



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

AVALIAÇÃO DA INCERTEZA NA MEDIÇÃO DIMENSIONAL: UM ESTUDO DESCRITIVO E COMPARATIVO ATRAVÉS DOS MÉTODOS ANALÍTICO E POR SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

José Eduardo Ferreira de Oliveira ^{*1}, Nelson Gonçalves da Silva ² e Luiz Roberto Oliveira da Silva ³

^{*1,2} Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco – Campus Recife
Av. Professor Luiz Freire, 500, Cidade Universitária, CEP 50740-540, Recife – PE, Brasil
E-mail: ¹- jefocefetpe@yahoo.com.br ²- nelsongoncalves@recife.ifpe.edu.br

³ Centro Federal de Educação tecnológica Celso Suckow da Fonseca
Av. Maracanã 229 - Maracanã - CEP:20271-110, Rio de Janeiro - RJ – Brasil
E-mail: ³- lr_silva@yahoo.com.br

RESUMO

O estudo da incerteza de medição e a sua correta aplicação exercem uma forte influência na qualidade final de produtos e serviços, bem como são determinísticos para o estabelecimento dos limites de controle em sistemas de produção. Por sua vez, a metrologia dimensional por estar presente em todas as aplicações ligadas ao setor metal-mecânico, torna-se uma ferramenta básica e indispensável para o desenvolvimento de metodologias e pesquisas relacionadas à metrologia. Dentro deste contexto, o objetivo deste trabalho é apresentar o passo a passo para a avaliação da incerteza de medição de um eixo, medido com um paquímetro analógico pelo método analítico, considerando as fontes de incerteza relacionadas à sua medição, e comparar estes resultados com a incerteza gerada pela Simulação de Monte Carlo, analisando-se as parcelas de contribuição de cada uma delas para o resultado final da medição. A partir dos resultados obtidos pelos dois métodos serão estabelecidos os intervalos de conformidade, que serão comparados com os índices de capacidade de processo, através de um programa computacional desenvolvido no âmbito deste estudo, utilizando-se a linguagem de programação VBA (Visual Basic for Application). Pretende-se mostrar com este trabalho que contribuições aparentemente inexpressíveis de fontes individuais de incerteza padrão, poderão contribuir significativamente na tomada de decisão entre se aprovar ou reprovado um determinado produto e levar a resultados equivocados, caso as mesmas sejam desprezadas.

Palavras-chave: Incerteza de medição, Monte Carlo, ISO/GUM, Paquímetro.



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

1. INTRODUÇÃO

Em função da grande quantidade de variáveis de influência sobre uma medição, é fundamental se estabelecer um intervalo, em torno do resultado da medição, que possa abranger, com uma probabilidade específica, os valores que podem ser atribuídos ao mensurando. Este intervalo é chamado de incerteza de medição e é definido como um “*parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando, com base nas informações utilizadas*”. [1]. Neste trabalho será apresentado o passo a passo para o estabelecimento da incerteza de medição pelo método analítico do ISO/GUM [2] para a medição dimensional de um eixo com um paquímetro digital, e em seguida, o estabelecimento da incerteza de medição através da simulação de Monte Carlo, visando uma comparação entre os dois métodos. É importante salientar que os dados de toleranciamento e os parâmetros ótimos de fabricação do eixo em questão, foram gerados através do programa computacional SGF – Sistema de Gerenciamento da Fabricação [3].

2. SISTEMÁTICA PARA A AVALIAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO COM UM PAQUÍMETRO PELO MÉTODO DO ISO/GUM

Para a avaliação da incerteza de medição foram consideradas as seguintes fontes: incerteza herdada do sistema de medição adotado; incerteza estatística; incerteza devido à resolução do dispositivo de medição utilizado; incerteza devida ao afastamento da temperatura de referência e incerteza devida à diferença de temperatura entre o dispositivo de medição e a peça a ser medida.

A incerteza herdada (i_H) é dada pela Equação (1), onde i_p é a incerteza expandida do paquímetro e k_p o seu respectivo fator de abrangência. Por sua vez, a incerteza estatística, a única do tipo A é determinada através da Equação (2).

$$i_H = \frac{i_p}{k_p} \quad (1)$$

$$i_A = \frac{S(x_i)}{\sqrt{n}} \quad (2)$$

A incerteza devida à resolução do dispositivo de medição (i_r) é dada pela Equação (3), onde r é a resolução adotada.

$$i_r = \frac{r}{2 \times \sqrt{3}} \quad (3)$$



A temperatura de referência para medições dimensionais neste caso é igual a 20°C [4]. Para o paquímetro, conforme Figura 1, tem-se que o comprimento da peça a ser medida é igual a l_m , e a indicação do paquímetro foi igual a l_p . Neste caso, como as peças a serem medidas poderão ter coeficientes de dilatação linear diferentes do mesmo, deve-se levar este fato em consideração. Por outro lado, deve-se considerar também o efeito do afastamento da temperatura de referência durante a medição.

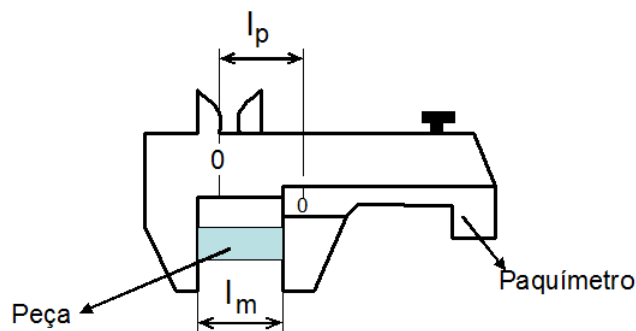


Figura 1 – Medição externa com um paquímetro [3]

A dilatação linear (Δl_m) da matéria-prima é, portanto, dada pela seguinte equação:

$$\Delta l_m = l_{0m} \cdot \alpha_m \cdot (t_m - 20) \quad (4)$$

Por sua vez, a dilatação linear sofrida pelo paquímetro (Δl_p) é dada pela seguinte equação:

$$\Delta l_p = l_{0p} \cdot \alpha_p \cdot (t_m - 20) \quad (5)$$

Para o caso de paquímetros ou traçadores de altura, o coeficiente de dilatação linear adotado será igual $11,5 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ [5]. A dilatação total ΔL é obtida pelo desenvolvimento das Equações. (6) e (7).

$$\Delta L = \Delta l_m - \Delta l_p \quad (6)$$

$$\Delta L = (l_{0m} \cdot \alpha_m \cdot \Delta t) - (l_{0p} \cdot \alpha_p \cdot \Delta t) \quad (7)$$



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

Mesmo tendo-se dilatações diferentes para a matéria-prima e o paquímetro, as indicações são as mesmas, ou seja:

$$l_{0m} = l_{0p} \quad (8)$$

Logo, a Equação (7) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta L = (l_{0p} \cdot \alpha_m - l_{0p} \cdot \alpha_p) \cdot \Delta t \quad (9)$$

$$\Delta \alpha = \alpha_m - \alpha_p \quad (10)$$

$$\Delta L = \Delta \alpha \cdot l_{0p} \cdot \Delta t \quad (11)$$

Para a fonte de incerteza de medição padrão associada ao afastamento da temperatura de referência, assume-se uma distribuição retangular dada pela Equação (12).

$$i_t = \frac{\Delta L}{\sqrt{3}} = \frac{l_{0p} \cdot \Delta \alpha \cdot \Delta t}{\sqrt{3}} \quad (12)$$

Por sua vez, a incerteza devida à diferença de temperatura entre o dispositivo de medição e a matéria-prima é dada pela Equação (13). O coeficiente de dilatação linear médio $\bar{\alpha}$ é dado pela Equação (14). Algumas referências atribuem valores para ∂t , como por exemplo, 0,3 K ou 0,2 °C [6, 7]. Para o caso específico, será atribuído o valor de 0,3 °C.

$$i_D = \frac{l_{0p} \cdot \bar{\alpha} \cdot \partial t}{\sqrt{3}} \quad (13)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_m + \alpha_p}{2} \quad (14)$$

O passo seguinte é a determinação da incerteza combinada, conforme Equação (15).

$$u_c = \sqrt{i_H^2 + i_A^2 + i_r^2 + i_t^2 + i_D^2} \quad (15)$$



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

Para a determinação do número de graus de liberdade efetivos, considerando-se que todas as fontes de incerteza, com exceção de i_A , possuem graus de liberdade iguais a ∞ , obtém-se a Equação (16), onde ν_A é o número de graus de liberdade associado à fonte de incerteza i_A .

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(y) \cdot \nu_A}{i_A^4} \quad (16)$$

Com o valor do número de graus de liberdade efetivos, utilizando-se a distribuição t-Student, obtivemos o fator de abrangência k . A incerteza expandida de medição é dada pela Equação (17).

$$U = k \cdot u_c \quad (17)$$

3. SISTEMÁTICA PARA A DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO DOS COMPRIMENTOS ATRAVÉS DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

De acordo com COUTO [8], o Método de Monte Carlo aplicado ao cálculo da incerteza de medição não apresenta as seguintes limitações do ISO/GUM: linearização do modelo matemático, suposição de distribuição normal do mensurando e determinação dos graus de liberdade da incerteza combinada.

O Método de Monte Carlo destina-se à realização de simulação numérica, utilizando números aleatórios. O objetivo é estimar a distribuição dos resultados possíveis da variável de interesse, tomando como base uma ou mais variáveis de entrada, cujo comportamento se dá de acordo com determinadas distribuições probabilísticas.

4. ESTUDO EXPERIMENTAL EM UMA PONTA DE EIXO

Para o desenvolvimento deste estudo foram realizados experimentos, nos quais foram torneadas seis peças de aço ABNT 1020, a partir de eixos com 51,70 mm de diâmetro e comprimento de 73,80 mm. O desenho da peça final está apresentado na Figura 2.

Para a medição dos comprimentos de 12,00; 20,00 e 25,00mm das seis peças foi utilizado um paquímetro digital da marca TESA, com faixa nominal de 0 – 150 mm, menor divisão de 0,01 mm, apresentando uma incerteza expandida de medição igual a $\pm 0,02$ mm para um fator de



abrangência $k = 2,2$. A temperatura média do laboratório durante as medições de comprimento foi igual a $19,98^{\circ}\text{C}$. Cada dimensão foi medida três vezes, tomando-se posições aleatórias.

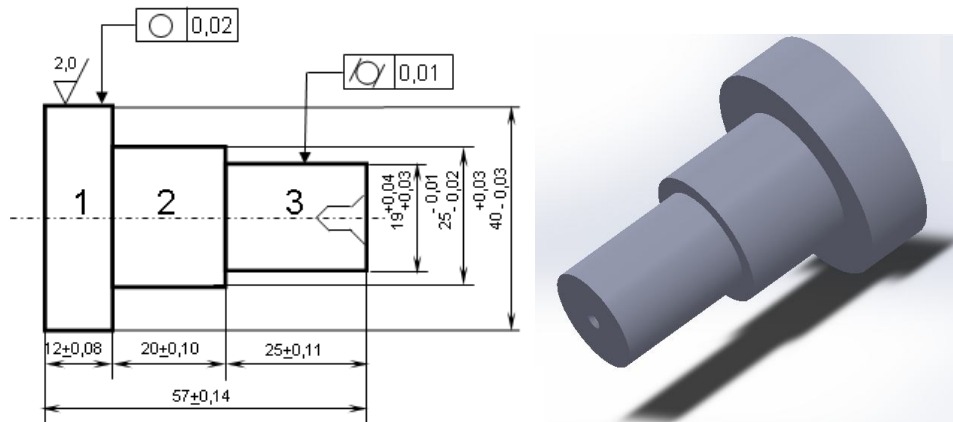


Figura 2 – Ponta de eixo com suas características funcionais

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os valores medidos para cada uma das seis peças, com suas respectivas incertezas de medição pelo método analítico (ISO/GUM) e pelo método numérico (Simulação de Monte Carlo) estão apresentados nas Tabelas 2, 3, 4, 5, 6 e 7. A média das indicações, incerteza expandida de medição e o seu respectivo fator de abrangência utilizando-se o ISO/GUM foram determinados pelo programa SGF. Cada valor medido em cada uma das peças foi corrigido, através de interpolação linear, tomando como base o erro de indicação de $-0,03$ mm para o ponto calibrado de $12,50$ mm e o erro de indicação de $-0,01$ mm para o ponto de $50,00$ mm, ambos obtidos do certificado de calibração do paquímetro. Por sua vez, a incerteza de medição através da Simulação de Monte Carlo foi determinada através do software GUMWORKBENCH. É importante salientar que as peças 1, 2 e 3 foram fabricadas em um torno convencional com variações discretas de rotação e avanço, enquanto que as peças 4, 5 e 6 foram confeccionadas em um torno CNC.



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

Tabela 2: Dados de medição dos comprimentos da peça 1 fabricada no torno convencional

Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média (mm)	Incerteza expandida de medição (mm) ISO GUM	Fator de abrangência k	Incerteza de medição (mm) Monte Carlo
	x ₁	x ₂	x ₃				
12,00	12,07	12,09	12,13	12,10	± 0,07	3,31	± 0,081
20,00	20,06	20,01	20,04	20,04	± 0,05	2,87	± 0,068
25,00	25,08	25,02	25,04	25,05	± 0,07	3,31	± 0,082

Para a peça 1, a diferença percentual entre a incerteza de medição pela simulação de Monte Carlo e a incerteza de medição pela metodologia do ISO GUM para as dimensões de 12,00 mm e de 25,00 mm foi de aproximadamente 15%, enquanto que para a dimensão de 20,00 mm foi de aproximadamente 26%.

Tabela 3: Dados de medição dos comprimentos da peça 2 fabricada no torno convencional

Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média das indicações (mm)	Incerteza expandida de medição (mm) ISO GUM	Fator de abrangência k	Incerteza de medição (mm) Monte Carlo
	x ₁	x ₂	x ₃				
12,00	12,06	12,03	12,04	12,04	± 0,03	2,23	± 0,043
20,00	20,75	20,74	20,78	20,76	± 0,04	2,52	± 0,057
25,00	24,91	24,96	24,90	24,92	± 0,07	3,31	± 0,086

Para a peça 2, a diferença percentual entre a incerteza de medição pela simulação de Monte Carlo e a incerteza de medição pela metodologia do ISO GUM para as dimensões de 12,00 mm e de 20 mm foi de aproximadamente 30%. Para a dimensão de 25,00 mm esta diferença foi de aproximadamente 19%.



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

Tabela 4: Dados de medição dos comprimentos da peça 3 fabricada no torno convencional

Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média das indicações (mm)	Incerteza expandida de medição (mm) ISO GUM	Fator de abrangência k	Incerteza de medição (mm) Monte Carlo
	x ₁	x ₂	x ₃				
12,00	12,08	12,07	12,07	12,07	± 0,02	2,01	± 0,024
20,00	20,82	20,81	20,82	20,82	± 0,02	2,01	± 0,024
25,00	24,96	24,99	24,95	24,97	± 0,04	2,52	± 0,057

Para a peça 3, a diferença percentual entre a incerteza de medição pela simulação de Monte Carlo e a incerteza de medição pela metodologia do ISO GUM para as dimensões de 12,00 mm e de 20 mm foi de aproximadamente 17%. Para a dimensão de 25,00 mm esta diferença foi de aproximadamente 30%.

Tabela 5: Dados de medição dos comprimentos da peça 4 fabricada no torno CNC

Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média das indicações (mm)	Incerteza expandida de medição (mm) ISO GUM	Fator de abrangência k	Incerteza de medição (mm) Monte Carlo
	x ₁	x ₂	x ₃				
12,00	12,07	12,09	12,06	12,07	± 0,03	2,23	± 0,043
20,00	20,07	20,10	20,09	20,09	± 0,03	2,23	± 0,043
25,00	24,78	24,71	24,75	24,75	± 0,08	3,31	± 0,093

Para a peça 4, essa diferença percentual entre a incerteza de medição pela simulação de Monte Carlo e a incerteza de medição pela metodologia do ISO/GUM para as dimensões de 12,00 mm e de 20 mm foi de aproximadamente 30%. Para a dimensão de 25,00 mm esta diferença foi de aproximadamente 14%.



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

Tabela 6: Dados de medição dos comprimentos da peça 5 fabricada no torno CNC

Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média das indicações (mm)	Incerteza expandida de medição (mm) ISO GUM	Fator de abrangência k	Incerteza de medição (mm) Monte Carlo
	x ₁	x ₂	x ₃				
12,00	12,04	12,07	12,05	12,05	± 0,03	2,23	± 0,043
20,00	20,04	20,07	20,06	20,06	± 0,03	2,23	± 0,043
25,00	24,90	24,95	24,90	24,92	± 0,06	2,87	± 0,077

Para a peça 5, essa diferença percentual para as dimensões de 12,00 mm e de 20 mm foi de aproximadamente 30%. Para a dimensão de 25,00 mm esta diferença foi de aproximadamente 22%.

Tabela 7: Dados de medição dos comprimentos da peça 6 fabricada no torno CNC

Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média das indicações (mm)	Incerteza expandida de medição (mm) ISO GUM	Fator de abrangência k	Incerteza de medição (mm) Monte Carlo
	x ₁	x ₂	x ₃				
12,00	12,04	12,07	12,05	12,05	± 0,03	2,23	± 0,043
20,00	20,06	20,04	20,03	20,04	± 0,03	2,23	± 0,043
25,00	24,61	24,62	24,59	24,61	± 0,03	2,23	± 0,043

Para a peça 6, a diferença percentual entre a incerteza de medição pela simulação de Monte Carlo e a incerteza de medição pela metodologia do ISO/GUM para as três dimensões foi de aproximadamente 30%.



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

De maneira geral, percebe-se uma melhor repetitividade e exatidão nas peças 4, 5, e 6, as quais foram fabricadas no torno CNC. Na peça 1 apenas a dimensão nominal de 12,00 mm apresentou valor médio fora da faixa de tolerância. As peças 2 e 3 apresentaram apenas o valor de 20,00 mm fora da faixa de tolerância. Já as peças 4 e 6 apresentaram apenas o valor médio da dimensão nominal de 25,00 mm fora da faixa de tolerância. Todos os valores médios da peça 5 apresentaram-se dentro da faixa de tolerância.

6. CONCLUSÕES

De acordo com a literatura técnica, pelo ISO/GUM clássico as quantidades de entrada são representadas pela sua função de distribuição de probabilidades (PDF), pela média e desvio padrão e, o modelo matemático é usado para propagar os parâmetros das distribuições de entrada. Na simulação de Monte Carlo (GUM numérico), o modelo matemático é usado para calcular eventos prováveis da quantidade de saída, a partir dos eventos prováveis das distribuições das variáveis de entrada, gerados pelo dispositivo de medição. Desta forma é conveniente usar simulação de Monte Carlo quando: a equação da medição é complexa ou não-linear; a equação de medição contém variáveis dominantes cujas distribuições não são normais; a equação de medição é conhecida, mas seu comportamento em valores singulares não é conhecido e, quando as incertezas obtidas com o método de propagação de incertezas são relativamente grandes em relação ao valor médio ou esperado do resultado da medição.

Através do presente estudo, onde se buscou verificar se ocorreram variações significativas entre a aplicação das duas metodologias, chegou-se às seguintes conclusões:

1. Verificou-se que ocorreram variações, em todas as peças estudadas, de 14% a 30% entre a aplicação das duas metodologias propostas;
2. O método de propagação de incertezas (ISO/GUM) foi de fácil aplicação pois o modelo matemático em questão é relativamente simples, não exigindo uma laboriosa derivação dos coeficientes de sensibilidade;
3. A fonte de incerteza referente ao afastamento da temperatura de referência it contribuiu com 0% para a incerteza combinada, utilizando-se a metodologia do ISO/GUM em todas as cotas de todos os corpos de prova;
4. O método de propagação de distribuições (simulação de Monte Carlo) é intuitivo, a avaliação da incerteza é feita emulando no computador medições repetidas em condições



IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

aleatórias de operação e permite eliminar as limitações do método de propagação de incertezas quando ocorre uma não-linearidade do modelo matemático e uma não-normalidade da distribuição de valores do mensurando;

5. Para a determinação da incerteza de medição pela simulação de Monte Carlo foram utilizadas 2.000.000 de iterações. Valores superiores não apresentaram quaisquer variações nos resultados. Apesar do número extenso de iterações, o computador levou 3,05 segundos para obter o resultado, o que atualmente, viabiliza essa metodologia;

7. REFERÊNCIAS

- [1] VIM – Vocabulário Internacional de Metrologia: conceitos fundamentais e gerais e termos associados. Duque de Caxias, RJ: INMETRO, 2012.
- [2] ISO/GUM – Avaliação de dados de medição: guia para a expressão de incerteza de medição. Duque de Caxias, RJ, 2012.
- [3] OLIVEIRA, J. E. F. de. Desenvolvimento de um programa computacional para a integração de dados de projeto, fabricação e medição de peças torneadas com ênfase na síntese de tolerâncias dimensionais determinísticas. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.
- [4] A2LA Guide for the estimation of the uncertainty of dimensional calibration and testing results. Edited by Thomas M. Adams, Frederick, July, 2002.
- [5] EA 4/02 – Expression of the uncertainty of measurement in calibration. European Co-operation for Accreditation, Paris, 1999.
- [6] LINK, W. Metrologia mecânica – expressão da incerteza de medição. Rio de Janeiro, 1997.
- [7] LINK, W. Tópicos avançados de metrologia mecânica – Confiabilidade metrológica e suas aplicações. 1a ed., São Paulo, 2000.
- [8] COUTO, P. R. G. DIMEC nt-02/v.00. A estimativa da incerteza de medição pelos métodos do ISO/GUM e de simulação de Monte Carlo. INMETRO, Rio de Janeiro, 2008.