

MÉTODO MATEMÁTICO PARA LA OBTENCIÓN DE LAS CURVAS DE INTERSECCIÓN DE TUBOS EN ESTRUCTURAS RETICULADAS

Martín Arregui¹, Nicolás Pontelli¹

¹ *Departamento de Ingeniería Mecánica – Instituto Tecnológico de Buenos Aires
Av. Eduardo Madero 399, (C1106ACD) Buenos Aires, Argentina –
e-mail: marregui/npontell@alu.itba.edu.ar*

RESUMEN

En la construcción de estructuras tubulares reticuladas soldadas de calidad, resulta necesario cortar con precisión los extremos de los tubos para alcanzar un encastre óptimo en cada nodo. La geometría del corte toma formas variadas y extrañas de acuerdo con los diámetros y los ángulos relativos de las partes.

En este trabajo se propone un método para calcular la geometría de los extremos de N tubos de diferentes diámetros que convergen en un nodo. El método propuesto se basa en un algoritmo que discretiza los tubos, buscando la intersección de partes de sección poligonal. Al aumentar la discretización, la solución obtenida tiende a la de la intersección real. El algoritmo desarrollado fue implementado con la herramienta MatLab y no está limitado exclusivamente a secciones circulares, sino que es capaz de resolver intersecciones entre geometrías de cualquier tipo.

El método también contempla el orden en que se sueldan los elementos. Por este motivo, este dato debe ser también una entrada del programa junto con la ubicación de los nodos, la distribución de los tubos dentro del reticulado y sus respectivos diámetros. La salida del programa consiste en las coordenadas cilíndricas de los puntos extremos de los tubos. Este enfoque en la presentación de los datos de salida tiene por objetivo el proveer información para una eventual máquina automática de corte de tubos mediante dos movimientos: uno axial y otro de rotación respecto del eje.

El método fue validado utilizando un encuentro de dos tubos. Implementando diferentes discretizaciones para los tubos, se verificó que para un refinamiento superior a 500 el error respecto de la solución analítica fue inferior a 0.5% del diámetro. Este valor se condice con las exigencias habitualmente encontradas en la industria.

Palabras Claves: Método, Intersección, Tubos, Corte, Reticulado.

1. INTRODUCCIÓN

El uso de estructuras tubulares se ha difundido en la mayoría de los campos de la industria, particularmente en campos sofisticados como la ingeniería naval, aeronáutica y espacial. El proceso de construcción de las estructuras tubulares puede resumirse en tres etapas de trabajo sobre los distintos eslabones que la componen: corte, posicionamiento y soldadura. Para lograr un adecuado encastramiento, con mínimo material de aporte y máxima resistencia de conjunto, es necesario conocer y conformar la geometría final de cada tubo. Esta geometría depende de la posición relativa entre las partes a soldar, y se obtiene a partir de la intersección del tubo con los otros elementos de la estructura básica. Por ejemplo la intersección perpendicular de dos tubos de sección circular presenta el natural inconveniente de que uno de ellos deberá tener en su extremo una forma conocida como "boca de pescado" [1]. El problema se complica cuando se tiene que realizar un encuentro múltiple (por ejemplo de cinco tubos) situación que se encuentra habitualmente en vehículos aeronáuticos.

Actualmente existen numerosos programas que ofrecen una solución a esta problemática. Estos programas presentan muchas limitaciones. En algunos casos sólo permiten resolver el encuentro entre dos tubos (contenidos en un único plano). En otros casos, el proceso de resolución se torna sumamente complejo debido a que estos programas no fueron diseñados con este fin. Cuando se necesita resolver un encuentro multitubular tridimensional es necesario contar con una herramienta ágil y eficiente.

En este trabajo se presenta una aplicación basada en MatLab [2] que permite resolver el encuentro multitubular multidimensional sin límite de elementos de diámetros distintos, proveyendo como salida figuras tridimensionales de la estructura y de sus componentes junto con un archivo con el desarrollo parametrizado de cada elemento. La aplicación desarrollada admite trabajar con error variable de modo de optimizar la relación precisión-tiempo de cálculo.

2. MÉTODO

La curva de encuentro entre dos tubos cilíndricos de radios iguales y perpendiculares entre sí, se puede obtener analíticamente resolviendo las Ecuaciones (1) y (2).

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (1)$$

$$x^2 + z^2 = r^2 \quad (2)$$

Siendo x , y y z las coordenadas de las piezas en el sistema cartesiano y r el radio de las mismas. La expresión (3) es una función parametrizada en x que representa la solución del sistema de Ecuaciones (1) y (2).

$$f(x, y, z) = \begin{cases} f_1(x) = (x, \sqrt{r^2 - x^2}, \sqrt{r^2 - x^2}) \\ f_2(x) = (x, -\sqrt{r^2 - x^2}, \sqrt{r^2 - x^2}) \\ f_3(x) = (x, \sqrt{r^2 - x^2}, -\sqrt{r^2 - x^2}) \\ f_4(x) = (x, -\sqrt{r^2 - x^2}, -\sqrt{r^2 - x^2}) \end{cases} \text{ para } -r \leq x \leq r \quad (3)$$

En este trabajo se propone una manera alternativa de resolución del problema reemplazando los cilindros por cuerpos de sección poligonal (ver Figura 1).

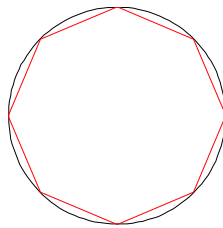


Figura 1. Modelado de los tubos.

La solución obtenida a partir de este enfoque es un conjunto de segmentos de recta que resulta de las intersecciones entre los planos provenientes de los dos cilindros. Estos segmentos se obtienen a partir de las Ecuaciones de los planos a intersecar cuya expresión está indicada en (4), siendo a, b, c y d constantes. La ventaja de implementar la solución del problema con un enfoque discreto es que se pueden utilizar las mismas ecuaciones independientemente de la cantidad de tubos y sus orientaciones.

$$a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d = 0 \quad (4)$$

3. RESULTADOS

La siguiente sección se encuentra dividida en tres subsecciones. La primera compara el cálculo teórico de la intersección entre dos tubos con los resultados obtenidos por el método presentado. En la segunda subsección se presenta la resolución de los cortes de tubos en un nodo de una estructura reticulada. Y la tercera muestra la aplicación del método para secciones no circulares.

3.1. Comparación entre la solución teórica y la calculada por el método para un encuentro de dos tubos

Para validar el procedimiento presentado se resuelve un caso particular de un encuentro de dos tubos (ver Figura 2a). Para dicho caso se busca comparar los resultados obtenidos aplicando el procedimiento desarrollado contra los calculados en forma teórica. En la Figura 2b se muestra la respuesta del procedimiento.

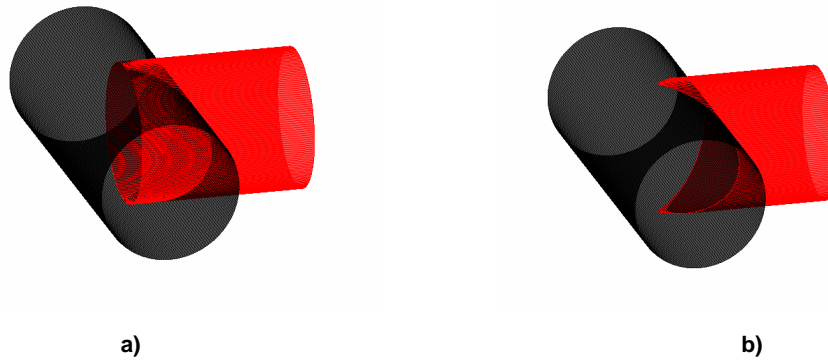
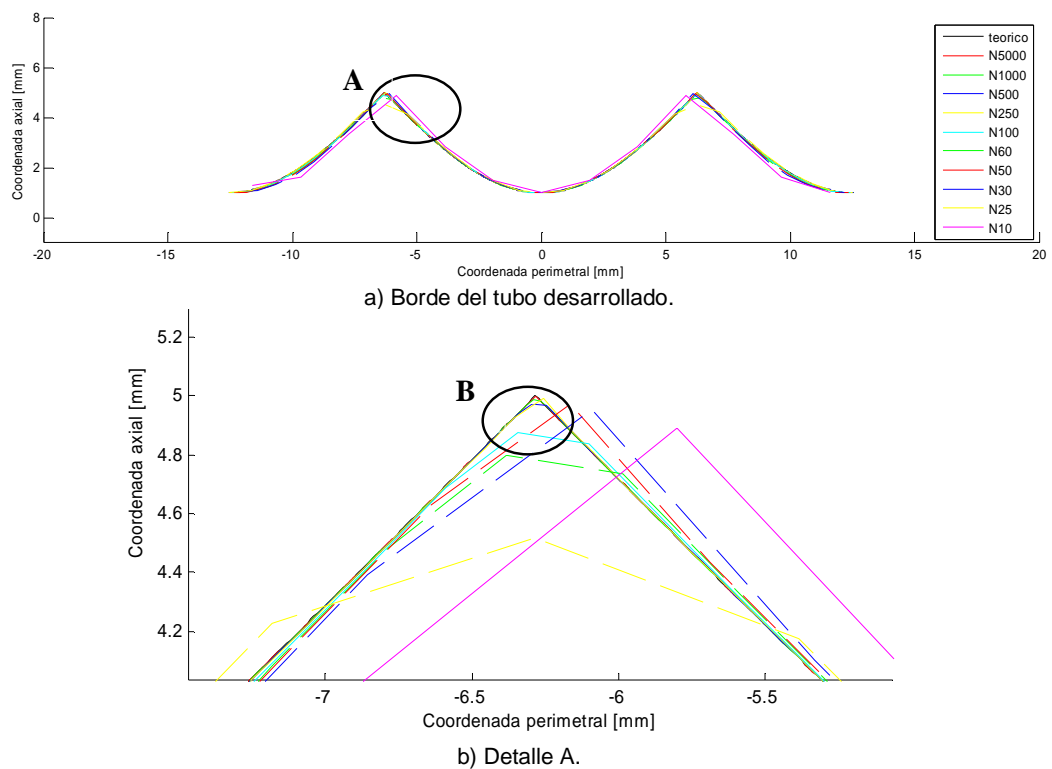


Figura 2. Encuentro propuesto.

Para poder comparar las diferentes respuestas se desarrolla el tubo cortado y se lo lleva al plano. De esta manera es posible comparar las posiciones del borde del tubo para el resultado teórico y para los obtenidos a partir del programa para diferentes niveles de discretización de los cilindros. En la Figura 3 se muestra la comparación de los resultados obtenidos.



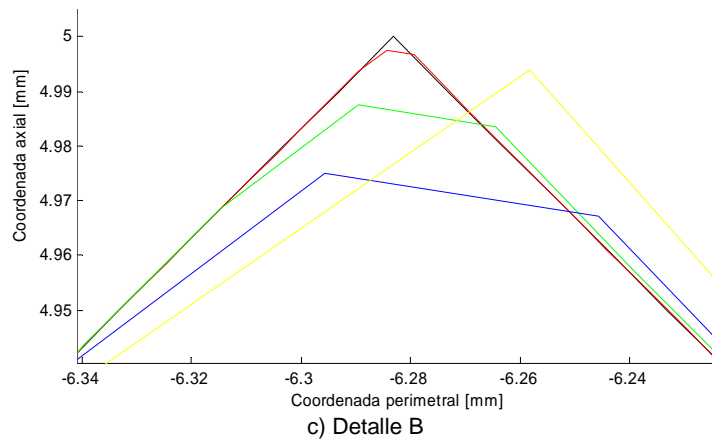


Figura 3. Comparación de resultados.

De la Figura 3 se ve que a medida que se aumenta la discretización de los tubos la curva calculada tiende a la obtenida teóricamente. Esto se ve más claramente en la Figura 4. La misma muestra el máximo error entre las curvas obtenidas y la teórica para diferentes refinamientos. El error graficado es porcentual respecto del diámetro del tubo.

De la Figura 4 se puede ver que no se requiere una excesiva discretización para obtener errores aceptables para la gran mayoría de los casos de aplicación del algoritmo desarrollado. Al definir el error requerido en el cálculo también es necesario tener en cuenta la potencia de cálculo requerida como muestra la Figura 4.

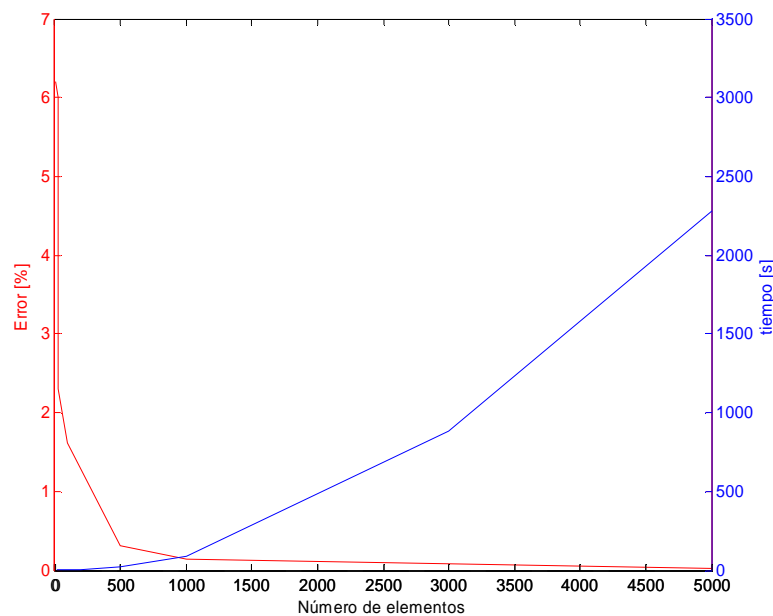


Figura 4. Convergencia del modelo.

3.2. Resolución del encuentro de tubos en un nodo de un reticulado

Una vez conocido el comportamiento del algoritmo frente a un caso real de un encuentro, se lo utiliza en un caso de aplicación más complejo. En esta sección se aplica la herramienta desarrollada a un encuentro de 4 tubos de diferentes diámetros (ver Figura 5) para mostrar su capacidad y versatilidad. Los diámetros de los tubos utilizados se muestran en la Tabla 1.

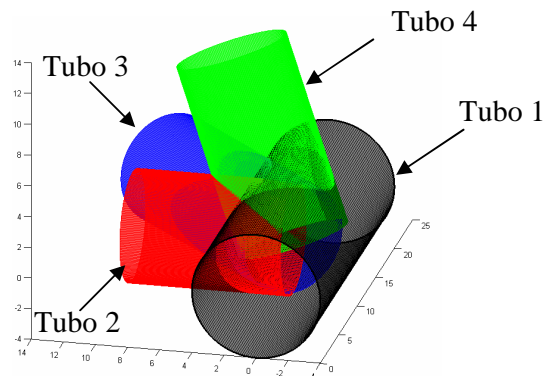


Figura 5. Encuentro a resolver.

Tabla 1. Diámetros de los tubos.

Tubo	Diámetro [mm]
1	8
2	7
3	7
4	7

Existen dos formas de calcular un encuentro. La primera (Método A) implica soldar parte del perímetro de cada tubo que se agrega (excepto el último) obteniendo un nodo "hueco". La segunda (Método B) implica soldar todo el perímetro de cada tubo que se agrega al nodo, sin importar que tubos se agreguen posteriormente, por lo tanto se debe definir el orden en que se sueldan los tubos. El mismo se supone 1, 2, 3, 4.

La Figura 6a muestra los desarrollos de las intersecciones del tubo 2 con los otros tubos que llegan al nodo en cuestión. Las Figuras 6b a 6h muestran todos los posibles cortes generados a partir de las curvas de la Figura 6a. Las Figuras 6c, 6d y 6e corresponden a casos donde el tubo que se está calculando es el segundo de la secuencia de soldado. Las Figuras 6f, 6g y 6h corresponden al caso en que existen dos soldaduras previas al tubo que se calcula. La Figura 6b es la curva que corresponde al caso en que el tubo que se calcula se suelda en último lugar. Dependiendo del método adoptado (A o B) y el orden en que se sueldan los tubos en el nodo se elige uno de los cortes presentados. La curva elegida en el método A no depende del orden de soldado y por lo tanto es siempre la misma. Si se considera el método B, la curva elegida

puede variar dependiendo de la secuencia de soldado de los tubos, teniendo en cuenta cuáles se sueldan antes y después del que se está calculando.

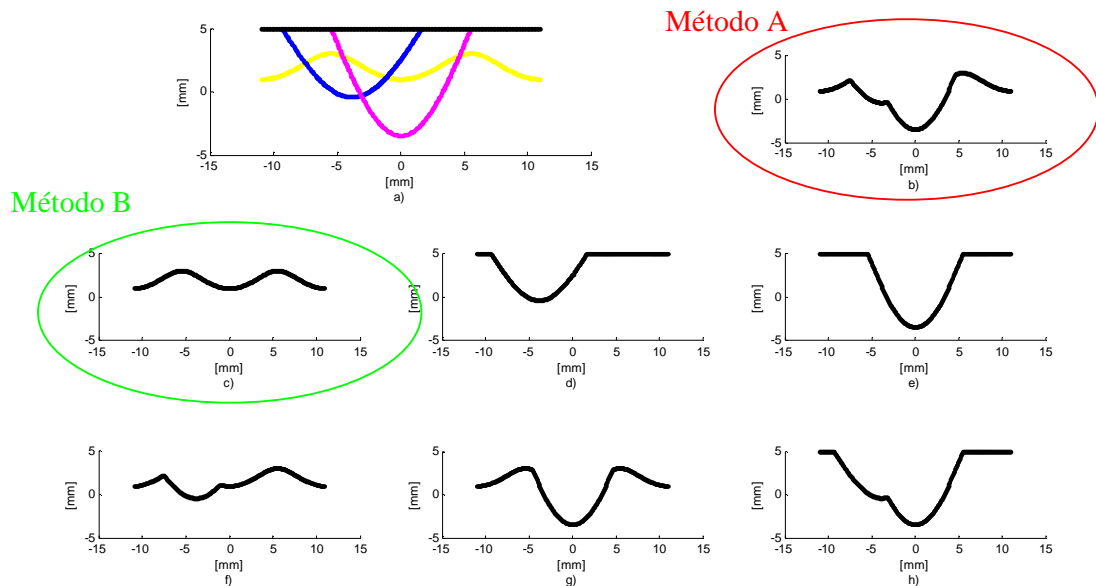


Figura 6. Posibles perfiles para el tubo 2.

En la Figura 7 se muestra el tubo 2 cortado según ambos métodos y ubicado en posición dentro del reticulado.

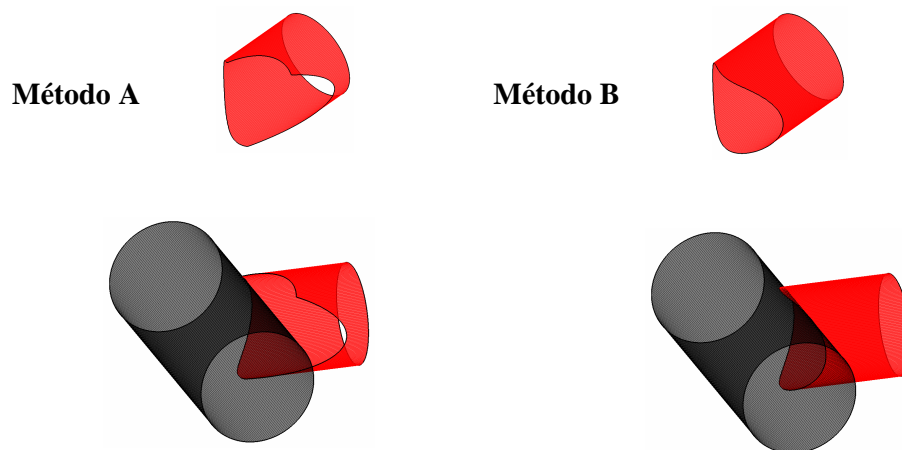


Figura 7. Tubo 2 cortado según ambos métodos.

En la Figura 8 se muestran los desarrollos de las curvas de intersección para el tubo 3.

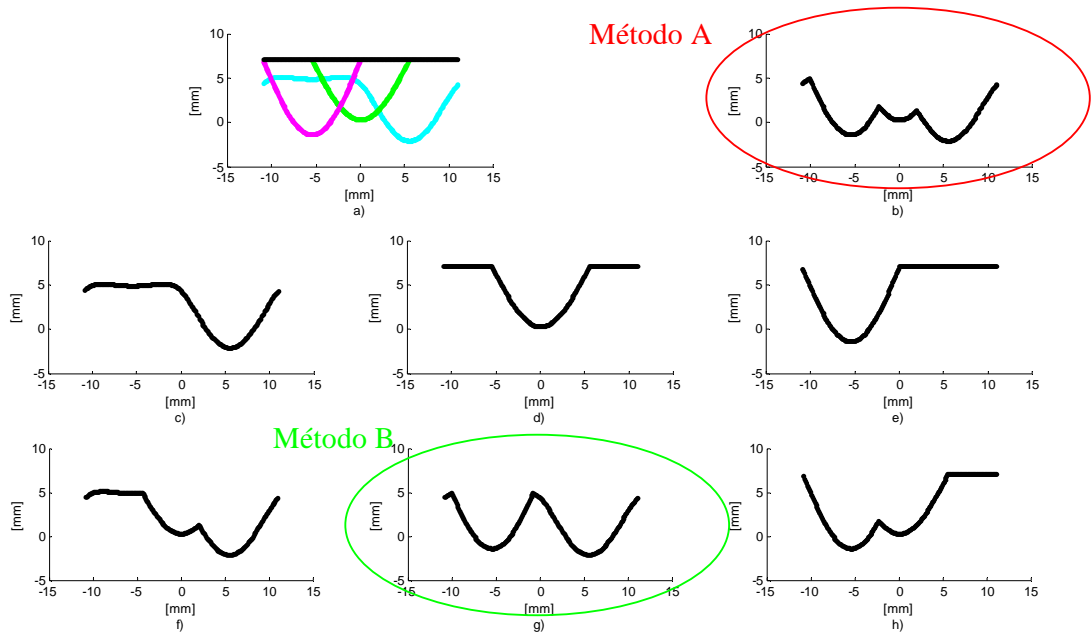


Figura 8. Posibles perfiles para el tubo 3.

En la Figura 9 se muestra el tubo 3 cortado por ambos métodos y ubicado en posición dentro de la estructura.

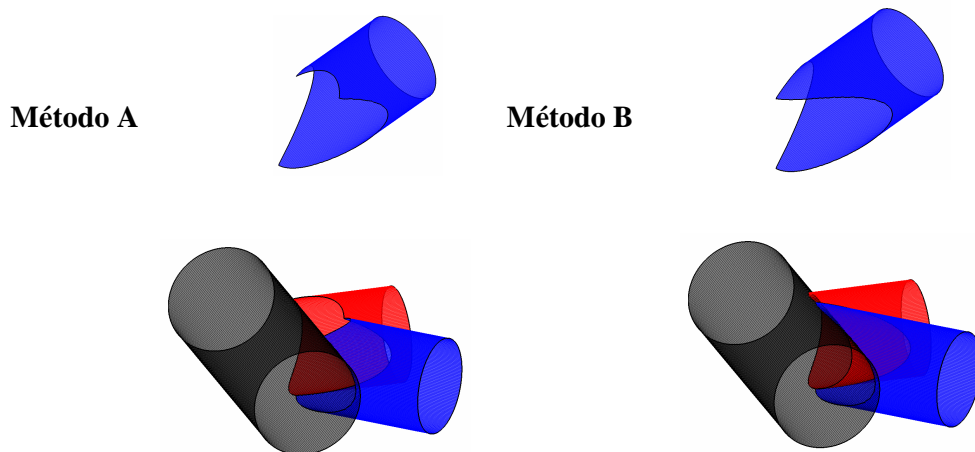


Figura 9. Tubo 3 cortado según ambos métodos.

En la Figura 10 se muestran las posibles formas de cortar el tubo 4.

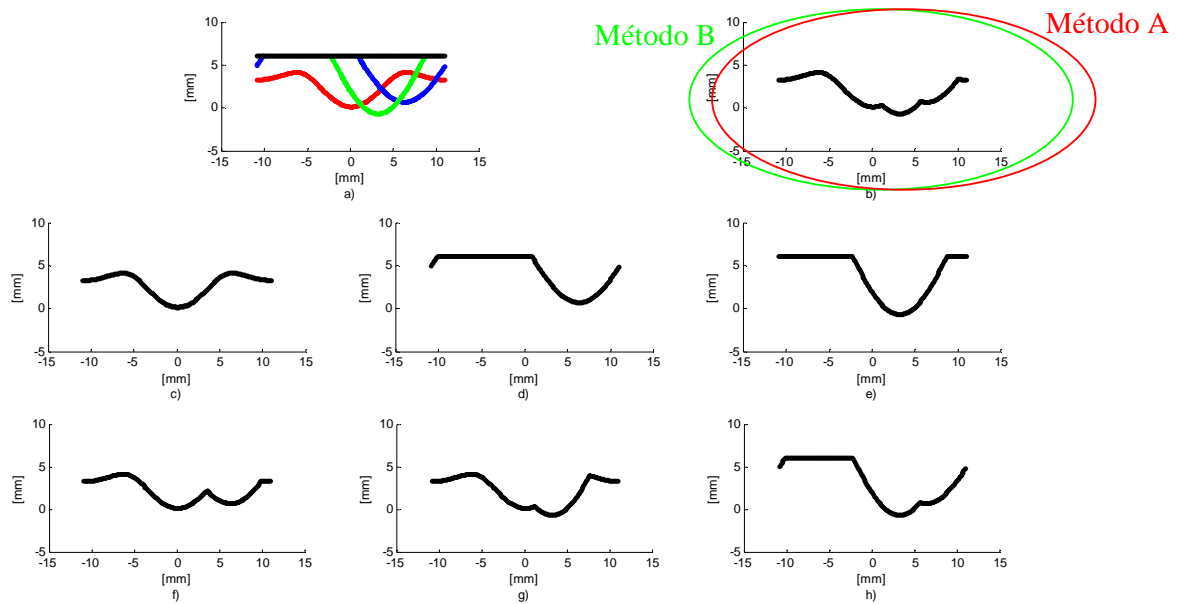


Figura 10. Posibles perfiles para el tubo 4.

En el caso del tubo 4 el corte resulta ser el mismo en ambos métodos, ya que para el método B éste es el último en ubicarse. En la Figura 11 se muestra el tubo 4 cortado y el nodo calculado con todos los tubos en posición para ambos métodos.

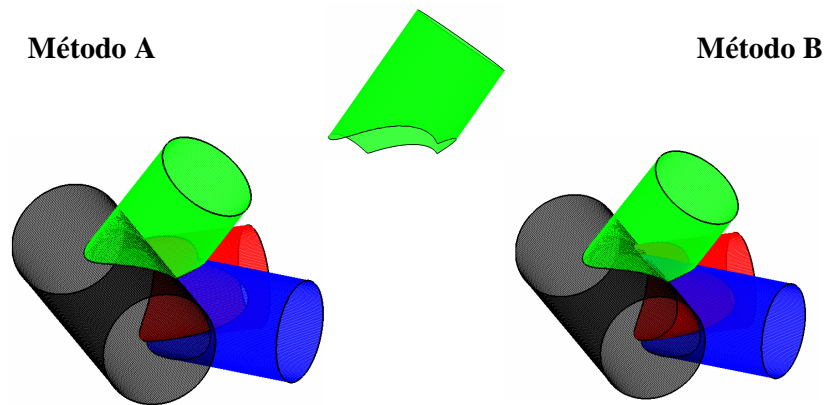


Figura 11. Tubo 4 cortado según ambos métodos.

3.3. Intersección entre cuerpos de secciones no circulares

El método matemático desarrollado, debido a su estructura y forma de cálculo, no se limita sólo a estructuras de secciones circulares. Para probar su capacidad se calcula la intersección de una chapa acanalada con otras dos dispuestas de manera arbitraria, ver Figura 12. La Figura 13a muestra la chapa recortada. En la Figura 13b y 13c se muestra la chapa recortada en la estructura original.

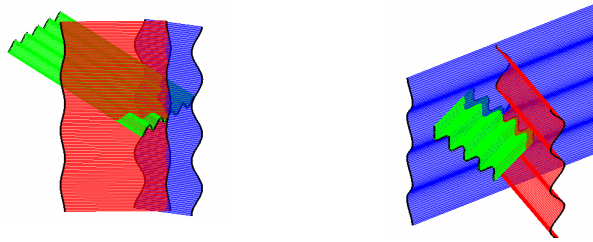


Figura 12. Intersección entre cuerpos de secciones no circulares.

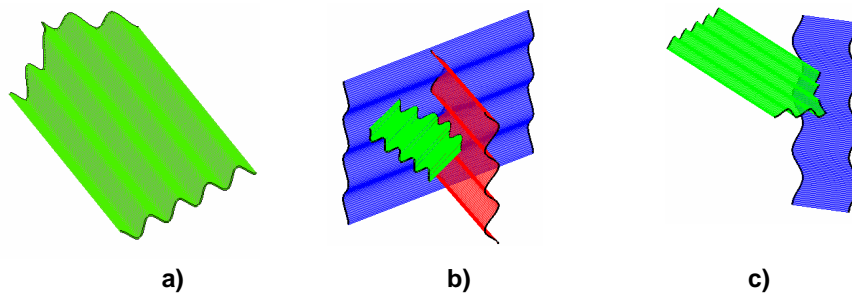


Figura 13. Puntos de intersección entre chapas y chapa cortada.

4. CONCLUSIONES

- Se ha desarrollado un algoritmo capaz de calcular la intersección entre superficies de cualquier tipo con un error acorde a las exigencias habituales de la industria.
- El método presentado tiene una gran versatilidad ya que no está limitado en cuanto a las formas que es capaz de calcular. El cálculo de intersecciones resulta tan complejo como sea la discretización de la geometría a intersectar.
- En el cálculo de la intersección de tubos los resultados presentados son los desarrollos de las curvas de intersección. Esta información contiene la posición axial y angular del borde del tubo. Conociendo esta información es posible implementar el corte de los tubos con una máquina que ofrezca dos movimientos: uno axial y uno de rotación respecto del eje del tubo.
- El algoritmo presentado puede resultar útil en el diseño de piezas ya que permite su visualización en una etapa previa a la fabricación.

5. REFERENCIAS

- [1] F. Izquierdo Asensi, "Geometría Descriptiva", Editorial Dossat S.A. Madrid. 17ª Edición (1992)
- [2] *MatLab help* Versión R2006a© 1994-2007 The MathWorks, Inc.

Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean agradecer al MSc. Ing. Norberto Lereñegui por el permanente incentivo y apoyo durante la realización del trabajo.