

DESARROLLO DE UN MEDIDOR DE DEFORMACIÓN PARALELO NO INTRUSIVO PARA LA DETERMINACIÓN DE CARGAS EN VIGAS

Gustavo G. Vignolo ⁽¹⁾ y José A. Vázquez ⁽²⁾

⁽¹⁾ *Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco
Ruta Prov. Nº 1, Km. 4, (9000) Comodoro Rivadavia, Argentina –
e-mail: ggivignolo@gmail.com*

⁽²⁾ *Departamento de Desarrollo Técnico, TECSS S.R.L.
Álvarez Jonte 158, Km. 5, (9000) Comodoro Rivadavia, Argentina –
e-mail: avazquez@tecss.com.ar*

RESUMEN

La determinación de las cargas a las que son sometidos los diversos elementos en una industria puede ser una tarea sumamente costosa, pero en muchos casos crucial. Cuando la maquinaria no viene equipada de fábrica con instrumentación para medir fuerzas (o deformaciones), pueden implementarse celdas de carga de dos formas radicalmente diferentes: dispuestas en serie o en paralelo con la carga.

El primer caso requiere que la celda soporte la totalidad del esfuerzo de la aplicación, lo que incrementa notablemente su costo. En el segundo debe asegurarse que el instrumento copie fielmente la deformación del elemento. Esto suele hacerse fijando rígidamente la celda mediante uniones físicas tales como soldadura o remachado. Sin embargo esta práctica puede ocasionar concentradores de tensión en la estructura.

El presente trabajo presenta las consideraciones sobre el diseño de un sensor de deformación para ser montado en paralelo sobre una viga con el fin de determinar la carga sobre la misma. El estudio abarca el análisis del montaje, la ganancia y linealidad mecánicas, las compensaciones y filtros mecánicos, y la electrónica asociada.

Como resultado se obtuvo un instrumento portátil, de bajo costo y factible de ser aplicado en equipos sobredimensionados en los que las deformaciones sufridas son muy pequeñas. Para ello, se recurrió al uso de una configuración flexible a la tracción y que concentra la deformación en una zona pequeña muy rígida a la flexión donde se sitúan las galgas extensiométricas. Esta geometría brinda amplificación mecánica y filtro para flexión y no requiere demasiadas exigencias en el anclaje sobre la viga.

La compensación térmica se logra mediante un puente de Wheatstone y la electrónica empleada permite configurar la ganancia y los rangos de carga deseados, obteniendo una respuesta lineal entre deformación y señal de salida.

Palabras Claves: Strain gage, celda de carga.

1. INTRODUCCIÓN

La creciente competitividad requiere que los procesos industriales sean cada vez más eficientes, lo que implica un mayor y mejor conocimiento las variables operativas. Esto lleva a cambiar radicalmente el modo de monitorear aquellas operaciones en las que sólo se cuantifican los parámetros de funcionamiento esporádicamente o bien al modificar el régimen de operación. Dicho cambio lleva a un sistema de control y de gestión integrado y puede hacerse gracias a la actual tecnología de instrumentación, que pone en el mercado sensores para mediciones físicas de una gran diversidad.

En toda industria existe maquinaria cuya estructura está sometida a algún tipo de carga (fuerza) relacionada con el proceso, y esta es precisamente la variable física de interés en este trabajo. Muchos equipos ya vienen provistos de fábrica con instrumentos para determinar las cargas que actúan sobre ellos, pero existe un sinnúmero que en su diseño original no contemplaron esta posibilidad. En ese caso, debe adaptarse apropiadamente una balanza (compuesta por una o más celdas de carga) que cumpla con ciertos requisitos específicos de la máquina en cuestión y de la carga a determinar.

Si bien en todo equipo existen diferentes elementos estructurales sometidos a diversos esfuerzos, este estudio se hace con el objetivo de diseñar un dispositivo que pueda determinar la carga que genera los esfuerzos en una viga sometida a flexión transversal. Esto no quita que los lineamientos generales puedan extenderse a otros elementos estructurales.

2. GENERALIDADES SOBRE LAS CELDAS DE CARGA

Las celdas de carga son los elementos encargados de sensar las fuerzas a medir y transformarlas en una señal eléctrica. Están compuestas de dos partes, una es un cuerpo elástico que absorbe las cargas y se deforma proporcionalmente a esta, y la otra consiste en un elemento (transductor) capaz de variar alguna de sus propiedades físicas en función de la deformación.

El cuerpo elástico es una pieza metálica de forma apropiada según sea la carga a absorber y las condiciones de rigidez necesarias. Su diseño se optimiza para aumentar la deformación por unidad de carga donde se fijan los transductores, es decir, se aumenta la sensibilidad. Para ello se recurre a diversos concentradores de deformación tales como agujeros, entallas, reducciones de sección, etc. [5].

Los transductores más empleados en la fabricación de celdas de carga son los strain gages o galgas extensiométricas. El strain gage de película adherida es el tipo más empleado en análisis experimentales de tensiones, y es el utilizado en este caso. Consiste de una grilla de una fina película de aleación especial unida a un film o base de soporte. La resistencia eléctrica de la grilla varía linealmente con la deformación.

Básicamente existen dos formas radicalmente diferentes de disponer una celda de carga, en serie o en paralelo con la carga. Cada disposición tiene sus propios requerimientos. En el

primer caso la celda debe soportar toda la carga que se quiere determinar, lo que implica que es necesaria una geometría que sea rígida y resistente. En el segundo caso se debe asegurar que el instrumento copie fielmente la deformación del elemento estructural sometido a la carga. Por lo tanto la rigidez de la celda dependerá pura y exclusivamente de los medios disponibles de sujeción de la celda a la viga. Es decir, a igualdad de deformación de la viga, cuanto más rígida es la celda, más esfuerzo sobre los anclajes que vinculan a ambas.

3. CARACTERÍSTICAS ELÉCTRICAS DE LA CELDA

La aplicación de galgas extensiométricas requiere, en principio, el conocimiento de dos características fundamentales de las mismas, su resistencia eléctrica, R , y su Factor de Galga, FG , definido como el cociente entre el cambio unitario de R , y la deformación unitaria, ε_p , que la produce. Es decir:

$$FG = \frac{\delta R / R}{\delta L / L} = \frac{\delta R / R}{\varepsilon_p} \quad (1)$$

Dado que el cambio en la resistencia, δR , es mucho menor que el propio valor de resistencia de la galga, se precisa que el circuito eléctrico que toma esta variación esté compuesto por un puente de Wheatstone (Figura 1a). E_0 es la tensión de salida del puente en condiciones iniciales, y δE_0 es el cambio ocasionado en ella por δR . E_i es la tensión de alimentación del puente. La salida para un solo medidor que sufre una deformación ε_p se expresa como:

$$\frac{\delta E_0}{E_i} = \frac{\varepsilon_p FG}{4} \quad (2)$$

Cuando en el circuito puente se utiliza más de un medidor (Figura 1b) puede estimarse que:

$$\frac{\delta E_0}{E_i} = \frac{FG}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_4 - \varepsilon_3) \approx \frac{\kappa FG}{4} \varepsilon = GE\varepsilon \quad (3)$$

donde κ se denomina Constante del Puente y GE , Ganancia Eléctrica. El valor que tomen κ y GE depende de la configuración del puente y de las características de las galgas.

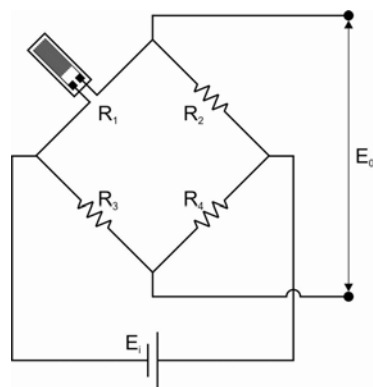


Figura 1a

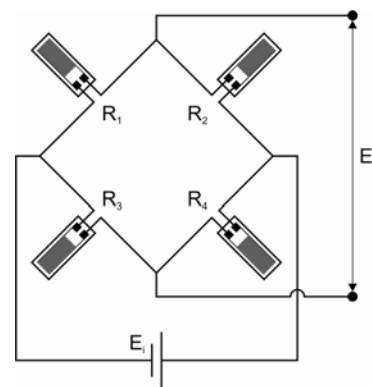


Figura 1b

Figura 1: Circuito puente de Wheatstone: a) con una sola galga, b) con cuatro galgas activas.

El signo y magnitud de cada ε_i depende de dónde esté fijada cada galga. Puede verse en la Ecuación (3) que las deformaciones iguales en brazos opuestos del puente se suman, mientras que las deformaciones iguales en brazos adyacentes se cancelan. Estas características permiten incrementar la salida del puente y proporcionar compensación de temperatura y/o cancelar componentes indeseables de deformación. Por ejemplo, si mediante el adecuado diseño de la celda se logra que la deformación medida por las galgas 1 y 4 sea igual y opuesta a la medida por las galgas 2 y 3, entonces $\kappa=4$ y $GE=FG$. Si un cambio térmico produce dilatación y variación en la resistencia de las galgas, como todas sufren la misma deformación por estar adheridas al mismo cuerpo, la salida del puente será nula porque $\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon_4-\varepsilon_3=0$ [1,2,4].

4. REQUERIMIENTOS DE LA APLICACIÓN Y DISEÑO PRELIMINAR

Una de las principales motivaciones del diseño es la de lograr un instrumento de medición de fácil fabricación y montaje, y de bajo costo.

La aplicación específica de este trabajo requiere la adopción de una celda que trabaje en paralelo con la carga. Dado que la fijación de elementos que involucre agujeros (tornillos o remaches) o soldadura sobre una viga ocasiona concentradores de tensión indeseables, se utilizan mordazas como vínculo entre la celda y la viga. Esto limita la rigidez del cuerpo elástico de la celda a la capacidad de las mordazas de copiar fielmente la deformación de la viga. Por ende, el cuerpo elástico debe tener muy baja rigidez y puede asumirse que el montaje de la balanza no afecta las características de la viga. La celda debe poder, además, emplearse en todo el rango de carga del equipo en el que se monte. Esto implica poder determinar niveles de carga muy bajos en equipos capaces de manejar cargas elevadas.

La generalidad de las celdas de carga comerciales está preparada para disponerse en serie con la carga. Para ello necesitan alta sensibilidad y alta rigidez dado que la deformación que debe sufrir la máquina no debe alterar su funcionamiento normal. A modo de ejemplo, en máquinas que efectúen operaciones de precisión, la deformación admitida ronda entre $2,5 \times 10^{-4}$ y $2,5 \times 10^{-2}$ mm. Un tamaño razonable para estas celdas es del orden de 25mm, por lo que la deformación unitaria ronda entre, 1×10^{-5} y 1×10^{-3} [7,8].

Por el contrario, el caso en estudio requiere que la deformación unitaria que recibe la celda sea lo mayor posible, y esto depende exclusivamente de la deformación unitaria del elemento estructural en el punto donde se monte la balanza. Para el caso de una viga sometida a flexión, debe situarse donde el momento flector es máximo.

En mediciones sobre un equipo en el cual pretende aplicarse este diseño, se utilizó una balanza comercial en serie con la carga F , para determinar la deformación unitaria ε sobre una viga de rigidez $EI=986\text{MPa}\cdot\text{m}^4$ y dimensiones $A=5,3\text{m}$ y $B=3\text{m}$ (Figura 2). Se obtuvo una deformación unitaria máxima, $\varepsilon_{\max}=1 \times 10^{-4}$. Esto implica que además de muy baja rigidez, la celda a diseñar requiere también muy alta sensibilidad.

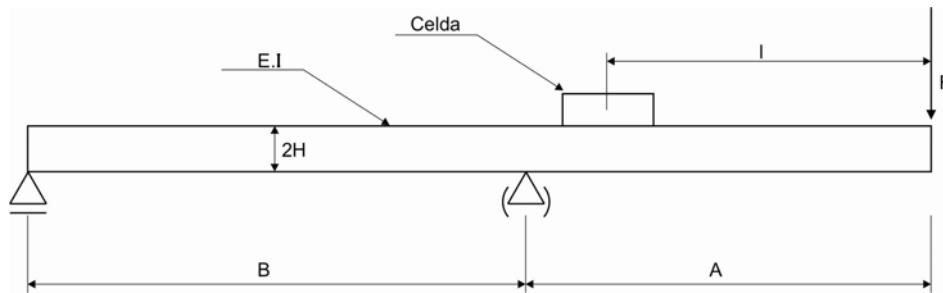


Figura 2: Características principales de una viga tipo.

De las diversas configuraciones posibles para lograrlo, se escoge en primera instancia un cuerpo elástico con forma semicircular (Figura 3a). El motivo de la elección es la propiedad que presenta una viga curva de concentrar la deformación en su radio interno, a la vez que presenta una rigidez global baja [3,10,11].

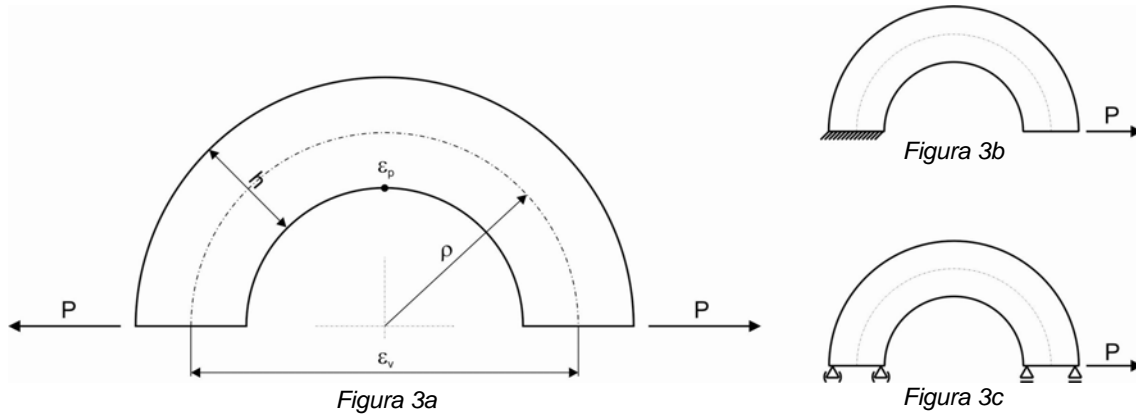


Figura 3: Cuerpo elástico semicircular: a) características, b) condición de vínculo: empotramiento en un brazo, c) condición de vínculo: restricción de movimiento vertical y giro en ambos brazos.

Resultan de interés para el análisis la ganancia mecánica, GM , y la rigidez relativa, KR . La ganancia mecánica, GM , se define como el cociente entre la deformación unitaria en el punto donde se fija la galga extensiométrica, ϵ_p , y la deformación unitaria sobre la viga, ϵ_v . La rigidez relativa, KR , se define como el cociente entre la rigidez del cuerpo elástico analizado, K_c , y la rigidez de un segmento recto del mismo material, espesor y ancho, K_r . Es decir:

$$GM = \frac{\epsilon_p}{\epsilon_v}, \quad KR = \frac{K_c}{K_r}. \quad (4)$$

El objetivo es evaluar qué radio y espesor debe tener el elemento curvo a fin de tener amplificación de deformación unitaria y reducción de rigidez.

El valor que tomen, tanto ϵ_p como K_c depende de las condiciones de vínculo de la viga curva. Por ello, se estudian dos situaciones posibles: empotramiento en un brazo (Figura 3b) y restricción de giro y desplazamiento vertical (RGDV) en ambos brazos (Figura 3c). En el primer caso se tiene cabal conocimiento de las fuerzas y momentos flectores actuantes en cada sección, lo que resulta en un análisis de extrema simplicidad. En el segundo, el

comportamiento del punto donde está aplicada la carga P es el mismo que tendría si se tratase de un anillo completo, por ende, pueden tratarse como tal.

Para la condición de empotramiento (Figura 3b), si se aplica el Teorema de Castigliano, y se asume que la deformación producida por esfuerzo normal y de corte pueden despreciarse frente a la producida por flexión, se obtiene el desplazamiento horizontal de un extremo del semicírculo respecto del otro. Si ese desplazamiento se divide entre la separación entre ellos, 2ρ , se tiene la deformación unitaria sobre la viga, ε_v . La deformación unitaria en el punto donde se fija la galga extensiométrica, ε_p , surge de analizar la tensión en ese punto [3].

Si se analiza al cuerpo elástico como un resorte, entonces su rigidez, Kc , está dada por el cociente entre la carga y la deformación que ésta provoca. Lo mismo ocurre al analizar la rigidez de un segmento recto del mismo material, espesor y ancho, Kr . La diferencia entre ambos es que a igualdad de carga, se producirán deformaciones diferentes en cada caso.

Se tiene, entonces:

$$GM = \frac{h^2}{3\pi\rho} \frac{\left[2h + h \ln\left(\frac{2\rho+h}{2\rho-h}\right) - 2\rho \ln\left(\frac{2\rho+h}{2\rho-h}\right) \right]}{(2\rho-h) \left[\rho \ln\left(\frac{2\rho+h}{2\rho-h}\right) - h \right]}, \quad KR = \frac{h^2}{3\pi\rho^2}. \quad (5)$$

Para la condición de restricción de giro y desplazamiento vertical en ambos brazos (Figura 3c), GM y KF se obtienen de las expresiones conocidas para el anillo [8]. Esto es:

$$\varepsilon_p = \frac{1,09P\rho}{Ebh^2}, \quad \varepsilon_v = \frac{0,895P\rho^2}{Ebh^3} \quad (6)$$

Así, se tiene:

$$GM = \frac{1,218h}{\rho}, \quad KR = \frac{1,117h^2}{\rho^2} \quad (7)$$

Con ambas condiciones de vínculo, para aumentar GM se necesitan radios pequeños y espesores grandes (Figura 4a), mientras que para obtener una KR baja se necesitan radios grandes y espesores pequeños (Figura 4b). Para verificar los resultados, se comparan los valores de GM obtenidos analítica y numéricamente utilizando un software comercial de MEF, para un espesor $h=0,5\text{cm}$ (Figura 4c). Puede verse que para que realmente exista amplificación ($GM>1$), para el primer caso $\rho < 0,5\text{cm}$ ($\rho < 0,6\text{cm}$ para el segundo), y $KR>0,11$ ($KR>0,75$). Esto indica que, con ese espesor, para lograr ganancia mecánica igual a la unidad, se debería fijar una galga extensiométrica en un semicírculo de radio interno de $0,25\text{cm}$ ($0,30\text{cm}$), lo que resulta imposible con las galgas comúnmente utilizadas para este tipo de aplicaciones [6].

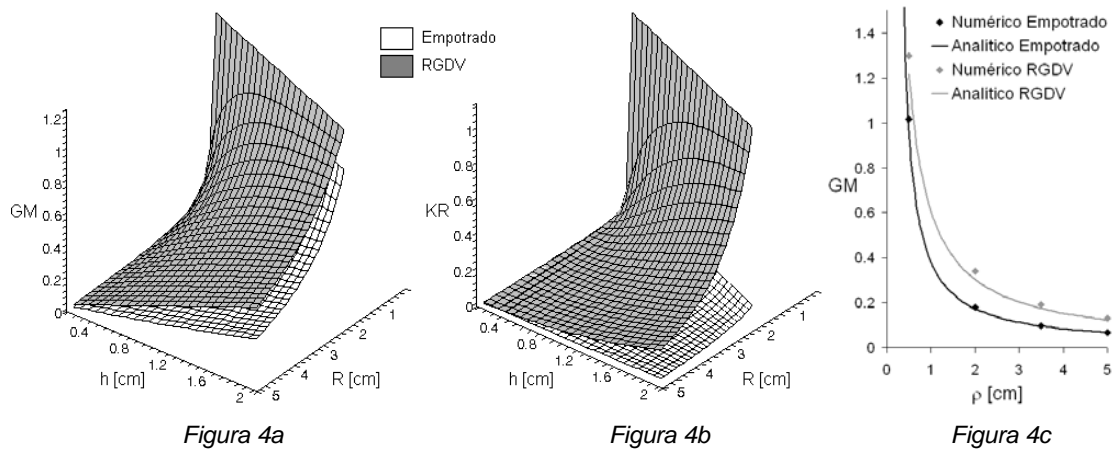


Figura 4: Características de una viga semicircular: a) GM en función de h y ρ , b) KR en función de h y ρ , c) GM en función de ρ para $h=0,5\text{cm}$.

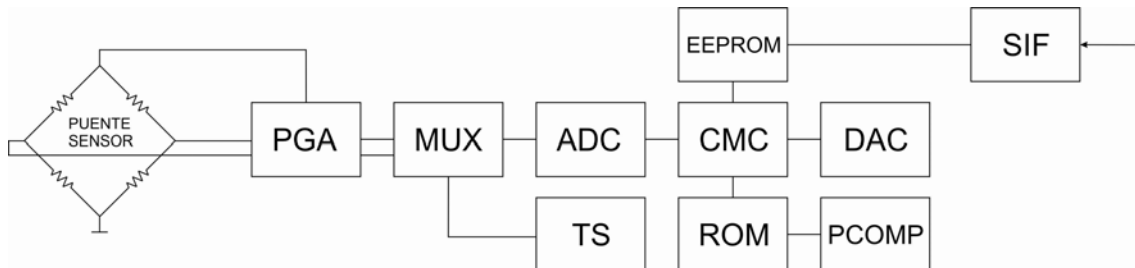
A pesar de lo poco favorable de las predicciones de GM , cualquiera de estas alternativas muestra la gran ventaja de su baja rigidez. Además de la extrema sencillez de fabricación, si se trabaja con un tamaño del semicírculo lo suficientemente grande, da la posibilidad de emplear múltiples galgas dispuestas en ambos radios del semicírculo, con la consiguiente compensación térmica y aumento de ganancia eléctrica. En una primera etapa, se ha construido una celda semicircular con vínculos RGDV (Figura 3c), con el objetivo de optimizar y poner a punto el circuito electrónico diseñado para adaptar la señal eléctrica de la celda. Los resultados obtenidos con la primer celda ensayada (Figura 5) fueron de acuerdo a lo esperado. Dada la baja GM , la señal medida requirió una amplificación electrónica muy alta. El aspecto más distintivo del ensayo, además de la prueba de los circuitos de amplificación de señal, resultó ser la necesidad de un gran rango de ajuste para buscar el cero de la señal de salida. Esa característica se debe a la baja rigidez del cuerpo elástico que hace que, dependiendo de cómo se monte la celda a la viga, la deformación inicial puede ser muy distinta. La solución a ello puede efectuarse de dos formas, o bien rigidizando el cuerpo elástico provisoriamente durante el montaje, o permitiendo que la electrónica de adaptación y acondicionamiento de la señal permita un amplio rango de ajuste de offset.



Figura 5: Fotografía de la primer celda ensayada, montada sobre una viga.

5. ELECTRÓNICA Y ADQUISICIÓN DE SEÑAL

El sistema de adquisición y procesamiento de datos se compone, básicamente, según se muestra en la Figura 6. El controlador empleado permite compensación por temperatura y el ajuste de la ganancia, del cero y de los parámetros de calibración, vía software.



PGA: Amplificador de Ganancia Programable	TS: Sensor de temperatura
MUX: Multiplexor	ROM: Memoria para corrección
ADC: Convertor analógico-digital	PCOMP: Comparador programable
CMC: Microcontrolador de calibración	EEPROM: Memoria no volátil para calibración
DAC: Convertor digital-analógico	SIF: Interfase serial

Figura 6: Diagrama de bloques del circuito electrónico empleado.

6. REDISEÑO Y ENSAYOS EXPERIMENTALES

La necesidad de incrementar GM lleva a buscar opciones que amplifiquen la deformación unitaria donde se fijan las galgas. Esto da un amplio abanico de opciones que se va cerrando cuando se busca, a la vez, mantener la baja rigidez del cuerpo elástico. De la evaluación de varias alternativas, se elige una configuración que concentra toda la deformación en una zona estrecha (Figura 7). Las galgas se fijan a un elemento elástico de un módulo de elasticidad E_e sensiblemente menor al del acero y sección resistente reducida.

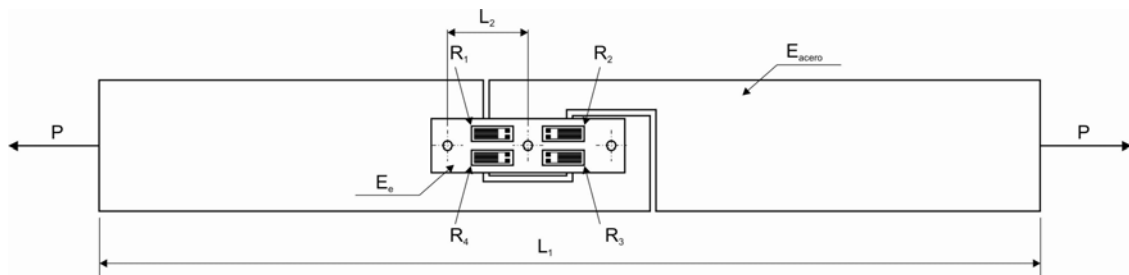


Figura 7: Esquema de la geometría de la celda de carga.

Esta geometría presenta varias ventajas:

- la rigidez global queda definida por la rigidez del elemento elástico al que se fijan las galgas,
- las deformaciones en las galgas son iguales y opuestas, por lo que se tiene $\kappa=4$ y se puede tener compensación por temperatura, y
- GM queda determinado por el cociente $L1/L2 > 1$, donde $L1$ es la separación entre mordazas y $L2$ es la longitud del elemento elástico al que se fijan las galgas.

Sin embargo, presenta la particularidad de que es extremadamente flexible a los momentos flectores que pudiesen aparecer durante el montaje, lo que atenta en contra de la integridad del elemento elástico al que se fijan las galgas. Para paliar este inconveniente, es necesario filtrar o minimizar las deformaciones ocasionadas por momento flector sobre la zona de medición [9]. La deformación que produce el momento flector es inversamente proporcional al momento de inercia de la sección. Entonces, un aumento del momento de inercia en la zona de medición respecto de las aledañas, hace que esta deformación se manifieste fuera de ella, donde la estructura es menos rígida a la flexión. No debe, sin embargo, perderse de vista que la rigidez a la tracción del conjunto tiene que seguir siendo baja para minimizar las cargas sobre las mordazas.

Respecto de la calidad de la señal de salida, el puente con cuatro galgas elegido compensa la señal para eliminar el efecto de la flexión [1,4].

Una buena alternativa que cumple con las demandas es el uso de un anillo para rodear la zona de medición (Figura 8a).

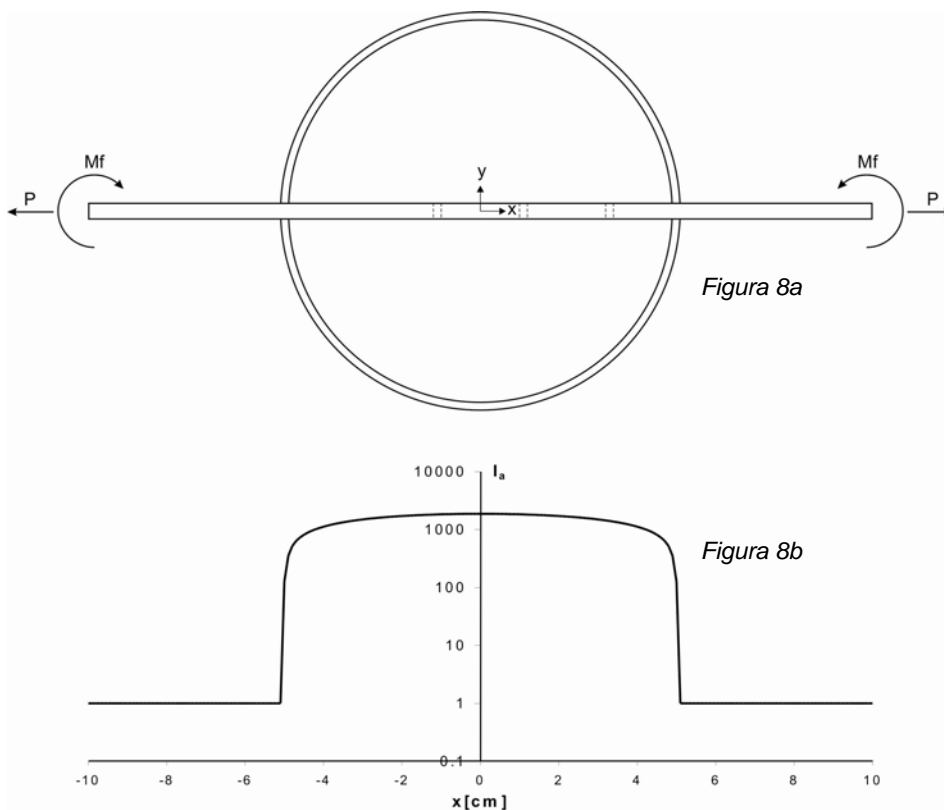


Figura 8: Filtro de flexión para la zona de medición: a) geometría del filtro, b) I_a en función de x .

Esta estructura muestra una gran flexibilidad a la tracción, P , y “filtra” las deformaciones debidas a un momento flector externo, M_f , en la zona de medición. Así, del diseño preliminar estudiado que parecía no haber sido del todo provechoso, se toma el conocimiento adquirido respecto de KR para el anillo. Se puede cuantificar la efectividad de este filtro analizando el Momento de Inercia Adimensional, I_a , que resulta del cociente entre el momento de inercia de

la pieza con el anillo en la zona de medición, y el de una pieza entera de espesor y ancho constante. Si se analiza la variación de I_a en función de la longitud del cuerpo elástico para un anillo de 50mm de radio y un espesor del anillo de 2mm y uno de 4mm en la parte recta, puede verse un notable incremento en la región de medición (Figura 8b). Esto implica una drástica disminución de las deformaciones por Mf en la zona de interés, con un mínimo aumento de la rigidez a la tracción global. Por ende, el agregado del anillo funciona como un filtro de flexión.

Tanto el elemento elástico al que se fijan las galgas, como el anillo presentan linealidad en la relación carga-deformación. Dado que la celda se monta sobre una viga sometida a flexión, la variable de entrada conocida es la deformación unitaria en la viga en función de la fuerza aplicada sobre ésta, F (Figura 2). Así, si la señal obtenida del puente pasa por etapas de amplificación electrónica de ganancia λ , la lectura final, δ_v , será directamente proporcional a $\delta_v \sim F.GM.GE.\lambda.E_r$.

A fin de constatar la linealidad y el comportamiento de la celda, se efectuaron ensayos de verificación sobre una viga empotrada. La respuesta de la celda se compara con la de una galga adherida directamente sobre la superficie de la viga (Figura 9).

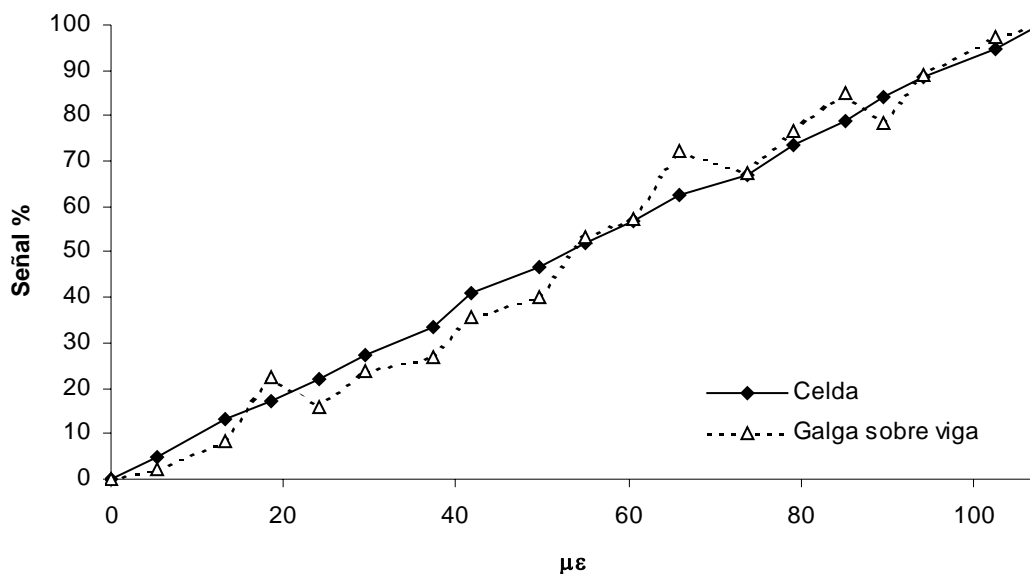


Figura 9: Curva de respuesta de la celda, en comparación con la señal obtenida de una galga adherida sobre la superficie de la viga.

El aumento de ganancia mecánica obtenido con la celda, proporciona una señal con menos ruido que se traduce en mayor linealidad y menor dispersión. Así, para el ensayo mostrado en la Figura 9, la respuesta de la celda muestra un valor del coeficiente de correlación $R^2 = 0.9991$. Como la señal de salida depende de la posición sobre la viga en la que se encuentra la celda, y dado que en muchas aplicaciones las características de la viga y/o distancia l son difíciles de determinar, lo más conveniente es efectuar la calibración de la celda una vez fijada a la

estructura. Para ello, se requiere medir simultáneamente con la celda en paralelo a calibrar y con una celda en serie con la fuerza F y luego compararlas.

7. CONCLUSIONES

El presente trabajo muestra los fundamentos del diseño de una celda de carga que mide indirectamente el valor de una fuerza aplicada sobre una viga, a través de la deformación producida sobre ésta. Se analizaron y ensayaron diversas variantes hasta llegar a una configuración sencilla de baja rigidez a la tracción y alta rigidez a la flexión en la zona de medición que permite su manipuleo y montaje sin mayores restricciones.

Los resultados obtenidos mediante el diseño final de celda de carga presentado muestran muy buena linealidad y repetitividad. El aumento de ganancia mecánica logrado permite obtener lecturas con menor dispersión que en mediciones con galgas fijadas directamente sobre la viga de ensayo.

8. REFERENCIAS

- [1] E.J. Alzate Rodríguez, J.W. Montes Ocampo y C.A. Silva Ortega, Medidores de Deformación por Resistencias: Galgas Extensiométricas, *Scientia Et Técnica*, Vol. XIII – Número 34, pp.7-12, 2007.
- [2] C.V. Collet y A.D. Hope, *Mediciones en Ingeniería*, Gustavo Gili S.A., 1976.
- [3] V.I. Feodosiev, *Resistencia de Materiales*, Mir, 1972.
- [4] R.S. Figliola y D.E. Beasley, *Mediciones Mecánicas, Teoría y Diseño*, Alfaomega, 2003.
- [5] G. M. Flores, R. L. Hecker , E. Dalhaye y J. Guzmán, Diseño Preliminar de una Celda de Carga Para Maquinado, *Mecánica Computacional*, Vol. XXV, pp.1347-1355, 2006.
- [6] HBM doc, *Strain Gages and Accessories*, HBM, 2007.
- [7] R. L. Hecker, J.A. Guzmán, G.M Flores y D.A Vicente, *8º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Fabricación y Ensayo Experimental de un Dinamómetro Para Torneado*, Mecatrónica – Electromecánica, Cusco (Perú), 2007.
- [8] S. Karabay, Design Criteria for Electro-Mechanical Transducers and Arrangement for Measurement of Strains Due to Metal Cutting Forces Acting on Dynamometers, *Materials and Design* , Vol XXVIII, pp. 496–506, 2007.
- [9] A. Paine, *Strain Measuring Apparatus*, U.S Patent 5423224, 1995.
- [10] J.E. Shigley y Ch.R. Mischke, *Diseño en Ingeniería Mecánica*, McGraw Hill, 1999.
- [11] R.L. Norton, *Diseño de Máquinas*, Pearson, 1999.

Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean agradecer a Mecanizados C&C por el tiempo y desinteresado apoyo dedicados a la fabricación de los elementos ensayados en este trabajo.