial externa aplicada por el eje sobre el inserto se transfiere a la estructura del cojinete. Considerando que el inserto es una pieza maciza con rigidez mucho mayor que de la estructura, no tiene en cuenta su presencia como parte de la carcasa para el cálculo de la rigidez, sólo las fuerzas serán transferidas por el inserto sobre la carcasa en la región de contacto.

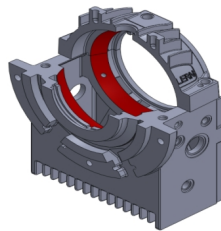


Figura 5: Tope de la estructura

En un modelo en que la rigidez es diferente en cada tope, la rigidez del tope de la brida es  $k_1$  y el tope opuesto a la brida detendrá su rigidez  $k_2$ . Para el cálculo de la rigidez vertical  $k_v$  y horizontal  $k_h$  serán calculadas con base en un punto medio (punto P) entre los topes. El ángulo de inclinación y de deriva del eje debido a la diferencia en la rigidez entre los topes serán calculados con referencia a la línea central del eje antes de la aplicación de la carga como se ve en la figura siguiente.

Considerando que el inserto queda totalmente apoyado en el tope en la línea de intersección de su plano axial con dicho tope, se puede suponer que el desplazamiento de su línea central es la misma que el desplazamiento de la región de esa intersección.

Dado que F es la carga total aplicada al eje, la carga aplicada en cada tope es  $F/2$ .

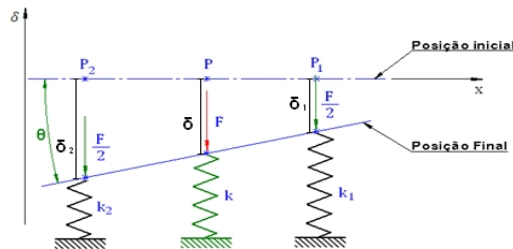


Figura 6: Desplazamiento de la carcasa

El desplazamiento  $\delta$  es el desplazamiento del punto intermedio entre los topes.

$$\delta = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \quad (3)$$

La rigidez equivalente de la carcasa como una función de los desplazamientos de las bandas:



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL ÁREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

$$k_{eq} = \frac{2F}{\delta_1 + \delta_2} \quad (4)$$

Por la rigidez angular tenemos la siguiente relación:

$$K_a = F/\theta \quad (5)$$

### 3 PROCEDIMIENTO DE MODELAJE Y CÁLCULO PARA LA EVALUACIÓN DE LA RIGIDEZ

Para determinar la rigidez usando el método de elementos finitos debe recordarse que cualquier superficie dada en un modelo, sabiendo que el vector de fuerzas nodales  $Q$  aplicado a la superficie y el vector de desplazamiento nodal calculado y una fuerza  $\delta F$  aplicada en un punto se puede escribir que [2]:

$$Q + \delta F = K(U + \delta U) \quad (6)$$

$$Q + \delta F = KU + K\delta U \quad (7)$$

$$K_i = \frac{\delta F}{\delta U} \quad (8)$$

$$K = \frac{Q}{U} \quad (9)$$

Donde  $k_i$  se puede determinar en las ecuaciones para la carga vertical (10.a), horizontal (10.b) y axial (10.c).

$$k_v = \frac{2.\delta F_v}{\delta u_{v1} + \delta u_{v2}} \quad (10.a)$$

$$k_h = \frac{2.\delta F_h}{\delta u_{h1} + \delta u_{h2}} \quad (10.b)$$

$$k_a = \frac{2.\delta F_a}{\delta u_{a1} \delta u_{a2}} \quad (10.c)$$

Como los valores de desplazamiento para el cálculo de la rigidez deben ser obtenidos en el punto central de cada eje, fue necesario disponer de un criterio para el cálculo, considerando el desplazamiento en cada parte donde el inserto transfiere la carga para la carcasa, a partir de este criterio podemos determinar el desplazamiento del punto central del inserto, obtenido como el promedio de los desplazamientos de los nodos de la superficie del tope considerando un sector angular de aproximadamente  $40^\circ (\pm 20^\circ)$  de la línea vertical).

Para garantizar que los desplazamientos considerados están dentro de la región de efectivo contado del inserto esférica en el tope, la figura 7.a muestra cómo se seleccionan los nodos para la carga vertical, ya en la figura 7.b, tenemos que para el desplazamiento horizontal se utiliza el estándar ya mencionado previamente para la vertical. Ya en el caso del desplazamiento axial se obtiene promediando los desplazamientos de nodos distribuidos en la brida opuesto al tope, figura 7.c.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

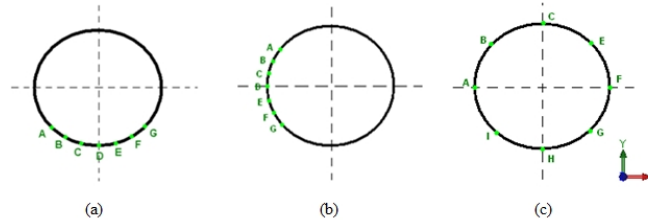


Figura 7: Determinación de los nodos para calcular el desplazamiento

## 4. APLICACIÓN DEL CÁLCULO DE LA RIGIDEZ DE LA CARCASA ZF-14

La aplicación del cálculo de la rigidez de una estructura se hará en un cojinete hidrodinámico con fijación por brida, el cojinete que se analizará es propiedad de la empresa Zollern, este modelo se encuentra en los catálogos de la empresa.

El dibujo de la carcasa del cojinete fue hecho por la Zollern, se utilizó SolidWorks, podría ser cualquier otro software de CAD porque ANSYS mantiene un ambiente de importación muy amplio.

Partir del dibujo en SolidWorks se hizo el montaje del cojinete, donde la parte superior con la parte inferior se guardan en el mismo dibujo, como se muestra en la figura 8, siendo así listo para su exportación del cojinete para el ANSYS utilizando el archivo Parasolid

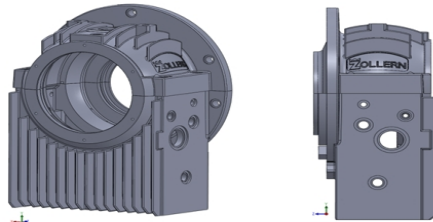


Figura 8: Conjunto ZF-14.

Para el cojinete ZF-14 con carga radial de 73,78 kN y carga axial de 39,25 kN, se utilizó el elemento finito SOLID 185 prismático 8 nodos. El material utilizado en el cojinete es de fundición gris con un módulo de elasticidad igual a 100 GPa y coeficiente de Poisson con valor de 0,211 [5]. Todos estos valores son datos iniciales para el inicio del análisis del cojinete hidrodinámico en el software ANSYS.

Debemos mapear los nodos de la carcasa 9.b y del inserto 9.a, este es un procedimiento muy importante porque debemos identificar el valor del nodo del inserto correspondiente a la carcasa. Esto se hace a partir de la posición en el espacio, donde la dirección y la ubicación del inserto tiene la misma ubicación del cojinete.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

Algunas simplificaciones se han hecho en el dibujo de la carcasa para adaptarse a la geometría de la malla de elementos finitos. Después de la aplicación de la malla hecha por el ANSYS, se hicieron algunas modificaciones para que la malla tuviese la refinación esperada. Después de estos procedimientos la malla de elementos finitos para carcasa fue obtenida con 510.980 nodos y 2.638.079 elementos.

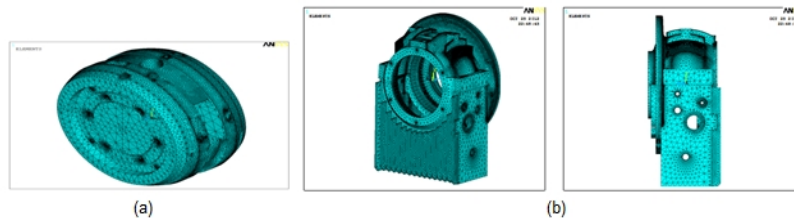


Figura 9: Malla utilizando elementos finitos ZF-14 y inserto

## 4.1 Aplicación de carga y restricciones

La rigidez estructural de la carcasa del cojinete será obtenida basado en el desplazamiento de la línea de centro del inserto para cargas especialmente aplicadas independientemente en las direcciones vertical, horizontal y axial.

Las fuerzas externas fueron consideradas como cargas distribuidas sobre los topes de asentamiento del inserto esférico al determinar la rigidez horizontal y vertical a cada tope se distribuyó mitad de la carga radial externa, mientras que la carga axial fue aplicada por completo en el tope opuesto a la brida.

Como se puede ver en la figura 10 la distribución de la carga fue tomada teniendo en cuenta la distribución de presión de contacto del inserto con el tope. Las cargas verticales se distribuyen sólo en la mitad inferior de cada uno de los topes, figura 10.a, las horizontales fueran distribuidas en la mitad izquierda de los topes superior e inferior, figura 10.b, la carga axial se aplicó sobre el tope opuesto a la brida de fijación, Figura 10.c.

Las condiciones de fijación del cojinete son modeladas a través de las restricciones aplicadas directamente a nodos específicos. El tipo de restricción a ser aplicado se definió basado en la forma de fijación de la brida en la máquina como se muestra a continuación.

Para el cargamento vertical que ocurre en la región de contacto entre la cabeza del tornillo y la brida, marcado en azul en la figura, los nodos tienen sus movimientos restringidos en la dirección Z y libre sobre el plano de contacto (direcciones X e Y), Figura 11.a.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

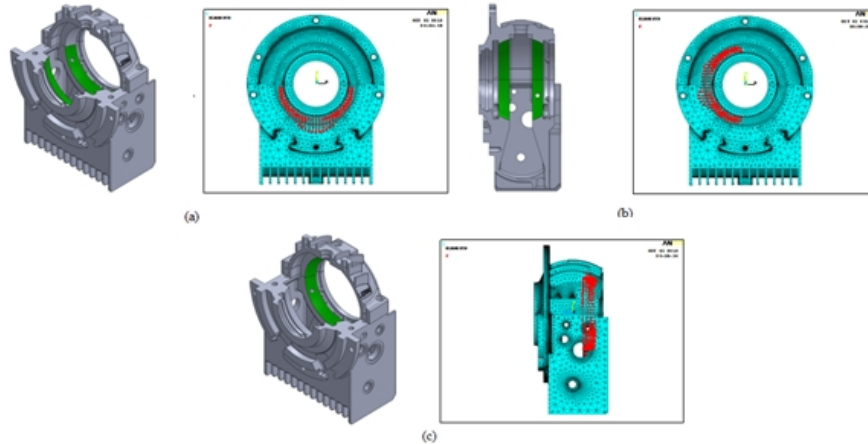


Figura 10: Localización y distribución de las cargas para el cojinete ZF-14

En la región de contacto entre el cuerpo del tornillo y la brida los nodos tuvieron sus movimientos restringidos en las direcciones X e Y, corresponden a la mitad superior del agujero, que puede ser visto en la figura 11.b

La región de contacto entre el tope de apoyo de la carcasa de la máquina, los nodos tienen sus movimientos restringido en las direcciones X e Y, que puede ser visto en la figura 11.c.

En la región de contacto entre la brida de la carcasa y la máquina, marcada en las áreas azules, los nodos tuvieron sus movimientos restringido en Z. La selección de la región se realizó basándose en el análisis del sentido del desplazamiento de la brida, a través de la resolución iterativa del problema de elementos finitos donde fue inicialmente considerado contacto en toda la semibrida inferior, que puede ser visto en la figura 11.d.

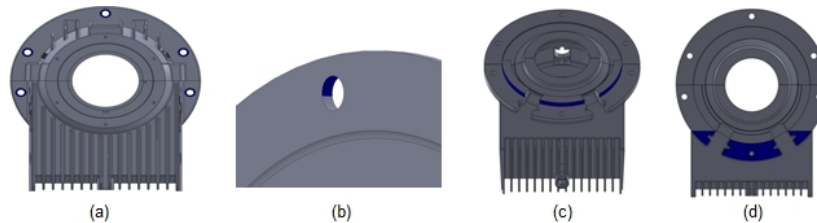


Figura 11: restricciones a la carga vertical

Para el cargamento horizontal, las restricciones ocurren en la región de contacto entre la brida de la carcasa y la máquina, las áreas marcadas en azul, los nodos tuvieron sus movimientos restringido en Z. La elección de la región se realiza con base en el análisis del sentido de desplazamiento de la



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

brida, a través de la resolución iterativa del problema de elementos finitos que inicialmente fue desconsiderado el contacto entre la brida y la máquina, que puede ser visto en la figura 12.a.

En la región de contacto entre el tope de apoyo de la carcasa de la máquina, los nodos tienen sus movimientos restringidos en las direcciones X e Y sólo en superficies que impiden su desplazamiento horizontal en el sentido de aplicación de la carga, que puede ser visto en la figura 12.b.

En la región de contacto entre la cabeza del tornillo y la brida, marcados en azul en la figura, los nodos tienen sus movimientos restringidos en dirección Z y libre en el plano de contacto (direcciones X e Y). La aplicación de estas restricciones en sólo 3 regiones de contacto se debe a la carga horizontal generar tracción sólo en los tornillos de las respectivas regiones, que puede ser visto en la figura 12.c.

En la región de contacto entre el cuerpo del tornillo y la brida los nodos que tuvieron sus movimientos restringido en las direcciones X e Y, corresponden a la mitad del agujero. Figura 12.d.

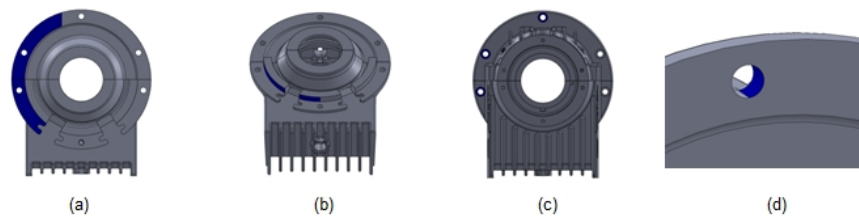
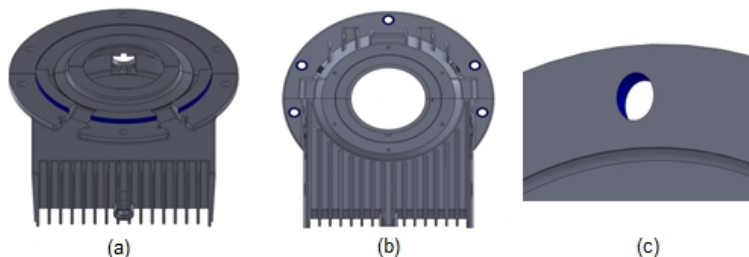


Figura 12: restricciones a la carga horizontal

En la región de contacto entre el tope de apoyo de la carcasa de la máquina, los nodos tienen sus movimientos restringido en las direcciones X e Y. Figura 13.a.

En la región de contacto entre la cabeza del tornillo y la brida, marcado en azul en la figura, los nodos tienen sus movimientos restringidos en dirección Z y libre en el plano de contacto (direcciones X e Y). Figura 13.b.

En la región de contacto entre el cuerpo del tornillo y la brida los nodos tuvieron sus movimientos restringidos en las direcciones X e Y. Figura 13.c.





# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

Figura 13: restricciones a la carga axial

## 5. RESULTADOS

Tomando en consideración las particularidades y características del modelamiento aplicado, fue hecho un análisis cuidadoso donde se encontró a partir de la variación de la carga de 100%, 90% y 80% de la carga máxima para el cálculo de la rigidez. Las tablas presentan los resultados obtenidos del desplazamiento, rigidez, ángulo de inclinación y ángulo de deriva en las direcciones vertical, horizontal y axial:

Tabla 1: desplazamiento, ángulo de deriva a la carga horizontal y rigidez horizontal

Cargamento Horizontal						
	Desplazamiento [ $\mu\text{m}$ ]			Ángulo de Deriva	Rigidez Horizontal Media de la Carcasa a $2,34\text{E}+09$ [N/m]	
Carga	Tope de la brida ( $\delta$ )	Tope opuesto ( $\delta$ )	Desplazamiento del punto medio $\bar{\delta} = (\delta + \delta)/2$	$\Delta\theta$ Medio (grados)	Rigidez Lineal [N/m] $k = 2 F/(\delta + \delta)$	Rigidez Angular [N/grados] $k_a = F/\theta$
73,78 kN	7,72E+00	5,54E+01	3,16E+01	2,06E-02	2,34E+09	3,59E+06
66,402 kN	6,94E+00	4,99E+01	2,84E+01	1,85E-02	2,34E+09	3,59E+06
59,024 kN	6,17E+00	4,43E+01	2,52E+01	1,65E-02	2,34E+09	3,59E+06

Tabla 2: Tabla 1: desplazamiento, ángulo de inclinación a la carga vertical y rigidez vertical

Cargamento Vertical						
	Desplazamiento [ $\mu\text{m}$ ]			Ángulo de Deriva	Rigidez Horizontal Media de la Carcasa a $2,34\text{E}+09$ [N/m]	
Carga	Tope de la brida ( $\delta$ )	Tope opuesto ( $\delta$ )	Desplazamiento del punto medio $\bar{\delta} = (\delta + \delta)/2$	$\Delta\theta$ Medio (grados)	Rigidez Lineal [N/m] $k = 2 F/(\delta + \delta)$	Rigidez Angular [N/grados] $k_a = F/\theta$
73,78 kN	6,62E+00	4,34E+01	2,50E+01	1,59E-02	2,95E+09	4,65E+06
66,402 kN	5,96E+00	3,91E+01	2,25E+01	1,43E-02	2,95E+09	4,65E+06
59,024 kN	5,30E+00	3,47E+01	2,00E+01	1,27E-02	2,95E+09	4,65E+06

Tabla 3: Rigidez axial

Cargamento Axial	
Rigidez Axial $1,85\text{E}+09$ [N/m]	
Carga	Rigidez Lineal de la Carcasa (N/m)
39,25 kN	1,85E+09
35,32 kN	1,85E+09
31,40 kN	1,85E+09



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## 6. CONCLUSIONES

La rigidez del cojinete del tipo columna debe ser obtenida como la rigidez equivalente de la asociación en serie de la película de aceite y de la carcasa. Los fabricantes de cojinetes suelen ofrecer sólo la rigidez de la película de aceite, que se utiliza muchas veces por los diseñadores como siendo la rigidez del cojinete.

El valor de la rigidez de la película de aceite es muy utilizado porque es generalmente mucho menor que la rigidez de la carcasa pero, con el perfeccionamiento de los componentes de las máquinas para que sean más ligeros y que tengan capacidades más grandes, este trabajo ofrece la importante posibilidad de la verificación de cuanto la rigidez de la carcasa es mayor que la rigidez de la película de aceite, y la necesidad o no de usar la rigidez equivalente de la carcasa-película.

Sin tener en cuenta la rigidez equivalente de la asociación entre la película de aceite y el sustrato afecta significativamente el comportamiento dinámico de las máquinas rotativas, especialmente si la relación de la rigidez de la carcasa y la rigidez de la película de aceite es menos de 3. El conocimiento de la rigidez equivalente es valiosa para los diseñadores que necesitan trabajar con frecuencias fundamentales cerca de frecuencias de excitación, lo que proporciona una mayor seguridad en la creación de equipos.

## 6. REFERENCIAS

- [1] D. Duarte Júnior, Tribologia, Lubrificação e Mancais de Deslizamento, Editorial Ciência Moderna, São Paulo, 2005.
- [2] N. Robert Lloyd, Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada, Editorial Bookman, Porto Alegre, 2004.
- [3] A. L. Vianna Junior, Cálculo De Vibração Axial e Lateral de Linha de Eixo de Navios, Rio de Janeiro, 1991.
- [4] S. RAO, Vibrações Mecânicas, Editora Pearson, São Paulo, 2008.
- [5] S. Joseph E, M. Charles R, B. Richard G, Projeto de Engenharia Mecânica, Editorial Bookman, Porto Alegre, 2005.

## Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean agradecer a la FEPISA (Fundação de Ensino, Extensão e Pesquisa de Ilha Solteira) y Zollern Transmissões Mecânicas.