



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## ANÁLISIS DE LA RADIACIÓN TÉRMICA EN CAVIDADES CILÍNDRICAS RELLENAS CON UN MEDIO PARTICIPANTE

**Daniel de Jesús Rebollo \***, Marisol Velasco y Rodolfo Horacio Rodrigo

Departamento de Electromecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de San Juan  
Avenida Libertador San Martín (Oeste) 1109 - CPA: J5400ARL - San Juan – Argentina  
drebollo.de.fi.unsj@gmail.com

### RESUMEN

En un trabajos anteriores se analizó el proceso de transferencia de calor por radiación térmica con dispersión anisotrópica en cavidades multidimensionales de forma arbitraria en coordenadas cartesianas con diferentes configuraciones térmicas y variadas condiciones de borde.

En este trabajo se ha simulado numéricamente un proceso de transferencia de calor por radiación térmica en una cavidad cilíndrica rellena con un medio que absorbe, emite y dispersa anisotrópicamente la radiación térmica. Se ha desarrollado un código computacional basado en el método de los volúmenes finitos.

Se ha extendido al análisis a una cavidad tridimensional en coordenadas cilíndricas, rellena con un medio gris absorbente, emisor y anisotrópicamente dispersante. Se han desarrollado cuatro códigos independientes para resolver problemas en geometrías (i) unidimensionales a lo largo del radio, (ii) bidimensionales independientes de la altura del cilindro, (iii) bidimensionales con simetría axial independiente del ángulo azimutal y (iv) cilíndrica tridimensional.

Las superficies de la cavidad son opacas o transparentes, grises, difusas e isotérmicas. Se consideran tres tipos de emisiones, (i) emisión difusa desde la frontera, (ii) emisión desde un medio isotérmico y (iii) incidencia externa difusa. Se analiza la influencia del coeficiente de absorción, coeficiente de dispersión, dimensiones de la cavidad y reflectividad de las paredes. Se han considerado cuatro funciones de dispersión anisotrópicas bien conocidas (F1, F2, B1, B2), las cuales fueron calculadas usando la expansión en serie de los polinomios de Legendre.

Se hizo un exhaustivo y detallado análisis de error y los resultados obtenidos fueron comparados con los resultados disponibles.

**Palabras Claves:** Radiación Térmica, Cavidades Cilíndricas, Medio Participante, Volúmenes Finitos.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## 1 INTRODUCCIÓN

En la ingeniería existen muchos ejemplos de aparatos y dispositivos de forma cilíndrica en los cuales se necesita calcular el transporte radiante. Esta situación ha sido frecuentemente considerada por los investigadores en aplicaciones prácticas de conversión de energía, en las que la conducción y la convección de calor ocurren simultáneamente con una cantidad significativa de radiación térmica. Ejemplos concretos de estos sistemas son los motores de combustión interna, turbinas térmicas y hornos industriales. En todos estos fenómenos la radiación térmica juega un rol muy importante por lo que existe un gran interés en desarrollar modelos de análisis que permitan obtener resultados en forma rápida, precisa y económica. Además de la absorción y la emisión, la dispersión también es importante en la radiación térmica, como en el caso de la luz solar absorbida por una nube de polvo o dispersada por la atmósfera, la dispersión de la luz de las estrellas por el polvo interestelar, la propagación de las ondas de radio en la atmósfera y como herramientas de diagnóstico de gases.

A continuación se hace una revisión bibliográfica de los trabajos publicados en donde se han considerado problemas de transporte radiante en coordenadas cilíndricas. Comenzando en los inicios de los 90, se puede citar el trabajo de Tsai y Özişik [1] quienes investigaron los efectos de la variación espacial de los coeficientes de absorción y dispersión en la absorción y la dispersión anisotrópica de la radiación en cilindros huecos y llenos utilizando las aproximaciones  $S_4$  y  $S_6$  del método de las ordenadas discretas. Chui y colaboradores [2] fueron los primeros en utilizar el método de volúmenes finitos para resolver los problemas de radiación en cavidades cilíndricas rellenas con un medio gris, absorbente, emisor y dispersante, proponiendo una transformación de coordenadas para el caso especial de radiación con simetría axial al reducir la solución completa en una única dirección azimutal. Jendoubi y Lee [3] aplicaron el método de las ordenadas discretas para comparar problemas en coordenadas cartesianas y cilíndricas con similares condiciones de borde, demostrando que la complejidad en coordenadas cilíndricas se encuentra en la derivada angular adicional, transformando el problema bidimensional en uno virtualmente tridimensional. Jendoubi y colaboradores [4] resolvieron la ecuación de la transferencia radiante con el método de las ordenadas discretas en una cavidad cilíndrica bidimensional con simetría axial considerando un medio absorbente, emisor y anisotrópicamente dispersante para los casos de incidencia difusa desde la pared, emisión del medio isotérmico e incidencia externa difusa y colimada. Kim y Baek [5] aplicaron el método de los volúmenes finitos para estudiar la transferencia de calor radiante en cavidades cilíndricas, llenas o huecas, conteniendo un medio absorbente, emisor y dispersante, definiendo el vector de dirección unitario en una base vectorial cartesiana eliminaron la dificultad en el tratamiento de las derivadas angulares propias del método de las ordenadas discretas. Baek y Kim [6] modificaron el método de las ordenadas discretas para el tratamiento



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

de cavidades cilíndricas bidimensionales con simetría axial pudiendo especificar los ángulos de control en forma arbitraria independientemente del problema considerado. Kim y Guo [7] aplicaron el método de las ordenadas discretas en coordenadas cilíndricas en estado transitorio con el objeto de simular aplicaciones de pulsos, extremadamente cortos, de láser en la piel. Kim y Baek [8] analizaron el problema inverso de radiación en la superficie en una cavidad cilíndrica bidimensional con simetría axial, utilizando el método de intercambio de energía para calcular los flujos de calor radiante en cada superficie, y un algoritmo genético híbrido para minimizar la función objetivo, expresada por el error entre los flujos de calor estimados y medidos en la superficie considerada. Kim [9] revisó el método de los volúmenes finitos para el cálculo de la transferencia radiante en una cavidad cilíndrica, bidimensional, con simetría axial, rellena con un medio absorbente, emisor y dispersante, presentando una formulación definida sobre una base vectorial cilíndrica y la compara con la comúnmente usada, definida en una base vectorial cartesiana. Kim y Baek [10] resolvieron un problema de radiación inversa en un medio con simetría axial que absorbe, emite y dispersa la radiación térmica, estimando la distribución de temperatura en la frontera a partir de algunas cantidades radiantes medidas. Huang y colaboradores [11] utilizaron el método de los volúmenes finitos para resolver la transferencia radiante en un foto-reactor relleno con un medio participante en el cual la intensidad lumínica no es uniforme. Grissa y colaboradores [12] analizaron el problema inverso de la transferencia radiante en una cavidad bidimensional, sin simetría axial, con el objeto de estimar las emisividades en las fronteras y las propiedades radiantes de un medio absorbente, emisor y anisotrópicamente dispersante, utilizando el método de los elementos finitos basados en volúmenes de control.

De la revisión bibliográfica presentada se desprende que existe un marcado interés en desarrollar herramientas computacionales que permitan predecir el transporte radiante en geometrías cilíndricas multidimensionales. Estas herramientas computacionales pueden ser usadas para facilitar el cálculo y diseño de dispositivos industriales, análisis y estudio de fenómenos ambientales y en todas las situaciones en la que estén involucrado el transporte radiante.

## 2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

La ecuación de la transferencia radiante para un medio gris, absorbente, emisor y dispersante viene dada por [11,12,13]

$$s \cdot \nabla i = -\beta i + S \qquad S = \kappa i_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\omega=0}^{4\pi} i \Phi d\omega \qquad (1,2)$$

donde  $i(\mathbf{r}, \mathbf{s})$  es la intensidad de radiación térmica,  $\mathbf{r}$  es el vector de posición en el sistema de



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

coordenadas adoptado,  $\mathbf{s}$  es el vector de dirección,  $\beta = \kappa + \sigma$  es el coeficiente de extinción y  $S$  el término fuente,  $\kappa$  coeficiente de absorción,  $\sigma$  es el coeficiente de dispersión,  $i_b$  es la intensidad de radiación térmica perteneciente al cuerpo negro,  $\Phi$  es la función de dispersión y  $\omega$  es el ángulo sólido.

La función de dispersión expresada como una serie de polinomios de Legendre, es [13,14,15,16]

$$\Phi(\theta^l, \theta^k) = 1 + \sum_{m=1}^M A_m P_m(\cos \theta^l) P_m(\cos \theta^k) \quad (3)$$

donde  $\theta$  es el ángulo polar,  $k$  representa la dirección incidente,  $l$  representa la dirección emitida,  $A_m$  son los coeficientes de la serie de Legendre y  $P_m$  son los polinomios de Legendre.

Para poder calcular la función de dispersión es necesario conocer los coeficientes  $A_m$ , los cuales están relacionados a los coeficientes de dispersión de Mie  $a_n$  y  $b_n$  por medio de un conjunto de ecuaciones [13].

El flujo de calor en la dirección  $\mathbf{s}$  y la divergencia de la energía radiante se relaciona con la intensidad  $i$  de la siguiente manera [13]

$$q_r = \int_{\omega=0}^{4\pi} i s d\omega \quad \nabla \cdot q_r = \kappa \left( 4\gamma T^4 - \int_{\omega=0}^{4\pi} i d\omega \right) \quad (4,5)$$

donde  $\gamma$  es la constante de Stefan–Boltzmann y  $T$  es la temperatura absoluta.

En este trabajo se consideran superficies radiantes grises, opacas o transparentes, difusas e isotérmicas. La condición de borde para esta situación se puede escribir como [13]:

$$i_w^l = i_{ext} + \varepsilon_w i_{bw} + \frac{\rho_w H_w}{\pi} \quad (6)$$

donde el subíndice  $w$  representa la pared,  $\varepsilon$  es la emisividad,  $\rho$  la reflectividad,  $i_b$  es la intensidad de radiación del cuerpo negro, la cual depende de la cuarta potencia de la temperatura absoluta de la pared, y  $H$  es la irradiación hemisférica, es decir, el flujo de calor radiante incidente en la pared. Estos últimos se calculan como:

$$i_{bw} = \frac{\gamma T_w^4}{\pi} \quad H_w = \int i_w^k |s^k \cdot n_w| d\omega^k \quad (7,8)$$

donde  $\mathbf{n}$  es la normal unitaria a la pared. La ecuación (6) muestra que en la superficie pueden existir tres componentes, la incidencia externa difusa, la emisión debida al estado térmico de la superficie y la parte reflejada de la intensidad incidente sobre la superficie. En todos los problemas analizados en este trabajo, se supone que las superficies de la cavidad son opacas



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

## FoDAMI

o transparentes, grises y difusas. La rugosidad de la superficie y la deposición de productos de la combustión hacen que esta suposición sea valida en muchas aplicaciones de la ingeniería.

Tabla 1 Radiación incidente  $G(r)$  [ $W/m^2$ ] del cilindro sólido en  $r=r_{ext}/2$  con frontera transparente y  $i_{ext}(\mu)=1W/m^2$  sr.

$\sigma$ [ $m^{-1}$ ]	$r_{ext}$ [m]	Solución			Error %		
		$S_6$	Exacta	MVF	$S_6$ -Ex	MVF-Ex	$S_6$ -MVF
0,7	1	0,630505	0,636839	0,636965	0,99	0,02	1,02
	5	0,092803		0,092489			0,34
	10	0,010720	0,010452	0,010448	2,56	0,04	2,54
0,8	1	0,721582	0,727408	0,727499	0,80	0,01	0,82
	5	0,150245		0,150455			0,14
	10	0,023542	0,023259	0,023240	1,22	0,08	1,28
0,9	1	0,839541	0,844174	0,844160	0,55	0,00	0,55
	5	0,294015		0,295147			0,39
	10	0,073396	0,073336	0,073296	0,08	0,05	0,14

Tabla 2 Radiación incidente  $G(r)$  [ $W/m^2$ ] del cilindro sólido en  $r=r_{ext}$  con frontera transparente y  $i_{ext}(\mu)=1W/m^2$  sr.

$\sigma$ [ $m^{-1}$ ]	$r_{ext}$ [m]	Solución			Error %		
		$S_6$	Exacta	MVF	$S_6$ -Ex	MVF-Ex	$S_6$ -MVF
0,7	1	0,816584	0,819473	0,817580	0,35	0,23	0,12
	5	0,680391		0,668741			1,71
	10	0,662740	0,663331	0,637616	0,09	3,88	3,79
0,8	1	0,864265	0,866527	0,865175	0,26	0,16	0,11
	5	0,729167		0,720334			1,21
	10	0,709251	0,709789	0,689818	0,08	2,81	2,74
0,9	1	0,923651	0,924929	0,924165	0,14	0,08	0,06
	5	0,805184		0,799749			0,68
	10	0,780808	0,781243	0,768319	0,06	1,65	1,60

La formulación matemática de la ecuación de la transferencia radiante (1,2) presentada anteriormente, está dada en forma tensorial, vectorial y direccional, es decir, independiente del sistema de coordenadas adoptado. Aquí se da una descripción muy breve de la formulación matemática para el caso particular de coordenadas cilíndricas, una descripción más detallada se puede encontrar en los trabajos [2,5,9]. Las ecuaciones de la transferencia radiante (1-2),



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

## FoDAMI

para un sistema de coordenadas cilíndricas, viene dada por

$$\mu \frac{\partial i}{\partial r} + \frac{\eta}{r} \frac{\partial i}{\partial \phi_0} + \xi \frac{\partial i}{\partial z} - \frac{\eta}{r} \frac{\partial i}{\partial \varphi} = -\beta i + \kappa i_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\omega=0}^{4\pi} i \Phi d\omega \quad (9)$$

en la que la intensidad radiante  $i=(r,s)$  se expresa como  $i=(r,\phi_0,z,\theta,\varphi)$  donde  $(r,\phi_0,z)$  son las coordenadas del sistema cilíndrico,  $(\theta,\varphi)$  el ángulo polar y azimutal de la dirección radiante y  $(\mu,\eta,\xi)$  los cosenos directores de la dirección radiante expresados como  $\mu=\sin\theta\cos\varphi$ ,  $\eta=\sin\theta\sin\varphi$  y  $\xi=\cos\theta$ .

Tabla 3 Flujo de calor radiante neto  $q(r)$  [W/m<sup>2</sup>] del cilindro sólido en  $r=r_{\text{ext}}$  con frontera transparente y  $i_{\text{ext}}(\mu)=1$  W/m<sup>2</sup> sr.

$\sigma$ [m <sup>-1</sup> ]	$r_{\text{ext}}$ [m]	Solución			Error %		
		$S_6$	Exacta	MVF	$S_6$ -Ex	MVF-Ex	$S_6$ -MVF
0,7	1	1,289640	1,298940	1,298598	0,72	0,03	0,69
	5	2,182758		2,185378			0,12
	10	2,262108	2,276860	2,237103	0,65	1,75	1,11
0,8	1	0,959169	0,964758	0,964548	0,58	0,02	0,56
	5	1,875275		1,878267			0,16
	10	1,978000	1,990130	1,961717	0,61	1,43	0,82
0,9	1	0,543147	0,545307	0,545410	0,40	0,02	0,42
	5	1,374945		1,377128			0,16
	10	1,522666	1,530480	1,514480	0,51	1,05	0,54

Debe quedar claro que  $\phi$  es el ángulo azimutal relativo referido al sistema cilíndrico,  $\phi_r$  es el ángulo azimutal relativo al sistema cartesiano y  $\phi_0$  es el ángulo azimutal medido desde el eje x, y están relacionados de la siguiente manera  $\varphi=\phi_r-\phi_0$ . En el cálculo de las integrales sobre el ángulo sólido, se debe tener en cuenta que en el sistema de coordenadas cilíndrico, a diferencia del sistema de coordenadas cartesiano, cambia el ángulo entre la dirección radial y la dirección radiante con el ángulo azimutal. En el sistema cartesiano los ángulos entre las direcciones espaciales y las direcciones radiantes se mantienen constantes.

Para el caso de simetría axial, el problema radiante es independiente del ángulo azimutal  $\phi_0$  del sistema de coordenadas y la ecuación (9) se simplifica notablemente, resultando

$$\mu \frac{\partial i}{\partial r} + \xi \frac{\partial i}{\partial z} - \frac{\eta}{r} \frac{\partial i}{\partial \varphi} = -\beta i + \kappa i_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\omega=0}^{4\pi} i \Phi d\omega \quad (10)$$



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

en la que la intensidad radiante se expresa como  $i = (r, z, \theta, \varphi)$  donde  $(r, z)$  son las coordenadas del sistema cilíndrico bidimensional con simetría axial.

Tabla 4 Reflectividad hemisférica [ $W/m^2$ ] del cilindro sólido en  $r=r_{ext}$  con frontera transparente,  $i_{ext}(\mu)=1W/m^2$  sr y dispersión isotrópica.

$\sigma$ [ $m^{-1}$ ]	$S_6-R$	MVF-R	$E_{rel}$
$3r/4$	0,468708	0,463690	1,07
$0,2+9r/20$	0,452524	0,447717	1,06
$0,4+3r/20$	0,438191	0,433607	1,05
0,5	0,431747	0,427270	1,04
$0,6-3r/20$	0,425805	0,421438	1,03
$0,8-9r/20$	0,415520	0,411362	1,00
$1-3r/4$	0,407567	0,403602	0,97
$3r/8+r^2/2$	0,484055	0,479038	1,04
$0,4-9r/40+r^2/2$	0,450650	0,446022	1,03
$0,6-21r/40+r^2/2$	0,436768	0,432338	1,01
$1-9r/8+r^2/2$	0,415245	0,411200	0,97

Tabla 5 Reflectividad hemisférica [ $W/m^2$ ] del cilindro sólido en  $r=r_{ext}$  con frontera transparente,  $i_{ext}(\mu)=1W/m^2$  sr y dispersión anisotrópica hacia adelante.

$\sigma$ [ $m^{-1}$ ]	$S_6-R$	MVF-R	$E_{rel}$
$3r/4$	0,445810	0,465532	4,42
$0,2+9r/20$	0,432647	0,449544	3,91
$0,4+3r/20$	0,421450	0,435416	3,31
0,5	0,416603	0,429073	2,99
$0,6-3r/20$	0,412265	0,423222	2,66
$0,8-9r/20$	0,405181	0,413103	1,96
$1-3r/4$	0,400336	0,405268	1,23
$3r/8+r^2/2$	0,458570	0,480941	4,88
$0,4-9r/40+r^2/2$	0,431130	0,447862	3,88
$0,6-21r/40+r^2/2$	0,420409	0,434153	3,27
$1-9r/8+r^2/2$	0,405276	0,412924	1,89

Para el problema unidimensional, cilindro de longitud infinita, el problema se simplifica aún más al ser independiente de la altura y la ecuación (10) se reduce a



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

$$\mu \frac{\partial i}{\partial r} - \frac{\eta}{r} \frac{\partial i}{\partial \varphi} = -\beta i + \kappa i_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\omega=0}^{4\pi} i \Phi d\omega \quad (11)$$

donde la intensidad radiante se expresa ahora como  $i=(r,\theta,\varphi)$  donde  $(r)$  es la única coordenada del sistema cilíndrico.

Tabla 6 Reflectividad hemisférica [W/m<sup>2</sup>] del cilindro sólido en  $r=r_{ext}$  con frontera transparente,  $i_{ext}(\mu)=1W/m^2$  sr y dispersión anisotrópica hacia atrás.

$\sigma$ [m <sup>-1</sup> ]	$S_6-R$	MVF-R	$E_{rel}$
3r/4	0,475870	0,463977	2,50
0,2+9r/20	0,458903	0,448012	2,37
0,4+3r/20	0,443747	0,433892	2,22
0,5	0,436880	0,427553	2,13
0,6-3r/20	0,430509	0,421716	2,04
0,8-9r/20	0,419352	0,411631	1,84
1-3r/4	0,410530	0,403856	1,63
3r/8+r <sup>2</sup> /2	0,491929	0,479334	2,56
0,4-9r/40+r <sup>2</sup> /2	0,456960	0,446308	2,33
0,6-21r/40+r <sup>2</sup> /2	0,442239	0,432629	2,17
1-9r/8+r <sup>2</sup> /2	0,418971	0,411479	1,79

Toda la formulación matemática presentada en este trabajo está basada en la suposición de comportamiento gris del medio participante, es decir, independiente de la longitud de onda de la radiación térmica.

### 3 RESULTADOS Y DISCUSIONES

En esta sección se hace una descripción muy breve de las configuraciones analizadas en este trabajo, las cuales fueron propuestas por algunos autores hace ya algún tiempo, y reproducidas a lo largo de los años en muchos trabajos publicados, por lo que se han transformado en configuraciones clásicas en el análisis de la transferencia radiante. Se presentan los resultados obtenidos al reproducir estas diferentes configuraciones térmicas, se hace un muy breve análisis de resultados y se comparan resultados mostrando algunos errores. Todos los resultados están expresados en el sistema internacional para facilitar la comparación con los publicados originalmente.

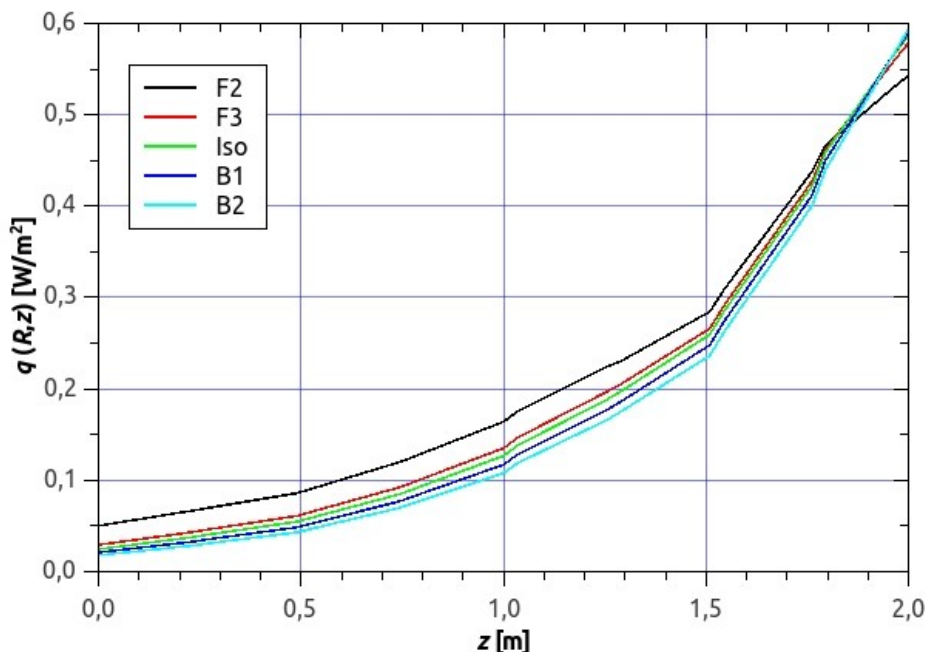


Figura 1 Efecto de la función de dispersión anisotrópica en el flujo de calor radiante a lo largo de la pared lateral para el caso de incidencia externa difusa en la pared superior.

La incidencia difusa externa corresponde al caso de una cavidad de paredes transparentes sometida a una radiación difusa externa, este problema no ha sido muy estudiado, solo se han encontrado dos trabajos en la literatura, el correspondiente a Tsai y Özişik [1] en una geometría cilíndrica unidimensional, y el de Jendoubi y colaboradores [4] en una geometría bidimensional con simetría axial, quienes además, consideraron el caso de incidencia externa colimada. La incidencia externa colimada ya fue tratada en trabajos previos en sistemas cartesianos [29], pero todavía no fue implementada en este trabajo para coordenadas cilíndricas.

Tsai y Özişik [1] consideran una geometría unidimensional correspondiente a un cilindro lleno o hueco, en donde la intensidad de radiación térmica solo es función del radio y del coseno director del ángulo formado por la dirección de avance de la intensidad y la dirección del radio  $i(r, \mu)$ . En este trabajo solo se presentan resultados correspondientes al cilindro lleno, el caso del cilindro hueco será considerado en trabajos posteriores. Consideraron una radiación externa unitaria  $i_{ext}(\mu) = 1 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ sr})$  sobre el radio exterior, paredes transparentes  $\rho_{ext} = 0$  y medio y paredes frías  $i_{b,med} = i_{b,ext} = 0$  y un coeficiente de extinción  $\beta = 1 \text{ m}^{-1}$ .

Las Tablas 1 a 6 muestran los resultados de Tsai y Özişik [1] obtenidos con el método de las ordenadas discretas MOD de orden  $S_6$ , los resultados obtenidos en este trabajo con el MVF, y los errores relativos correspondientes. Las Tablas 1 y 2 muestran la radiación incidente  $G$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] en el radio medio y sobre la superficie exterior, respectivamente mientras que en la Tabla 3 se presenta el flujo de calor radiante neto  $q$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] sobre la superficie exterior, todos



para dispersión isotrópica. En las Tablas 4 a 6 se muestra el efecto de la variación del coeficiente de dispersión en la reflectividad, es decir, el flujo de calor saliente  $q_{ext}/\pi$ , en la superficie exterior del cilindro  $r_{ext}=1m$  para dispersión isotrópica, anisotrópica hacia adelante y anisotrópica hacia atrás, respectivamente.

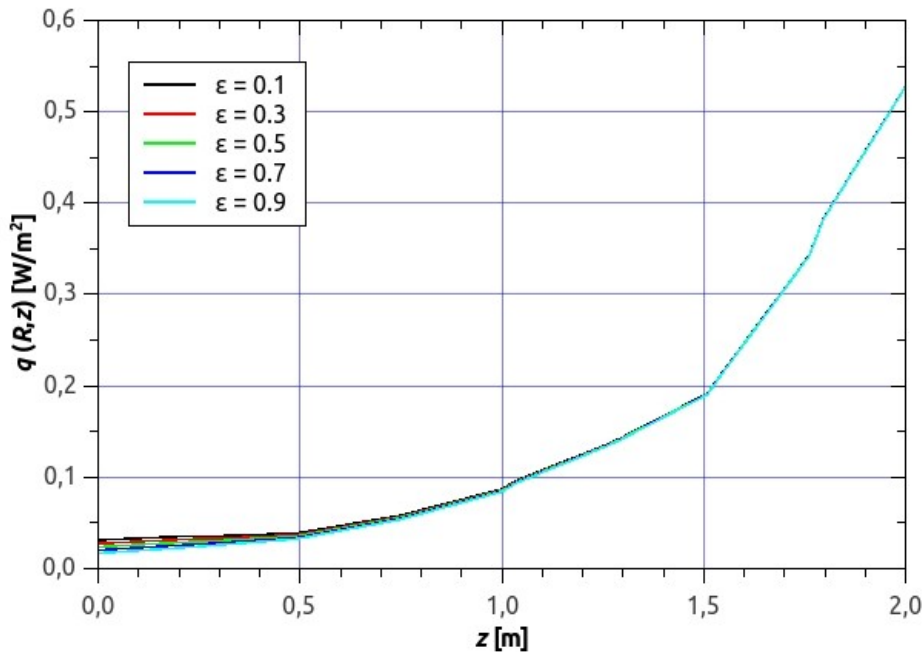


Figura 2 Efecto de la emisividad de la pared inferior en el flujo de calor radiante a lo largo de la pared lateral para el caso de incidencia externa difusa en la pared superior, dispersión isotrópica y  $\omega=0,7$ .

Si se compara los errores relativos entre las soluciones  $S_6$  y MVF, dados en las Tablas 1 a 3, se observa que los máximos errores corresponden al 2,54%, 3,79% y 1,11%. Se advierte además que, en todos los casos dados en la Tabla 1 y en la mitad de los casos correspondientes a las Tablas 2 y 3, los errores entre la solución exacta y el MVF son menores a los errores entre la solución  $S_6$  y la exacta. En la Tabla 4 se puede apreciar que el error está alrededor del 1.0%, y en las Tablas 5 y 6, se observa que los mayores errores, 4,42%, 4,88% y 2,50%, 2,56%, corresponden la mayor velocidad de crecimiento del coeficiente de dispersión con el radio, tanto lineal como cuadrática. Además, se puede destacar que para las Tablas 4 a 6 el error disminuye con la reducción de la velocidad de crecimiento del coeficiente de dispersión, correspondiendo el mínimo a la máxima velocidad de reducción.

Jendoubi y colaboradores [4] estudiaron una cavidad bidimensional de radio  $R=1m$  y altura  $H=2R$  con simetría axial, sometida a una radiación externa difusa en su pared superior  $i_{sup}=1 W/m^2 sr$ , las paredes son consideradas transparentes  $\epsilon_{lat}=\epsilon_{sup}=\epsilon_{inf}=1$  pero sin incidencia externa  $i_{inf}=i_{lat}=0$  y, el medio y las paredes, son consideradas frías  $i_{b,med}=i_{b,sup}=i_{b,inf}=0$ .

La Figura 1 muestra el efecto de la función de dispersión en el flujo de calor radiante  $q$



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

$[W/m^2]$  a lo largo de la pared lateral para un medio puramente dispersante  $\kappa=0$ ,  $\sigma=1 m^{-1}$ . Se observa que los mayores valores de flujo de calor, junto a la pared inferior, corresponden a la función de dispersión F2, mientras que los menores valores corresponden a la función de dispersión B2, junto a la pared superior ocurre lo contrario. Se aprecia que el cruce de las curvas se encuentra en la coordenada 1,85 m aproximadamente y que la curva correspondiente a dispersión isotrópica se encuentra entre las curvas correspondientes a las funciones de dispersión hacia adelante (F2 y F3) y las curvas correspondientes a las funciones de dispersión hacia atrás (B1 y B2).

En la Figura 2 se puede observar el efecto de la emisividad de la pared inferior  $\epsilon_{inf}$  en el flujo de calor radiante  $q [W/m^2]$  a lo largo de la pared lateral, para el caso de incidencia externa difusa en la pared superior, con dispersión isotrópica y un albedo de dispersión  $\omega=\sigma/\beta=0,7$ ,  $\beta=1m^{-1}$ ,  $\kappa=0,3m^{-1}$ ,  $\sigma=0,7m^{-1}$ . Se advierte que, próximos a la pared inferior, el flujo de calor mayor corresponde a la menor emisividad debido al efecto de reflexión, disminuye con la altura, y a partir de la mitad de la altura, ya no se aprecia ninguna diferencia entre los flujos de calor.

## 4 CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un código computacional para el cálculo de la transferencia radiante en cavidades cilíndricas multidimensionales con paredes grises, difusas y reflectantes, rellenas con un medio gris absorbente, emisor y anisotrópicamente dispersante.

El código computacional consta de cuatro módulos independientes que permiten resolver problemas radiantes en paredes cilíndricas infinitas, en una sección circular o anular infinita, en una sección longitudinal con simetría axial finita y en una cavidad cilíndrica tridimensional.

Se ha utilizado el método de los volúmenes finitos para resolver las ecuaciones de la transferencia radiante junto con una expansión de los polinomios de Legendre para tener en cuenta los efectos de la dispersión anisotrópica.

Se han reproducido una gran cantidad de configuraciones geométricas y térmicas existentes en la literatura y se han evaluado la influencia de los parámetros radiantes más importantes.

Los resultados obtenidos fueron comparados con los resultados existentes en la literatura, donde se han usado métodos numéricos diferentes para resolver la ecuación de la transferencia radiante.

De la comparación de resultados se puede concluir que las herramientas computacionales desarrolladas en este trabajo proporcionan resultados con un grado de precisión aceptable.

Se ha verificado la capacidad del método de los volúmenes finitos para resolver problemas de radiación térmica siendo totalmente confiable y seguro para resolver las configuraciones térmicas analizadas en este trabajo.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## REFERENCIAS

- [1] Tsai, J.R., Özişik, M.N., Radiation in cylindrical symmetry with anisotropic scattering and variable properties, *IJHMT*, 33, 12, 2651-2658, 1990.
- [2] Chui E.H., Raithby G.D., Hughes P.M.J., Prediction of radiative transfer in cylindrical enclosures with the finite volume method, *JTHT*, 6, 605–611, 1992.
- [3] Jendoubi S., Lee H. S., Comparisons of cylindrical and rectangular media radiative transfer solutions using the S-N discrete ordinates method, *AIAA 27th TC*, Nashville, TN, 1992.
- [4] Jendoubi S., Lee H. S. , Kim T. K., Discrete-ordinates solutions for radiatively participating media in a cylindrical enclosure, *J. Thermophys. Heat Transfer*, 7, pp. 213–219, 1993.
- [5] Kim M. Y., Baek S. W., Analysis of radiative transfer in cylindrical enclosures using the finite volume method, *J. Thermophys. Heat Transfer*, 11, pp. 246–252, 1997.
- [6] Baek S. W., Kim M. Y., Modification of the discrete-ordinates method in an axisymmetric cylindrical geometry, *Numer. Heat Transfer B*, 31, pp. 313–326, 1997.
- [7] Kim K., Guo Z., Discrete ordinates method for transient radiation transfer in cylindrical enclosures, *ASME Summer Heat Transfer Conference*, 69-76, Las Vegas, NV, July 2003.
- [8] Kim K. W., Baek S. W., Alternative sensitivity methods for inverse radiation problems in a two-dimensional cylindrical enclosure, *NHT, B*, Volume 55, Issue 5, Pages 361-378, 2009.
- [9] Kim M. Y., Assessment of the axisymmetric radiative heat transfer in a cylindrical enclosure with the finite volume method, *IJHMT*, 51, Issue 21-22, Pages 5144-5153, October 2008.
- [10] Kim K. W., Baek S. W., Inverse surface radiation analysis in an axisymmetric cylindrical enclosure using a hybrid genetic algorithm, *NHT; A*, 46, 4, Pages 367-381, 20 August 2004.
- [11] Huang Q., Liu T., Yang J., Yao L., Gao L., Evaluation of radiative transfer using the finite volume method in cylindrical photoreactors, *CES*, 66, 17, 3930-3940, 1 September 2011.
- [12] Grissa H., Askri F., Ben Salah M., Ben Nasrallah S., Efficient inverse radiation analysis in a participating cylindrical medium, *HT-HP*, Volume 41, Issue 1, Pages 23-37, 2012.
- [13] Modest M. F., *Radiative heat transfer*, Mc Graw-Hill, 1993.
- [14] Rebollo D, Análisis de la radiación térmica con dispersión anisotrópica de Mie en cavidades bidimensionales mediante el método de los volúmenes finitos, *XVIII ENIEF*, Tandil, 2009.
- [15] Rebollo D., Análisis de la radiación térmica con dispersión anisotrópica en placas planas, *I CAIM*, Bahía Blanca, Buenos Aires, Argentina, Octubre del 2008.
- [16] Rebollo D., Simulación Numérica de la Radiación Térmica con Dispersión Anisotrópica de Mie mediante el Método de los Volúmenes Finitos, *XVI ENIEF*, Córdoba, Octubre del 2007.