

Mecánica de fluidos computacional aplicada al diseño térmico pasivo de techos.

Marcelo Berli^(1, 2), José Di Paolo⁽¹⁾ y Fernando Saita⁽²⁾

⁽¹⁾ *Cátedra Mecánica de los Fluidos, Facultad Regional Santa Fe, Universidad Tecnológica Nacional. Lavalse 610, 3000 Santa Fe. Argentina. mberli@ceride.gov.ar.*

⁽²⁾ *Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química, Universidad Nacional del Litoral, CONICET Güemes 3450, 300 Santa Fe. Argentina.*

RESUMEN

El desarrollo tecnológico actual ha logrado reducir los costos y aumentar la oferta de acondicionadores de aire, haciéndolos más accesibles a la población. Esta situación eleva anualmente los requerimientos energéticos, incrementando la necesidad de producción de energía eléctrica y poniendo en riesgo la capacidad de las centrales eléctricas y la modificación del medio ambiente local. La creación de medios pasivos de confort térmico en viviendas es una de las medidas que, a corto plazo, promete ser una solución para disminuir dichos riesgos y, al mismo tiempo, reducir los costos energéticos de cada individuo. Una de las partes de la vivienda con mayor intercambio de calor es el techo. La gran radiación que recibe la parte superior es transmitida (a través de ciertos aislantes) al cielo raso en contacto con el interior del edificio, y la cámara de aire interpuesta entre ambos juega un papel fundamental en la transmisión de esta energía. Esta cámara no está actualmente optimizada como un elemento pasivo de ahorro energético, siendo un potencial elemento de diseño para disminuir las pérdidas de calor en invierno y ganancias en verano. Con los actuales recursos informáticos, la Mecánica Computacional se ha convertido en una importante herramienta de predicción en problemas de ingeniería mecánica, asistiendo y direccionando experimentos para economizar significativamente en recursos económicos y temporales. Una de las ramas de mayor desarrollo es la Mecánica de Fluidos Computacional, con la cual se han podido estudiar problemas de alta complejidad que carecen de solución analítica. Mediante esta disciplina, en este trabajo se utiliza una técnica numérica basada en Elementos Finitos para estudiar el efecto de algunos parámetros de diseño estándares y novedosos de una cavidad (que representa a un techo estándar) sobre la transmisión pasiva de energía térmica a través de sus límites.

Palabras Claves: Convección natural, elementos finitos, mecánica de fluidos, diseño de techos.

1. INTRODUCCIÓN

Una de las principales partes a través de la cual una vivienda intercambia importantes cantidades de calor es el techo. La temperaturas extremas a la que está expuesta la parte superior es transmitida (a través de ciertos aislantes) al cielorraso en contacto con el interior del edificio, y la cámara de aire interpuesta entre ambos juega un papel fundamental en la transmisión de esta energía. Esta cámara no está actualmente optimizada como un elemento pasivo de ahorro energético para una vivienda común, siendo un elemento potencial de diseño para disminuir las pérdidas de calor en invierno y ganancias en verano. Para lograr este objetivo, es fundamental conocer el comportamiento del fluido atrapado en dicha cámara ante condiciones térmicas establecidas.

El sistema de ventilación en techos mediante convección natural ha recibido extensa atención en los últimos años. Hirunlabh et al [1] realizaron un análisis a través de balances macroscópicos para evaluar la performance de los elementos de construcción en un techo que contiene un canal de ventilación inclinado de sección constante. En dicho trabajo consideraron las propiedades de los materiales de construcción, pero con condiciones de flujo impuestas en dicho canal. Concluyen que este diseño no es suficiente para lograr una ventilación natural que satisfaga el confort térmico de la vivienda. Por otro lado, Ciampi et al [2] realizaron un análisis sobre una disposición de techo similar a la de Hirunlabh et al pero consideraron tanto régimen laminar como turbulento, con un flujo dominado por el número de Reynolds impuesto. Sus resultados muestran que en régimen laminar, para techos con microventilación, el ahorro de energía para compensar la transferencia de calor a través del techo puede alcanzar el 30 %, situación que mejora con el aumento de la sección de la ventilación y el aumento del ángulo de inclinación del techo. Posteriormente, mediante balances microscópicos, Asan y Namli [3] analizaron el problema de convección natural en una cavidad triangular cerrada que representa un techo de sola agua. Bajo condiciones de flujo laminar, sus resultados muestran que el aumento en la relación base-altura de la cavidad repercute significativamente en una reducción de la transferencia de calor a través de la base (cielorraso) de la cavidad. Posteriormente, el problema de convección natural en techos con y sin aleros fue abordado por Oztop et al [4], a través de una geometría que corresponde a un techo de sección triangular cerrada sujeta a condiciones de contorno de verano. Sus resultados muestran que la longitud del alero y la relación entre la altura de la sección y la longitud de la base son los parámetros más sensibles para la transferencia de calor en la parte inferior (base) de dicha geometría.

En este trabajo se estudia el comportamiento térmico de algunos parámetros de diseño de una cavidad que representa un corte transversal del techo de una vivienda estándar. La cavidad contiene dos aberturas opuestas para favorecer el flujo a través de las mismas. El modelo físico corresponde a un flujo 2D dominado por el efecto de flotación y consta de las ecuaciones de Navier –Stokes y la ecuación de energía térmica en dos dimensiones. Debido a la no linealidad y acoplamiento de las ecuaciones, se utiliza un algoritmo iterativo basado en el método de elementos finitos para resolver numéricamente el sistema. Mediante un posprocesamiento de los resultados, se estudia la transferencia de calor a través de la base de la cavidad variando algunos parámetros de diseño.

2. MODELO EN ECUACIONES

2.1. Geometría

2.1.1 Cavidad sin aislante.

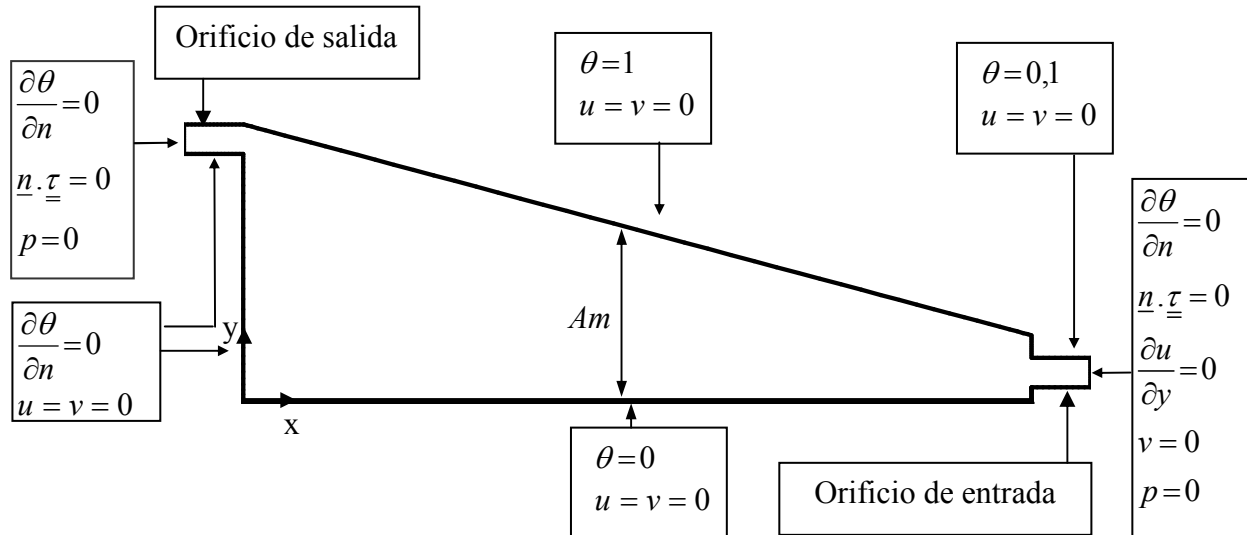


Figura 1: geometría junto con las condiciones de contorno de la cavidad sin aislante que representa a un techo estándar.

La Figura 1 muestra una geometría genérica de la cavidad sin aislante térmico, fuera de escala para su mejor visualización. La longitud de los orificios de entrada y salida se consideró igual a la de una pared de 30 cm de espesor, y su espesor en dirección vertical es igual al ancho de una rejilla de 15 cm. La diferencia con esta última es que los orificios considerados en este trabajo están completamente abiertos, mientras que las rejillas actuales tienen un área efectiva de circulación de aproximadamente un 30 % de la superficie total. El orificio de entrada se encuentra a una mínima distancia de la base para generar una circulación cruzada dentro de la cavidad. Finalmente, la altura media a la que se referirá en este trabajo (A_m), se considera como la altura de la cavidad perpendicular a la base en la mitad de su longitud.

2.1.2 Cavidad con aislante.

La geometría de la cavidad con aislante posee las mismas características que la cavidad sin aislante, con la diferencia que en la base de la misma (ver Figura 2) se agrega un material sólido de 8 cm de espesor, que se interpone entre el fluido de la cavidad y la parte inferior a la base.

2.2. Ecuaciones

El modelo físico corresponde a un modelo clásico de convección natural 2D. Las ecuaciones surgen de aplicar los principios de conservación para un fluido Newtoniano bajo las siguientes hipótesis:

- I. Flujo laminar en estado estacionario
- II. Variación lineal de la densidad del fluido por variaciones de temperatura, siguiendo la siguiente ley: $\rho = \rho_0 \beta (T_i - T)$ ([3], [5], [6]).

- III. $(\beta(T_m - T_i) \ll 1) \rightarrow$ Se desprecian las variaciones de densidad en la ecuación de continuidad y en los términos convectivos de las ecuaciones de momento [5].
- IV. Transmisión de calor por conducción y convección. Efectos de radiación despreciables.
- V. Ausencia de fuentes térmicas. Disipación viscosa despreciable [5].
- VI. Aislante térmico sólido isotrópico.

A continuación, se describen las ecuaciones gobernantes en forma adimensional. Los parámetros dimensionales utilizados para la adimensionalización se resumen en la tabla I.

2.2.1. Continuidad

Debido a la hipótesis II, la ecuación de continuidad resulta:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

donde u y v son las componentes de la velocidad del fluido en las direcciones x e y respectivamente.

2.2.2. Momento

Las hipótesis I, II y III conducen a las siguientes ecuaciones de Navier-Stokes 2 D:

Comp x:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{1}{Re}\right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \quad (2)$$

Comp y:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \theta + \left(\frac{1}{Re}\right) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad (3)$$

donde p es la presión, θ es la temperatura y Re es el número de Reynolds, que para este trabajo fué definido como ([5]; [7]):

$$Re = \frac{\rho U_c L}{\mu}; \quad \text{donde} \quad U_c = \sqrt{\beta L(T_m - T_i) g} \quad (4)$$

donde β es el módulo de expansión volumétrica del fluido, T_m la temperatura de la parte inclinada y T_i la temperatura en la base de la cavidad. La definición (4) indica que, si se mantienen las propiedades del fluido constantes, un cambio en el número de Reynolds implica variaciones en las dimensiones de la cavidad o cambios en el gradiente de temperatura entre la parte inclinada y la base. En este último caso, las fuerzas de flotación aumentarán, provocando elevaciones en las velocidades del fluido que se mueve dentro de la cavidad y a través de los orificios de entrada-salida.

2.2.3. Energía: Fluido

Para el fluido dentro de la cavidad, las hipótesis I, IV y V aplicadas a la ecuación de transporte de energía térmica, derivan en la siguiente ecuación:

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \left(\frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \right) \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

donde Pr es el número de Prandtl definido como el cociente entre la viscosidad cinemática del fluido (ν) y el coeficiente de difusividad térmica (α): $\text{Pr} = \nu / \alpha$. El número Pr se mantiene constante en todo el trabajo (con un valor de 0,71, correspondiente al aire a 24° de temperatura) y expresa la relación entre la capacidad de transferencia térmica y la capacidad de transferencia de cantidad de movimiento del fluido.

El flujo de calor a través de la base de la cavidad es evaluado mediante el número de Nusselt medio (Nu), el cual se define de la siguiente manera [6] :

$$Nu = \left(\frac{1}{l} \right) \int_0^l \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0} dx \quad (6)$$

donde l es la longitud adimensional de la base de la cavidad.

2.2.4. Energía: Sólido

Para los casos de cavidad con aislante sólido en la base, en la fase de fluido se resuelven las ecuaciones (1), (2), (3) y (5), mientras que para el sólido las hipótesis V y VI derivan en la ecuación de conducción de calor bidimensional:

$$0 = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (7)$$

2.3. Condiciones de contorno

2.3.1. Cavidad sin aislante (ver Figura 1):

- En los orificios de entrada y salida se impone presión ambiental, tracción nula y transferencia de calor principalmente por convección, despreciando la transferencia por conducción. En el caso de la cavidad cerrada, solamente se reemplaza la condición de tracción nula por la de no deslizamiento.
- En la parte inclinada, se impone temperatura máxima, mientras que en la base la temperatura es mínima (condiciones fuertes). En dichas superficies se imponen condiciones de no deslizamiento para las velocidades.
- Las paredes verticales de la cavidad y horizontales de entrada y salida se consideran adiabáticas, con condiciones de no deslizamiento en velocidad.

Al no imponer condiciones fuertes para las velocidades, se pretende que el flujo dentro de la cavidad y a través de los orificios de entrada-salida evolucione naturalmente gracias a una interacción entre las fuerzas gravitacionales y la presión hidrostática (efecto de flotación, [3]), dependiendo del número de Reynolds.

2.3.2. Cavidad con aislante (ver Figura 2):

- En las superficies comunes entre las cavidades con y sin aislante (aquellas diferentes a la base) se mantienen las condiciones de contorno del punto 2.3.1.
- En la interfaz entre el fluido dentro de la cavidad y el sólido aislante, se impone igualdad de flujo de calor, para lo cual debe cumplirse la siguiente relación:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta_1} = K \frac{\partial \theta}{\partial \eta_2} \quad (8)$$

donde $K = K_2 / K_1$ es la relación entre los coeficientes de conductividad térmica para el aire (1) y el aislante (2), mientras que η_1 y η_2 son las direcciones normales a las superficies para el fluido y para el aislante respectivamente (ver Figura 2). Además, en dicha interfaz se impone condición de no deslizamiento para las velocidades del fluido.

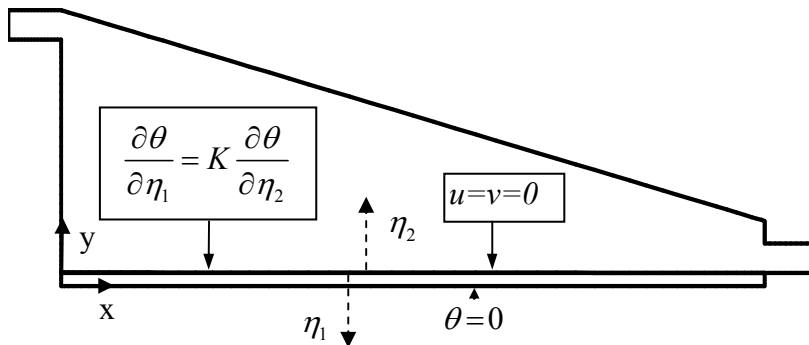


Figura 2: Geometría y condiciones de contorno particulares de la cavidad con presencia de aislante en la base.

2.4. Constantes características.

Las variables físicas de modelo fueron adimensionalizadas con las siguientes variables:

Símbolo	Nombre	Expresión
L	Longitud de la base	L
U_c	Velocidad característica	$\sqrt{\beta L (T_m - T_i) g}$
P_c	Presión característica	ρU_c^2
T_c	Temperatura característica	$(T_m - T_i)$

Tabla I: Variables físicas utilizadas en el proceso de adimensionalización

Para adimensionalizar la temperatura, se utilizó la siguiente expresión: $\theta = (T - T_i) / T_c$.

3. MÉTODO Y CONSIDERACIONES

Las ecuaciones 2, 3 y 4 están altamente acopladas a través de los términos convectivos. Debido a la dificultad de obtener una solución analítica, se utilizó el método de elementos finitos (MEF, Galerkin) para discretizar el dominio. La presencia de dichos términos convectivos agregan además las conocidas no linealidades al método, por lo que se implementó un esquema iterativo de Newton-Raphson para resolver el sistema simultáneamente y se utilizó continuación paramétrica de orden cero en el número de Reynolds. El código numérico, de factura propia, fue implementado en lenguaje

MatLab y ejecutado en una PC Pentium IV de 3,0 Ghz con 1,0 Gb de memoria Ram.

El modelo presentado junto con su implementación numérica han sido validados previamente [8] con el trabajo de Basak et al [6]. Los resultados presentados en este trabajo corresponden a un análisis de la cavidad para condiciones de flujo laminar. Si bien el número de Reynolds para un flujo de aire dentro de cavidades amplias sujetas gradientes de temperatura elevados puede alcanzar valores de orden 10^5 , las simulaciones con flujo laminar son muy utilizadas para obtener una primera inferencia sobre las variables estudiadas ([2], [3], [6]). Papanicolaou et al [9], analizando numéricamente un problema de convección natural en cavidades trapezoidales cerradas, encontraron que ante valores de $Ra < 10^7$ ($Ra = Pr \cdot Re^2$, definiendo Re como (4)) el régimen puede considerarse laminar. Para un valor de $Pr = 0.71$, la afirmación de Papanicolaou indica que ante valores de $Re < 3753$, puede estudiarse el problema a través de un régimen laminar. Los resultados de este trabajo, se obtuvieron para $Re < 3100$.

Las dimensiones de la cavidad están referidas a una habitación de 4 metros de fondo (longitud de la base, L), cuyo valor fue utilizado para adimensionalizar todas las longitudes. Dicha dimensión se mantiene constante en todas las simulaciones. El ángulo de inclinación seleccionado (15°) corresponde a un valor estándar utilizado actualmente en la construcción de viviendas familiares.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Cavidad abierta versus cavidad cerrada: Condiciones de verano y cavidad sin aislante.

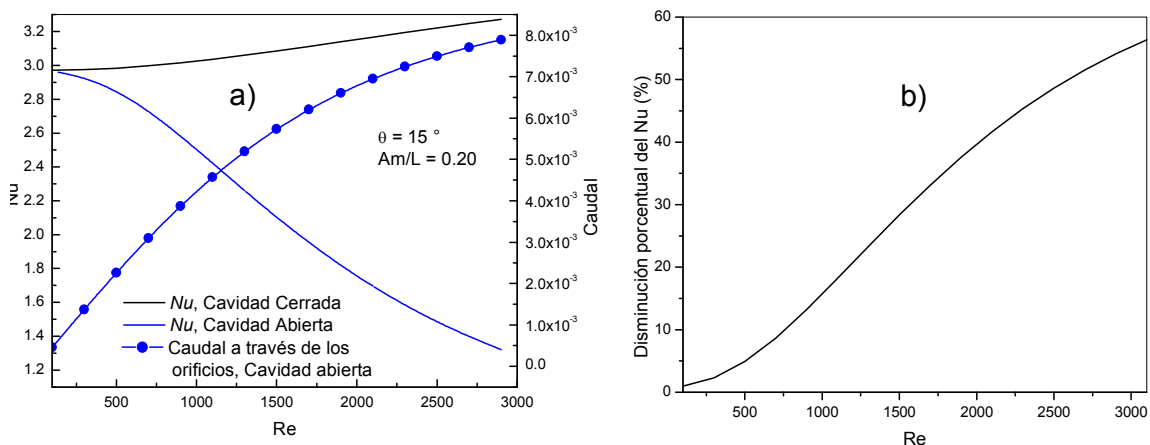


Figura 3: a) Eje izquierdo: Nu medio en función del Re para una cavidad abierta y cerrada; eje derecho: Caudal a través de los orificios de circulación en función del Re para una cavidad abierta. b) Diferencia porcentual entre las curvas de Nu medio de la Figura a), tomando como referencia la curva perteneciente a cavidad cerrada.

Actualmente, los techos que poseen una cavidad de aire carecen de aperturas adecuadas para que el flujo de fluido juegue un papel importante en el diseño térmico. Los orificios presentes en algunos techos no están optimizados para generar una circulación que disipe energía térmica. La Figura 3 a) muestra los efectos de una cavidad con aperturas de circulación (ver Figura 1) y una cavidad cerrada (sin aperturas) sobre el Nu medio en la base. Para los valores más bajos de Re , el fenómeno de transmisión térmica dominante es la conducción, ya que el fluido se mueve con velocidades muy

bajas, y la diferencia entre las curvas de cavidad abierta y cerrada es pequeña. A medida que el Re aumenta el caudal a través de los orificios crece notablemente (ver Figura 3 a)), la transmisión de calor por convección se torna dominante y las curvas presentan una importante separación. Se puede notar que para una cavidad abierta el Nu medio muestra una marcada disminución con el aumento de Re mientras que para una cavidad cerrada se observa un sostenido crecimiento.

La Figura 3 b) muestra la comparación entre las curvas correspondientes al Nu de la Figura 3 a) a través de la diferencia porcentual. Dicha diferencia se determinó tomando como referencia los valores del Nu para la cavidad cerrada. Estos resultados muestran que entre una cavidad cerrada y una con circulación de fluido existe una importante disminución en el Nu medio a través de la base que supera el 50 % para los valores más altos del rango de Re explorado. De acuerdo con estos resultados, la existencia de los orificios de ventilación con una adecuada apertura promete ser un importante elemento para el diseño térmico pasivo de los techos.

4.3. Volumen de la cavidad: variación del parámetro Am/L para cavidad sin aislante.

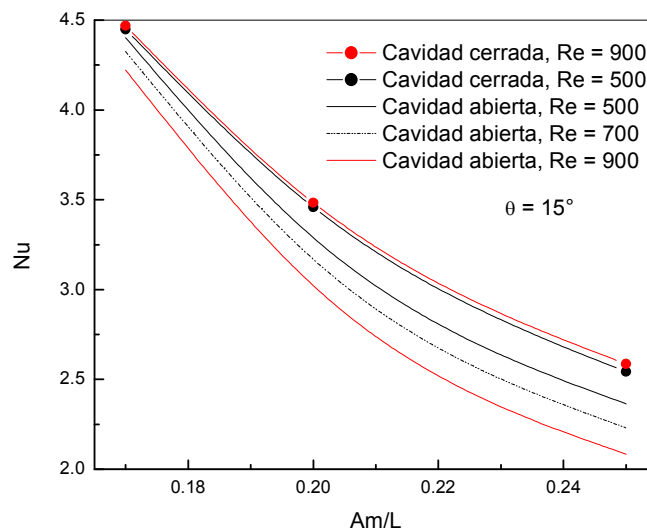


Figura 4: Nu medio en función de la relación entre la altura media de la cavidad (Am) y la longitud de la base (L)

La Figura 4 muestra el efecto de la relación entre la altura media (Am , ver Figura 1) y la longitud de la base (L) sobre el Nu medio. El rango de valores de dicha relación está comprendido entre el mínimo valor posible (cuando la parte inclinada toma contacto con el orificio de entrada) y un valor máximo para el cual el volumen de la cavidad representa el 30 % del volumen de una habitación de 30 m^3 . Tanto para una cavidad abierta como para una cerrada, se observa una importante disminución del Nu medio con el incremento de Am/L que llega al 50 % si se comparan los resultados para los extremos del rango explorado. Es importante notar que al variar esta relación se modifica el volumen de la cavidad, y es evidente que mayores valores de Am/L implican un mayor volumen de fluido dentro de la misma que se interpone entre las temperaturas máximas (parte inclinada) y mínimas (base).

4.5. Cavity con aislante en la base.

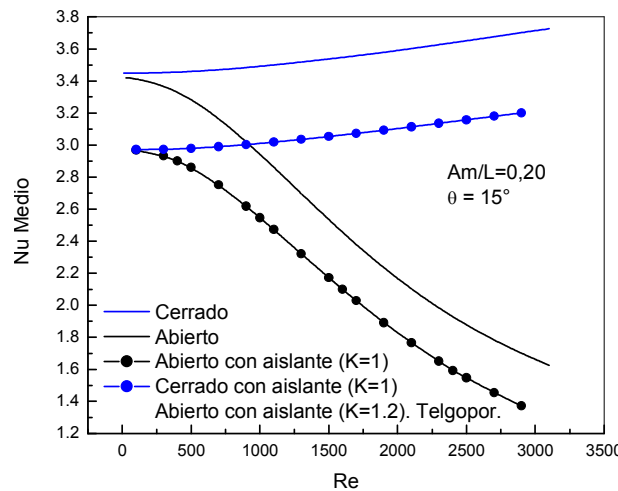


Figura 7: Nu medio en función del Re para cavidades abiertas y cerradas, con y sin aislantes.

La Figura 6 muestra la comparación del Nu medio entre una cavidad con y sin aislante en la base. El espesor de dicho aislante es de 8 cm y se obtuvieron resultados para un material con conductividad térmica igual a la del fluido ($K=1$). Se puede observar una disminución del Nu que supera el 13% tanto para una cavidad abierta como cerrada.

De la Figura 7 se puede inferir que para Re mayores a 800, la disminución de Nu entre una cavidad cerrada con y sin aislante es significativamente inferior a la disminución existente entre una cavidad cerrada y otra con orificios de circulación sin aislante. En el primer caso, la disminución porcentual está comprendida entre un 13% y un 20% mientras que para el segundo la disminución está comprendida entre un 13% y un 57%. Al mismo tiempo, para $Re < 800$ esta situación se revierte, ya que al dominar la conducción, el aislamiento térmico resulta un factor de mayor importancia. No obstante, ante condiciones de verano, la diferencia de temperatura entre el interior de una habitación y el techo es elevada, y el Re toma altos valores (ver (4)), por lo que la circulación a través de los orificios promete ser el principal medio a través del cual se pueden acarrear importantes cantidades de energía térmica hacia el exterior de la cavidad.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se resolvió numéricamente un modelo de convección natural bidimensional dentro de una cavidad que representa al techo de una vivienda común, la cual presenta dos orificios opuestos para favorecer la circulación de fluido. Se obtuvieron resultados para algunos de los posibles parámetros de diseño de un techo a simple agua, para los cuales se concluye lo siguiente:

- La existencia de orificios de ventilación optimiza el comportamiento térmico de la cavidad ante condiciones de temperatura de verano. Para altos valores de Re , el caudal a través de los orificios transporta importantes cantidades de energía térmica, disminuyendo la transferencia de calor en la base hasta un 57% respecto de una cavidad cerrada (sin orificios).

- El aumento en la altura de la cavidad a través de la relación Am/L disminuye el Nu en forma significativa, gracias al aumento en el volumen de fluido dentro de la cavidad. Esta disminución alcanza el 50 % en el rango de Am/L explorado.
 - La presencia de un aislante en la base de la cavidad disminuye el Nu medio en aproximadamente un 13 % cuando el material tiene una conductividad térmica igual a la del fluido dentro de la cavidad.
- Los resultados presentados en este trabajo predicen que los factores de diseño de mayor incidencia en la performance térmica de un techo a simple agua son la relación Am/L y, en mayor medida, la existencia de orificios de circulación. El primero es considerado en algunos diseños actuales, mientras que la implementación del segundo no está optimizada para la función térmica aquí planteada. Incluir orificios de circulación cruzada en los techos con un adecuado diseño constructivo promete ser una solución para mejorar pasivamente el confort térmico interno de las viviendas y disminuir los requerimientos energéticos en los meses de mayor temperatura.

Referencias

- [1] Hirunlabh, J., Wachirapuwadon, S., Pratinthong, N., Khedari, J. *New configurations of a roof solar collector maximizing natural ventilation*. Building and Environment. Pergamon, 36:383–391, 2001.
- [2] Ciampi, M., Leccese, F., Tuoni, G.. *Energy analysis of ventilated and microventilated roofs*. Solar Energy. Elsevier, 79:183–192, 2005.
- [3] Asan, H., Namli, L. *Laminar natural convection in a pitched roof of triangular cross-section: summer day boundary conditions*. Energy and Buildings. Elsevier. 33:69-73. 2000.
- [4] Oztop H. F, Varol Y., Koca A. *Laminar natural convection heat transfer in a shed roof with or without eave for summer season*. Applied Thermal Engineering. ELSEVIER. 27, 2252–2265. (2007).
- [5] Jaluria, Y. *Natural Convection*. Heat and Mass Transfer, Volume V, 1980.
- [6] Basak, T., Roy, S., Thirumalesha, Ch. *Finite element analysis of natural convection in triangular enclosure: Effects of various thermal boundary conditions*. Chemical Engineering Science, Elsevier, 62:2623–264, 2007.
- [7] Hinojosa, J.F., Cabanillas, R.E., Alvarez, G., Estrada, C.E. *Nusselt number for the natural convection and surface thermal radiation in a square tilted open cavity*. International Communications in Heat and Mass Transfer. Elsevier, 32:1184–1192. 2005.
- [8] Berli, M., Di Paolo, J, Saita, F. *Perfiles de flujo de aire en cavidades sometidas a gradientes térmicos. Aplicación a construcciones civiles*. XVI Congreso sobre métodos numéricos y sus aplicaciones (ENIEF 2007). En CD ROM. 2007.
- [9] Papanicolaou E., Belessiotis V., *Double-diffusive natural convection in an asymmetric trapezoidal enclosure: unsteady behavior in the laminar and the turbulent-flow regime*. International Journal of Heat and Mass Transfer, ELSEVIER, 48 191–209. 2005.

Agradecimientos

Al Grupo Biomecánica Computacional de la FI – UNER por los recursos prestados para la elaboración de parte de este trabajo. A los Dres. Diego Campana y Sebastián Ubal por sus valiosas discusiones.