



## TÉCNICA DE MEDICIÓN DE VIBRACIONES TORSIONALES

Guillermo D. Chiappero \*, José E. Stuardi y Raúl J. Ritta

\* Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Universidad Nacional de Córdoba  
Av. Vélez Sársfield 1611, 5000 – Córdoba, Argentina  
correo-e: guillermochiappero@hotmail.com

### RESUMEN

En este trabajo se presenta una técnica de medición y análisis de vibraciones torsionales en máquinas rotantes que utiliza instrumentación de uso común en la industria local. Se describen los principios físicos en que se basa la técnica de medición propuesta y los procedimientos empleados durante el trabajo experimental de puesta a punto. Debido a que gran parte de los problemas asociados a vibraciones torsionales suelen ocurrir a velocidades de operación constante, los ensayos fueron realizados bajo esa condición.

La técnica propuesta se basa en generar una señal para lectura, que resulta ser una portadora modulada en frecuencia cuando se producen vibraciones torsionales. Luego esta señal es procesada utilizando un analizador de vibraciones de alta resolución o un software adecuado para obtener la Transformada Rápida de Fourier. Del análisis de la transformada se obtienen las amplitudes y las frecuencias de las vibraciones torsionales.

Los ensayos de laboratorio, que permitieron la calibración de la técnica de medición, fueron realizados sobre un modelo mecánico que genera artificialmente oscilaciones torsionales utilizando una junta Hooke. Los resultados de los ensayos realizados demostraron la aptitud de la técnica propuesta para medir amplitudes y frecuencias de vibraciones torsionales. Se prevé la aplicación directa de la técnica desarrollada en modelos y problemas reales, para la validación de la herramienta destinada a la medición y diagnóstico de problemas en máquinas rotantes.

**Palabras Claves:** *Medición de vibraciones torsionales, turbomáquinas, técnicas de diagnóstico.*

### REFERENCIAS

- [1] Stansfield R., The Measurement of Torsional Vibrations, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 48(1):175-193, 1942.
- [2] Muszinska A., Rotordynamics, Taylor & Francis, 2005.
- [3] Wachell J.C. and Szenasi J., Analysis of torsional vibration in rotating systems, Proceedings of the 22th Turbomachinery symposium, Turbomachinery Laboratory, Texas A&M College Station, pp 213-238, Texas, 1993.



## 1 INTRODUCCIÓN

En la literatura se han reportado gran cantidad de casos referidos a problemas causados por vibraciones torsionales en máquinas industriales [1-3]. A raíz del incremento en la potencia demandada por el crecimiento de la producción, el estudio de las causas y los efectos de ese tipo de vibraciones es un aspecto importante a tener en cuenta por ingenieros de mantenimiento y de diseño.

Si bien existe en el mercado una gran variedad de instrumentos para la medición y análisis de vibraciones por flexión en máquinas rotantes, no ocurre lo mismo en el caso de la torsión. Esa situación motivó que en este trabajo se aborde específicamente el problema de la medición de vibraciones torsionales.

Uno de los métodos más empleados para medir vibraciones torsionales utiliza galgas extensiométricas (*strain gages*) [4] pegadas sobre la superficie del eje rotante y orientadas en las direcciones de mayor tensión. Este método da buenos resultados cuando es correctamente aplicado y calibrado, sin embargo tiene varias desventajas de orden práctico:

- 1) En primer lugar, la señal deber ser transferida desde el eje en rotación a la unidad de medición.
- 2) En segundo lugar, la suciedad o radio interferencia pueden reducir la relación señal/ruido.
- 3) Por otra parte, un montaje inadecuado de los strain gages puede captar señales debidas más a la deformación del eje por flexión que por torsión.
- 4) Finalmente, el pegamento que mantiene adheridas las galgas extensiométricas a la superficie del eje, se puede deteriorar por causas tales como temperatura o productos químicos.

En suma, teniendo en cuenta todos estos factores, cuando se trata de realizar una buena medición, tanto la instalación como la puesta a punto pueden hacer que la aplicación de esta técnica se torne restrictiva, ya sea por su alto costo o por el tiempo necesario para realizarla.

Otro sistema de medición utiliza como transductor a un torsiógrafo [5]. Su rango de operación es aproximadamente de 3 a 1000 Hz. Feese y Hill [6], en su trabajo sobre problemas de vibraciones torsionales en máquinas alternativas, explican que debido a una serie de desventajas comparativas con otras técnicas de medición, este tipo de transductor se ha dejado de producir y su uso actual en la industria es cada vez menos frecuente.

Cabe destacar que, por los problemas ya mencionados, los dos métodos descriptos anteriormente que usan extensímetro o torsiógrafo para medir la velocidad angular pueden producir diferentes resultados aún en casos donde los sensores sean aplicados en la misma posición. Además, la selección del tipo de transductor y su ubicación requieren que el operador tenga una gran experiencia con los modos de vibración del equipo a estudiar, ya que en caso contrario debe realizarse un gran número de mediciones en diferentes lugares para determinar los modos de vibrar en forma experimental.

Otros instrumentos de medición modernos se basan en la utilización de sistemas láser con procesamiento basado en el principio Doppler [7]. Milers y colaboradores [8] mostraron la aplicación de un sistema láser basado en el principio Doppler en el cigüeñal de un motor diesel de 4 cilindros



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL ÁREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

y 2 litros. Este tipo de instrumentos resulta de muy alto costo, sobre todo cuando las mediciones deben ser realizadas en varios puntos simultáneos del eje de una máquina.

Por las razones descritas anteriormente, resulta importante investigar técnicas que permitan realizar estas mediciones de una manera exacta y más sencilla y que además, requieran de instrumental de uso común en la industria local. En este sentido, la utilización de sensores sin contacto, parece ser una buena alternativa para la realización de las mediciones.

A menudo, una rueda dentada se encuentra solidaria a uno de los ejes que conforma la cadena cinemática sobre la cual interesa realizar el estudio. La rueda dentada constituye un excelente generador de frecuencias para el sensor sin contacto cuya señal puede registrarse para luego ser procesada y analizada de manera conveniente.

El método de medición que es investigado en este trabajo, utiliza una señal modulada en frecuencia la cual es producida por un transductor ubicado en la proximidad de una rueda dentada. Los principios en los que se basa esta técnica de medición se detallan en la sección 3.

## 2 OBJETIVOS Y ALCANCE DEL TRABAJO

### 2.1 Objetivo general

Evaluar una técnica para la medición y análisis de vibraciones torsionales a través de mediciones sin contacto, utilizando instrumental de uso común en la industria.

### 2.2 Objetivos específicos

- Definir la técnica propuesta para la medición y análisis de vibraciones torsionales, su alcance y limitaciones.
- Seleccionar los instrumentos de medición a ser utilizados y reconocer sus características.
- Construir un modelo mecánico capaz de generar artificialmente vibraciones torsionales controladas que sea apto para aplicar la técnica de medición y análisis.
- Establecer condiciones de ensayo que permitan evaluar a la técnica propuesta para la medición y el análisis posterior.
- Realizar ensayos en un modelo mecánico (caso de estudio), efectuar mediciones pertinentes y evaluar los resultados.

### 2.3 Alcance

El enfoque de este trabajo es esencialmente experimental, pero se realizan comparaciones con resultados teóricos para evaluar la técnica de medición y análisis utilizada.

Los diferentes ensayos se realizan a velocidades constantes ya que gran parte de los problemas de vibraciones torsionales se observan en máquinas que se encuentran trabajando en condiciones normales de operación.



### 3 ANÁLISIS DE VIBRACIONES TORSIONALES

En esta sección se describen los principios físicos en los que se basó el análisis de vibraciones torsionales en los distintos ensayos.

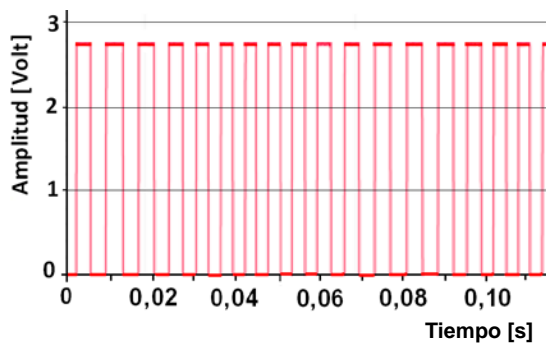
#### 3.1 Método de medición

El método de medición consiste en generar de una señal de lectura, considerada como una portadora, la cual es modulada en frecuencia cuando se producen vibraciones torsionales. Esta señal es procesada utilizando un analizador de vibraciones de alta resolución o eventualmente algún software adecuado para obtener la FFT (*Fast Fourier Transform*) de dicha señal. Del análisis de la FFT se obtienen las amplitudes y las frecuencias de las vibraciones torsionales.

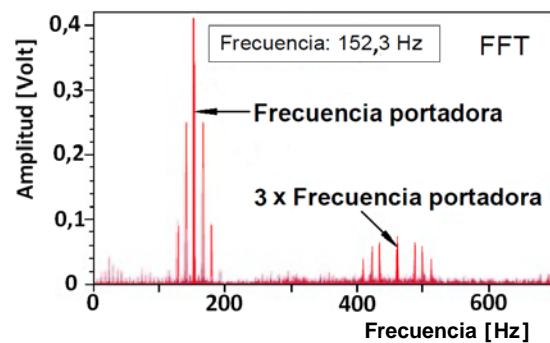
La señal de lectura se obtiene desde un sensor que detecta el paso de marcas distribuidas uniformemente en la periferia de un disco acoplado al eje en el punto de medición. Como se describe en la sección 4, este dispositivo fue materializado experimentalmente enfrentando un sensor magnético a una rueda dentada que gira con el eje de la máquina. El transductor produce un pulso por cada diente que se aproxima.

Debido a que el sensor utilizado tiene un circuito integrado que normaliza la magnitud de los pulsos, la señal de salida es una onda cuadrada. El resultado es un tren de pulsos de forma rectangular cuya frecuencia es igual al producto de la velocidad angular del eje por el número de dientes de la rueda. Típicamente el pulso posee magnitud máxima durante un semiperíodo, mientras que en el semiperíodo restante la tensión es nula. Cuando se producen oscilaciones angulares, el tren de pulsos se modula en frecuencia y provee la información necesaria para realizar el análisis.

En la Figura 1-a, se muestra un tren de pulsos típico y en la Figura 1-b su FFT. En esta última se observan dos grandes grupos de componentes de frecuencia: el primero corresponde a la frecuencia portadora y sus bandas laterales, mientras que el segundo grupo es el primer armónico impar ( $3 \times$ ) de la portadora con sus bandas laterales.



a – Tren de pulsos generado por el sensor



b – Transformada de Fourier de la señal

Figura 1: Señal generada por el sensor



### 3.2 Análisis de amplitud y frecuencia

Una señal con modulación en frecuencia, puede ser expresada de la siguiente manera [9] :

$$V(t) = \hat{V} \cos[2\pi f_p t + \beta \sin(2\pi f_m t)] \quad (1)$$

donde:  $f_p$ : frecuencia de la señal portadora.

$f_m$ : frecuencia modulante (frecuencia de la vibración torsional).

$\beta$ : índice de modulación

$V(t)$ : tensión a la salida del sensor.

$\hat{V}$ : valor pico de la tensión de salida del sensor.

Si una rueda de  $Z$  dientes gira a  $N$  rpm la frecuencia portadora resulta

$$f_p = Z N / 60 \quad (2)$$

además la rueda dentada puede experimentar oscilaciones angulares con frecuencia modulante  $f_m$

$$\theta(t) = \hat{\theta} \cos(2\pi f_m t) \quad (3)$$

Expandiendo la ecuación (1) utilizando las funciones de Bessel, queda:

$$V(t) = \hat{V} \left\{ J_0(\beta) \cos[2\pi(f_p)t] + \right. \\ \left. + J_1(\beta) \cos[2\pi(f_p + f_m)t] - J_1(\beta) \cos[2\pi(f_p - f_m)t] + \right. \\ \left. + J_2(\beta) \cos[2\pi(f_p + 2f_m)t] - J_2(\beta) \cos[2\pi(f_p - 2f_m)t] \right\} \quad (4)$$

donde las funciones  $J_i(\beta)$  con  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ , son las funciones de Bessel de primera especie de orden 'i' y sus valores numéricos se encuentran tabulados. French en su trabajo sobre vibraciones torsionales [10], demuestra que el índice de modulación es igual al producto del número de dientes de la rueda dentada por el valor máximo del ángulo de oscilación torsional, esto es

$$\beta = Z \hat{\theta} \quad (5)$$

Partiendo de estos conceptos, se puede obtener información sobre la amplitud y la frecuencia de las vibraciones torsionales mediante la utilización de la FFT.

#### 3.2.1 Determinación de la frecuencia

Si una señal armónica modulada en frecuencia es procesada por medio de la FFT se obtiene un gráfico como el de la Figura 2, donde se observa un pico correspondiente a la señal portadora y otros que se corresponden con las bandas laterales. En nuestro caso el análisis se realiza trabajando sobre el primer grupo de frecuencias, que corresponden a la armónica fundamental y sus bandas laterales, para las que son totalmente válidos los desarrollos anteriores. Se descartan de esta forma las armónicas superiores, que aparecen debido a que la señal de lectura es un tren de pulsos rectangulares.

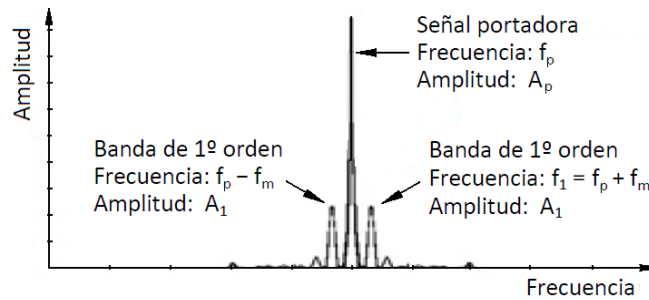


Figura 2: Espectro con bandas laterales

A partir del gráfico de la Figura 2 se puede obtener la frecuencia portadora  $f_p$  y la modulante  $f_m$ . La frecuencia modulante  $f_m$  se calcula como la diferencia entre la frecuencia de la banda lateral  $f_1$  y la frecuencia portadora  $f_p$  ( $f_m = f_1 - f_p$ ), lo que concuerda con lo expresado por la ecuación (4).

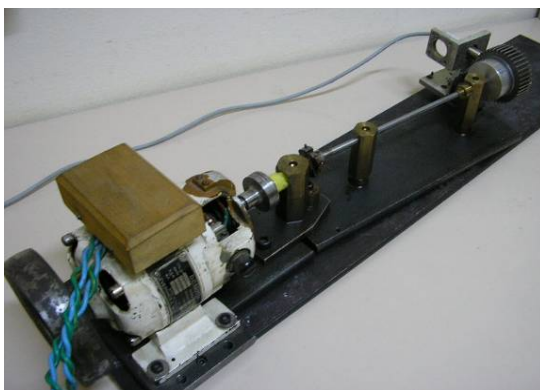
### 3.2.2 Determinación de la amplitud

Para determinar la amplitud  $\hat{\theta}$  de la vibración torsional se hace el cociente entre la amplitud de la banda lateral de primer orden y la amplitud de la portadora, ( $A_1/A_p$ ). Luego, buscando en una tabla de funciones de Bessel los valores de  $J_1$  y  $J_0$ , cuyo cociente  $J_1(\beta)/J_0(\beta)$  se aproxima al valor antes mencionado ( $A_1/A_p$ ), se puede determinar el índice de modulación  $\beta$  y la amplitud del ángulo de oscilación  $\hat{\theta}$  (medido en radianes), esto último utilizando la ecuación (5).

## 4. MODELO MECÁNICO UTILIZADO EN EL TRABAJO EXPERIMENTAL

### 4.1 Descripción del modelo

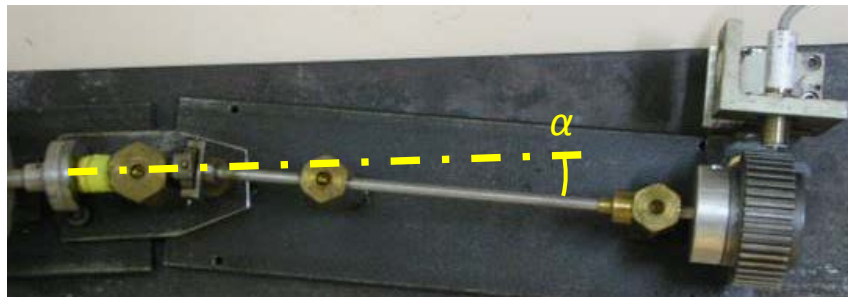
El modelo utilizado para la evaluación de la técnica está compuesto por un motor eléctrico de CC acoplado a una junta Hooke cuyo eje de salida tiene montada una rueda dentada de 40 dientes. Para mejorar la constancia de la velocidad de rotación del motor, se montó un volante de inercia sobre el lado libre del eje. Como transductor se empleó un sensor de tipo magnético montado enfrente a la rueda dentada. En las Figuras 3-a, b y c se muestran fotografías del modelo.



3-a Vista general del modelo de ensayo



3-b Ubicación del sensor magnético



3-c Vista en planta mostrando el ángulo de inclinación de la junta Hooke

Figura 3: Modelo de ensayo

### 4.2 Instrumental utilizado

En las aplicaciones se usó el siguiente instrumental:

- Sistema de adquisición marca CSI.
- Software de aplicación para la obtención de la FFT, WAVEPACK.

### 4.3 Técnica de medición

La medición de las oscilaciones angulares fue realizada con un sensor magnético marca Escudero, modelo DMV 20 1 NPN (ver Figura 3). Dicho sensor, cuenta con un circuito conformador de pulsos lo que asegura la misma amplitud para todos los pulsos, minimizando los errores en la medición por el fenómeno de modulación en amplitud. De esta manera cuando los dientes de la rueda pasan frente al sensor, se obtiene un tren de pulsos como el mostrado en la Figura 1-a, en el que se encuentra la información necesaria para el análisis.

### 4.4 Técnica de excitación

La oscilación angular  $\theta$  de la rueda dentada se debe a que la velocidad del eje de salida de la junta Hooke es variable, dicha variación tiene una frecuencia conocida (igual a dos veces la velocidad de rotación) y su amplitud varía conforme cambia el ángulo  $\alpha$  de inclinación entre el eje de entrada y salida [11], como lo indica la ecuación (6):

$$\theta_s = \theta_E + \theta \quad \text{donde:} \quad \theta \approx \hat{\theta} \sin(2\theta_E) \quad \text{siendo:} \quad \hat{\theta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sin^2 \alpha}{2 - \sin^2 \alpha} \right) \quad (6)$$

donde  $\theta_s$  es el ángulo del eje de salida,  $\theta_E$  es el ángulo del eje de entrada,  $\theta$  es la oscilación angular causada por la junta Hooke y  $\hat{\theta}$  es la amplitud de esa oscilación que depende del ángulo de inclinación  $\alpha$  mostrado en la Figura 3-c.

La Figura 4 muestra como varía el ángulo de la oscilación torsional  $\theta$  del eje de salida en función del ángulo de rotación del eje de entrada  $\theta_E$  medido en grados.

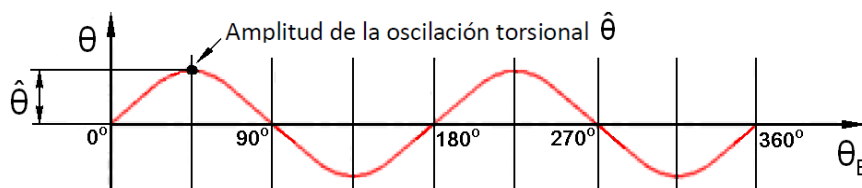


Figura 4: Ángulo de oscilación del eje de salida.



### 4.5 Condiciones de ensayo

El ensayo se realizó a velocidades cercanas a las 1000 rpm y los espectros fueron registrados a tres diferentes ángulos de inclinación del eje de salida de la junta Hooke (6°, 8° y 10°). Esto permitió diferentes amplitudes de oscilación de la vibración torsional para la verificación del correcto funcionamiento de la técnica. Para una mejor apreciación de las frecuencias, se utilizó la técnica de análisis de señales denominada “zoom” es decir, se generó una ventana en torno a la frecuencia portadora con una resolución de 6400 líneas espectrales.

## 5. RESULTADOS DE LOS ENSAYOS

En primer lugar, en las Figuras 5, 6 y 7, se muestran los espectros en frecuencia obtenidos con una velocidad de rotación cercana a las 1000 rpm y con tres ángulos de inclinación  $\alpha$  (6, 8 y 10°). Luego se realiza la determinación de la frecuencia ( $f_m$ ) y la amplitud de las oscilaciones  $\hat{\theta}$ . Por último se presentan los resultados en la Tabla 1; para su análisis.

### 5.1 Espectros en frecuencia y cálculo de la frecuencia torsional

Según se observa en las Figuras 5, 6 y 7, la frecuencia de la oscilación torsional medida en los ensayos ( $f_m = f_2 - f_0$ ) fue aproximadamente igual a dos veces la velocidad de rotación ( $2 \theta_E$ ), lo cual es correcto si se tiene en cuenta que según la ecuación (6) la oscilación impuesta por la junta es de esa frecuencia. No obstante, en los espectros también aparecen componentes indicadas como  $f_1$ , las cuales se encuentran separadas de la frecuencia portadora a la velocidad de giro. Estas se deben principalmente, a errores del dentado, e irregularidad en la velocidad de giro impuesta por el motor.

En la columna 5 de la Tabla 1 se dan los valores calculados de la frecuencia torsional (32, 33 y 31 Hz) correspondientes respectivamente a los valores de  $\alpha$  6, 8 y 10 grados. Hay que destacar la buena concordancia con el valor teórico  $2 \theta_E$  que se muestra en la columna 6.

### 5.2 Análisis de amplitud y cálculo del ángulo de oscilación torsional máximo

#### 5.2.1 Ángulo de inclinación $\alpha = 6^\circ$

De la Figura 5 obtenemos  $A_0 = 0,9$  y  $A_2 = 0,047$  con lo que se calcula  $A_2/A_0 = 0,052$ . Con este dato se ingresa a la tabla de funciones de Bessel para encontrar el valor del índice de modulación  $\beta$ .

$$\text{En el rango } [ 0 < \beta < 0,4 ] \text{ se cumple que } \beta \approx 1,967 (A_2/A_0). \quad (7)$$

Para  $A_2/A_0 = 0,052$ , el valor de  $\beta$  es 0,102. Dividiendo  $\beta$  por el número de dientes de la rueda (40 dientes) y luego expresando el resultado en grados, se obtiene un ángulo de oscilación torsional máximo:  $\hat{\theta} = (0,102/40) \times 180/\pi = 0,1146^\circ$ .

Utilizando la ecuación (6) se puede calcular el ángulo máximo de oscilación teórico, en este caso ( $\alpha = 6^\circ$ ) resulta ser  $\hat{\theta} = 0,157^\circ$ .

#### 5.2.2 Ángulos de inclinación $\alpha = 8^\circ$ y $\alpha = 10^\circ$

Procediendo en forma similar que en el caso anterior, utilizando una tabla de funciones de Bessel se obtiene:  $\hat{\theta} = 0,29^\circ$  (para  $\alpha = 8^\circ$ ) y  $\hat{\theta} = 0,51^\circ$  (para  $\alpha = 10^\circ$ ), y utilizando la ecuación (6) se obtiene  $\hat{\theta} = 0,28^\circ$  (para  $\alpha = 8^\circ$ ) y  $\hat{\theta} = 0,44^\circ$  (para  $\alpha = 10^\circ$ ).



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

# FoDAMI

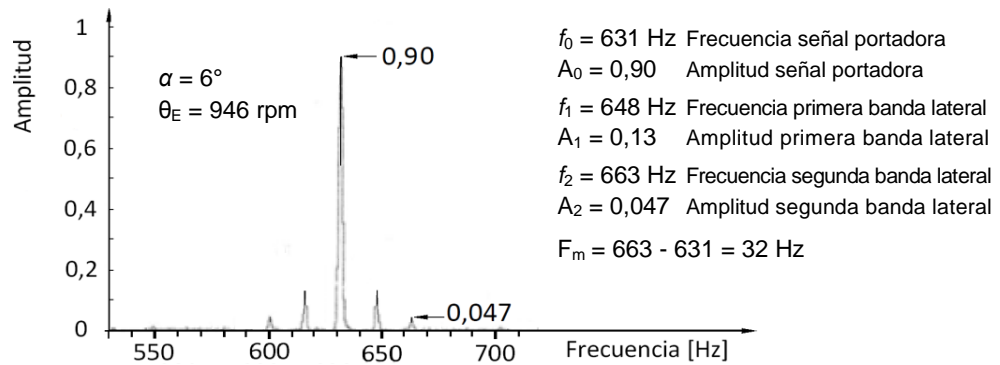


Figura 5: Espectro con bandas laterales para  $\alpha = 6^\circ$

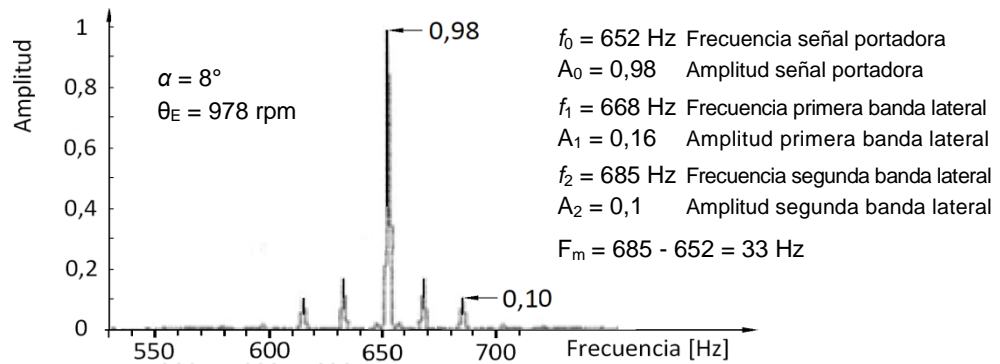


Figura 6: Espectro con bandas laterales para  $\alpha = 8^\circ$

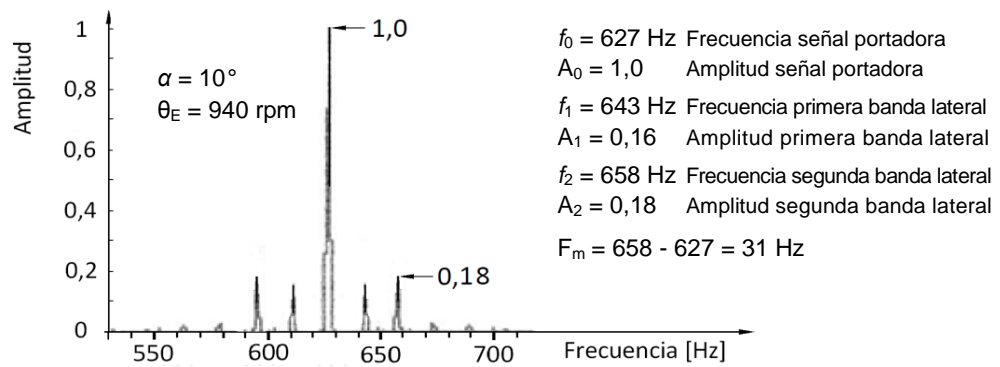


Figura 7 – Espectro con bandas laterales para  $\alpha = 10^\circ$

Tabla 1 – Resultado de las mediciones con el modelo mecánico

Datos		Determinación de la frecuencia				Determinación de la amplitud						
$\alpha$ [°]	$\theta_E$ [rpm]	$f_0$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_m$ [Hz]		Z	$A_0$	$A_2$	$A_2/A_0$	$\beta$ Ec. (7)	$\hat{\theta}$ [grados]	
				Método propuesto	$2\theta_E$						Método propuesto	Ec. (6)
6	946	631	663	32	31,5	40	0,90	0,047	0,052	0,103	0,146	0,157
8	978	652	685	33	32,6	40	0,98	0,10	0,102	0,201	0,287	0,280
10	940	627	658	31	31,3	40	1,00	0,18	0,180	0,354	0,507	0,438

La Tabla 1 resume los resultados de las mediciones realizadas en el modelo mecánico. En las columnas 5 y 6 se muestran los resultados de la determinación de la frecuencia de las



oscilaciones utilizando el método propuesto y las dadas en la ecuación (6), vale decir:  $2 \theta_E$ . En las dos últimas columnas se muestran los resultados de la determinación de la amplitud de las oscilaciones utilizando el método propuesto y las calculadas mediante la ecuación (6).

Observando la concordancia entre los valores de las columnas 5 y 6 de la Tabla 1 se puede inferir que el método propuesto es adecuado para determinar la frecuencia de vibraciones torsionales.

Comparando las dos últimas columnas de la Tabla 1, se observa que los valores obtenidos mediante el uso de las funciones de Bessel son similares a los obtenidos por cálculo teniendo en cuenta la teoría del movimiento de la junta Hooke. Las diferencias entre dichos valores, sobre todo para el caso de una inclinación de la junta de  $10^\circ$ , están relacionados con errores propios del sistema de medición, con errores en la medición del ángulo de inclinación de la junta Hooke y con no linealidades propias del modelo mecánico de ensayo, que se ponen en evidencia a medida que aumenta el ángulo de inclinación. Debe destacarse que, por un lado estas diferencias obtenidas en el trabajo experimental son admisibles para la aplicación de la técnica a nivel industrial y por otro lado, no son imputables a la técnica propiamente dicha.

## 6. CONCLUSIONES

En este trabajo de investigación se ha propuesto una técnica para la medición de vibraciones torsionales en máquinas rotantes, utilizando el principio de medición sin contacto. Su correcto funcionamiento se evaluó mediante un ensayo de laboratorio.

De los resultados del trabajo, se pueden resaltar las siguientes conclusiones:

- Se definió una técnica que resultó adecuada para medir y analizar vibraciones torsionales.
- Fueron seleccionados los instrumentos para medir y procesar las señales para su posterior análisis.
- Se construyó y operó exitosamente un modelo mecánico para la evaluación de la técnica de medición y análisis, utilizando como fuente de vibración torsional una junta Hooke que genera una oscilación en el eje de salida igual a dos veces la frecuencia de rotación del eje de entrada. Este dispositivo permite además variar la amplitud de las vibraciones torsionales modificando el ángulo de inclinación de la junta.
- Se establecieron condiciones de ensayo adecuadas para lograr condiciones de vibraciones torsionales de amplitudes crecientes. Estos procedimientos fueron aplicados durante las mediciones.
- Los resultados del trabajo demostraron, que la técnica utilizada resultó totalmente efectiva para medir vibraciones torsionales, pudiendo detectar correctamente tanto la información de amplitud como de frecuencia.
- Se demostró que es posible utilizar instrumental de uso corriente en la industria para realizar mediciones y análisis de vibraciones torsionales.



### Agradecimiento

Los autores de este trabajo desean agradecer al Ing. José Luis Pombo por haber puesto a disposición de este trabajo de investigación, el modelo mecánico con el cual se realizó el trabajo experimental.

### 8. REFERENCIAS

- [1] P. Charles, J.K. Sinha, F. Gu, L. Lidstone, A.D. Ball, Detecting the crankshaft torsional vibration of diesel engines for combustion related diagnosis, *Journal of Sound and Vibration*, 32:1171–1185, 2009.
- [2] P.J.L. Fernandes, Tooth bending fatigue failures in gears, *Engineering Failure Analysis*, 3(3):219–225, 1996.
- [3] A.D. Dimarogonas, G. Massouros, Torsional vibration of a shaft with a circumferential crack, *Engineering Fracture Mechanics*, 15(3-4):439-444, 1981.
- [4] C.M. Harris, A.G. Piersol, *Shock and Vibration Handbook*, Fifth Edition, McGraw-Hill, New York, 2002.
- [5] R. Stansfield, The measurement of torsional vibrations, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 48(1):175–193, 1942.
- [6] T.D. Feese, C.H. Hill, Prevention of torsional vibration problems in reciprocating machinery, *Proceedings of the 38th Turbomachinery Symposium, Turbomachinery Laboratory, Texas A&M College Station*, pp 213–238, Texas, 2009.
- [7] S.J. Rothberg, J.R. Bell, Rotational vibration measurements using laser doppler vibrometry comprehensive theory and practical application, *Journal of Sound and vibration*, 238(4): 673–690, 2000
- [8] T.J. Milers, M. Lucas, N.A. Halliwell, S.J. Rothberg, Torsional and bending vibration measurement on rotors using laser technology, *Journal of Sound and vibration*, 226(3): 441–467, 1999.
- [9] J.M. Vance, *Rotordynamics of Turbomachinery*, John Wiley & Sons, 1988.
- [10] R.S. French, *An experimental study of torsional vibration measurement, Master of Science Thesis*, Texas A&M University, 1981.
- [11] W. Ker Wilson, *Practical Solution of Torsional Vibration Problems, Volume One*, John Wiley & Sons, 1956.