

## RESULTADOS DE LA MEDICIÓN DE UN PATRÓN CILINDRICO DE DIÁMETRO INTERNO

Juan Angel Forastieri

*Departamento de Ingeniería Mecánica – Universidad Tecnológica Nacional  
Facultad Regional Buenos Aires – Medrano 951 (1179) – Ciudad de Buenos Aires-Argentina -  
jaforastieri@hotmail.com*

### RESUMEN

La intercomparación entre laboratorios y/o centros de investigación es una práctica común que tiene como objetivo determinar la capacidad metrológica de los entes participantes. Generalmente existe un laboratorio que actúa como laboratorio piloto de la intercomparación, que suele ser aquel que tiene una menor incertidumbre de medición. Como primer paso para llevar adelante este trabajo, el laboratorio de Metrología de la Universidad Tecnológica Nacional recibió de la Universidad Politécnica de Madrid (UPM) un anillo patrón de diámetro nominal 50 mm fruto de una cooperación bilateral. Con este elemento y un proyector de perfiles, los integrantes del laboratorio de la UTN efectuaron serie de mediciones del diámetro interno del anillo utilizando dos modelos matemáticos. A partir de estas determinaciones se evaluó las características de repetibilidad y reproducibilidad del laboratorio. El trabajo muestra los modelos matemáticos utilizados, los resultados obtenidos por los participantes, un modelo de determinación de incertidumbre de medición para cada método, un análisis estadístico de las mediciones y el nivel de compatibilidad alcanzado. Estos resultados son comparados con los obtenidos por un laboratorio de calibraciones de España perteneciente a la red de laboratorios acreditados por el organismo de acreditación ENAC. Los resultados con sus incertidumbres asociadas permiten evaluar el buen grado de concordancia entre las mediciones. Luego y a partir de este ejercicio los resultados obtenidos se compararán con los valores que declara el laboratorio de la UPM quien también efectuó la determinación del diámetro del anillo empleando los mismos métodos de medición. Esto permitirá evaluar la capacidad metrológica a través de relacionar los resultados con los modelos de determinación de incertidumbres empleados en cada caso, características metrológicas de los equipos, métodos de medida, operadores, etc.

**Palabras Claves:** calibración anillo patrón medición

## 1. INTRODUCCIÓN

Determinar el diámetro interno de un anillo patrón en el laboratorio de Metrología Dimensional de la Universidad Politécnica de Madrid (España) y en el laboratorio de Metrología Mecánica de la Universidad Tecnología Nacional facultad Regional Buenos Aires (Argentina) para determinar el grado de acuerdo entre ambos laboratorios.[5]

## 2. ALCANCE

Anillo marca TESA de diámetro nominal 50 mm identificado LMD-UPM/001 utilizando un proyector de perfiles a través de dos métodos de determinación:

- Medición de puntos diametralmente opuestos
- Medición de las coordenadas de puntos cualesquiera del anillo.

## 3. EQUIPAMIENTO UTILIZADO



*Figura 1 Proyector de perfiles utilizado y caja de bloques patrón de referencia*

- Proyector de Perfiles marca SHINKO modelo VSF-300 con lente 5x1
- Bloques Patrón Grado 0 marca Cary calibrados en el Laboratorio Nacional de Metrología. Certificado de calibración INTI- CEFIS 2059/00
- Accesorios para Bloques Patrón.

#### 4. MÉTODO A: DE PUNTOS DIAMETRALMENTE OPUESTOS

Se monta el anillo sobre la mesa del proyector con la identificación hacia arriba.

Utilizando una lente de 5x1 y con luz diascópica se hace tangencia en la dirección x de la mesa sobre la superficie interna del anillo. De esta forma se obtiene valores diametralmente opuestos leídos en un tornillo micrométrico solidario a la mesa del proyector.

Cada participante efectuó 7 determinaciones de diámetros.

La ecuación de cálculo del diámetro resulta de:

$$D = L_f - L_i + C + \alpha * (T - 20) * D + \delta_e + \delta_T + \delta_R + s \quad [1] \quad (1)$$

donde

- D: Diámetro obtenido del anillo en mm
- $L_f$ : Lectura final del tornillo micrométrico en mm
- $L_i$ : Lectura inicial del tornillo micrométrico en mm
- C: Desvío de indicación del tornillo micrométrico en mm
- T: Temperatura de medición en °C
- $\alpha$ : Coeficiente de dilatación térmica del anillo en °C.m/m
- $\delta_T$ : Componente asociada a la temperatura
- $\delta_R$ : Componente debido a la resolución del micrómetro
- $\delta_e$ : Componente debido a la estabilidad del anillo
- s: Componente debido al desvío estándar de las mediciones

Las fuentes de incertidumbre no estadísticas puestas en juego son:

- Calibración del proyector de perfiles utilizando bloques patrón
- Temperatura de medición
- Coeficiente de dilatación térmica del anillo
- Resolución del tornillo micrométrico
- Estabilidad temporal del anillo

Para la evaluación del análisis de las componentes estadísticas, se efectuaron unas series de 20 mediciones en diferentes coordenadas del anillo obteniéndose una distribución de puntos. Se procedió a determinar el promedio de estas lecturas asumiendo que este sería el valor más probable y determinándose una nube de puntos alrededor de este promedio.

La capacidad de resolución en la lectura estará dada por las lecturas extremas a este promedio, evaluándose bajo una distribución de tipo rectangular.

Para el análisis de incertidumbre total se consideró como distribución estadística los valores así obtenidos o el desvío estándar del promedio (el mayor de ambos)

#### 4.1. VALORES OBTENIDOS DE LAS MEDICIONES

Tabla1: Valores de las mediciones para el método A

Operador	Promedio mm	Desvío std. del Promedio $\mu\text{m}$	Incertidumbre 95% $\mu\text{m}$
Jorge Stella (1)	50,013	5,5	13,0
Juan Forastieri (2)	50,014	1,5	8,0
Sergio Lupo (3)	50,021	4,5	10,0
Leonardo Carrasco (4)	50,012	1,5	8,0

#### 4.2. RESUMEN DE LAS MEDICIONES

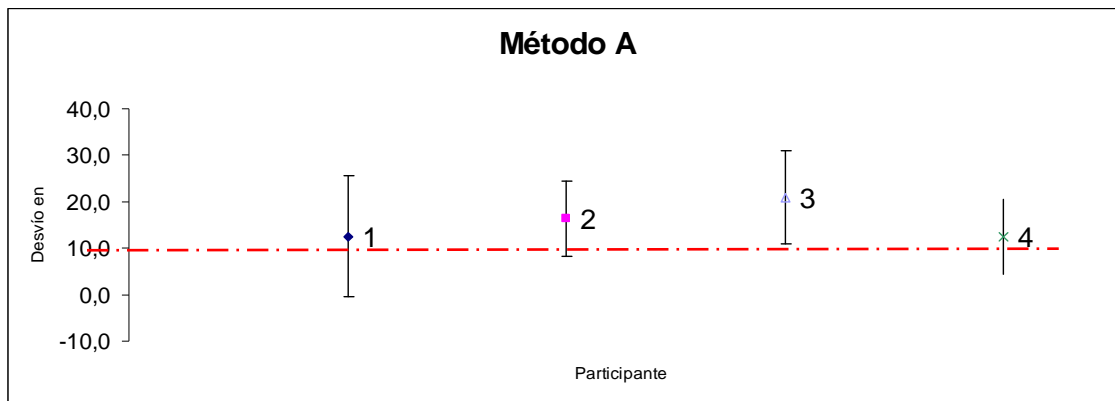


Gráfico 1: Desvíos observados para cada participante de la UTN en el método A

En el gráfico 1 se ha determinado los desvíos de cada uno de los participantes con su banda de incertidumbre. Estos desvíos están expresados en micrometros referidos al valor informado por el laboratorio del ENAC que resultó:  $(50,009\ 8 \pm 0,002\ 2)$  mm

#### 4.3 BALANCE DE INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN MÉTODO A

Para el balance de las incertidumbres que entran en juego en el método se siguieron los lineamientos establecidos en la Guía para la expresión de las incertidumbres de medición [2]. En la tabla 2 se listan el algoritmo de cálculo utilizado y las componentes de incertidumbre.

Tabla 2: Balance de incertidumbre de medición para el método A

$$D = L_f - L_i + C + \alpha * (T - 20) * D + \delta_e + \delta_T + \delta_R + s$$

Fuente de incertidumbre	Símbolo	Valor estimado	Tipo	Distrib	$u_i$	% contrib	
Lectura final del tornillo micrométrico	$L_f, \delta_R$	50,034	mm	BR	R	0,001	9,4%
Lectura inicial del tornillo micrométrico	$L_i, \delta_R$	0,022	mm	BR	R	0,001	9,4%
Coefficiente de dilatación térmica	$\alpha$	1,10E-05	m°C/m	BR	R	0,000	0,0%
Corrección	C	-0,02	mm	BN	N	0,003	63,8%
Componente asociada a la temperatura	$T, \delta_T$	20	°C	BR	R	0,577	0,8%
Componente debido al desvío estándar de las mediciones	s	0	mm	A	N	0,001	7,1%
Estabilidad temporal del anillo	$\delta_e$	0	mm	BR	R	0,001	9,4%
<b>Resultado:</b>	<b>D</b>	<b>50,032</b>	<b>mm</b>		<b>N</b>	<b>0,004</b>	<b>100%</b>

$$D = 50,032 \text{ mm} \pm 0,007 \text{ mm}$$

## 5. MÉTODO DE MEDICIÓN B

Para este método el anillo es medido por cada operador en tres coordenadas con el fin de obtener el diámetro del mismo a partir del modelo matemático:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \quad (2)$$

Si este modelo lo representamos para las tres coordenadas cualesquiera obtenidas en cada medición sobre el anillo tendremos:

$$(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 = r^2 \quad (3)$$

$$(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 = r^2 \quad (4)$$

$$(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 = r^2 \quad (5)$$

Si consideramos la diferencia entre las ecuaciones (3) y (4) y entre (4) y (5) tenemos:

$$2x_0(x_2 - x_1) + 2y_0(y_2 - y_1) = -x_1^2 + x_2^2 - y_1^2 + y_2^2 \quad (6)$$

$$2x_0(x_3 - x_1) + 2y_0(y_3 - y_1) = -x_1^2 + x_3^2 - y_1^2 + y_3^2 \quad (7)$$

luego a partir de este análisis obtenemos los valores de ordenadas al origen  $x_0$ ,  $y_0$  que sustituidos en las ecuaciones 3 a 5 nos da el radio del anillo.

### 5.1 INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN MÉTODO B

Si bien la incertidumbre para las mediciones en este método puede ser evaluada a partir de considerar las derivadas parciales de cada una de las variables y componerlas cuadráticamente [2], se optó por utilizar el método simulación de Montecarlo.[7]

A través de esta simulación se consideró la generación de una cantidad de 200 números aleatorios para cada punto de medición  $x$  e  $y$  en cada serie de medición estableciendo como desvío estándar de dichos números la componente de incertidumbre del tipo B (no estadística) que surge de:

$$\mu_B = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{R}{3}\right)^2 + \left(\frac{U_c}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t \cdot \alpha \cdot l}{2 \cdot \sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{e}{3}\right)^2} \quad (8)$$

donde:

R : resolución del tornillo micrométrico de la mesa del proyector

$U_c$  : Incertidumbre de calibración del tornillo micrométrico en los ejes  $x$  e  $y$

$\Delta t$  : Variación de temperatura durante la medición respecto a la referencia de 20°C

$\alpha$  : coeficiente de dilatación térmica del anillo a medir

l : longitud del anillo a medir

e : estabilidad temporal del anillo.

Luego la incertidumbre de tipo A (estadística) surge de considerar el desvío estándar del promedio de las series de mediciones de cada participante:

$$\mu_A = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

La incertidumbre combinada expandida para un factor de cubrimiento de k=2 en distribución normal para el 95% es:

$$U_{(MB)} = 2 \cdot \sqrt{(\mu_A)^2 + (\mu_B)^2} \quad (10)$$

## 5.2 VALORES OBTENIDOS DE LAS MEDICIONES DEL MÉTODO B

### *Operador 1 Método B*

Promedio:	50,003 mm
Desviación estándar del promedio $\mu_A$ :	7 $\mu\text{m}$
Incertidumbre combinada expandida:	14 $\mu\text{m}$

### *Operador 2 Método B*

Promedio:	50,015 mm
Desviación estándar del promedio $\mu_A$ :	6 $\mu\text{m}$
Incertidumbre combinada expandida:	13 $\mu\text{m}$

### *Operador 3 Método B*

Promedio:	50,025 mm
Desviación estándar del promedio $\mu_A$ :	12 $\mu\text{m}$
Incertidumbre combinada expandida:	24 $\mu\text{m}$

### *Operador 4 Método B*

Promedio:	49,990 mm
Desviación estándar del promedio $\mu_A$ :	7 $\mu\text{m}$
Incertidumbre combinada expandida:	15 $\mu\text{m}$

### 5.3. RESUMEN DE LAS MEDICIONES MÉTODO B

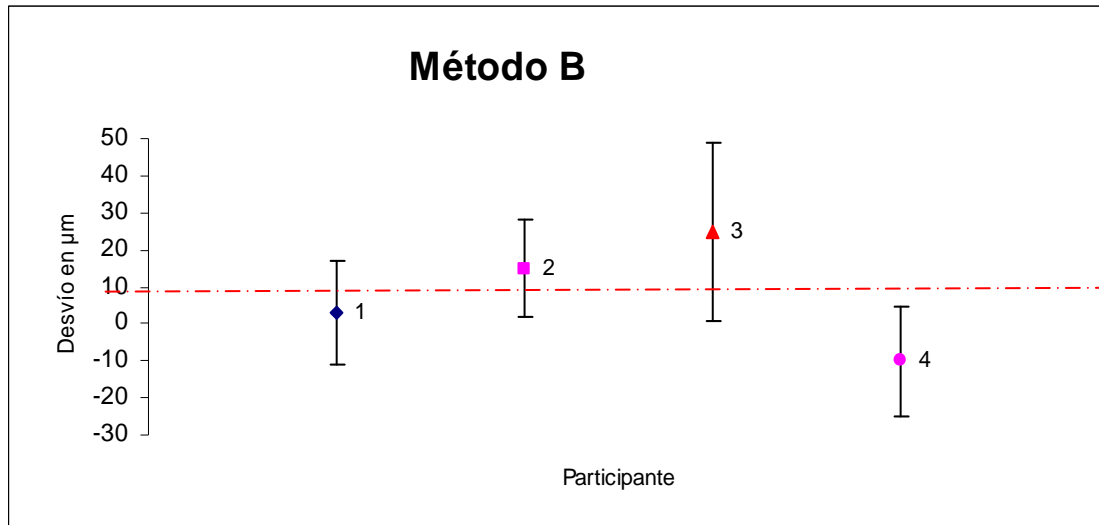


Gráfico 2: Desvíos observados para cada participante de la UTN en el método B

En el gráfico 2 se ha graficado los desvíos de cada uno de los participantes con su banda de incertidumbre. Estos desvíos están expresados en micrómetros referidos al valor informado por el laboratorio del ENAC [8]:  $(50,009\ 8 \pm 0,002\ 2)$  mm

### 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

La reproducibilidad en las mediciones de los integrantes de un laboratorio puede ser evaluada cuando dos o mas participantes realizan las mismas mediciones, en este caso, utilizando un mismo mensurando aplicando dos métodos de medición diferentes.

La dispersión general resulta así sensiblemente mayor a la que puede anticiparse considerando la dispersión observada por cada uno de los participantes.

Para el análisis consideraremos el Método de Youden.[3,4] Este análisis es utilizado fundamentalmente en comparaciones interlaboratorios. Permite separar los desvíos de componentes estadísticos de los de componentes sistemáticas.

Para nuestra aplicación vamos a considerar los dos métodos utilizados. Se asume que uno de ellos, como ser el método B, introduce una fuente de incertidumbre más elevada que puede ser de tipo estadística o sistemática.

Cada participante del laboratorio genera de esta forma un resultado en X para el caso del método A y un resultado en el eje Y para el caso del método B. Estos resultados permiten la

construcción del gráfico de Youden a partir del cual se obtiene el diagnóstico de aptitud de las mediciones.

De esta forma el par de resultados de cada participante para ambos ejes es un punto en el gráfico. Es decir que habrá en nuestro caso 4 puntos correspondientes a los pares de valores de cada operador y además un punto de origen que será el valor de referencia a considerar para la evaluación. Las curvas trazadas a partir de estos puntos corresponden a las incertidumbres para  $k=2$  estimadas para cada caso según valores informados mas arriba.

En general, los resultados demuestran acuerdo entre los cuatro operadores. Si bien el operador 3 para el método B aparta sus valores del valor medio de referencia, existe un acuerdo cuando se considera las incertidumbres de ambos. Esta situación se observa también para el operador 3 pero en éste caso corresponde al método A de medición del anillo. La curva con línea punteada del gráfico 3 corresponde al círculo de confianza donde se observa que los puntos medios de los participantes quedan dentro de este, siendo por tal motivo los valores obtenidos de carácter satisfactorio, no observándose un significativo desvío sistemático en las mediciones.

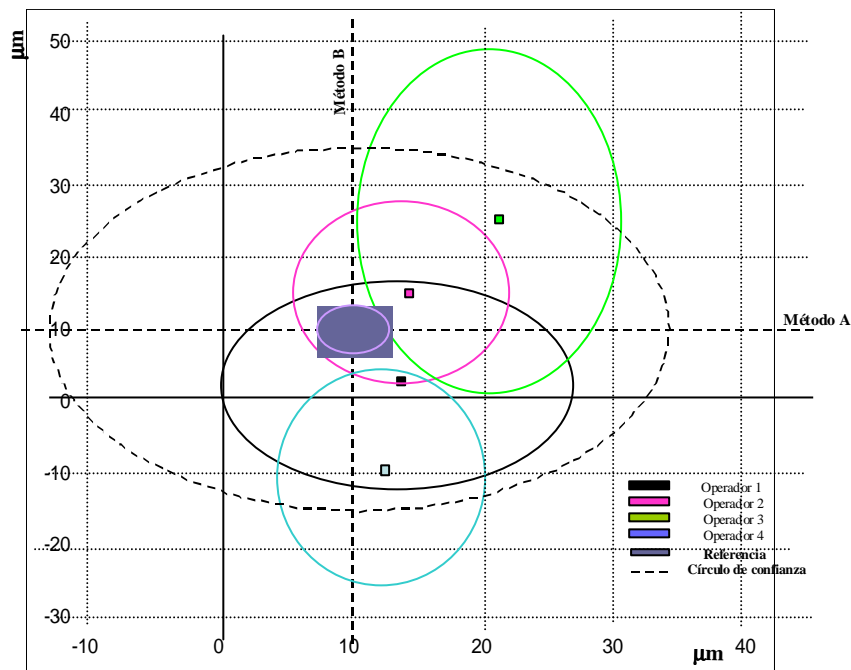


Gráfico 3: Gráfica de Youden

Cabe consignar que los valores de incertidumbre declarados por la referencia, son asumidas de igual manera para ambos métodos. En la realidad esta situación no es tal, dado que el laboratorio de referencia efectuó la determinación del diámetro del anillo por el método convencional y no por los métodos propuestos en el protocolo de intercomparación.

Otro método utilizado para la comparación de los resultados de las mediciones es el error normalizado. En este método comparamos el resultado de cada laboratorio con el valor de referencia y cada método por separado.

La expresión de la ecuación es:

$$e_n = \frac{V_{op} - V_{ref}}{\sqrt{U_{op}^2 + U_{ref}^2}} \quad [7] \quad (11)$$

donde:

- $e_n$  : error normalizado calculado para cada método
- $V_{op}$  : Valor de medición obtenido por cada operario
- $V_{ref}$  : valor de referencia, en este caso del laboratorio del ENAC
- $U_{op}$  : Incertidumbre estimada en cada método de medición por cada operario
- $U_{ref}$  : Incertidumbre medición estimada por el laboratorio del ENAC

Los valores de la evaluación del Error normalizado son los indicados en la tabla 3:

*Tabla 3: Evaluación del error normalizado*

	<b>método A</b>	<b>Método B</b>
Operador 1	0,18	-0,47
Operador 2	0,58	0,39
Operador 3	0,99	0,62
Operador 4	0,37	-1,31

Los valores obtenidos por medio de la ecuación de error normalizado (11) fueron, para la mayoría de los puntos, inferiores al 0,7.

Solamente un operador presenta un valor superior a  $\pm 1$ .

## **7. CONCLUSIONES:**

Este primer análisis de los resultados permite efectuar las siguientes evaluaciones:

- 1- Demuestra un buen acuerdo de las mediciones entre los integrantes del laboratorio de Metrología de la Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional de Buenos Aires.
- 2- Si bien el método de medición del diámetro interno de un anillo patrón, de las características correspondientes a la transferencia utilizada, no es normalmente empleado, sirvió para evaluar la capacidad de medición aplicando el método de proyección.

- 3- Los resultados aquí obtenidos se evaluarán con los determinados por la Universidad Politécnica de Madrid- España quienes emplearon los mismos métodos de medición.
- 4- A partir de este análisis se coordinará la elaboración del informe final entre ambas instituciones para acordar un informe final de resultado el que si amerita será publicado.
- 5- La ejecución de este trabajo de intercomparación permitirá cumplir en gran parte con los requisitos correspondientes a trabajos de intercomparación solicitados por la norma ISO 17025 en el proceso de acreditación del laboratorio de la UTN
- 6- Capacitar a los alumnos de la cátedra de Metrología e Ingeniería de la Calidad de la especialidad Mecánica sobre los conceptos concernientes a evaluaciones metrológicas y tratamiento de datos e incertidumbres de medición.
- 7- Abre un ámbito de discusión para que en campo de la industria, donde se disponga de equipamiento de estas características, se pueda efectuar determinaciones con niveles de exactitud como las declaradas.

**Agradecimientos:** Quiero agradecer al Departamento de Mecánica de la UTN por el apoyo brindado para llevar adelante el trabajo, a la Universidad Politécnica de Madrid, a los colegas del laboratorio de Metrología de la UTN-FRBA con quienes hemos intercambiado enriquecedoras opiniones sobre el los procesos de medición y al Lic. Fernando Kornblit del INTI con quien mantuvimos interesantes discusiones sobre el tratamiento de las incertidumbres puestas en juego.

## **8. REFERENCIAS**

- [1] Document EA-4/02 European co-operation for Accreditation: Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration 1999.
- [2] Guía para la Expresión de Incertidumbres de Medición Traducción INTI (BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 1993)
- [3] Evaluación estadística – Análisis de Youden – Antonio Perez – 2004
- [4] SIM Force Standards Comparison – Torres Guzmán CENAM 2005
- [5] Procedimiento para la Intercomparación entre España y Argentina. UPM-2006.
- [6] Statistical methods for use in proficiency testing by interlaboratory comparisons ISO/DIS 13528:2002 (E)
- [7] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement Supplement 1 – Numerical Method for the Propagation of Distribution: JCGM-2004
- [8] Certificado de calibración Lab. De Metrología FREMAP Nro. 7315 ENAC-España