

Identificación de los coeficientes de fricción de un brazo robótico

Juan F. Giró ^(1,2,3), Walter B. Castelló ⁽¹⁾ y Julio C. Massa ⁽¹⁾

⁽¹⁾ *Departamento de Estructuras, Facultad de C. E. F. y N., Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, juanfiro@gmail.com*

⁽²⁾ *Facultad de Ingeniería, Universidad Católica de Córdoba, Camino a Alta Gracia Km 5 1/2, 5000 Córdoba, Argentina*

⁽³⁾ *Departamento de Ingeniería de Sistemas de Información, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional, C.P. (X5016ZAA) Córdoba, Argentina*

RESUMEN

Se propone una adaptación al campo de la robótica de un procedimiento de identificación de parámetros desarrollado para modelos estructurales. Así, en lugar de matrices de inercia, amortiguamiento y rigidez, los nuevos parámetros a identificar son los coeficientes de fricción en rótulas y otras articulaciones.

El objetivo de la identificación de parámetros es desarrollar o mejorar la representación matemática de los sistemas físicos usando datos experimentales. En el campo de la robótica resulta necesario determinar parámetros de inercia y coeficientes de fricción a partir de la respuesta de los dispositivos, donde los espectros de velocidades y aceleraciones de las trayectorias deben cumplir condiciones específicamente determinadas. En este trabajo se presenta y evalúa un procedimiento para Identificar coeficientes de fricción en un brazo robótico.

El procedimiento propuesto contiene dos etapas: en la primera se ajusta un modelo de regresión a partir de los registros temporales de excitación y respuesta, utilizando para ello redes neuronales artificiales. En la segunda etapa se identifican los parámetros del sistema en base al modelo neuronal utilizando una formulación de álgebra matricial, que facilita su implementación sistemática y la independiza de la complejidad o dimensión del sistema estudiado. Como ejemplo de aplicación se estudia el caso de un brazo manipulador de dos grados de libertad. Se discuten resultados obtenidos y se analiza la magnitud de los errores en los coeficientes de fricción obtenidos con el método propuesto en función del incremento de tiempo utilizado para discretizar los datos ingresados para entrenar el modelo neuronal.

Palabras Claves: identificación de parámetros, robots manipuladores, redes neuronales artificiales.

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de la identificación de parámetros es desarrollar o mejorar la representación matemática de los sistemas físicos usando datos experimentales. Es la forma de establecer un puente entre la realidad y los modelos que pretenden representarla, contribuyendo a entender mejor la primera y perfeccionar estos últimos. Los recientes desarrollos en tecnología computacional, en áreas tales como adquisición de datos, tratamiento de señales y procesamiento masivamente paralelo, han contribuido a estimular el interés por la identificación de parámetros de respuesta dinámica de sistemas mecánicos, explorando nuevos procedimientos y perfeccionando otros existentes.

Los robots manipuladores, de amplia difusión en la industria, son objeto de nuevas y variadas condiciones de diseño, algunas de ellas muy exigentes, referidas tanto a mayor autonomía como también a notables incrementos en la velocidad y precisión requeridos para sus movimientos. Esto a su vez impone nuevas exigencias sobre los sistemas de control e introduce la necesidad de mejorar los modelos matemáticos involucrados.

Dependiendo del estudio dinámico requerido se presentan dos tipos de problemas: 1) conocer el movimiento de un robot a partir de las fuerzas aplicadas (problema dinámico directo) y 2) determinar las fuerzas necesarias para producir cierto movimiento expresado en términos de posición, velocidad y aceleración (problema dinámico inverso). Cualquiera sea el caso, su resolución presupone el conocimiento de un conjunto de parámetros físicos con un nivel de exactitud acorde con la precisión deseada.

En el contexto de las nuevas exigencias de diseño ya señaladas adquiere renovada importancia la identificación de esos parámetros, que permitirá la estimación de valores precisos y confiables a partir de medidas experimentales del movimiento del robot. Si bien la identificación de parámetros dinámicos en el campo de la robótica viene siendo estudiada desde mediados de los 80' [1][2], la reconocida necesidad de contar con modelos más precisos hace que el tema de identificación de parámetros dinámicos continúe abierto y sea una de las áreas que ofrece mayores oportunidades de investigación en el campo de la dinámica de sistemas multicuerpo [3]. Más aún, cuando se considera la vigencia de la identificación de parámetros debe reconocerse la muy importante contribución de la tecnología computacional por sus nuevos desarrollos en adquisición de datos, tratamiento de señales y procesamiento masivamente paralelo.

En el estudio de brazos de robots manipuladores se distinguen tres tipos de parámetros: cinemáticos, dinámicos y disipativos. Entre los primeros se encuentran los que corresponden a la geometría del robot (longitud de las barras o eslabones y orientación de pares cinemáticos) y los causantes de errores de posicionamiento (asimetrías, desplazamientos y deformaciones). Por su parte los parámetros dinámicos se refieren a propiedades de las masas de los elementos e invariantes relacionados con ellas, tales como centros de gravedad, momentos y productos de inercia. Finalmente, es necesario conocer los parámetros disipativos para la representación correcta del modelo de fricción más conveniente para cada caso, lo cual es el objetivo central de este trabajo. En efecto, aquí se presenta y evalúa un procedimiento que está destinado a la identificación de coeficientes de fricción en brazos manipuladores a partir de registros en el dominio del tiempo de mediciones experimentales.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 se plantea el problema, en la Sección 3 se describe el procedimiento propuesto para resolverlo, en la Sección 4, a modo de ejemplo, se propone un caso simple para ser estudiado donde se genera el modelo numérico y se discuten los resultados obtenidos. Finalmente, en la Sección 5 se dan las conclusiones de este trabajo y algunas ideas para desarrollos futuros.

2. PLANTEO DEL PROBLEMA

Los robots manipuladores, como los aquí considerados, son sistemas mecánicos formados por eslabones conectados entre sí mediante uniones articuladas. Las uniones son los puntos de contacto entre los eslabones y cada unión es controlada en forma independiente mediante un accionador, normalmente electromecánico, que produce el torque necesario para forzar el movimiento relativo entre los eslabones. Se llaman posiciones articulares a las coordenadas generalizadas que describen cada situación.

Las ecuaciones diferenciales que representan el comportamiento dinámico del brazo del robot pueden obtenerse a partir del método de Newton-Euler (balance de fuerzas) o de las ecuaciones de Lagrange (balance de energías). Para el caso de un robot manipulador de n articulaciones o grados de libertad, estas ecuaciones no lineales (1) quedan expresadas en términos de un vector de posiciones articulares q y sus derivadas \dot{q} , y toman la forma siguiente:

$$\mathbf{M}_q \ddot{q} + \mathbf{C}_{q,\dot{q}} \dot{q} + \mathbf{G}_q + \mathbf{F} \dot{q} + F_c = \tau(t) \quad (1)$$

donde intervienen fuerzas de variada naturaleza:

- $\mathbf{M}_q \ddot{q}$ Fuerzas de inercia, dependientes del posicionamiento del brazo y su aceleración instantánea.
- $\mathbf{C}_{q,\dot{q}} \dot{q}$ Fuerzas centrífugas y de Coriolis, dependientes de la posición y del cuadrado de la velocidad.
- \mathbf{G}_q Fuerzas gravitacionales, dependientes de la posición de los miembros del brazo.
- $\mathbf{F} \dot{q}$ Fuerzas de fricción viscosas dependientes de las velocidades relativas.
- F_c Fuerzas de fricción de Coulomb con magnitud estacionaria y sentido opuesto al movimiento.
- $\tau(t)$ Fuerzas exteriores representadas por los torques suministrados por los accionadores.

Estas fuerzas están a su vez asociadas a matrices que tienen las siguientes características:

- M**: Matriz de inercia, que es definida positiva de orden n y dependiente del vector de posiciones articulares q .
- C**: Matriz centrífuga y de Coriolis, dependiente del vector q y de su derivada \dot{q} , que representa el vector de las velocidades angulares.
- F**: Matriz de fricción viscosa, para la que se asume un modelo denominado "estático" en el que las fuerzas (o momentos) de fricción quedan expresadas en función de las velocidades instantáneas relativas entre los cuerpos en contacto. Así planteada la matriz de fricción es diagonal, sus coeficientes son invariantes en el tiempo y una característica importante es su naturaleza disipativa, es decir: $\dot{q}^T \mathbf{F} \dot{q} > 0$.

El tratamiento de las fuerzas de fricción merece un párrafo aparte. En efecto, el modelado matemático de la fricción en el campo de la robótica ha sido abordado en de una gran cantidad de trabajos que incluyen modelos lineales y no lineales de diversa complejidad [4][5] sin haberse

alcanzado una representación concluyente. Los modelos que tienen mayor difusión expresan las fuerzas de fricción τ_F mediante expresiones generales del tipo:

$$\tau_F = \mathbf{F} \dot{q} + \text{sign}(\dot{q}) \overline{F}_c \quad (2)$$

$$\tau_F = \mathbf{F} \dot{q} + \text{sign}(\dot{q}) \overline{F}_c + \mathbf{F}_s \dot{q}^{1/3} \quad (3)$$

donde se combinan las fuerzas de fricción viscosa originadas en la matriz de fricción viscosa \mathbf{F} y las fuerzas de fricción de Coulomb. En este trabajo se utiliza el modelo representado por la Ecuación (2), empleado con mayor frecuencia por considerárselo adecuado para representar fenómenos de fricción en mecanismos en movimiento, aunque no es recomendable para casos de muy bajas velocidades y regulación de posición.

La determinación de la forma explícita de las fuerzas de la Ecuación (1) es en general laboriosa y puede llegar a requerir un esfuerzo muy grande cuando se trata de mecanismos espaciales con un número elevado de grados de libertad. A pesar de que las ecuaciones de Lagrange y los ángulos de Euler contribuyen a facilitar esta tarea, es muy difícil de sistematizar y siempre requiere, en última instancia, una verificación muy minuciosa a efectos de evitar errores.

En la Ecuación (1) se dan dos situaciones claramente diferenciadas. Por un lado están las matrices de masa, centrífugas y de coriolis y las fuerzas gravitatorias, que pueden ser determinadas con muy buena aproximación en cada caso a partir de las dimensiones de los elementos y leyes de la mecánica, aunque el proceso sea laborioso. Muy distinto es el caso de los componentes de la matriz de fricción, que son muy difíciles de cuantificar por tratarse de un fenómeno de naturaleza compleja y en alguna medida desconocida. En efecto, las fuerzas de fricción dependen de múltiples factores, como la naturaleza de los materiales en contacto, el tipo de lubricación y la temperatura, entre otros.

Es a partir de esta situación que se propone un procedimiento para la determinación de los componentes de la matriz de fricción de un mecanismo espacial de barras articuladas. Para ello se recurre a la identificación de estos componentes a partir de mediciones experimentales de la respuesta del mecanismo en el dominio del tiempo a ciertas condiciones de excitación.

3. DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO PROPUESTO

La identificación directa de parámetros a partir de mediciones experimentales ofrece algunos inconvenientes, el primero es la dificultad, e inclusive muchas veces imposibilidad, de excitar al mecanismo que se estudia en la forma apropiada como para permitir la determinación de los valores buscados. Otra dificultad se origina en los errores inherentes a las mediciones, que se propagan luego a través de los procesos numéricos de identificación de parámetros y normalmente tienen un importante impacto en los resultados contribuyendo a su incertidumbre. Como es de esperarse, en muchos casos estos problemas restringen enormemente la potencialidad de los ensayos, desalentando su utilización y dejándolos limitados al tratamiento de casos muy simples, de poco interés práctico.

Para superar estas limitaciones se recurre a una idea propuesta con anterioridad para la identificación de parámetros en estructuras [6], que se apoya en la determinación de los coeficientes de fricción sobre mediciones "virtuales" obtenidas a partir de un modelo numérico,

que obviamente reproduce a su vez el comportamiento del sistema real estudiado. De esta manera la solución del problema planteado se obtiene en dos etapas:

- 1) Desarrollo de un modelo numérico capaz de reproducir el comportamiento del sistema real estudiado. Para ello se recurre a registros de mediciones en el dominio del tiempo que correspondan a ciertas condiciones de excitación apropiadas para la definición del modelo y a la vez factibles de ser implementadas experimentalmente.
- 2) Uso del modelo numérico anterior para evaluar su comportamiento dinámico y obtener registros de su respuesta conducentes a la identificación de parámetros, que en este caso son los componentes de la matriz de fricción. Se evitan así las dificultades o limitaciones que impedían estudiar la respuesta del modelo numérico en las condiciones más convenientes para el proceso de identificación.

3.1 Modelo Numérico

El desarrollo del modelo aquí presentado se apoya en la medición del comportamiento dinámico del sistema, es decir en los registros temporales de las excitaciones y sus respuestas, prescindiendo aquí del planteo de la formulación matemática del fenómeno estudiado. Se trata por lo tanto de un enfoque de "caja negra", del tipo identificado como NARX (*No linear, Auto Regresivo y Exógeno*), que utiliza redes neuronales artificiales como un recurso muy conveniente para su implementación. En efecto, hay tres aspectos que justifican la creciente utilización de distintas variantes de redes neuronales en el modelado de sistemas dinámicos: 1) aptitud para aproximar funciones complejas y altamente no lineales, como es el caso aquí tratado, 2) capacidad de aprendizaje, que posibilita ajustar el modelo a través de procesos que se basan en las conductas observadas y 3) tolerancia de las redes neuronales a datos imprecisos o incompletos, los que las hace especialmente apropiadas para los casos en que se opera con datos de mediciones experimentales.

Volviendo al primer aspecto señalado, numerosos estudios [7][8] han demostrado que las redes neuronales proveen buenos resultados cuando se las usa para representar funciones no lineales. En este caso se emplean las llamadas "hacia adelante" o "feedforward", en el sentido que establecen una relación directa entre entrada y salida que emula el comportamiento del sistema representado, sin ciclos de realimentación o procesos recurrentes.

Cuando se mencionan estos buenos desempeños de las redes neuronales artificiales como aproximadores de funciones desconocidas, también deben reconocerse sus aspectos contróvertidos, que se refieren a la carencia de recomendaciones definitivas que permitan seleccionar el tipo de red y la arquitectura más conveniente para cada caso. A pesar del intenso estudio de que han sido objeto, no es por el momento posible evitar una tarea de exploración para determinar la arquitectura de la red (cantidad de capas, unidades por capa y los vínculos entre ellas), las funciones de activación (lineales, hiperbólicas o sigmoidales) y las técnicas para el proceso de entrenamiento, entre otras.

Para el caso aquí tratado la función a ser representada adopta la forma general:

$$q_{t+1} = f(q_t, q_{t-1}, q_{t-2}, q_{t-3}, \tau_{t+1}) \quad (4)$$

y para ello se recurrió a una red multicapa de Perceptrones con $5n$ unidades de entrada, una capa de unidades oculta y n unidades de salida. Para las unidades ocultas y para las unidades de salida se utilizaron tangentes hiperbólicas como funciones de activación.

3.2 Identificación de parámetros

Para la identificación de parámetros se presentan dos alternativas, que son operar con la ecuación de estado o partir de la relación entrada-salida, adoptándose aquí esta última. Así, una vez que se cuenta con el modelo neuronal se procede a determinar su respuesta a diferentes condiciones iniciales. Para cada una de estas condiciones se obtienen secuencias de vectores q , igualmente espaciados en el tiempo y para cada uno de ellos se determinan numéricamente los vectores velocidad y aceleración. Se selecciona finalmente un conjunto de m vectores desplazamientos y sus correspondientes vectores velocidad y aceleración.

Para el caso del brazo de robot que se mueve a partir de sus condiciones iniciales, las ecuaciones diferenciales (1), se tornan:

$$\mathbf{M}_q \ddot{q} + \mathbf{C}_{q,\dot{q}} \dot{q} + \mathbf{G}_q + \mathbf{F} \dot{q} + \mathbf{F}_c = 0 \quad (5)$$

y pueden ser reescritas como

$$\mathbf{M}_q \ddot{q} + \mathbf{C}_{q,\dot{q}} \dot{q} + \mathbf{G}_q = -\mathbf{F} \dot{q} - \mathbf{F}_c \quad (6)$$

Evaluando la ecuación anterior para el conjunto de m posiciones ya seleccionadas, se define una matriz \mathbf{A} con los m primeros miembros, una matriz \mathbf{B} que agrupa los m vectores velocidad y una matriz \mathbf{F}_c con las fuerzas de fricción de Coulomb:

$$\mathbf{A} = -\mathbf{F}\mathbf{B} - \mathbf{F}_c \quad \text{donde } \mathbf{B} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dots, \dot{q}_m] \quad (7)$$

Con el fin de eliminar las fuerzas de fricción de Coulomb de la Ecuación (7) se redefinen las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} , agrupando y sumando las columnas de a pares con la precaución de que los miembros de cada par tengan en cada grado de libertad signos distintos en las velocidades, lo que hace nula a \mathbf{F}_c . De esta manera se obtienen nuevas matrices, denominadas \mathbf{A}' y \mathbf{B}' , cuya cantidad de columnas se redujo a la mitad y la Ecuación (7) toma una forma apropiada para la determinación de la matriz \mathbf{F} :

$$\mathbf{A}' = -\mathbf{F}\mathbf{B}' \quad (8)$$

lo que permite deducir la matriz de fricción \mathbf{F} a partir de la pseudoinversa de \mathbf{B}

$$\mathbf{F}^T = -(\mathbf{B}'^T)^+ \mathbf{A}'^T = -(\mathbf{B}'\mathbf{B}'^T)^{-1} \mathbf{B}'\mathbf{A}'^T \quad (9)$$

La utilización de la pseudoinversa o inversa de Moore-Penrose, $()^+$, de una matriz merece algunas consideraciones. En primer lugar reconocer que se trata de una optimización implícita de un problema sobredeterminado, es decir se dispone de más ecuaciones que incógnitas, cuya solución corresponde a un planteo de mínimos cuadrados. Además, nótese que este procedimiento está supeditado a que la pseudoinversa de la matriz \mathbf{B}' exista, lo que implica que debe ser de rango completo.

Una vez conocida la matriz \mathbf{F} puede tomarse alguna de las columnas de las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} de la Ecuación (7) para determinar los coeficientes de Fricción de Coulomb. Usando por ejemplo la columna "k" se tiene:

$$F_c = A_k + \mathbf{F} B_k \quad (10)$$

A continuación se presenta un ejemplo para ilustrar el procedimiento propuesto.

4. CASO ESTUDIADO

Se adopta como caso de estudio un brazo de robot manipulador de dos grados de libertad del tipo frecuentemente utilizado en la literatura con fines de ejemplo. Sus dimensiones y propiedades se representan esquemáticamente en la Figura 1 y los valores se dan en la Tabla 1, donde m_i , I_i y L_i son respectivamente la masa, el momento de inercia másico y la longitud del eslabón "i", d_i ubica la posición del centro de gravedad y g es la aceleración de la gravedad.

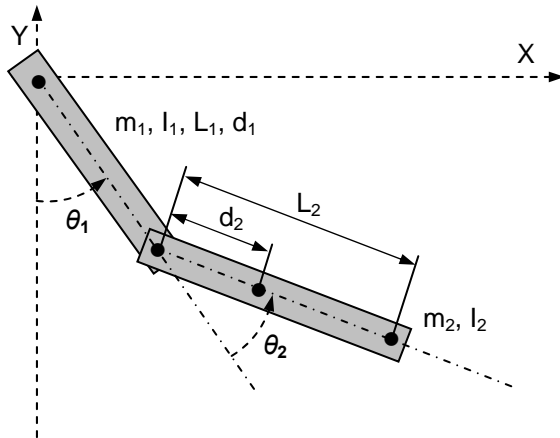


Figura 1 Esquema del brazo manipulador

Tabla 1 Dimensiones

Símbolo	Valor	Unidad
L_1	0,450	m
L_2	0,450	m
d_1	0,091	m
d_2	0,048	m
m_1	23,902	Kg
m_2	3,880	Kg
I_1	1,266	Kg.m ²
I_2	0,093	Kg.m ²
g	9,810	m/s ²

El vector de posiciones articulares es $q^T = (\theta_1, \theta_2)$ y las matrices y vectores correspondientes a la Ecuación (1) se calcularon usando las ecuaciones de Lagrange, resultando:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 d_1^2 + m_2 (L_1^2 + d_2^2) + I_1 + I_2 & m_2 d_2^2 + I_2 \\ m_2 d_2^2 + I_2 & m_2 d_2^2 + I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_2 L_1 d_2 \cos \theta_2 & m_2 L_1 d_2 \cos \theta_2 \\ m_2 L_1 d_2 \cos \theta_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -m_2 L_1 d_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 & -m_2 L_1 d_2 \sin \theta_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ -m_2 L_1 d_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{G} = \begin{Bmatrix} (m_1 d_1 + m_2 L_1) g \sin \theta_1 + m_2 d_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ m_2 d_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_1 & 0 \\ 0 & f_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{F}_c = \begin{Bmatrix} f_{c1} \\ f_{c2} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Tal como puede observarse, todos los elementos de las matrices \mathbf{M} , \mathbf{C} y el vector gravitatorio \mathbf{G} son expresados en términos de las dimensiones y propiedades de los eslabones, y son además dependientes de la posición del brazo. Por su parte los elementos de la matriz \mathbf{C} son también dependientes de la velocidad. Finalmente, los elementos de la matriz de fricción \mathbf{F} y vector de Coulomb \mathbf{F}_c son los parámetros a ser identificados.

4.1 Definición del modelo numérico

A efectos de evaluar al procedimiento propuesto se utilizaron valores de parámetros de fricción prefijados y se obtuvo la respuesta del brazo manipulador mediante integración numérica de las ecuaciones del movimiento. Se generó así información precisa tanto para comprobar el buen desempeño del modelo neuronal como también para evaluar el procedimiento propuesto para la identificación de los coeficientes de fricción.

Para implementar el modelo neuronal se probaron redes con diferente cantidad de unidades en su capa oculta: 15, 19 y 23, no apreciándose diferencias significativas entre sus respuestas. Se adoptó un número elevado de unidades siguiendo las recomendaciones de Chandra y Singh [9], que demostraron que la redundancia es el factor determinante tanto de la tolerancia a ruido como también de la capacidad de generalización de este tipo de modelos.

En todos los casos se utilizó una condición de carga para entrenar el modelo y condiciones de carga diferentes para la validación. Las condiciones de carga más convenientes para el entrenamiento no fueron fáciles de anticipar y en algunos casos llevaron a la necesidad de un proceso exploratorio. Como era de esperar, pudo comprobarse que una vez entrenados los modelos neuronales no se limitan a memorizar patrones de conducta del sistema real, sino que verdaderamente capturan sus propiedades, por lo que reproducen correctamente su respuesta en cualquier condición de excitación y condiciones iniciales. A título de ejemplo se muestran en las Figuras 2 y 3 respuestas del modelo neuronal en un intervalo total de 6 segundos.

El modelo neuronal fue entrenado a partir de 600 valores de respuesta igualmente espaciados con un incremento de 0,01 seg. Con este modelo se simuló el comportamiento del sistema real ante diferentes condiciones iniciales, obteniéndose un error máximo del orden del 0,1%. La Figura 2 muestra la respuesta del brazo, obtenida con el modelo neuronal desarrollado, a una condición de posición inicial impuesta de 45° en el eslabón 1, estando el eslabón 2 alineado con el 1, vale decir: $q_0^T = (\pi/4, 0)$. En la Figura 3 se impuso como condición inicial $q_0^T = (\pi/4, -\pi/2)$. Las velocidades se representaron en los gráficos con líneas interrumpidas y fueron obtenidas por integración numérica utilizando la respuesta generada por la red neuronal.

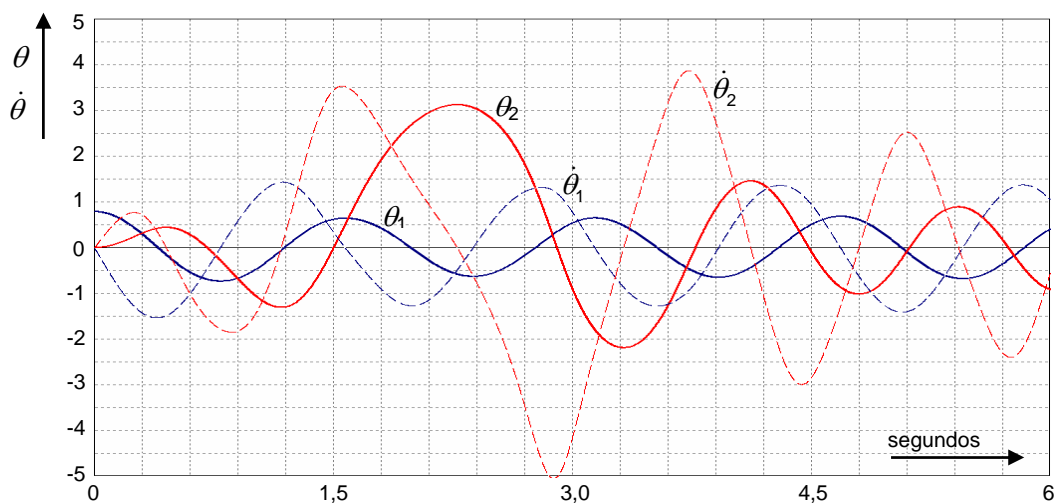


Figura 2 Respuesta del brazo a una condición de posición inicial $\theta_1 = 45^\circ$ y $\theta_2 = 0^\circ$

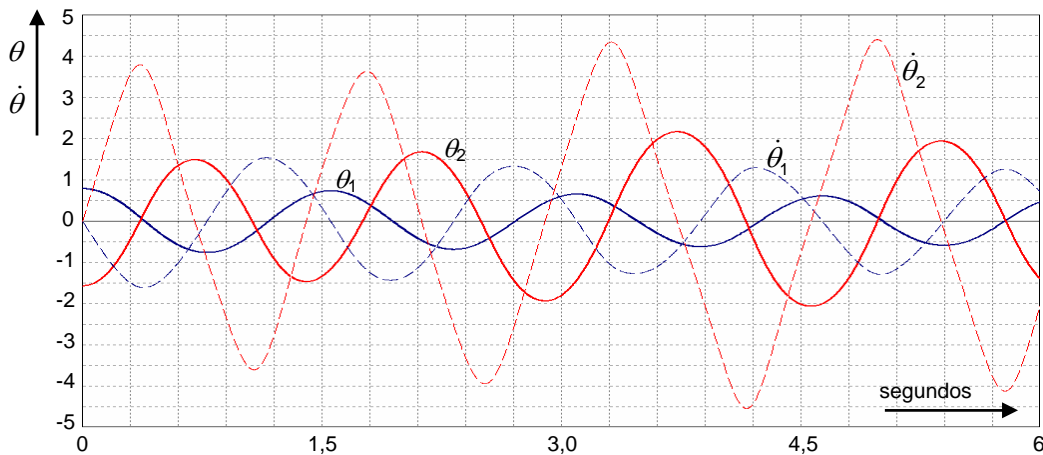


Figura 3 Respuesta del brazo a una condición de posición inicial $\theta_1 = 45^\circ$ y $\theta_2 = -90^\circ$

4.2 Obtención de los coeficientes de fricción

Una vez entrenado el modelo neuronal, el paso siguiente fue someterlo a una variada combinación de condiciones iniciales de posición a efectos de disponer de registros de la respuesta del sistema para la identificación de los parámetros de fricción. Con estos registros de posiciones articulares se calcularon las correspondientes velocidades y aceleraciones, usándose para ello fórmulas de derivación numérica de orden elevado propuestas por McCormick y Salvadori [10]. Finalmente se calcularon los coeficientes de fricción con las Ecuaciones (9) y (10).

En la Figura 4 se graficó el error porcentual de los coeficientes de fricción obtenidos con el método propuesto [Ec. (9) y (10)] en función del incremento de tiempo (Δt) utilizados en los datos para entrenar el modelo neuronal. Los puntos corresponden a los resultados de las simulaciones, mientras que en línea llena se muestran rectas ajustadas por cuadrados mínimos. El error cometido en el cálculo de los coeficientes de fricción viscosa es pequeño, del orden del 0,05 % para los incrementos Δt pequeños y del 0,15 % para los incrementos mayores. El cálculo posterior de los coeficientes de fricción de Coulomb muestra errores entre 0,08 y 0,18 %. Estos últimos tienen aproximadamente un 0,025 % más de error en todo el intervalo considerado. Hay que destacar que hubo muy poca dispersión entre los resultados obtenidos con distinta cantidad de unidades en la capa oculta. Por haberse considerado ambas etapas del procedimiento propuesto, estos errores representan su capacidad de identificación de los parámetros de fricción viscosa y de Coulomb con modelos neuronales de Perceptrones de una capa oculta.

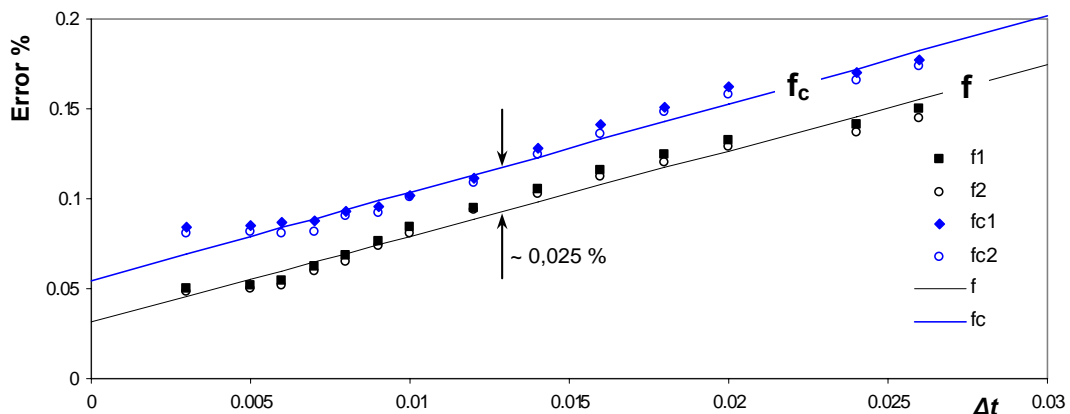


Figura 4 Error de en la determinación de coeficientes de fricción viscosa (f_1 , f_2) y de Coulomb (f_{c1} , f_{c2})

5. CONCLUSIONES

Se presentó y evaluó un procedimiento para la identificación de coeficientes de fricción en brazos manipuladores para operar con registros en el dominio del tiempo provenientes de mediciones experimentales. En este caso se trabajó con registros determinados numéricamente a efectos de comprobar el buen desempeño del método propuesto, que incluye inicialmente el ajuste de un modelo neuronal y una segunda etapa destinada a la identificación de los parámetros.

Las experiencias realizadas con un manipulador simple permitieron obtener muy buenos resultados, aún cuando se utiliza un intervalo de tiempo relativamente grande para discretizar los datos de entrada para entrenar el modelo neuronal.

Se continuará trabajando para estudiar el desempeño de este procedimiento cuando se lo aplique a otros mecanismos más complejos, esperándose confirmar que los resultados serán igualmente buenos. Además, se ha previsto trabajar también con diferentes configuraciones de redes neuronales a efectos de estudiar su capacidad de filtrado y la sensibilidad de los resultados a señales de entrada ruidosas.

6. REFERENCIAS

- [1] P.K. Khosla and T. Kanade, *Parameter Identification of Robot Dynamics*, Proceedings of the 24th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 1754–1760, 1985.
- [2] H.B. Olsen and G.A. Bekey, *Identification of Robot Dynamics*, Proceedings of the 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2:1004–1010, 1986.
- [3] N. Farhat, *Identificación de Parámetros Dinámicos en Sistemas de Cadena Cerrada. Aplicación a Robot Paralelos*, Tesis, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, 2006.
- [4] B. Armstrong, *Friction: Experimental Determination Modeling and Compensation*, IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 1422–1427, 1988.
- [5] H. Olsson, K.J. Åström, C. Canudas-de-Wit, M. Gäfvert and P. Lischinsky, *Friction Models and Friction Compensation*, European Journal of Control, pp. 176–195, 1998.
- [6] J. Giró, A. Garcia y J. Stuardi, Identificación de Parámetros de Sistemas Dinámicos a Través de Redes Neuronales Artificiales, *Mecánica Computacional*, 26: 2585–2599, 2007.
- [7] K. Worden, G.R. Tomlinson, W. Lim y G. Sauer, Modeling and Classification of Non-linear Systems Using Neural Networks—II: A Preliminary Experiment, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 8:395–419 (Sections 3.6, 5.1), 1994.
- [8] S.A. Billings, H.B. Jamaluddin y S. Chen, Properties of Neural Networks With Applications to Modeling Non-Linear Dynamical Systems, *International Journal of Control*, 55:193–224 (Sections 3.2, 3.6, 6.3), 1991.
- [9] P. Chandra and Y. Singh, *Fault Tolerance of Feedforward Artificial Neural Networks- A Framework of Study*. Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, School of Information Technology, Indraprastha University, Delhi, India.1:489–494, 2003.
- [10] J. McCormick and M. Salvadori, *Numerical Methods in FORTRAN*, Prentice–Hall, 1964.