

# INFLUENCIA DE LA CONFIGURACIÓN DE SUSPENSIÓN EN LA VELOCIDAD CRÍTICA DE ROLIDO EN ÓMNIBUS DE DOBLE PISO

Alejandro Martínez<sup>\*1</sup>, Ing. Fernando Imaz<sup>2</sup> e Ing. Eduardo Donnet<sup>3</sup>.

<sup>\*1,2,3</sup> GETRANS (Grupo de Estudios Sobre Transporte) – Universidad Tecnológica Nacional - FRSF  
Lavaise 610 – Santa Fe, Santa Fe  
martinez.a@live.com.ar

## RESUMEN

El autobús de doble piso es un vehículo que ha tomado una preponderancia exclusiva y casi única en el transporte masivo de pasajeros de larga distancia en la Argentina. Este uso extendido en nuestro país, se ha difundido por las especiales características de nuestro territorio y una lógica empresaria, que combina el transporte de personas con la logística de cargas de pequeño porte, altamente influenciada por la falta de medios alternativos de transporte.

Debido al masivo uso, y con los antecedentes en accidentología que tienen estos vehículos en Argentina, dentro del PID 25/O140 denominado "Análisis de las Condiciones de Operación en Vehículos de Transporte Automotor de Pasajeros de Doble Piso", se propone estudiar el movimiento de rolido oscilatorio alrededor del eje longitudinal de dicho vehículo, para distintas configuraciones, con el fin de determinar la velocidad crítica de rolido, y poder analizar su impacto en la estabilidad.

Aplicando a este sistema mecánico simplificado la teoría de vibraciones mecánicas (respuesta a una excitación armónica) y apoyado en datos reales, (rangos de velocidades a los que este fenómeno se hace presente) se determinó la velocidad donde se manifiesta con mayor

importancia el movimiento de rolido oscilante. Este hecho se evaluó para las distintas configuraciones de suspensiones en vehículos de doble piso, para luego analizar la forma en que varía este comportamiento, dependiendo de la configuración de la suspensión, y cuál de ellas es la más ventajosa teniendo como foco la mayor estabilidad.

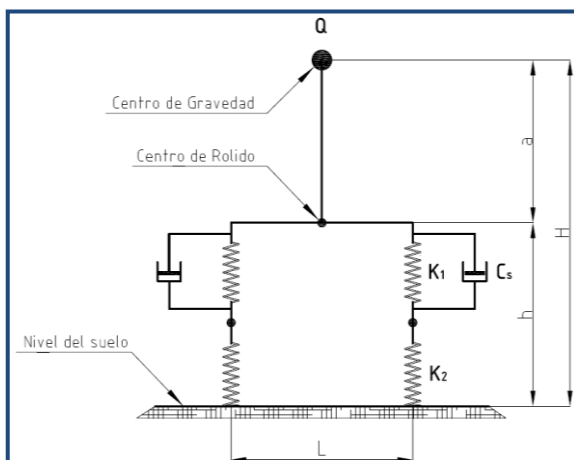


Fig. 1: Diagrama simplificado sistema de suspensión  
Fuente: Elaboración Propia.

**Palabras claves:** Estabilidad, accidentología, velocidad, ómnibus, rolido.

## 1. INTRODUCCION

Considerando los movimientos de la carrocería de un vehículo automotor en condiciones operativas, se pueden distinguir tres principales, Fig. 2:

- Rolido: Es un movimiento de rotación alrededor de un eje longitudinal que pasa por dos puntos característicos de la suspensión, que son los centros de rolido delantero y trasero. Este movimiento puede ser constante (fuerza centrífuga) o del tipo oscilante (movimiento oscilatorio forzado amortiguado).
- Cabeceo: movimiento de la carrocería alrededor de un eje transversal.
- Planeo: movimiento a lo largo del eje vertical, de tipo alternativo.

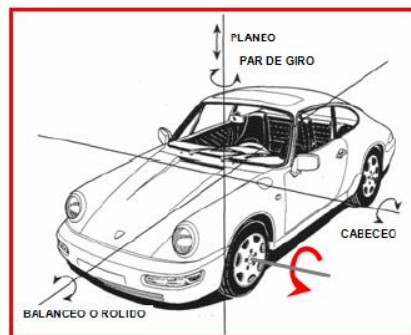


Fig. 2: Diagrama simplificado sistema de suspensión  
Fuente: Elaboración Propia.

En la práctica en los ómnibus de doble piso, a una determinada velocidad aparece un movimiento de rolido oscilante, que a una altura aproximada de 3 [m] del suelo (piso superior), se percibe con una amplitud oscilatoria transversal de entre 5 y 15 [cm].

El conocimiento de la velocidad a la cual se inicia y mantiene esta situación, es de especial interés para evaluar como el movimiento de rolido oscilatorio de una suspensión, en ciertas condiciones de operación (ensayo), afecta a la estabilidad del mismo.

## 2. CONSIDERACIONES PARA EL ANÁLISIS

Se considera un movimiento oscilatorio forzado amortiguado. Para mantener un sistema oscilando es necesario suministrar energía al sistema, cuando esto se lleva a cabo se dice que la vibración es forzada. Si se introduce energía en el sistema a un ritmo mayor del que se disipa, la energía aumenta con el tiempo, lo que se manifiesta por un aumento de la amplitud del movimiento. Si la energía se proporciona al mismo ritmo que se disipa, la amplitud permanece constante con el tiempo. Esta situación, donde la amplitud de la oscilación se mantiene constante, es la que se va a estudiar.

Para ello, se analiza el sistema delantero de suspensión amortiguado de un ómnibus, haciendo uso de la teoría de vibraciones mecánicas [1].

Para esto, se definen dos configuraciones actuales de suspensión, haciendo las simplificaciones necesarias para reducir el número de variables que intervienen en el comportamiento dinámico de esos sistemas.

### 3. CALCULOS

El primer caso a analizar es el de un ómnibus Scania "k 112".

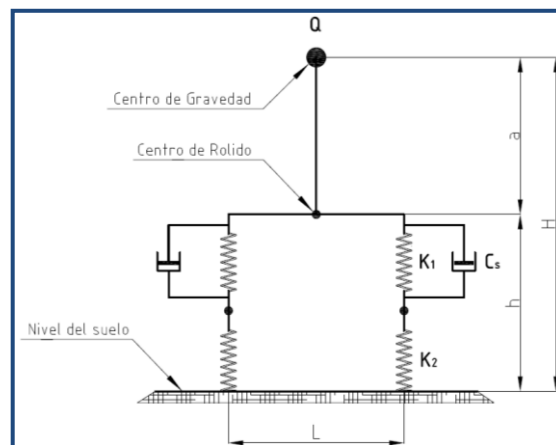


Fig. 3: Diagrama simplificado sistema de suspensión  
Fuente: Elaboración Propia.

En la Fig. 3 se representa esquemáticamente su sistema de suspensión delantera. Las especificaciones para estudiar el funcionamiento se detallan a continuación. Los valores asignados fueron obtenidos de folletos de fabricantes y ensayos realizados por fabricantes de carrocerías.

- $Q$ = Carga en el eje delantero= 6300 [kg]
- $H$ = Altura estimada del centro de gravedad= 190 [cm]
- $h$ = Altura de los soportes superiores de las veigas neumáticas= 126 [cm]
- $a$ = Distancia entre el centro de gravedad y el centro de rolido= 64 [cm]
- $K_1$ = Constante de elongación de vejiga neumática= 329 [kg/cm]
- $K_2$ = Constante de elongación de la cubierta= 603 [kg/cm]
- $e$ = Deformación de la cubierta bajo carga= 5,25 [cm]
- $C_s$ = Resistencia del amortiguador= 22 [kg.seg/cm]
- $L$ = Distancia entre veigas de la suspensión del vehículo= 140 [cm]
- $r$ = Radio para determinar la característica del rolido= 3 [m]

Con estos datos se procede a realizar los cálculos de frecuencias de vibraciones, desfase entre ondas, amplitudes de los movimientos, etc., implicadas en el funcionamiento del sistema mecánico propuesto.

Las formulas utilizadas de aquí hasta el final del presente trabajo son extraídas de Construcciones Metálicas, Tomo 1 Ed. Dossat S.A Madrid [1] y de bibliografía sobre física elemental.

En primer lugar se calcula el coeficiente de elongación total  $K_t$ , Ecuación (1), del sistema  $K_1$  y  $K_2$  en serie:

$$K_t = \frac{1}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}} \quad (1)$$

$$K_t = \frac{1}{\frac{1}{\frac{329 \frac{kg}{cm^2}}{cm^2}} + \frac{1}{\frac{603 \frac{kg}{cm^2}}{cm^2}}} = 212,86 \left[ \frac{kg}{cm^2} \right]$$

Por otra parte, la frecuencia de oscilación de la cubierta será, por la Ecuación (2):

$$N_3 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_2 \cdot 2 \cdot g}{Q} \right)^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{g}{e} \right)^{1/2} \quad (2)$$

Donde  $e$  es la deformación de la cubierta cuando esta aplicada la carga  $Q$  y vale: 5,25 [cm], entonces:

$$N_3 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{981 \frac{cm}{s^2}}{5,25 \text{ cm}} \right)^{1/2} = 2,18 [H]$$

Luego se determina la frecuencia de oscilación del sistema integrado y su velocidad angular,

$N_2$  = Frecuencia de oscilación del sistema integrado, Ecuación (2).

$$N_2 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_1 \cdot L^2 \cdot g}{Q \cdot a^2} \right)^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[ \frac{329 \frac{kg}{cm^2} \cdot (140 \text{ cm})^2 \cdot 981 \frac{cm}{s^2}}{6300 \text{ kg} \cdot (64 \text{ cm})^2} \right]^{1/2} = 2,49 [H] \quad (2)$$

Cuya velocidad angular es, Ecuación (3):

$$\omega_2 = N_2 \cdot 2\pi = 2,49 \cdot 2\pi = 15,66 \left[ \frac{rad}{s} \right] \quad (3)$$

La relación entre las frecuencias  $N_3$  y  $N_2$  será, Ecuación (4):

$$R_1 = \frac{N_3}{N_2} = \frac{2,18 [H]}{2,49 [H]} = 0,873 \quad (4)$$

Una característica importante el elemento amortiguador, es el valor del amortiguamiento crítico  $C_{cr}$ , que se define como, Ecuación (5):

$$C_{cr} = 2 \cdot \left( \frac{2 \cdot K_1 \cdot Q}{g} \right)^{1/2} = 2 \cdot \left( \frac{2 \cdot 329 \frac{kg}{cm} \cdot 6300 kg}{981 \frac{cm}{s^2}} \right)^{1/2} = 130 \left[ \frac{kg \cdot s}{cm} \right] \quad (5)$$

Llamando  $R_4$  a la relación entre el amortiguamiento de dicho elemento mecánico y su amortiguamiento crítico, Ecuación (6), se puede obtener:

$$R_4 = 2 \cdot \frac{C_s}{C_{cr}} = 2 \cdot \frac{22}{130} = 0,338 \quad (6)$$

La frecuencia de oscilación del sistema integrado con cubierta, Ecuación (7), será:

$$\omega_4 = \left( \frac{K_t \cdot L^2 \cdot g}{Q \cdot a^2} \right)^{1/2} = \omega_4 = \left[ \frac{212,86 \frac{kg}{cm} \cdot (140 cm)^2 \cdot 981 \frac{cm}{s^2}}{6300 kg \cdot (64 cm)^2} \right]^{1/2} = 12,59 \left[ \frac{rad}{s} \right] \quad (7)$$

La frecuencia de oscilación del sistema Cubierta-Amortiguador, Ecuación (8) es:

$$\omega_5 = \omega_4 \cdot (1 - R_4^2)^{1/2} = 12,59 \frac{rad}{s} \cdot (1 - 0,338^2)^{1/2} = 11,85 \left[ \frac{rad}{s} \right] \quad (8)$$

Todos estos valores son característicos del sistema de suspensión del vehículo. Ahora se introduce la variable más importante, la velocidad de circulación del ómnibus.

Como hipótesis se plantea que la excitación que se le provocará a la suspensión, será idealizada como un desperfecto en el camino, con un perfil sinusoidal, Fig. 4 con una amplitud estimada de forma aproximada de  $\delta=1.5$  [cm], con una longitud de onda de unos 15,5 [m].

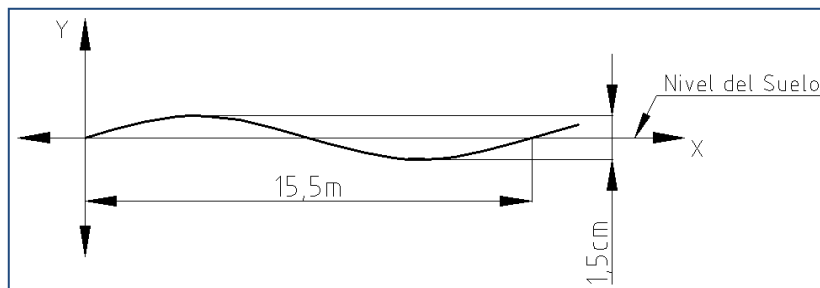


Fig. 4: Diagrama simplificado sistema de suspensión  
Fuente: Elaboración Propia.

Ahora bien, esta condición hipotética provocará en el sistema mecánico descrito una velocidad angular, Ecuación (9):

$$\omega_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot V_v}{d \cdot 3,6} \quad (9)$$

Como no se sabe cuál es la velocidad crítica de rolido, este término aparecerá en las siguientes ecuaciones sin ser reemplazado por un valor puntual.

$\emptyset$  es el desfase de la fuerza actora en oscilación transitoria, Ecuación (10):

$$\emptyset = \tan^{-1} \left( \frac{2 \cdot R_4 \cdot \omega_5 \cdot \omega_4}{\omega_0^2 - \omega_4^2 + 2 \cdot R_4^2 \cdot \omega_4^2} \right) \quad (10)$$

$$\emptyset = \tan^{-1} \left[ \frac{2.0,338.11,85 \frac{rad}{s} \cdot 12,59 \frac{rad}{s}}{\omega_0^2 - \left(12,59 \frac{rad}{s}\right)^2 + 2 \cdot \left(0,338 \frac{rad}{s}\right)^2 \cdot \left(12,59 \frac{rad}{s}\right)^2} \right] =$$

$\Omega$  es el desfase de la fuerza actora en oscilación permanente, Ecuación (11):

$$\Omega = \tan^{-1} \left( \frac{2 \cdot C_s \cdot \omega_0}{\frac{Q}{g} \cdot \omega_0^2 - K_t} \right) = \tan^{-1} \left[ \frac{2.22 \text{ kg} \cdot \text{s} / \text{cm} \cdot \omega_0}{\frac{6300 \text{ kg}}{981 \text{ cm} / \text{s}^2} \cdot \omega_0^2 - \left(212,86 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}\right)^2} \right] \quad (11)$$

t es el tiempo para buscar la mayor amplitud y es, Ecuación (12):

$$t = \frac{\pi/2 - \Omega}{\omega_0 \cdot \text{factor de tiempo}} \quad (12)$$

En la parte transitoria de la oscilación, Ecuación (13):

$$\text{sen}(\omega_5 \cdot t + \emptyset) = \quad (13)$$

Y en la parte permanente de la oscilación, Ecuación (14):

$$\text{sen}(\omega_0 \cdot t + \Omega) = \quad (14)$$

La amplitud de la onda permanente, Ecuación (15) es:

$$C = (-) \frac{Q \cdot \delta \cdot \omega_0^2}{g \cdot \left\{ (2 \cdot C_s)^2 \cdot \omega_0^2 + \left( \frac{Q}{g} \cdot \omega_0^2 - K_t \cdot 2 \right)^2 \right\}^{1/2}} = \quad (15)$$

$$C = (-) \frac{6300 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ cm} \cdot \omega_0^2}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot \left[ \left( 2.22 \text{ kg} \cdot \text{s} / \text{cm} \right)^2 \cdot \omega_0^2 + \left( \frac{6300 \text{ kg}}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}} \cdot \omega_0^2 - 212,86 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \cdot 2 \right)^2 \right]^{1/2}} =$$

La amplitud de la onda transitoria, Ecuación (16), valdrá:

$$A = (-) C \cdot \frac{\omega_0}{\omega_5} = (-) C \cdot \frac{\omega_0}{11,85 \frac{rad}{s}} \quad (16)$$

Y la amplitud del movimiento en el centro de gravedad del vehículo será (Ec. Completa), Ecuación (17):

$$A_{05} = C. \text{sen}(\omega_0. t + \emptyset) + A. e^{-R_4. \omega_4. t}. \text{sen}(\omega_5. t + \varphi) \quad (17)$$

$$A_{05} = C. \text{sen}(\omega_0. t + \emptyset) + A. e^{-0,338.12,59 \frac{\text{rad}}{\text{s}}. t}. \text{sen}\left(11,85 \frac{\text{rad}}{\text{s}}. t + \varphi\right)$$

Todos estos valores sirven para determinar las magnitudes que definen el movimiento de rolido a una determinada altura, cuyo radio es a 3 metros del suelo, Ecuación (18):

$$r = 300 - h = 300\text{cm} - 126\text{cm} = 174 [\text{cm}] \quad (18)$$

La amplitud que posee este fenómeno de rolido a una distancia r, Ecuación (19), es:

$$A_r = A_{05} \cdot \frac{r}{a} = A_{05} \cdot \frac{174\text{cm}}{64\text{cm}} = \quad (19)$$

La velocidad del movimiento oscilatorio, Ecuación (20), es:

$$V = \omega_5 \cdot \frac{A_r}{100} = 11,85 \cdot \frac{A_r}{100} = \quad (20)$$

La aceleración del movimiento oscilatorio, Ecuación (21), es:

$$\text{Acel.} = \frac{\omega_5^2 \cdot A_r}{100.9,81} = \frac{\left(11,85 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \cdot A_r}{100.9,81} = \quad (21)$$

Como se puede ver, estas últimas ecuaciones dependen de la velocidad a la que circula el vehículo. Para obtener a qué velocidad se producen en su máximo valor, se realiza una iteración de valores, trabajando en rangos de velocidades que fueron obtenidos de indagar a choferes que al conducir perciben este movimiento. Se fueron probando valores hasta llegar al valor aproximado de velocidad, al cual se manifiesta de mayor forma el fenómeno de rolido.

Para esta configuración de suspensión, la velocidad a la cual se hace presente con mayor intensidad este movimiento, fue  $V_v=98$  [km/h], dando los siguientes resultados:

La amplitud que posee este fenómeno de rolido a una distancia r es:

$$A_r = A_{05} \cdot \frac{r}{a} = -1,913\text{cm} \cdot \frac{174\text{cm}}{64\text{cm}} = -5,2 [\text{cm}] \quad (19)$$

Esta amplitud es de un lado de la onda oscilatoria, por lo que el movimiento total tiene una longitud de 10,4 centímetros.

La velocidad del movimiento oscilatorio es:

$$V = \omega_5 \cdot \frac{A_r}{100} = 11,85 \frac{rad}{s} \cdot \frac{-5,2cm}{100} = -0,616 [m/s] \quad (20)$$

La aceleración del movimiento oscilatorio es:

$$Acel. = \frac{\omega_5^2 \cdot A_r}{100 \cdot 9,81} = \frac{\left(11,85 \frac{rad}{s}\right)^2 \cdot -5,2cm}{100 \cdot 9,81} = -0,745 [G] \quad (21)$$

Analizando la segunda configuración de suspensión, correspondiente a un ómnibus con chasis Scania, utilizada en las unidades 0 km actuales, mostrado en la Fig. 5.

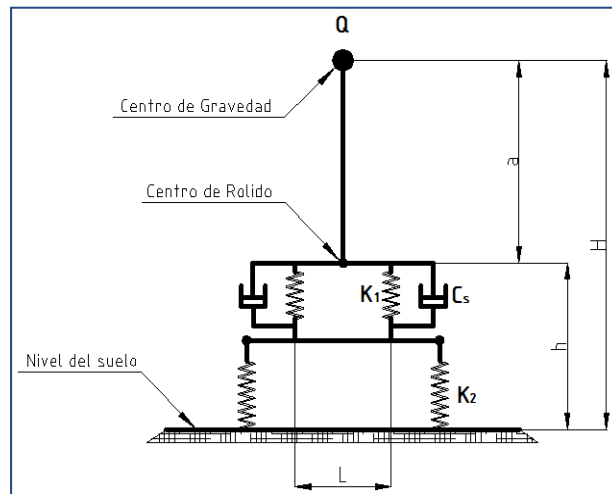


Fig. 5: Diagrama simplificado sistema de suspensión

Fuente: Elaboración Propia.

Sus especificaciones son:

- Q= Carga en el eje delantero= 6300 [kg]
- H= Altura estimada del centro de gravedad= 190 [cm]
- h= Altura de los soportes superiores de las vejigas neumáticas= 60 [cm]
- a= Distancia entre el centro de gravedad y el centro de rolido= 130 [cm]
- K<sub>1</sub>= Constante de elongación de vejiga neumática= 329 [kg/cm]
- K<sub>2</sub>= Constante de elongación de la cubierta= 603 [kg/cm]
- e= Deformación de la cubierta bajo carga= 5,25 [cm]
- C<sub>s</sub>= Resistencia del amortiguador= 22 [kg.seg/cm]
- L= Distancia entre vejigas de la suspensión del vehículo= 90 [cm]
- r= Radio para determinar la característica del rolido= 3 [m]

El primer análisis, al igual que en el caso anterior, da valores idénticos, ya que dependen del tipo de vejiga de la suspensión, el tipo de neumático, etc., y esas características se mantienen iguales. El cambio sustancial está en la posición de las vejigas, que al estar más bajas, modifican la distancia entre el centro de rolo y el centro de gravedad, además de disminuir la distancia L de separación entre las mismas, lo que también traerá variaciones en el comportamiento de la unidad.

Como se dijo antes, los valores buscados son los que definen el movimiento de rolo oscilatorio, a una determinada distancia del suelo y a una velocidad llamada velocidad crítica de rolo, en la cual se fomenta en mayor magnitud este fenómeno.

Nuevamente, mediante prueba de valores se buscó en los rangos de velocidades antes mencionados, a qué velocidad se manifestaba de forma importante este movimiento y la velocidad crítica fue  $V_v=72$  [km/h] y los valores característicos del movimiento son:

La amplitud que posee este fenómeno de rolo a una distancia r es:

$$A_r = A_{05} \cdot \frac{r}{a} = -3,014 \text{cm} \cdot \frac{240 \text{cm}}{130 \text{cm}} = -5,564 \text{ [cm]} \quad (19)$$

Esta amplitud es de un lado de la onda oscilatoria, por lo que el movimiento total tiene una longitud de 11,12 centímetros.

La velocidad del movimiento oscilatorio es:

$$V = \omega_5 \cdot \frac{A_r}{100} = 3,75 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{-5,564 \text{cm}}{100} = -0,2 \text{ [m/s]} \quad (20)$$

La aceleración del movimiento oscilatorio es:

$$\text{Acel.} = \frac{\omega_5^2 \cdot A_r}{100,9,81} = \frac{\left(3,75 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \cdot -5,564 \text{cm}}{100,9,81} = -0,08 \text{ [G]} \quad (21)$$

### 3.1 RESULTADOS

Como se puede ver, los valores de las amplitudes en ambas configuraciones son similares, aunque se manifiestan a distintas velocidades de circulación del ómnibus.

La velocidad del movimiento en la primera configuración, es el triple de la velocidad del movimiento de rolo de la segunda configuración. Por último la diferencia de las aceleraciones del movimiento de rolo de las configuraciones estudiadas, son realmente muy distantes una de otra, donde en la primer configuración la aceleración del movimiento es mas de 9 veces mayor que la aceleración en la segunda configuración.

Las amplitudes que suceden al manifestarse este movimiento de rolido oscilatorio son similares, las velocidades de circulación del vehículo a las que ocurren dichas amplitudes es un punto a analizar. Este movimiento oscilatorio tiene la característica que una vez que la velocidad del vehículo difiere un pequeño valor de la velocidad crítica de rolido, por encima o por debajo, el movimiento de rolido decrece hasta ser imperceptible. Por esto, se puede decir que la segunda configuración sería más ventajosa ya que un vehículo de estas características, que recorren grandes trayectos en rutas, frecuentemente no estará circulando a velocidades próximas a la velocidad crítica de rolido que posee esa configuración de 72 [km/h], por lo tanto solo será en un breve lapso de tiempo que se manifestara dicho movimiento y luego al superar la velocidad crítica de rolido desaparecerá el mismo. En cambio en la primer configuración estudiada, la velocidad crítica de rolido es de 98 [km/h], que si es una velocidad muy cercana a valores habituales de estas unidades en ruta.

Por otra parte, no hay que olvidar la naturaleza de este movimiento. El rolido es un giro oscilante alrededor de un eje longitudinal al vehículo como se mencionó el comienzo, esa amplitud transversal se traduce en una inclinación de la carrocería alrededor de dicho eje longitudinal, por lo que este movimiento, es una inclinación oscilante. Entonces, aunque las amplitudes en las dos configuraciones son similares y suceden a distintas velocidades de circulación, la aceleración de esa oscilación es muy superior en la primer configuración, con lo que se producirán perturbaciones mayores a la suspensión y carrocería, además de reducir notablemente el confort de marcha percibido por los pasajeros, ya que al pasar la onda oscilatoria de rolido desde un valor máximo en un sentido, al otro valor máximo pero en el otro sentido, se producen cambios en el sentido de la aceleración del movimiento que son percibidos por los cuerpos de los pasajeros.

Del análisis anterior vemos que, la segunda configuración es más conveniente en lo que respecta al fenómeno de rolido, pero sin olvidar, que una suspensión con centro de rolido mas cercana al suelo (o más lejos del centro de gravedad), trae como consecuencia que en una curva por fuerza centrífuga se produzca mas inclinación de la carrocería, agravado por la disminución de la distancia entre las vejigas, que son las conexiones entre la carrocería y el eje del vehículo.

#### **4. CONCLUSIONES**

- Una configuración de suspensión delantera de un ómnibus de doble piso con vejigas neumáticas elevadas tiene una velocidad crítica de rolido cercana a la velocidad habitual de circulación del vehículo, además de grandes aceleraciones de dicho movimiento de rolido.
- La segunda configuración, con vejigas más bajas que en el primer caso, tiene una velocidad crítica de rolido distante de la velocidad habitual de este tipo de vehículos, además de aceleraciones menores del movimiento de rolido, siendo más confortable para los pasajeros. Como desventaja, tiene una mayor inclinación en curvas por fuerza centrífuga.

La influencia que tiene este fenómeno de rolido, será evaluada en un futuro ensayo, realizando pruebas en la unidad a la velocidad crítica de rolido obtenida, según cuál sea la configuración de suspensión que posea.

#### **5. BIBLIOGRAFIA**

[1] Vittorio Zignoli del Politécnico de Turín, Construcciones Metálicas, Tomo 1 Ed. Dossat S.A Madrid.

[2] Análisis Comparativo de Sistemas de Suspensión, Mecánico vs. Neumático; Alejandro Martínez, UTN-FRSF, GETRANS. XXIV Congreso Panamericano de Ingeniería COPIMERA 2013 (BOLIVIA).