

## NUEVOS APORTES AL ANÁLISIS DE LAS TENSIONES LOCALIZADAS PRODUCIDAS POR DISCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS COMBINADAS. UNA APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DE TENSIONES POR ELEMENTOS FINITOS.

Gabriel María Dasso; Ricardo Mario Amé; Daniel Lezama

Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora. Camino de Cintura y  
Juan XXIII. Lomas de Zamora. Provincia de Buenos Aires. Argentina. e-mail:  
gabriel.dasso@gmail.com; ricardoame@tutopia.com

### RESUMEN.

Los componentes mecánicos, especialmente en máquinas y estructuras metálicas, se diseñan con formas diversas que incluyen cambios de sección, agujeros, zonas roscadas, chaveteros y múltiples discontinuidades geométricas que producen elevaciones localizadas de las tensiones. En muchas oportunidades se presenta la superposición de dos o más discontinuidades en una misma sección o en secciones muy cercanas dificultando la determinación del valor de la tensión localizada.

Descripción del trabajo: se aplica el software ABAQUS a la determinación del incremento localizado de tensiones en secciones con más de una discontinuidad geométrica. Se elaboran gráficos de utilización simple a los fines prácticos del diseño mecánico.

Metodología: el análisis de casos se limita a cuerpos con discontinuidades geométricas de dimensiones macroscópicas de las entallas, es decir los radios en el fondo de las mismas son suficientemente grandes como para evitar la aplicación de otras teorías de análisis de tensiones. Se aplica el software a casos comprobados dados por la bibliografía aceptada con el fin de validar el método; luego se aplica a casos genéricos de concentradores geométricos combinados en piezas planas, simétricas, con cargas axiales.

Resultados: la aplicación del software es pertinente, se comprueban los valores del  $K_t$  dados por la bibliografía habitualmente aceptada. Se obtienen resultados para casos de discontinuidades combinadas y se elaboran gráficos para el diseño mecánico.

Conclusiones: la información disponible en la bibliografía para casos de concentradores geométricos combinados es escasa y en algunos casos de aplicación dudosa. La disponibilidad de herramientas informáticas permite obtener valores para casos complejos. No obstante su aplicación no siempre está al alcance de los diseñadores por su costo o por su complejidad. La confección de gráficos elaborados a partir de los resultados obtenidos por aplicación de dichos softwares es práctica y mejora la eficacia de los diseños.

**EJE TEMÁTICO:** concentración de tensiones, fatiga, diseño de elementos de máquinas, diseño mecánico, elementos finitos.

## **Introducción**

En ningún texto se discute la importancia de considerar los efectos de la concentración de tensiones en los diseños de cuerpos sometidos a tensiones, especialmente en los elementos de máquinas sometidos a tensiones variables. Se considera concentradores de tensión a todas aquellas discontinuidades geométricas, rugosidades e imperfecciones superficiales, ajustes con apriete entre partes, corrosión y todo producto de la manufactura o de los tratamientos térmicos y superficiales que incrementen localmente las tensiones nominales.

Es objetivo de este trabajo obtener el valor del factor de concentración de tensiones teórico o geométrico para casos de piezas cargadas con más de una discontinuidad geométrica en una misma sección o en secciones muy cercanas, mediante curvas paramétricas, útiles para el diseño mecánico. A partir de datos secundarios, obtenidos de la bibliografía especializada se ha comprobado la escasa y precaria información que cuantifica el factor de concentración de tensiones debido a efectos combinados.

A partir de ello se diseña una estrategia de análisis, para algunos casos particulares, aplicando el software *ABAQUS* para determinar la variación de las tensiones de modo que permita obtener información de tipo gráfica que facilite y agilice la tarea del cálculo y diseño mecánico. Como primera instancia y a los fines de validar los resultados obtenidos, se aplica el análisis de la variación de las tensiones por elementos finitos a los casos presentados en [1] en las figuras N° 75 y N° 76 de su obra. Como paso siguiente se agrega el límite a las dimensiones de dichas figuras. Finalmente y como aporte novedoso, se realiza el análisis de tensiones y sus variaciones sobre una chapa, de espesor uniforme, cargada con una tensión normal de tracción uniformemente distribuida, de dimensiones establecidas, con ranuras semicirculares en los bordes y agujero central en la misma sección transversal.

Es conocida la definición del factor teórico de concentración de tensiones como el cociente entre la máxima tensión producida por su presencia respecto de la tensión nominal que se produciría si dicho concentrador no existiera.

$$K_t = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{nom}}$$

Lo anterior es válido ya sea para tensiones normales como para las tangenciales.

Esta relación es válida en aquellos casos de cargas únicas aplicadas a cuerpos con un único concentrador de tensión y lleva implícita la posibilidad de expresarla en función de la acumulación o incidencia de más de un concentrador.

Particularmente en los elementos de máquinas es común encontrar varias discontinuidades geométricas combinadas y en presencia de otros factores de concentración. Esta disposición se suma a la existencia de estados de cargas complejos que generan diferentes tipos de tensiones combinadas.

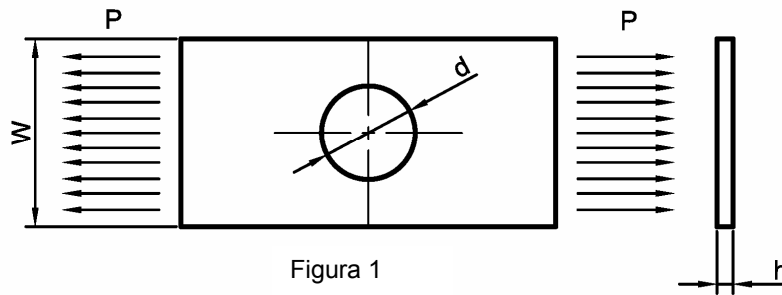
Algunos textos; [2, 3, 4], ofrecen información para la determinación del factor teórico resultante de la aplicación de esfuerzos combinados sobre una única discontinuidad geométrica. En otros textos, [5, 6, 7], la determinación o bien el criterio a utilizar cuando los concentradores de tensión combinados incluyen una discontinuidad geométrica y un efecto relacionado con otros parámetros no geométricos, tales como corrosión, tensiones residuales o direccionalidad. Con respecto al tratamiento de los concentradores geométricos combinados, dejando de lado aquellas combinaciones *ad-hoc* con el fin de atenuarlos, se han encontrado algunos valores del factor teórico o criterio de aplicación o simples recomendaciones en [8-22]. No obstante en muchos casos los autores presentan sólo criterios de difícil aplicación. Por ello, la cantidad y variedad de información referida a la determinación cuantitativa del factor de concentración de tensiones debido a la presencia de varias discontinuidades geométricas en una misma sección continúa siendo limitada. Los autores indicados presentan trabajos que se limitan a casos particulares no permitiendo su generalización práctica, útil al diseño. Esta falta de información práctica y la difícil generalización de lo poco disponible, obliga a que se elaboren estrategias de solución no siempre confiables con el fin de avanzar en el cálculo y diseño mecánico.

#### **La aplicación del cálculo por elementos finitos a las tensiones localizadas.**

La aplicación de *softwares* que permiten determinar las tensiones en cualquier sección de un cuerpo en un estado complejo de tensiones, es una herramienta poderosa para tal fin y por ello el método tiene múltiples aplicaciones en la mecánica. En [23] puede leerse el trabajo realizado para el Aeronautical and Marine Research Laboratory del Departamento de Defensa de Australia, donde, empleando el *software ABAQUS* de elementos finitos se desarrolló un modelo para predecir la respuesta tensión-deformación de las estructuras sometidas a cargas variables multiaxiales. En [24] han utilizado el *software ABAQUS* para simular el inicio y la propagación de fisuras en los moldes de arena para fundición y en [25] han aplicado *ABAQUS* para determinar la concentración de tensiones en estructuras tubulares, según la configuración de la unión y del tipo de carga aplicada. En [25] se puede leer la aplicación de *ABAQUS* al cálculo de tensiones en un conjunto de eje y masa estriada o sea, una gran cantidad de concentradores de tensión, dados por las ranuras, en una misma sección sometida a momento torsor. En realidad el estudio de este autor se orienta hacia la influencia de los errores de mecanizado que generan espaciamiento irregular entre las estrías, o debido a distorsiones generadas por los tratamientos térmicos, en la distribución de las cargas sobre los flancos de las mismas. En [26] han determinado la variación de tensiones para el montaje con interferencia entre una polea y su eje. Se sabe que este tipo de montaje, muy habitual en los elementos de máquinas, produce concentración de tensión. En [27] han aplicado el método al cálculo de las tensiones de Von Mises en piezas con entalla sometidas a cargas variables de bajos ciclos.

#### **Validación del software utilizado.**

Previo a la obtención de los resultados buscados, se impone la validación de la herramienta informática utilizada. El software *ABAQUS* ha sido ampliamente utilizado tal como lo reflejan las citas indicadas en el párrafo anterior. No obstante se lo verifica aplicándolo a una placa de ancho finito  $W$  sometida a una carga axial distribuida  $P$ , con un agujero transversal de diámetro  $d$ , en posición central según se observa en la figura 1.



De acuerdo a [1], este caso está en concordancia a la solución de Howland, quien sostiene que la relación entre el factor de concentración de tensiones  $K_t$  y  $d/W$ , queda expresada por las ecuaciones (1):

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{nom}}, \text{ basado en la sección neta} \quad (1)$$
$$\sigma_{nom} = \frac{P}{(W-d)h}$$

Para realizar la comprobación del programa, se dimensiona una placa de  $W= 100$  mm., con una tensión axial  $\sigma$  de 200 MPa., para lo cual la fuerza  $P$  será de 20000 N.

Dentro del programa, se modeliza un cuarto de la figura, aprovechando la simetría, para trabajar con un cuerpo mas pequeño y disminuir los tiempos de proceso, cabe aclarar, que en [1] los valores son para una placa de ancho finito, con el concentrador de tensiones lo suficientemente alejado de los extremos de la placa. Se utiliza un largo de  $10W$  para asegurar que la tensión en el concentrador, no sea afectada por la proximidad de la carga aplicada. Los autores han detectado que en casos en que el concentrador esta cercano al la carga, los valores de tensión se elevan, en algunos casos duplicando su valor.

Se realizó el procedimiento para obtener los valores máximos S11 de tensión normal en el concentrador de tensiones (S11, en la dirección de la carga aplicada, según la denominación dada por ABAQUS, ó  $\sigma_x$  según denominación de los autores).

Con los resultados del Programa, se realizó la comparación con la solución de Howland, que se observa en el Grafico 1.

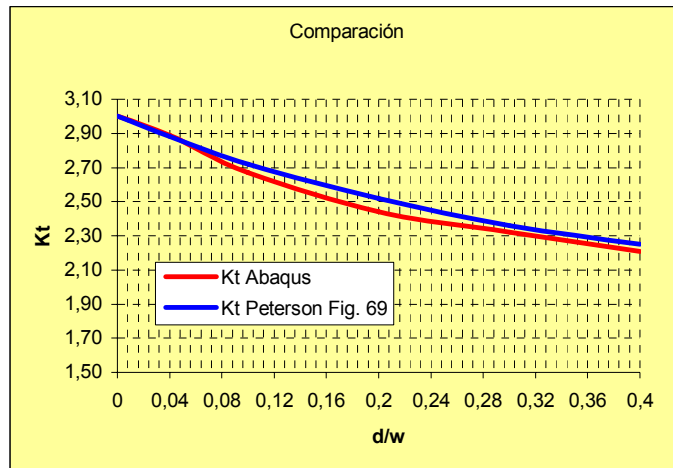


Gráfico 1 - Comparación de la curva obtenida por el Método de elementos finitos (ABAQUS) y el Análisis Matemático de Howland)

Finalmente, se puede concluir que el resultado obtenido con la aplicación del programa, es satisfactorio. Las diferencias son poco significativas, inferiores al 4%.

**Aplicación de software ABAQUS al cálculo del incremento de la tensión localizada por discontinuidades geométricas combinadas.**

Se aplica el software ABAQUS a una placa de sección finita, con un agujero central y dos entallas alineadas en la misma sección transversal, tal como se indica en la figura 2.

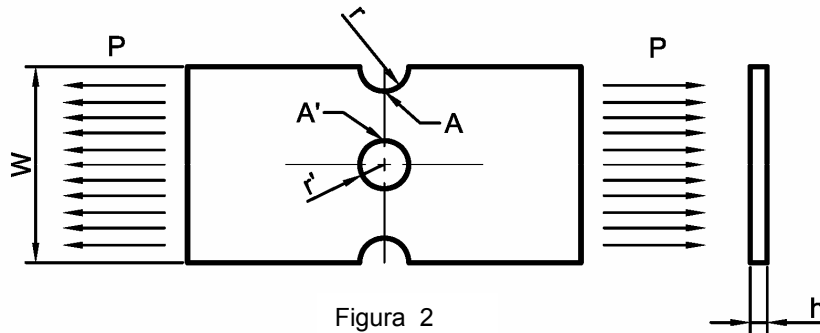


Figura 2

El estado de carga es axial puro debido a la aplicación de una carga distribuida según el eje 1-1. El procedimiento aplicado es similar al anterior, utilizando diferentes relaciones geométricas, se obtienen valores de tensión máxima  $\sigma_{max}$ , en los puntos **A** y **A'**.

Se llama "**Kt nominal**" al obtenido con la tensión nominal  $\sigma_{nom}$  (S11), siendo ésta el cociente entre la carga aplicada y la sección neta, es decir descontados los agujeros y entallas, asumiendo una distribución uniforme de la tensión, en concordancia con el criterio de Howland. Se llama "**Kt remota**" al obtenido con la tensión remota, siendo ésta el cociente entre la carga aplicada y una sección suficientemente alejada de los concentradores y otras perturbaciones.

$$Kt_{nominal} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}, \text{ basado en la sección neta}$$

$$\sigma_{nom} = \frac{P}{[W - 2(r + r')] \times h}$$

(2)

$$Kt_{remota} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{remota}}, \text{ basado en la sección total}$$

$$\sigma_{remota} = \frac{P}{W \times h}$$

Los gráficos se obtuvieron en función de la relación  $r/W$  y dado que  $W$  es constante, cada una de estas curvas representa un radio de la entalla (agujero exterior) determinado. En abscisas se indica la relación  $r/r'$ , de forma tal que en una recorrida desde la derecha y hacia el origen, para un valor dado del radio de la entalla  $r$ , el radio del agujero central  $r'$  es mayor. Es decir que a medida que se consideran sectores mas hacia la izquierda en los gráficos se va hacia porciones de la chapa en estudio de menor sección neta o remanente

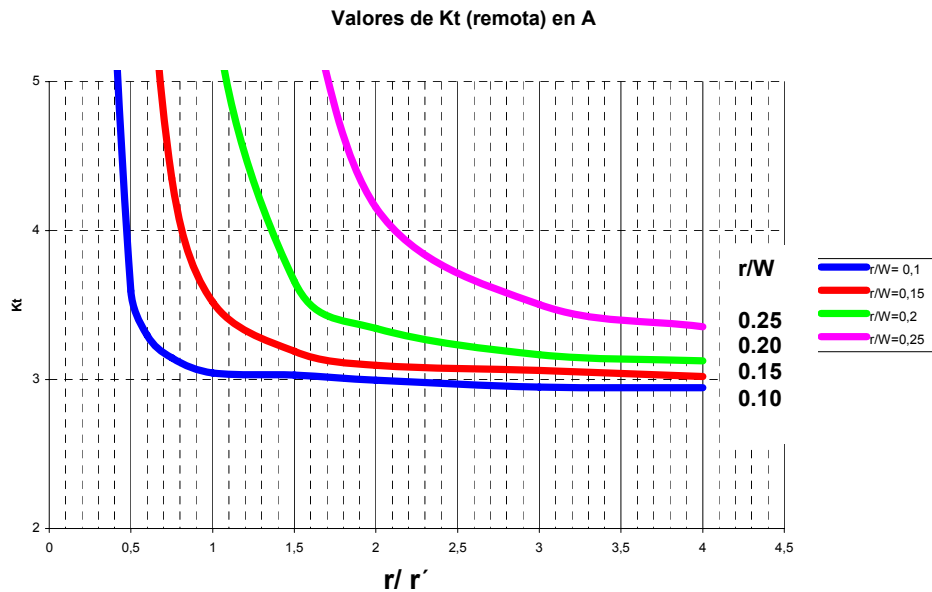


Gráfico indicativo de la variación de  $Kt$  según la tensión  $\sigma_{remota}$  en el punto **A**

Valores de  $K_t$  (remota) en  $A'$

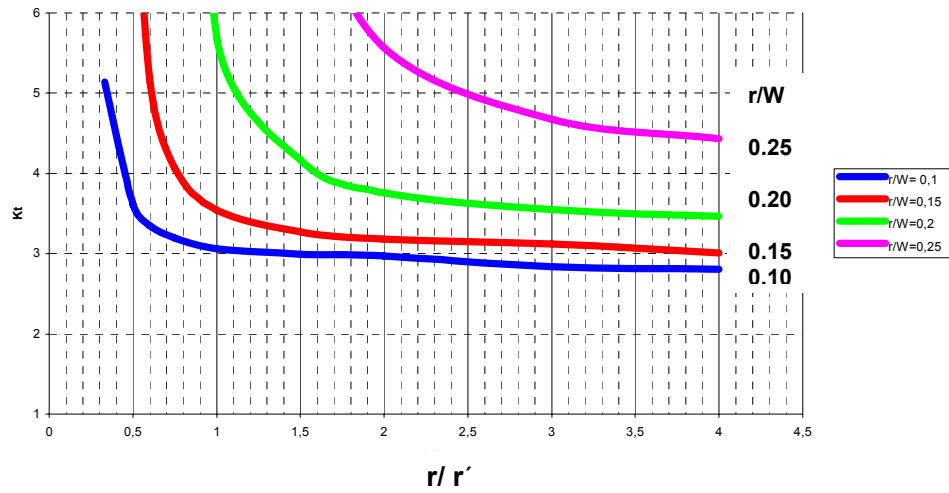


Gráfico indicativo de la variación de  $K_t$  según la tensión  $\sigma_{remota}$  en el punto  $A'$ .

Valores de  $K_t$  (nominal) en  $A$

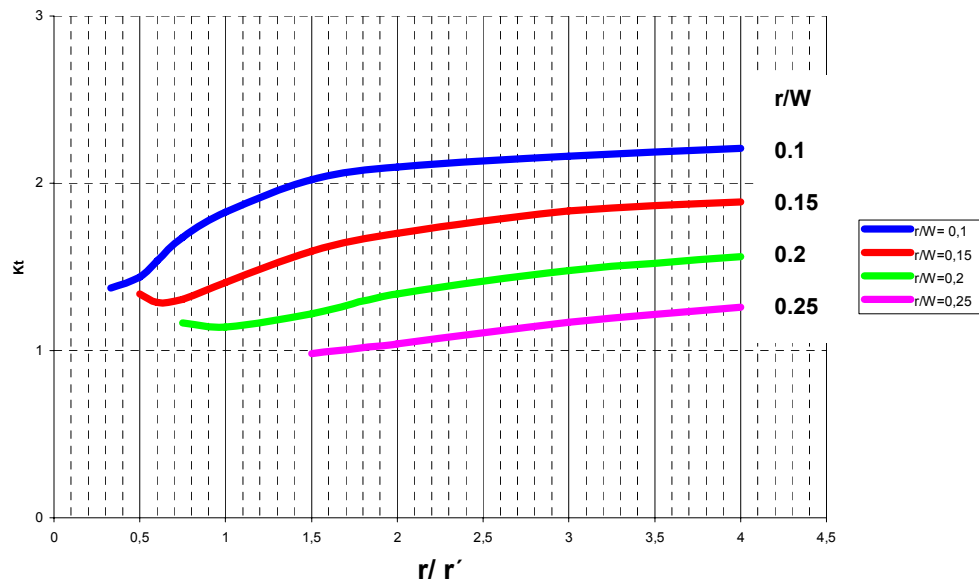


Gráfico indicativo de la variación de  $K_t$  según la tensión  $\sigma_{nominal}$  en el punto  $A$ .

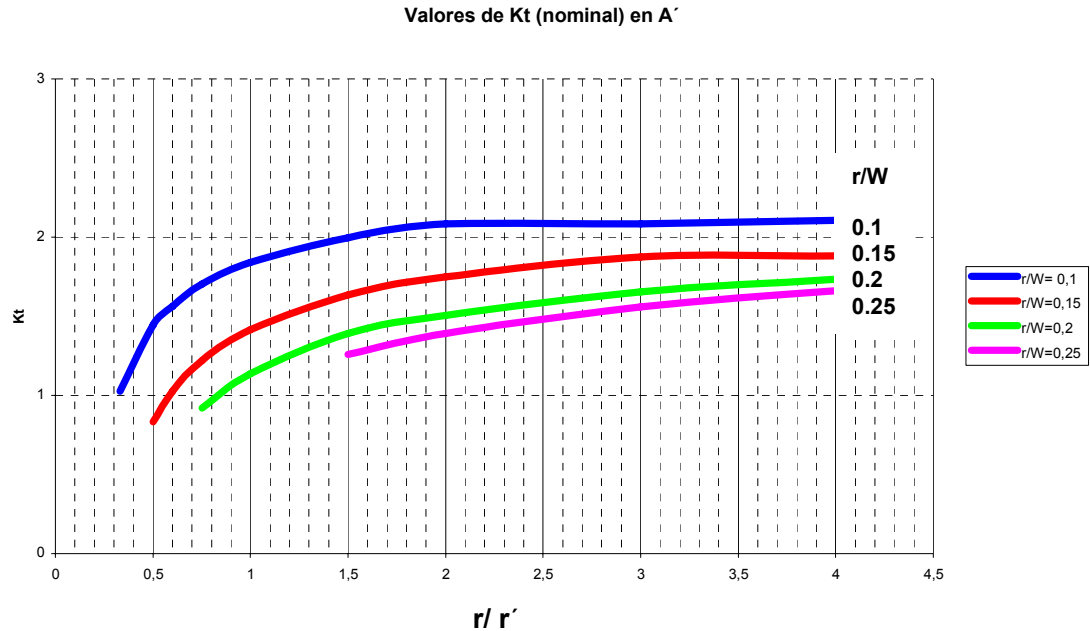


Gráfico indicativo de la variación de  $K_t$  según la tensión  $\sigma_{\text{nominal}}$  en el punto  $A'$ .

### **Conclusiones.**

Se observa en los gráficos que dan el valor del concentrador en base a la tensión remota, que para pequeños tamaños tanto de la entalla como del agujero central (valores bajos de  $r/W$  y altos de  $r/r'$ ) los valores de  $K_{t_{\text{rem}}}$  resultan, previsiblemente, muy parecidos a tres, valor del concentrador para un agujero circular, obtenido matemáticamente y ampliamente validado. No obstante, a medida que se desplaza hacia la izquierda el punto en estudio (aumento del radio del agujero central  $r'$ ) se observa un crecimiento considerable del coeficiente  $K_{t_{\text{rem}}}$ . Sin duda que hay un efecto debido a la disminución de la sección neta, dado que en algunos casos se llega a tener la cuarta parte o aun menos de la sección total. Para separar este fenómeno del de la concentración de tensiones, que es el que interesa estudiar, se ha confeccionado la misma serie de gráficos, refiriendo el concentrador a la tensión nominal. Se considera que así se mejora la posibilidad de discriminar la incidencia de los concentradores.

En estos gráficos se ve que las curvas comienzan, en un recorrido de derecha a izquierda, con valores de  $K_{t_{\text{nom}}}$  próximos pero inferiores a tres, descendiendo el valor del concentrador en forma consistente para todas las curvas y para ambos puntos,  $A$  (entalla exterior) y  $A'$  (agujero central). Así, para una disminución muy intensa de la sección neta, caso de la curva  $r/W=0,2$  y  $r/r'=0,75$  ( $r=20$  y  $r'=26,67$ ), que implica una  $\sigma_{\text{nom}}=3000$  MPa, se observa que el coeficiente  $K_{t_{\text{nom}}}$  resulta inferior a uno y el  $K_{t_{\text{rem}}}$  muy poco por encima de uno, ya que vale, según este estudio, 1,17. Estos resultados se pueden explicar, imaginando la figura en escala, porque la

sección remanente es muy pequeña frente a los radios, de forma tal que éstos dejan de comportarse como concentradores, guiando en cambio de alguna manera el flujo de tensiones y eliminando en forma prácticamente total el efecto de concentración de tensiones esperable. A medida que los radios disminuyen de valor frente a la sección neta (valores de  $r/W$  mas bajos y  $r/r'$  mas altos, porción derecha superior de los gráficos) este efecto desaparece y se obtienen valores de los coeficientes acorde con los resultados usuales. Nuevamente y aun para valores de  $r/W$  bajos (pequeño radio de la entalla o agujero exterior), al aumentar el radio del agujero central (disminución de  $r/r'$ ) se observa un descenso del coeficiente, para ambos puntos en estudio. Se observan incluso valores inferiores a la unidad en dos curvas ( $r/W=0.15$  y  $0.20$ ) para grandes valores del radio del agujero central, es decir tensiones nominales realmente altas, siendo éste un efecto sin explicación dentro del contexto de este trabajo.

Como una conclusión de este trabajo se puede decir, que para casos como los que se estudiaron, el efecto de concentradores múltiples no produce un incremento en el coeficiente de concentración sino mas bien una disminución, notable para disminuciones importantes de la sección neta. Este resultado es bien diferente de los que se encuentra en la bibliografía acerca de este tema, por lo que es un objetivo de los autores continuar con el estudio de la interacción entre diferentes concentradores para otros casos.

#### REFERENCIAS

- [1] - R. E. Peterson, *Stress Concentration Design Factors*, John Wiley & Sons Inc., 1974.
- [2] Seely, B. M. Fred, Smith, O. A. James, *Curso Superior de Resistencia de Materiales*. Librería y Editorial Nigar, 2º edición. Buenos Aires, 1977.
- [3] R. Avilés, *Análisis de Fatiga en Máquinas*, International Thomson Editores Spain Paraninfo, España, 2005.
- [4] M. D. Chapetti, *Mecánica de Materiales. Teorías de Elasticidad, Plasticidad y Mecánica de Fractura*, Ediciones Al Margen, Argentina, 2005.
- [5] Bureau of Aeronautics, Navy Department. *Prevention of the Failure of Metals Under Repeated Stress*, National Research Council, Ed. John Wiley & Sons, Inc., Canada, (1941).
- [6] American Society for Metals, *Atlas of Fatigue Curves*, H. E. Boyer, EEUU, 1986.
- [7] P. A Thornton, V. J. Colangelo, *Ciencia de materiales para ingeniería*, Prentice-Hall Hispanoamericana SA., México, 1987
- [8] Frocht, Max Marc, *Fotoelasticidad*, EDIAR SA, Argentina, 1950.
- [9] C. Lipson, G. C. Noll y L. S. Clock, *Stress and Strenght of Manufactured Parts*, cGraw-Hill Company, EEUU, 1950.
- [10] - W. M. Murray, *Fatigue and fracture of metals*, Paper 4, The Massachusetts Institute of Technology, EEUU, 1952.
- [11] - R. Cazaud, *La fatiga de los metales*, Aguilar, España, 1957.

- [12] R.Hänchen, *Resistencia a la Fatiga. Cálculo y forma de los elementos de máquinas sometidos a esfuerzos variables y alternativos*, Reverté, España, 1960
- [13] R. M. Phelan, *Fundamentals of Mechanical Desig.*, McGraw-Hill Company Inc., 1962
- [14] C. Lipson y R. C. Juvinall, *Handbook of Stress and Strenght . Design and material applications*, The Macmillan Company, EEUU, 1963.
- [15] A. Buch, *Fatigue resistanse of materials and metal structural parts*, Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, The Macmillan Company Pergamon Press Limited, EEUU, 1964.
- [16] J. E. Shigley, *El Proyecto en Ingeniería Mecánica*, Ediciones del Castillo, Madrid, 1965
- [17] - G. Niemann, *Tratado teórico práctico de elementos de máquinas*, 2º edición, Labor S.A., España, 1973.
- [18] V. M. Faires, *Diseño de Elementos de Máquinas*, Montaner y Simon S.-A., España, 1970
- [19] - P. G. Forrest, *Fatiga de los metales*, URMO S.A. de Ediciones, España, 1982.
- [20] J. E. Shigley, L. D. Mitchell, *Diseño en Ingeniería Mecánica*, 4º edición. Mc. Graw Hill, México, 1983.
- [21] A. D. Deutschman, W. J. Michels, C. F. Wilson, *Diseño de máquinas. Teoría y práctica*, CECSA, México, 1985.
- [22] A. Tjernberg, Load distribution and pitch errors in a spline coupling, *Materials & Design* Vol. 22. Issue 4. 2001.
- [23] - R. J. Wescott, K. C. Watters y M. Heller, *Implementation of a Unified constitutive model into the ABAQUS Finite Element Package*, DSTO Aeronautical and Maritime Research Laboratory, Australia, 1999.
- [24] V. Vajdova, T. Wong, D. E. Farrell, K. Issen, y V. Challa, Experimental observation and numerical simulation of initiation of compaction bands in a sandstone. 2004.
- [25] - M. F. Ghanameh, D. Thevenet y A. Zeghloul, *Advanced Problems in Mechanics, Effects of joint configuration and loading type on stress concentration in offshore welded tubular joints.*, Russia, 2005.
- [26] S. Sen, B. Aksakal, Stress analysis of interference fitted shaft-hub system under transient heat transfer conditions, *Materials & Design* Volume 25 Issue 5. Páginas 407-417, 2004.
- [27] H. Medekshas, V. Balina, Assessment of low cycle fatigue strength of notched components, *Materials & Design* Volume 27 Issue 2, Páginas 132-140, 2006.