



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## ESTUDIO DE LA VARIACION DEL ANGULO DE DISTORSION EN ÁRBOLES CON DISCONTINUIDADES GEOMETRICAS SOMETIDOS A TORSION PURA

Sandra Robles<sup>1</sup>, Alberto Romeo<sup>2\*</sup>, Javier Masetro<sup>2</sup>, Néstor Gázquez<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidad Nacional del Sur – Departamento de Ingeniería.  
Alem 1253 – 8000 Bahía Blanca – Buenos Aires - Argentina

[ingsandrarobles@gmail.com](mailto:ingsandrarobles@gmail.com)

<sup>2</sup> Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Rosario  
Estanislao Zeballos 1341 – 2000 Rosario – Santa Fe - Argentina

[apromeoing@gmail.com](mailto:apromeoing@gmail.com) - [jmasetro@frro.utn.edu.ar](mailto:jmasetro@frro.utn.edu.ar) - [ngazquez@frro.utn.edu.ar](mailto:ngazquez@frro.utn.edu.ar)

### RESUMEN

En el dimensionamiento de árboles, la rigidez suele ser la determinante de las dimensiones finales adoptadas. La rigidez torsional determina la deformación angular, si el ángulo girado es excesivo, pueden producirse vibraciones y perturbaciones nocivas para la función deseada del árbol. En árboles perfilados, el cálculo teórico aproxima el ángulo de deformación, que al dividirlo por la longitud total determina el ángulo de distorsión unitaria, que se compara con valores de referencia confiables [1,2,3]; sin contemplar el efecto de los radios de acuerdo entre las secciones contiguas. Los estudios que refieren la influencia de éstos son escasos, y mayormente analizan la concentración de tensiones [4], pero no lo consideran en la deformación torsional.

En este trabajo se presenta el estudio de los ángulos de deformación y de distorsión unitaria, en árboles perfilados con discontinuidades geométricas sometidos a torsión pura, mediante análisis de los valores de la deformación angular a través del cálculo teórico, técnicas numéricas y por ensayos experimentales, utilizando probetas de igual configuración, material y tratamiento, con distintos radios de acuerdo entre secciones contiguas con diferentes diámetros. El objetivo fundamental es analizar la influencia de los radios de acuerdo en la deformación angular, al someter el árbol a torsión pura y obtener conclusiones para su consideración en el diseño. Mediante el ensayo de las probetas construidas se midió el ángulo de deformación producido bajo la acción de momentos de torsión constantes, dentro de un rango de valores definidos. Además se evaluó la deformación empleando cálculo teórico y simulación numérica.

Los resultados experimentales indican que el radio de acuerdo tiene influencia significativa sobre la deformación angular. Por otra parte, la confrontación de los resultados indica que el cálculo teórico y por elementos finitos sobrevalora ésta, respecto de los valores de ensayo.

**Palabras Claves:** ángulo de deformación, ángulo de distorsión unitaria, árboles perfilados, radios de acuerdo, torsión pura.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## 1. INTRODUCCIÓN

En el diseño y proyecto de árboles, la rigidez, más que la resistencia, resulta ser la determinante de las dimensiones finales adoptadas. La deformación angular es la medida de la rigidez torsional, por ello la deformación angular, y la distorsión de la generatriz externa, se limitan para atenuar la energía de deformación, que frente a cargas dinámicas o variables, puede retornar al sistema cinemático produciendo oscilaciones y perturbaciones nocivas para la función del árbol.[1-2]

La bibliografía existente, dentro de la cual podemos mencionar las ediciones actualizadas de libros especializados [1,2,5,6,7], para materiales continuos, isótropos y homogéneos, y en la consideración de pequeñas deformaciones, si bien brindan fórmulas de cálculo teórico aproximado, no aportan consideraciones que tengan en cuenta el efecto de diferentes radios de acuerdo entre las secciones contiguas, sobre la deformación angular real producida en árboles perfilados, a excepción de las referencias [5,6] donde solo indican que los valores experimentales son superiores a los determinados por el cálculo teórico. La mayoría de los trabajos científicos en la literatura, se ocupan del caso de una sección transversal homogénea, no obstante hay publicaciones que tratan la influencia de los radios de acuerdo para evaluar el coeficiente de concentración geométrico  $K_t$  por tensiones [4], pero no se encuentran mayormente estudios de cómo afectan los radios de acuerdo, en las secciones de diámetros variables, a la deformación. Si bien la mecánica de materiales se basa en la deformación relativa a los efectos de discutir el cálculo de la deformación de torsión del árbol de sección circular, el ángulo de torsión relativo no refleja la deformación real de una sección transversal específica.[8]

El actual estado del arte, motiva este trabajo, que consiste en el estudio de la valoración del ángulo de deformación y de distorsión unitaria en árboles perfilados, es decir con secciones de diámetros diferentes y con variación de los radios de acuerdo, encuadrados en una relación longitud/diámetro  $\geq 20$ , sometidos a esfuerzo de torsión pura, para poder comparar resultados emergentes de la aplicación de la evaluación teórica, de ensayos experimentales y mediante técnicas numéricas de valoración utilizando el software ALGOR.[9]

Para la realización del estudio se diseñó una probeta, de acero IRAM 4137 [10], con tratamiento térmico templado y revenido a dureza 28/30 HRC (271/286 HB),  $\sigma_{F102} = 880 \text{ N/mm}^2$ ,  $\sigma_{Rot} = 960 \text{ N/mm}^2$  [11], de acuerdo al esquema de Figura 1.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

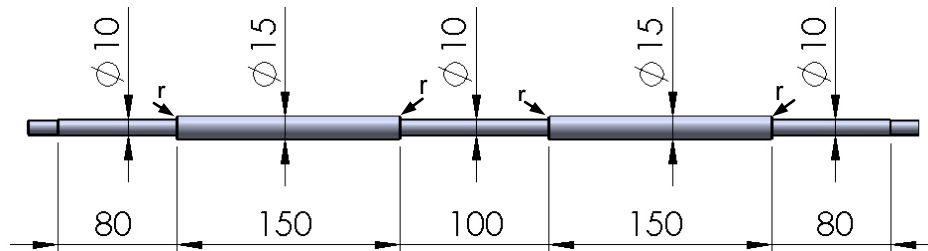


Figura 1 Esquema de la geometría de las probetas

## 2. OBJETIVO

Son objetivos del estudio, el análisis de los valores tanto del ángulo de deformación  $\varphi$ , como del ángulo de distorsión unitario  $\theta$ , obtenidos por cálculo teórico, ensayos experimentales y por métodos numéricos de evaluación, para poder de este modo confrontar resultados y analizar la influencia que tienen las discontinuidades con radios de acuerdo diferentes sobre la deformación real producida en árboles perfilados sometidos a torsión pura y obtener conclusiones de acuerdo con los distintos métodos de valoración a los efectos de su consideración en el diseño.

## 3. METODOLOGIA

La metodología aplicada fue la siguiente:

- Se calculó el ángulo de deformación y el ángulo de distorsión, mediante la aplicación de una de las fórmulas teóricas, con momentos de torsión constantes dentro de un rango de valores definidos, entre 2,55 Nm (0,26 kgm) y 13,24 Nm (1,35 kgm).
- Se ensayaron probetas de acero IRAM 4137, con la misma configuración, enderezadas, mecanizadas y pulidas, en lotes de cuatro con radio de acuerdo  $r = 0,4$  mm, tres con  $r = 1$  mm, y tres con  $r = 1,2$  mm, bajo la acción de los mismos momentos de torsión.
- Se realizaron simulaciones numéricas de las probetas sometidas a torsión, mediante el uso de un programa de elementos finitos.[9]

## 4. APLICACIÓN DE FORMULAS TEORICAS

El cálculo del ángulo de deformación ( $\varphi$ ) por torsión, deriva de integrar el  $d\varphi$  a lo largo de la longitud total del árbol:

$$\varphi = \int d\varphi = \int_0^L \frac{Mt * dl}{G * J_0} \quad (1)$$

Si el  $Mt$ ,  $G$  y  $J_0$  son constantes, entonces el valor puede resolverse fácilmente:

$$\varphi = \frac{Mt * L}{G * J_0} \quad (2)$$



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL ÁREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

Para montar los elementos sobre el árbol para la transmisión de la potencia, y fijar su posición axial, se requiere en el diseño configurar árboles perfilados, con distintos diámetros y otras discontinuidades geométricas. Normalmente no se dispone de la ley de variación del momento de inercia polar geométrico ( $J_0$ ), y resulta entonces en la práctica, complejo resolver con exactitud la ecuación (1) del cálculo teórico del ángulo de deformación por torsión.

El valor de la deformación angular ( $\varphi$ ) se relaciona con la longitud del árbol, mediante el ángulo de torsión unitario ( $\theta$ ), que se compara con valores experimentales que brindan confiabilidad.[1,2,3]

$$\theta = \frac{\varphi}{L} \leq \theta_{ADM} = 0,25^\circ/m \dots 1^\circ/m \quad (3)$$

El  $\theta_{ADM}$  depende de la aplicación y la velocidad de rotación del árbol. Si el Mt es reversible, debe limitarse al menor valor, en máquinas en general es aceptable 0,5°/m y para servicios de poca criticidad o muy bajas velocidades, hasta 1°/m o más.

En la bibliografía se ofrecen distintos procedimientos y criterios para considerar el valor de ( $\varphi$ ):

a) Se adopta un valor de  $\theta = \varphi/L \leq \theta_{ADM}$  según la aplicación y las r.p.m. del árbol, y se limita el diámetro mínimo de cualquier tramo sometido a torsión según la Ecuación (4), con  $A = f(\theta_{ADM})$ . [3]

$$d \geq A * \sqrt[4]{Mt} \quad (4)$$

b) Evaluar ( $\varphi$ ) como la suma de la deformación en cada tramo de longitud de sección constante,  $J_0 = \text{constante}$  y  $Mt = \text{constante}$ , correspondiendo la siguiente expresión [1,2,4,5]:

$$\varphi = \frac{1}{G} * \sum_{i=1}^n \frac{Mt_i * l_i}{J_{0i}} \quad (5)$$

c) Otra manera, que es coincidente en resultados si  $Mt = \text{constante}$  y  $G = \text{constante}$  al aplicar posteriormente la ecuación (2), aunque expresa otro concepto, es considerar un valor de inercia geométrica polar equivalente en toda la longitud del árbol mediante la expresión: [12]

$$J_{0(EQUIV)} = \frac{L}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{J_{0i}}} \quad (6)$$

d) Por aplicación del teorema de los trabajos virtuales, con el uso de las tablas de integración gráfica y la relación de inercias variable  $\alpha = J_{0i} / J_0$  en cada tramo de integración.[3]

$$\varphi * 1 Nm = \int_0^L \frac{Mt * ds}{\alpha * G * J_0} \quad (7)$$



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL ÁREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

A los efectos de comparar ángulos de deformación y de distorsión unitaria, se aplicó solamente como cálculo teórico la ecuación (5) y los valores calculados se volcaron a la planilla de cálculo.

## 5. ENSAYOS DE PROBETAS EN EL LABORATORIO

### 5.1. Dispositivo de ensayo

Para los ensayos se utilizó un dispositivo consistente en: A) Una morsa donde se fijó un extremo de la probeta, y el otro extremo de la probeta, con agujero central avellanado, soportado por una contrapunta, permitiendo su rotación respecto a su eje, asistida con lubricación para minimizar rozamiento. En la Figura 2 se muestra la morsa y la contrapunta montadas sobre la bancada de un instrumento para medición de ángulos. B) Un brazo contrapesado, que se fijó al extremo no empotrado de la probeta, donde se montó un bastidor de carga, y sobre él se fueron colocando pesas calibradas para ir incrementando el momento torsor aplicado hasta alcanzar el valor máximo. En el extremo del brazo se instaló un puntero láser para disponer un haz luminoso de referencia. (Figura 2). C) Se dispuso una regla vertical donde impacta el haz luminoso del láser, ubicada a 6662,83 mm (Se midió X = distancia horizontal mediante un medidor láser Bosch GLM150 verificando horizontalidad con el nivel propio del instrumento. La medida se refirió al eje geométrico de la probeta), para medir la desviación vertical del rayo del láser con la deformación producida. (Figura 2). D) Se controló la temperatura del lugar de los ensayos: 18°. E) Se volcaron los datos obtenidos de los ensayos realizados en una planilla de cálculo F) Las cinco deformaciones unitarias y la deformación unitaria residual se asumen igual a cero, y es distinta de cero la deformación medida en el plano perpendicular al eje. [13]

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\varphi = \varepsilon_Y = \gamma_{r\varphi} = \gamma_{rY} = 0 ; \text{ y } \gamma_{\varphi Y} \neq 0 \quad (8)$$



Figura 2 Vista del dispositivo de ensayo



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL ÁREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

## 5.2. Fundamentos y metodología de los ensayos realizados

Se ensayó una probeta lisa de longitud  $L = 565,6$  mm, diámetro  $D = 15,82$  mm, con una carga  $M_t = 10,87$  kgm (107 Nm) y se determinó el valor del módulo transversal  $G = 7125$  N/mm<sup>2</sup> y la deformación angular  $\varphi = 0,8774^\circ$

Se ensayó cada probeta perfilada, aplicando un par de torsión  $M_{ti}$  en el extremo no empotrado. Una generatriz inicialmente en el mismo plano a lo largo de la probeta se deforma con un ángulo de distorsión “ $\gamma$ ” y la sección extrema gira un ángulo “ $\varphi$ ”, rotando el brazo con el puntero láser, modificando la posición del haz sobre la regla vertical, de A a B y se midió el segmento AB. Dado que se trata de ángulos pequeños se pueden asumir las siguientes ecuaciones.[1]

$$\frac{AB_i}{l_i} = tg(\gamma_i) = \gamma_i \quad \frac{AB_i}{R} = tg(\varphi_i) = \varphi_i \quad l_i * \gamma_i = \varphi_i * R \quad \gamma_i = \frac{\varphi_i * R}{l_i}$$

$$\varphi_i = \frac{T_i * l_i}{G * J_{pi}} \quad \varphi_{TOTAL(ENSAYO)} = \sum_{i=1}^n \varphi_i \quad (9)$$

y la deformación unitaria de cada ensayo:

$$\frac{\varphi_i}{l_i} = \theta_i \quad \frac{\varphi_{TOTAL(ENSAYO)}}{L} = \theta \quad (10)$$

## 5.3. Resultados obtenidos experimentalmente

En base a las ecuaciones (9) y (10) se volcaron los datos de ensayo a una planilla de cálculo. Se calculó también la deformación angular ( $\beta$ ) debida a la deflexión elástica del brazo, aunque de baja incidencia (0,8%), y se efectuó la diferencia con la deformación total medida para obtener la deformación real ocurrida en el árbol. Se debe indicar que, con el valor máximo del momento torsor aplicado, la tensión tangencial máxima en servicio en la sección  $d = 10$  mm, resultó 69 N/mm<sup>2</sup>, mucho menor que la tensión tangencial elástica, asegurando los ensayos dentro del periodo elástico, condición de validez de las ecuaciones aplicadas. (En Anexo I se agrega un modelo de la planilla de cálculo utilizada).

Para calcular el ángulo ( $\varphi$ ), se midió el desplazamiento del haz del láser en la regla vertical a medida que en cada probeta se agregaban las pesas calibradas:  $h$  = altura absoluta entre los puntos A (inicial en la regla) y punto B (final en la regla) y  $X = 6662,83$  mm, distancia centro de eje de la probeta al frente de la regla vertical de medir.

Si bien se trata de ángulos pequeños, lo que permite asumir la igualdad del valor de la tangente del ángulo con el ángulo mismo en radianes, se realizó el siguiente cálculo:



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

$$\frac{h}{X} = tg(\varnothing) \quad arctg\left(\frac{h}{X}\right) = \varnothing \quad \varnothing - \beta = \varphi \quad \theta = \frac{\varphi}{L} \quad (11)$$

Cabe mencionar que los resultados de cada grupo de probetas con igual radio de acuerdo, se promediaron para volcarlos en la construcción de tablas comparativas de análisis de resultados.

## 6. APLICACIÓN DE SOFTWARE DE ANALISIS POR ELEMENTOS FINITOS

Se construyeron modelos de igual geometría que las probetas ensayadas experimentalmente, a dichos modelos se les restringió todos los grados de libertad en uno de los extremos y en el otro extremo, de los seis grados de libertad, se restringieron dos rotaciones y una translación quedando libre la rotación en el sentido de aplicación del momento torsor y las translaciones en las direcciones del plano que contiene la sección transversal. La sollicitación correspondiente a la aplicación del momento torsor se simuló como carga remota. El tipo de análisis realizado mediante el programa utilizado de elementos finitos corresponde a un estático lineal de tensiones.

Los resultados obtenidos se promediaron para cada configuración de probetas con el mismo radio de acuerdo y se agregaron a las tablas comparativas para el análisis de los resultados.

## 7. ANALISIS DE RESULTADOS

A los efectos de visualizar en conjunto los resultados obtenidos mediante cálculo teórico ( $\varphi_T$  y  $\theta_T$ ), ensayos ( $\varphi_E$  y  $\theta_E$ ), y análisis de elementos finitos ( $\varphi_A$  y  $\theta_A$ ), se confeccionaron las siguientes tablas:

Tabla 1 Valores determinados por los diferentes métodos utilizados con  $r = 0,4 \text{ mm}$

Radio de acuerdo $r = 0,4 \text{ mm}$							
Carga		Angulo de deformación $\varphi$			Angulo de distorsión unitario $\theta$		
kgm	Nm	$\varphi_T$	$\varphi_E$	$\varphi_A$	$\theta_T$	$\theta_E$	$\theta_A$
0,26	2,52	0,6993	0,6645	0,6987	1,2459	1,184	1,2443
0,38	3,72	1,0295	0,9723	1,0205	1,8344	1,7324	1,8254
0,50	4,91	1,3597	1,2796	1,3499	2,4228	2,2952	2,4038
0,62	6,10	1,6900	1,5878	1,6750	3,0112	2,8468	2,9830
0,74	7,29	2,0202	1,9046	2,0010	3,5996	3,4228	3,5636
0,86	8,49	2,3505	2,2202	2,3298	4,1881	3,9886	4,1432
0,99	9,68	2,6807	2,5336	2,6579	4,7765	4,5404	4,7336
1,11	10,87	3,0109	2,8534	2,9823	5,3649	5,1164	5,3113
1,23	12,06	3,3412	3,1705	3,3049	5,9533	5,6897	5,8858
1,35	13,25	3,6714	3,4915	3,6319	6,5417	6,2604	6,4683



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL ÁREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

Tabla 2 Valores determinados por los diferentes métodos utilizados con  $r = 1\text{ mm}$

Radio de acuerdo $r = 1\text{ mm}$							
Carga		Angulo de deformación $\varphi$			Angulo de distorsión unitario $\theta$		
kgm	Nm	$\varphi_T$	$\varphi_E$	$\varphi_A$	$\theta_T$	$\theta_E$	$\theta_A$
0,26	2,52	0,6945	0,6292	0,6927	1,2377	1,1214	1,2351
0,38	3,72	1,0224	0,9388	1,0226	1,8223	1,6732	1,8233
0,50	4,91	1,3504	1,2397	1,3497	2,4068	2,2095	2,4065
0,62	6,10	1,6784	1,5439	1,6768	2,9914	2,7518	2,9898
0,74	7,29	2,0064	1,8511	2,0039	3,5759	3,2992	3,5730
0,86	8,49	2,3343	2,1676	2,3338	4,1605	3,8634	4,1612
0,99	9,68	2,6623	2,4694	2,6609	4,7450	4,4013	4,7444
1,11	10,87	2,9903	2,7887	2,9933	5,3296	4,9703	5,3371
1,23	12,06	3,3306	3,0983	3,3152	5,9142	5,5221	5,9109
1,35	13,25	3,6462	3,4082	3,6423	6,4987	6,0744	6,4942

Tabla 3 Valores determinados por los diferentes métodos utilizados con  $r = 1,2\text{ mm}$

Radio de acuerdo $r = 1,2\text{ mm}$							
Carga		Angulo de deformación $\varphi$			Angulo de distorsión unitario $\theta$		
kgm	Nm	$\varphi_T$	$\varphi_E$	$\varphi_A$	$\theta_T$	$\theta_E$	$\theta_A$
0,26	2,52	0,6815	0,6036	0,6956	1,2136	1,0750	1,2388
0,38	3,72	1,0116	0,9186	1,0268	1,8016	1,6359	1,8287
0,50	4,91	1,3316	1,2154	1,3511	2,3715	2,1645	2,4062
0,62	6,10	1,6495	1,5179	1,6838	2,9376	2,7033	2,9987
0,74	7,29	1,9721	1,8301	2,0123	3,5121	3,2592	3,5837
0,86	8,49	2,2972	2,1335	2,3435	4,0911	3,7996	4,1736
0,99	9,68	2,6216	2,4417	2,6720	4,6689	4,3486	4,7586
1,11	10,87	2,9506	2,7580	3,0005	5,2548	4,9118	5,3437
1,23	12,06	3,2678	3,0642	3,3289	5,8197	5,4571	5,9286
1,35	13,25	3,5967	3,4030	3,6574	6,4055	6,0606	6,5136

Para visualizar más fácilmente la confrontación de datos obtenidos, de acuerdo a los valores de las tablas 1, 2 y 3 anteriores, se confecciona una tabla para una evaluación porcentual del fenómeno estudiado.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

Tabla 4 Valores porcentuales de comparación entre los diferentes resultados obtenidos

Carga Nm	(r) Probeta	Angulo de deformación $\varphi$			Angulo de distorsión unitaria $\theta$		
		$(\varphi_T / \varphi_E)\%$	$(\varphi_A / \varphi_E)\%$	$(\varphi_T / \varphi_A)\%$	$(\theta_T / \theta_E)\%$	$(\theta_A / \theta_E)\%$	$(\theta_T / \theta_A)\%$
2,52	0,4 mm	4,97	4,89	0,09	4,97	4,85	0,12
3,72	0,4 mm	5,56	4,68	0,92	5,56	5,10	0,49
4,91	0,4 mm	5,89	5,21	0,72	5,27	4,53	0,77
6,10	0,4 mm	6,05	5,20	0,89	5,46	4,57	0,94
7,29	0,4 mm	5,72	4,82	0,95	4,91	3,95	1,00
8,49	0,4 mm	5,54	4,70	0,88	4,76	3,73	1,07
9,68	0,4 mm	5,49	4,68	0,85	4,94	4,08	0,90
10,87	0,4 mm	5,23	4,32	0,95	4,63	3,67	1,00
12,06	0,4 mm	5,11	4,07	1,09	4,43	3,33	1,13
13,25	0,4 mm	4,90	3,87	1,07	4,30	3,21	1,12
2,52	1 mm	9,39	9,17	0,25	9,40	9,20	0,21
3,72	1 mm	8,18	8,20	-0,02	8,18	8,23	-0,05
4,91	1 mm	8,20	8,15	0,05	8,20	8,19	0,01
6,10	1 mm	8,01	7,93	0,09	8,01	7,96	0,05
7,29	1 mm	7,74	7,63	0,12	7,74	7,66	0,08
8,49	1 mm	7,14	7,12	0,02	7,14	7,16	-0,02
9,68	1 mm	7,24	7,20	0,05	7,24	7,23	0,01
10,87	1 mm	6,74	6,84	-0,10	6,74	6,87	-0,14
12,06	1 mm	6,97	6,54	0,46	6,63	6,58	0,05
13,25	1 mm	6,53	6,43	0,11	6,53	6,46	0,07
2,52	1,2 mm	11,42	13,23	-2,07	9,39	11,42	-2,08
3,72	1,2 mm	9,20	10,54	-1,50	8,18	9,20	-1,50
4,91	1,2 mm	8,73	10,04	-1,46	8,20	8,73	-1,46
6,10	1,2 mm	7,98	9,85	-2,08	8,01	7,98	-2,08
7,29	1,2 mm	7,20	9,05	-2,04	7,73	7,20	-2,04
8,49	1,2 mm	7,13	8,96	-2,02	7,14	7,13	-2,02
9,68	1,2 mm	6,86	8,62	-1,92	7,24	6,86	-1,92
10,87	1,2 mm	6,53	8,08	-1,69	6,74	-5,20	-1,69
12,06	1,2 mm	6,23	7,95	-1,87	6,62	-3,85	-1,87
13,25	1,2 mm	5,38	6,96	-1,69	6,52	-4,14	-1,69

## 8. CONCLUSIONES

Del análisis de los datos relevados surgen algunas conclusiones interesantes: Los radios de acuerdo en las secciones contiguas de distinto diámetro, tienen una influencia mayor al 1 % que podría despreciarse en la deformación angular. El cálculo teórico y por elementos finitos, según este estudio, (la relación entre la formulación teórica y el cálculo numérico es de un porcentaje menor al 2,5 % de diferencia), sobrevalora el ángulo de deformación confrontados con los valores de ensayo Esta conclusión se contrapone a lo indicado en las referencias [6] y [7] que expresan que los valores experimentales son mayores que los del cálculo teórico. Los diferentes radios de acuerdo producen en las probetas ensayadas distinta deformación angular al aplicar sobre ellas el mismo momento torsor. Los ensayos ofrecen un panorama de menores ángulos de deformación



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL ÁREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

que los aproximados por métodos teóricos, la diferencia se acentúa de  $r = 0,4$  mm, 1 mm y 1,2 mm pero se observa, en este último, un comportamiento particular: con bajas cargas difiere más que el de  $r = 1$  mm, pero a medida que aumenta la carga se va acercando a los porcentuales que se encuentran con el  $r = 1$  mm y al incrementar la carga, la de  $r = 1$  mm atenúa más que la de  $r = 1,2$  mm. Se entiende que el estudio realizado, amerita continuidad con una profundización de la investigación del tema.

## 8. REFERENCIAS

- [1] Robert L. Mott; *Resistencia de Materiales Aplicada*, 3ª Edición; Prentice Hall, México; 1996
- [2] Karl Decker, *Manual del ingeniero técnico volumen XIII: Elementos de Máquinas*, 1ª edición en español, URMO, España, 1979
- [3] P.A. Stiopin, *resistencia de Materiales*, 2ª Edición en español, M.I.R., URSS, 1976
- [4] M Zappalorto and P Lazzarin - *Stress fields due to inclined notches and shoulder fillets in shafts under torsion* - The Journal of Strain Analysis for Engineering Design – 2011
- [5] Madhukar Vable, *Mechanics of Materials*, 2ª Edición, Michigan Technological University, 2010
- [6] Joseph Shigley; Charles Mischke and Thomas H. Brown, Jr ; *Standard Handbook of Machine Design*; Third edition ; McGraw Hill ; USA; 2004
- [7] Budynas R.G.y Nisbett J.K.; *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley*, Novena Edición en Español, Mac Graw Hill, México, 2012.
- [8] Luo, Q., Qin, L.; *The absolute torsion of circular shaft and neutral cross-section* - 4th International Conference on Structures and Building Materials, Guangzhou; China; - 2014
- [9] ALGOR 23, Profesional Mech/VE. *Docutech, linear stress and dynamics, reference Division*. Pittsburgh. Pennsylvania, 2010.
- [10] Análisis químico y metalográfico del DAT (Dirección General de Asistencia Técnica), Abril 2012
- [11] Instituto Argentino de Siderurgia – *Aceros para construcciones mecánicas – IRAM 4137*
- [12] Robert L. Norton, *Diseño de Máquinas*, 4ª edición en español, Prentice Hall, 2011
- [13] Bernard Hamrock, Bo Jacobson y Steven R. Schmid; *Elementos de Máquinas*; 1ª Edición en español; McGraw Hill ; México; 2000

## Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo brindado para desarrollar esta investigación al Dto. de Ingeniería UNS, al Lab. Interdisciplinario UTN FRRo, al Sr. L. A. Castellucci en la realización de los ensayos, al Ing Oscar Gindin de Rogiro Aceros S.A. que donara el material de las probetas y al Sr. Enrique Fortuna que las mecanizó.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

# FODAMI

Probeta N°	Objetivo: Verificación comportamiento probeta real vs hipótesis teórica												
	Radio de acuerdo 1,2 mm												
Datos	Designación	Unidad	Carga 0	Carga 1	Carga 2	Carga 3	Carga 4	Carga 5	Carga 6	Carga 7	Carga 8	Carga 9	Carga 10
Pesos	P=	gr	0	0	247	494	741	988	1235	1482	1729	1976	2223
Peso bastidor	p=	gr	0	523	523	523	523	523	523	523	523	523	523
Longitud palanca	L=	mm	492	492	492	492	492	492	492	492	492	492	492
Momento torsor	T=	kgm	0,00	0,26	0,38	0,50	0,62	0,74	0,86	0,99	1,11	1,23	1,35
Modulo de elasticidad transverso	G	kg/mm <sup>2</sup>	7125	7125	7125	7125	7125	7125	7125	7125	7125	7125	7125
Longitud 1 probeta	l1=	mm	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0
Diametro 1 probeta	d1=	mm	9,93	9,93	9,93	9,93	9,93	9,93	9,93	9,93	9,93	9,93	9,93
Momento de inercia polar 1	J1=	mm <sup>4</sup>	954,55	954,55	954,55	954,55	954,55	954,55	954,55	954,55	954,55	954,55	954,55
Deformación angular 1 rad	$\phi r1 = T^*11/G^*J1$	rad	0,0000	0,0030	0,0045	0,0059	0,0073	0,0087	0,0102	0,0116	0,0130	0,0145	0,0159
Deformación angular 1 grados	$\phi g1 = \phi r1^*180/\pi$	°	0,0000	0,1734	0,2552	0,3371	0,4190	0,5008	0,5827	0,6646	0,7464	0,8283	0,9102
Longitud 2 probeta	l2=	mm	150,18	150,18	150,18	150,18	150,18	150,18	150,18	150,18	150,18	150,18	150,18
Diametro 2 probeta	d2=	mm	14,75	14,75	14,75	14,75	14,75	14,75	14,75	14,75	14,75	14,75	14,75
Momento de inercia polar 2	J2=	mm <sup>4</sup>	4646,96	4646,96	4646,96	4646,96	4646,96	4646,96	4646,96	4646,96	4646,96	4646,96	4646,96
Deformación angular 2 rad	$\phi r2 = T^*12/G^*J2$	rad	0,0000	0,0012	0,0017	0,0023	0,0028	0,0034	0,0039	0,0045	0,0050	0,0056	0,0061
Deformación angular 2 grados	$\phi g2 = \phi r2^*180/\pi$	°	0,0000	0,0669	0,0985	0,1300	0,1616	0,1932	0,2248	0,2564	0,2879	0,3195	0,3511
Longitud 3 probeta	l3=	mm	99,76	99,76	99,76	99,76	99,76	99,76	99,76	99,76	99,76	99,76	99,76
Diametro 3 probeta	d3=	mm	9,94	9,94	9,94	9,94	9,94	9,94	9,94	9,94	9,94	9,94	9,94
Momento de inercia polar 3	J3=	mm <sup>4</sup>	958,40	958,40	958,40	958,40	958,40	958,40	958,40	958,40	958,40	958,40	958,40
Deformación angular 3 rad	$\phi r3 = T^*13/G^*J3$	rad	0,0000	0,0038	0,0055	0,0073	0,0091	0,0109	0,0126	0,0144	0,0162	0,0180	0,0197
Deformación angular 3 grados	$\phi g3 = \phi r3^*180/\pi$	°	0,0000	0,2154	0,3171	0,4188	0,5205	0,6223	0,7240	0,8257	0,9274	1,0291	1,1309
Longitud 4 probeta	l4=	mm	152,44	152,44	152,44	152,44	152,44	152,44	152,44	152,44	152,44	152,44	152,44
Diametro 4 probeta	d4=	mm	14,76	14,76	14,76	14,76	14,76	14,76	14,76	14,76	14,76	14,76	14,76
Momento de inercia polar 4	J4=	mm <sup>4</sup>	4659,58	4659,58	4659,58	4659,58	4659,58	4659,58	4659,58	4659,58	4659,58	4659,58	4659,58
Deformación angular 4 rad	$\phi r4 = T^*14/G^*J4$	rad	0,0000	0,0012	0,0017	0,0023	0,0029	0,0034	0,0040	0,0045	0,0051	0,0056	0,0062
Deformación angular 4 grados	$\phi g4 = \phi r4^*180/\pi$	°	0,0000	0,0677	0,0997	0,1316	0,1636	0,1956	0,2275	0,2595	0,2915	0,3235	0,3554
Longitud 5 probeta	l5=	mm	79,5	79,5	79,5	79,5	79,5	79,5	79,5	79,5	79,5	79,5	79,5
Diametro 5 probeta	d5=	mm	9,95	9,95	9,95	9,95	9,95	9,95	9,95	9,95	9,95	9,95	9,95
Momento de inercia polar 5	J5=	mm <sup>4</sup>	962,26	962,26	962,26	962,26	962,26	962,26	962,26	962,26	962,26	962,26	962,26
Deformación angular 5 rad	$\phi r5 = T^*15/G^*J5$	rad	0,0000	0,0030	0,0044	0,0058	0,0072	0,0086	0,0100	0,0114	0,0128	0,0143	0,0157
Deformación angular 5 grados	$\phi g5 = \phi r5^*180/\pi$	°	0,0000	0,1710	0,2517	0,3324	0,4132	0,4939	0,5746	0,6554	0,7361	0,8168	0,8976
Deformación angular total rad	$\phi r t =$	rad	0,0000	0,0109	0,0161	0,0213	0,0265	0,0316	0,0368	0,0420	0,0471	0,0523	0,0575
Deformación angular total grados	$\phi g t =$	°	0,0000	0,6943	1,0221	1,3500	1,6779	2,0058	2,3337	2,6615	2,9894	3,3173	3,6452
Deformación angular x metro	$\phi r / metro$	rad/m	0,0000	0,0195	0,0287	0,0379	0,0471	0,0563	0,0655	0,0747	0,0839	0,0931	0,1023
Deformación angular x metro	$\phi g / metro$	°/m	0,0000	1,2357	1,8192	2,4028	2,9864	3,5699	4,1535	4,7371	5,3207	5,9042	6,4878
Distancia Regla - eje probeta	x=	mm	662,83	662,83	662,83	662,83	662,83	662,83	662,83	662,83	662,83	662,83	662,83
Altura	h=	mm	563,4	490,6	453,7	417,3	380,5	345,2	308,4	272,2	236,6	199,3	162,4
Altura absoluta	y=	mm	0	72,8	109,7	146,1	182,9	218,2	255	291,2	326,8	364,1	401
Deformación angular	$\phi r = arc tg (y/x)$	rad	0,0000	0,0109	0,0165	0,0219	0,0274	0,0327	0,0383	0,0437	0,0490	0,0546	0,0601
Deformación angular	$\phi g = arc tg (y/x)$	°	0,0000	0,6260	0,9433	1,2562	1,5724	1,8757	2,1918	2,5025	2,8080	3,1279	3,4442
Longitud total probeta	l1+l2+l3+l4+l5	mm	561,85	561,85	561,85	561,85	561,85	561,85	561,85	561,85	561,85	561,85	561,85
Deformación angular x metro	$\phi r / metro$	rad/m	0,0000	0,0194	0,0293	0,0390	0,0488	0,0583	0,0681	0,0777	0,0872	0,0972	0,1070
Deformación angular x metro	$\phi g / metro$	°/m	0,0000	1,1142	1,6788	2,2357	2,7986	3,3384	3,9010	4,4541	4,9978	5,5671	6,1300
Angulo deformación deflexion rad	$\beta$	rad	0	9,401E-05	0,0001384	0,0001828	0,0002272	0,0002716	0,000316	0,0003604	0,0004048	0,0004492	0,0004936
Angulo deformación deflexion °	$\beta$	°	0	0,0053865	0,0079304	0,0104743	0,0130182	0,0155622	0,0181061	0,02065	0,0231939	0,0257378	0,0282817
Deformación angular de ensayo	$\phi - \beta = \phi$	°	0	0,6206	0,9353	1,2457	1,5594	1,8601	2,1736	2,4819	2,7848	3,1022	3,4159
Deformación angular x metro	$\theta$	°/m	0	1,1046	1,6647	2,2171	2,7755	3,3107	3,8687	4,4173	4,9565	5,5213	6,0797