Concentración de tensiones producida por discontinuidades geométricas combinadas. Una exploración del estado del arte

Ricardo Mario Amé; Gabriel María Dasso

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Lomas de Zamora
Camino de Cintura y Av. Juan XXIII, Lomas de Zamora, Argentina. e-mail:
ricardoame@educ.ar; gabriel.dasso@gmail.com

RESUMEN

Es habitual que los componentes mecánicos se diseñen con formas diversas que incluyen cambios de sección, agujeros, zonas roscadas, chaveteros y múltiples discontinuidades geométricas que producen elevaciones localizadas de las tensiones. En muchas oportunidades se presenta la superposición de dos o más discontinuidades en una misma sección o en secciones muy cercanas.
En este trabajo se realiza una revisión bibliográfica y de documentos disponibles que tratan la determinación del factor teórico de concentración de tensiones para los casos de discontinuidades geométricas combinadas.
Se limita a aquellos cuerpos con discontinuidades geométricas de dimensiones macroscópicas de las entallas, es decir los radios en el fondo de las mismas son suficientemente grandes como para no requerir aplicar otras teorías de análisis de tensiones. La revisión abarca desde 1941, fecha de la documentación más antigua disponible. No obstante se han encontraron referencias a trabajos de Peterson de 1930, pero se asume que cada trabajo específico estudiado, al referenciar autores más antiguos, cubre el lapso entre dicho trabajo y el autor citado.
Se han encontrado algunos valores del factor teórico, criterios de aplicación y simples recomendaciones para los casos de concentradores combinados en las publicaciones de Froch (1950); Lipson, Noll y Clock (1950); Hänchen (1960); Pelan (1962); Lipson y Juvinall (1963); Shigley (1965); Faires (1970); Peterson (1974); Seely y Smith (1977); Shigley y Mitchell (1983); Deutschman; Michels y Wilson (1985); Tjernberg (2000);
La información disponible es escasa y en algunos casos de aplicación dudosa. No existe cuantificación respecto de concentradores combinados habituales tales como chaveteros y cambios de diámetro. La existencia de herramientas informáticas muy desarrolladas permitirían comprobar algunos valores dados y trabajar sobre algunas combinaciones de concentradores de las cuales no se tiene valor del factor Kt.

Palabras Claves: concentración de tensiones, fatiga, diseño de elementos de máquinas.

1. INTRODUCCIÓN

Las discontinuidades geométricas, rugosidades e imperfecciones superficiales, ajustes con apriete entre partes, corrosión y todo producto de la manufactura o de algunos tratamientos térmicos y superficiales, las fisuras, plegamientos, poros o inclusiones no metálicas, son concentradores de tensión. La combinación de factores concentradores puede ser muy variada: dos o más discontinuidades geométricas en una misma sección; una discontinuidad geométrica combinada con corrosión; el efecto de algún tratamiento térmico combinado con un ajuste prieto; etc. Las posibilidades de combinación de efectos con las que un diseñador mecánico puede encontrarse, son muy diversas.

En la ecuación (1) se expresa la conocida definición del factor teórico de concentración de tensiones:

$$K_t = \frac{\sigma_{máx}}{\sigma_{nom}} \qquad (1)$$

e indica el cociente entre la máxima tensión elástica producida (ya sea para tensiones normales como para tangenciales) por la presencia de un concentrador, respecto de la tensión nominal que se produciría si dicho concentrador no existiera. La misma contempla implícitamente la posibilidad de la combinación de diversos concentradores actuando combinadamente. Sólo es necesario conocer el valor de K_t correspondiente a la combinación presente en el diseño (el subíndice ***t*** deriva históricamente de la naturaleza teóricamente elástica de la definición. [1])

La teoría matemática de la elasticidad, los diferentes métodos de ensayos de laboratorio y los métodos que aplican *softwares* específicos son las herramientas más habituales para determinar el factor K_t .

Observamos que en las últimas publicaciones de textos y trabajos específicos se han ido dejando de lado los análisis de tensiones localizadas debido a concentradores geométricos simples y mucho más aún de concentradores geométricos combinados, y se ha dedicado más interés a la aplicación de la teoría de la Mecánica de la Fractura. Entendemos que su aplicación merece interés en el análisis de piezas con fisuras y no necesariamente para piezas cuyo diseño mecánico implique variaciones geométricas macroscópicas.

En este trabajo se indaga, en el material disponible y que se detalla en la sección Referencias, la disponibilidad de información apta para el diseño de componentes mecánicos sin necesidad de efectuar aplicaciones complejas de la teoría matemática de la elasticidad o ensayos de laboratorio. El análisis bibliográfico contempla el período que se inicia en trabajos de 1950 [2] y 1951 [3], en los cuales, además de aportes personales de los autores, se presentan exposiciones de trabajos de otros investigadores anteriores a la fecha de su publicación. Por ese motivo se asume que cada trabajo específico, al referenciar autores más antiguos, cubre el lapso entre dicho trabajo y el autor citado, trabajos a los cuales, en la mayoría de los casos, hoy ya no es posible acceder.

1.1.Concentración de tensiones por efectos combinados no geométricos.

Entre los innumerables estudios, investigaciones y experiencias a lo largo de los últimos 70 años, podemos leer trabajos que implican diferentes tratamientos térmicos y superficiales, tensiones residuales y variadas combinaciones de procesos de manufactura y tamaño. En [4] se presentan varios análisis de efectos combinados, por ejemplo corrosión combinada con entallas. En [5] se recopilan trabajos presentados en la "Conferencia sobre la fatiga y la fractura de los Metales", llevada a cabo en el Instituto de Tecnología de Massachussets en junio de 1950 y puede leerse el trabajo de Horger y Neifert sobre la influencia positiva de las tensiones residuales introducidas deliberadamente en la resistencia a la fatiga. La influencia del endurecimiento mecánico sobre la vida de una pieza fatigada es analizada extensamente en [6]. En [7] vemos estudios que relacionan piezas perforadas con tensiones residuales. En cuanto a los artilugios para disminuir los efectos concentradores de tensión mediante modificaciones de diseño y procesos de manufactura la [8] es una obra interesante. En [9] también se ha recopilado el trabajo de una enorme cantidad de investigadores sobre la temática de la fatiga de los metales, y por ello puede leerse estudios que relacionan la resistencia a la fatiga con el tratamiento térmico, direccionalidad, temperatura, corrosión y tratamientos superficiales.

1.2.Concentración de tensiones por efectos combinados geométricos y otros no geométricos.

La [10] es una obra con información gráfica. En sus páginas puede encontrarse, la variación de la tensión límite para un acero con diferente tratamiento térmico conteniendo micro grietas, el efecto de la hidrogenación sobre un acero con entallas pronunciadas, el efecto de una entalla en una aleación a alta temperatura, el efecto de la entalla en una aleación de aluminio, el efecto de la entalla en aleaciones de aluminio a alta temperatura, el efecto de las diferentes terminaciones superficiales sobre un espécimen de aleación de titanio con entalla, el efecto de una entalla en una probeta de aleación de titanio sometida a carga variable axial, el efecto de la entalla sobre una aleación de níquel sinterizada.

En [11] se presenta un gráfico de σ-N para una probeta sin muesca y otra con muesca y "*golpeteada*" (se entiende endurecida superficialmente por bombardeo de perdigones). Esta obra está orientada hacia la aplicación de la Teoría de la Mecánica de la Fractura.

1.3.Determinación del factor Kt de concentración de tensiones en entallas simples en cuerpos sometidos a varias cargas variables.

En [9] se hace referencia a los trabajos de Gough, ("*The resistance of metals to fatigue under combined stress*". 1951), quien obtuvo valores del factor K_t y K_f para ejes con chaveteros sometidos a flexión y torsión combinadas. También puede verse un gráfico del cual puede obtenerse el factor K_t para un tubo con agujero transversal, sometido a carga axial, flexión o torsión.

Para determinar el valor del factor de concentración de tensiones para una combinación de cargas variables en [12] se presenta la ecuación (2):

$$k_t = \frac{k_{tFlex} \cdot \sigma_{aFlex} + k_{tTracc} \cdot \sigma_{aTracc}}{\sigma_{aFlex} + \sigma_{aTracc}} \quad (2)$$

En la cual: k_t = es el factor teórico de concentración de tensiones combinado; k_{tFlex}. = es el factor de concentración de tensiones para el caso de flexión solamente; k_{tTracc} = es el factor de concentración de tensiones para el caso de tracción solamente; σ_{aFlex} = tensión variable alterna en flexión; σ_{aTracc} = tensión variable alterna en tracción. Obsérvese que es la suma de tensiones del mismo tipo, actuando en un mismo plano, debidas a modos de cargas diferentes. El autor no presenta un método alternativo para otras combinaciones aunque comenta el efecto de los concentradores múltiples como atenuadores de las tensiones máximas localizadas.

En la página 423 de [13].puede leerse una referencia a los concentradores con cargas combinadas.

Algunos autores, [14], [1,15], indican que cuando el factor de concentración de tensiones aumenta debido a la disminución del radio del extremo de un agujero elíptico, por ejemplo, transformándose en una fisura con radio igual a cero, el factor K_t carece de sentido físico pues toma valores infinitos y la tensión crece más allá de la tensión de fluencia del material. Para estas circunstancias "*es necesario utilizar otro concepto para definir la severidad de la distribución de tensiones frente a la punta de la fisura. Surge así el Factor de Intensidad de Tensiones K*" el cual se obtiene a partir del desarrollo de la Teoría de la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica y es función de la carga aplicada al cuerpo y de la geometría de la fisura considerada. A diferencia del factor K_t el factor K no es adimensional. Se indica que para materiales con comportamiento elástico lineal, las componentes de tensión, deformación y desplazamiento son aditivas, es decir se puede aplicar el principio de superposición.

"*Por ejemplo, dos componentes de tensiones σ_{xx} generadas por diferentes esfuerzos pueden ser sumadas. De igual modo podemos trabajar con los factores de intensidad de tensiones K siempre y cuando pertenezcan al mismo modo de carga*". Ello se expresa en la ecuación (3):

$$K_{total} = K_A + K_B + K_C \quad (3)$$

En donde *A, B* y *C* son las solicitaciones aplicadas. De este modo, concluye el autor, es posible calcular K para situaciones relativamente complejas.

Tal como ha quedado expresado en la introducción, nuestro objetivo está orientado hacia aquella combinación de concentradores de tensión cuyas dimensiones sean de tal magnitud que no merezcan ser considerados como fisuras.

1.4.La evolución de los métodos de determinación de los factores de concentración de tensiones.

La forma de los componentes en servicio es de indudable influencia en la resistencia a fatiga y ésta es evaluada con la ayuda del factor de concentración de tensiones efectivo K_f, el cual depende no sólo del tipo de carga, sino del material, del tratamiento térmico y del tamaño de la pieza en cuestión. El factor K_f a su vez es función del factor teórico o geométrico de concentración de tensiones K_t, el cual depende del tipo de carga y de la geometría de la pieza.

Con el fin de obtener su valor se han aplicado procesos matemáticos y desarrollado métodos experimentales tales como el de la fotoelasticidad, analogía eléctrica, elementos finitos y otros.

En lo que respecta al método de la fotoelasticidad en [16], obra enteramente dedicada a esta técnica, puede verse cómo es posible obtener los valores de las variaciones de la tensión en una sección determinada en una gran cantidad de aplicaciones. En un trabajo, Peterson hace referencia a los trabajos de Neuber, Jacobsen, Weigand, Frotch y otros e indica que algunos valores fueron obtenidos matemáticamente y mediante la aplicación de técnicas de fotoelasticidad, analogía eléctrica y sensores "*strain-gauges*".

Coker citado en [17] utilizó el método de fotoelasticidad para determinar la variación de tensiones en la misma sección transversal de una viga sometida a flexión con dos orificios circulares, equidistantes de la línea neutra.

En [18] puede verse el desarrollo matemático para la determinación de las tensiones localizadas en una placa con agujero central sometida a diferentes cargas axiales y en diversas configuraciones dimensionales respecto del agujero y, más adelante los fundamentos matemáticos del método fotoelástico.

Otra aplicación de la Teoría Matemática de la Elasticidad puede verse en [17] para diversos casos de una placa con orificio circular: a) sometida a esfuerzos en una sola dirección; b) sometida a esfuerzos uniformemente distribuidos de igual valor en dos direcciones perpendiculares; c) sometida a esfuerzos uniformemente distribuidos de distinto valor en dos direcciones perpendiculares y d) sometida a esfuerzos uniformemente distribuidos de igual valor pero de distinto signo en dos direcciones perpendiculares. Es decir estados combinados de cargas sobre un único concentrador de tensiones.

Chih-Bing Ling y Schoulz aplicaron la Teoría Matemática de la Elasticidad para la determinación del factor en chapas con varios agujeros y diferentes estados de carga son mostrados en [3].

Es interesante leer que en [19], de 1956, se indicaba que el efecto concentrador de los chaveteros y las roscas requerían más investigación como para indicar datos adecuados. El mismo autor, años más tarde, en su libro de 1965, ofrece gráficos para la determinación del factor Kt. En la obra [20] en castellano editada en 1959 se presenta, en el tratamiento de árboles y ejes, una ecuación para determinar "*el efecto de debilitamiento estático del chavetero*", y en otra parte del texto se lee: "*Los coeficientes de concentración de tensiones* *para tensiones de fatiga no han sido determinados con suficiente seguridad como para garantizar su inclusión en este texto*". (Considérese que este libro en castellano es la traducción de la tercera edición en inglés del año 1951. La primera edición en inglés fue de 1938). No obstante las investigaciones son más antiguas, pues existen referencias a trabajos desarrollados por Peterson [3] (1974) en 1930 . Si bien su primera publicación data de 1951 en la revista *Machine Design*, esta obra de 1953 (con reimpresión en 1974) presenta una colección de gráficos de concentradores de tensión de diversos investigadores: Timoshenko; Frocht; Goodier; Hetényi; Neuber; Durell; Lake; Phillips; Leven; Hartman Berkey; Jacobsen; Weigand y otros, lo que la ubica como una obra de referencia para el tema de los concentradores de tensión.

Estas dudas se fueron disipando a medida que las investigaciones se realizaban con metodologías más eficaces. En trabajos recientes, la aplicación de software específico, tal como el de elementos finitos para el cálculo de tensiones, ha permitido determinar los concentradores de tensión para un montaje con interferencia entre una polea y su eje [21] y, en [22], para la determinación en un eje estriado.

1.5.Concentradores de tensión debido a discontinuidades geométricas combinadas.

Al respecto en [16] puede verse la fotografía de una barra con dos orificios situados excéntricamente y sometida a una carga axial. En [2] se observa un eje hueco con ranura externa circular sometido a diferentes estados de carga; un eje hueco con ranura interna circular sometido a diferentes estados de carga, un eje hueco con dos ranuras longitudinales externas a 180° entre sí; un eje hueco con chavetero exterior.

Horger y Neifert, cuyo trabajo se presenta en [5] han estudiado la influencia positiva de las tensiones residuales introducidas deliberadamente en la resistencia a la fatiga; el trabajo analiza dicho efecto sobre dos diseños de eje de turbina, ambos con un agujero longitudinal por su centro y con una rueda montada con interferencia, pero diferentes en cuanto a que uno de ellos presenta un cambio de diámetro en el borde de la rueda y el otro es de diámetro constante. En [23] se referencia a A.Q.Mowbray, quien ha trabajado para hallar los valores del límite de fatiga para probeta con dos discontinuidades geométricas: una entalla semicircular o una entalla en V superpuesta a un acuerdo, situando a la entalla en la base del acuerdo entre diámetros. El autor indica que "*la reducción del límite de fatiga . . . corresponde sensiblemente al producto de las reducciones producidas por cada efecto separadamente".*

En [24] se publican los resultados obtenidos por Mathar quien midió el alargamiento en las cabezas de barras con agujeros y redondeo. En [25] se propone evitar la superposición de factores de concentración; y si no es posible, indica que en la mayoría de los casos el factor de concentración de tensiones no es ni la suma ni el producto de los factores individuales, pero, en algunas oportunidades, es mayor que el máximo valor de alguno de ellos tomado individualmente. Su propuesta es evitar estas circunstancias.

En [26] se puede leer: ”*En muchos casos, los miembros de máquinas no contienen un concentrador de tensión simple sino poseen muchas discontinuidades tales como tipos de tensión se encuentran envueltas. El factor total de concentración resultante de tan gran número de entallas no puede ser relativo a los factores de concentración individuales debido al efecto de acoplamiento de las tensiones causada por el enlace entre los concentradores de tensión”.* Los autores muestran un eje con cambio de diámetro y agujero de lubricación que lo atraviesa diagonal y transversalmente; el valor del factor geométrico, según los autores, se puede obtener multiplicando el valor de los factores geométricos individuales. Luego con el factor de sensibilidad de entalla se determina $\boldsymbol{K_f}$. No obstante, los autores indican que si se ensaya una probeta, el valor del coeficiente efectivo es menor al calculado. Por último aconsejan que en ausencia de información específica, se puede utilizar un factor $\boldsymbol{K_f} = 4$ para miembros de acero con varias discontinuidades. Indican que $\boldsymbol{K_f}$ nunca puede ser mayor de 4 y en la mayoría de los casos no puede ser mayor de 3. Más adelante en el texto puede verse un eje hueco con cambio de diámetro sometido a tracción y una chapa plana con varios agujeros alineados en forma alternativa.

Los trabajos presentados a la “Conferencia sobre los efectos de la fatiga”, celebrada en mayo de 1960 en Varsovia, Polonia pueden leerse en [27]. Destacamos el de J. Weller “Beitrag zu Vergleichenden Betrachtungen der Dynamischen Festigkeitseigenschaften von Proben aus AlZnMgCu und AlCuMg”: Contribución a la comparación de propiedades de resistencia dinámica en probetas de AlZnMgCu y AlCuMg, que muestra el comportamiento de una probeta con cambio gradual de sección y orificio transversal sometida a tracción y compresión alternativas.

Thum citado por Peterson, en [7] obtuvo valores de K_f para ejes sometidos a flexión y ajuste forzado y chavetero, con acero de bajo contenido de carbono, valores que se transcriben en la Tabla 1:

Tabla 1 Valores de Kf según Thum, obtenidos en base al módulo de la sección total del eje. No se indican las dimensiones del eje.

	Chavetero de perfil	Chavetero de patín
Ajuste a presión y chavetero	2,58	2,33

Cox y Tjernberg, citados en [9] también trabajaron sobre ejes con estrías de varias formas.

Un gráfico que relaciona la resistencia a flexión alternativa con la resistencia a la rotura estática para diferentes configuraciones de montaje de cubo sobre árbol puede verse en [28]. En este trabajo puede leerse: “*toda unión de árbol y cubo que no permita que éstos se deslicen angularmente entre sí, trae consigo una disminución de la resistencia del árbol (por efecto de la entalladura)”.* Y agrega: *“por lo cual se refuerza adecuadamente el diámetro de éste en la zona de asiento del cubo (aproximadamente 1,3d) o se refuerza el árbol en dicha zona, mediante temple o compactación superficial”.*

En [29], en un ejemplo de cálculo de un árbol podemos leer: "*La información de lo que debemos hacer cuando la concentración de tensiones se debe a dos efectos, es algo escasa, pero los autores están de acuerdo en que el efecto combinado no es mayor que el producto de los dos coeficientes geométricos*". A continuación multiplica el factor K_t = 2,0 correspondiente al radio de acuerdo por el factor K_t = 1,5 debido al chavetero, obteniendo un factor combinado K_t = 3.

Otro autor clásico [30] indica que para el modo de carga por torsión: "*a) cuando los efectos de concentración de esfuerzos son aproximadamente de la misma magnitud, ambos deben ser incluidos con su valor íntegro; b) cuando un efecto es apreciablemente mayor que otro, la contribución del menor es pequeña y probablemente despreciable".* En los ensayos a flexión, indica que *"el efecto neto de dos concentradores de esfuerzo (Kf = 2,38) es aproximadamente un 20% menor que el producto de los valores individuales para una superficie rugosa mecanizada (K_f = 1,52) y un agujero (K_f = 1,96)*". Es decir 1,52 x 1,96 = 2,98 contra 2,38. En el mismo capítulo y como nota aclaratoria a pie de página , este autor indica que "*otro procedimiento es adoptar el valor total $K_t = K_{t1}.K_{t2}$; luego $K_f = 1+q(K_t-1)$".* Finalmente aclara que las generalizaciones no están justificadas "*a no ser que colocándose del lado de la seguridad se tengan en cuenta ambos efectos con su pleno valor, pero si ello es importante y un coeficiente es mayor que el otro, puede estar justificado adoptar un valor menor que el producto".*

Gráficos indicativos del valor de K_t para casos de dos o más agujeros, de igual diámetro, dispuestos en una chapa de dimensiones infinitas sometida a un estado de tensiones uniaxial o biaxial de tracción pueden encontrarse en [3]. Coker citado en [17] muestra la distribución de tensiones para el caso de dos orificios circulares, equidistantes de la línea neutra, en la misma sección transversal de una viga sometida a flexión. Griffith y Taylor, también citados en [17] obtuvieron la variación de la tensión tangencial en el vértice interno y en el plano del fondo del chavetero, por el método de la membrana elástica, para un árbol hueco.

En [31] se puede leer: "*Sucede algunas veces que dos discontinuidades, cada una con su particular factor de concentración del esfuerzo, ocurren en un mismo punto. Cuando surge esta situación, determínese cada factor de reducción de la resistencia a la fatiga y luego multiplíquense entre sí para obtener un factor equivalente"*

En [32] se indica que: "*la escasa información disponible indica que los resultados acumulativos de los dos factores son mayores que el de cada uno de los factores individuales pero menor que el producto de ambos factores*". En el ejemplo de cálculo de un árbol, los autores aplican la sugerencia dada por Lipson y Juvinal. En el sector del árbol donde existe un chavetero, un cambio de diámetro y un montaje a presión de una polea, hacen dos cálculos: <u>Primero</u>: multiplican a éste por el factor de chavetero (*Kf* = 1,6) y por el de montaje a presión por la polea (*Kf* = 2,5), los cuales se verifican en una sección del mismo tramo del árbol; <u>Segundo</u>: multiplican el momento flector variable por el factor de concentración debido al cambio de diámetro, el cual se ubica en otra sección, cercana a la anterior, en el mismo tramo de árbol. Ambos valores son diferentes y están ubicados en distintas secciones de un mismo tramo del árbol. De los dos valores obtenidos adoptan el mayor.

Es interesante considerar que, salvo los indicados, varios autores importantes de textos para el diseño de elementos de máquinas, no ofrecen una metodología o criterio claro para resolver situaciones de discontinuidades geométricas combinadas.

2.CONCLUSIONES.

Existe información para la determinación del factor teórico resultante de la aplicación de esfuerzos combinados sobre una discontinuidad geométrica única : [17], [12], [14]. También para combinaciones entre discontinuidad geométrica y parámetros no geométricos, tales como corrosión, tensiones residuales o direccionalidad: [4], [10], [11].

Con respecto al tratamiento de los concentradores geométricos combinados, se han encontrado algunos valores del factor teórico o criterio de aplicación o simples recomendaciones en [2], [3], [5], [9], [15] [16], [17], [22], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31] y [32]. Algunos de ellos presentan gráficos útiles para el diseño y otros sólo criterios de difícil aplicación. No se ha considerado entre estos últimos las combinaciones de concentradores múltiples que actúan como atenuadores de la tensión.

La cantidad y variedad de información referida a la determinación cuantitativa del factor de concentración de tensiones debido a la presencia de varias discontinuidades geométricas en una misma sección continúa siendo limitada. Las posibilidades de presencia de combinaciones geométricas son muy numerosas. Se estima que existe un campo de trabajo muy interesante en tal sentido.

3. REFERENCIAS

[1] - R. A. Smith. "An introduction to fracture mechanics for engineers. Part I: Stresses due to notches and cracks", *Materials in Engineering Applications,* Vol 1, Páginas 121 a 128, (1978).

[2] - C. Lipson; G. C. Noll; L. S. Clock, *Stress and Strenght of Manufactured Parts,* 1° edicion, Parte II, Editorial McGraw-Hill Company, EEUU, (1950).

[3] - R. E. Peterson. *Stress Concentration Design Factors,* John Wiley & Sons Inc., EEUU, (1974).

[4] - Bureau of Aeronautics, Navy Departament. *Prevention of the Failure of Metals Under Repeated Stress,* National Research Council, Ed. John Wiley & Sons, Inc., Canada, (1941).

[5] - W. M. Murray. *Fatigue and fracture of metals,* Paper 4, The Massachusetts Institute of Technology, EEUU, (1952).

[6] - S. Timoshenko. *Resistencia de materiales. 2° parte. Teoría y problemas más complejos*, Tomo II, Editorial Espasa Calpe S.A., 7° edición, Madrid, (1962).

[7] - American Society for Mechanical Engineers. *Metals Engineering Design*, Editorial Mc Graw-Hill Book Company, 2° edición, EEUU, (1965).

[8] - P. Orlov. *Ingeniería de diseño,* Editorial Mir, Moscú, (1974).

[9] - P. G. Forrest. *Fatiga de los metales,* URMO S.A. de Ediciones, España, (1982).

[10] - American Society for Metals. *Atlas of Fatigue Curves,* Editor H. E. Boyer, EEUU, (1986)..

[11] - P. A. Thornton; V. J. Colangelo. *Ciencia de materiales para ingeniería,* Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana SA., México, (1987).

[12] - R. Avilés. *Análisis de Fatiga en Máquinas,* International Thomson Editores Spain Paraninfo, Madrid, España, (2005).

[13].- R.C.Hibbeler. *Mecánica de materiales,* Ed. Pearson Educación, México, (2006).

[14] - M. D. Chapetti. *Mecánica de Materiales, Teorías de Elasticidad, Plasticidad y Mecánica de Fractura,* 1º edición, Ediciones Al Margen, La Plata, Buenos Aires, (2005).

[15] - R. A. Smith. "An introduction to fracture mechanics for engineers. Part II: Using the stress intensity factor to characterise fracture and fatigue crack growth", *Materials in Engineering Applications,* Vol 1, Páginas 227 a 235, (1979).

[16] - M. M. Frocht. *Fotoelasticidad,* Editorial EDIAR SA., Buenos Aires, Argentina, (1950).

[17] - F. B. Seely; J. O. A. Smith. *Curso Superior de Resistencia de Materiales,* 2º edición, Librería y Editorial Nigar, Buenos Aires, (1977).

[18].- S. Timoshenko, J. N. Goodier. Teoría de la elasticidad, Ediciones URMO, España, 1968.

[19] - J. E. Shigley. *Machine Design,* Editorial Mc.Graw-Hill, EEUU, (1956).

[20].- A.Vallance; V. L. Doughtie. Calculo de elementos de máquinas, Librería y Editorial Alsina, Buenos Aires, 1959.

[21] - S. Sen; B. Aksakal. "Stress analysis of interference fitted shaft-hub system under transient heat transfer conditions", *Materials & Design*, Volume 25, Issue 5, Páginas 407-417. (2004).

[22] - A. Tjernberg. "Load distribution and pitch errors in a spline coupling", *Materials & Design*, Volume 22, Issue 4, Páginas 259-266, (2001).

[23] - R. Cazaud, *La fatiga de los metales,* España, Editorial Aguilar, (1957).

[24] - R. Hänchen. *Resistencia a la Fatiga. Cálculo y forma de los elementos de máquinas sometidos a esfuerzos variables y alternativos,* Editorial Reverté, (1960).

[25] - R. M. Phelan. *Fundamentals of Mechanical Design,* Mc.Graw-Hill Company Inc., (1962).

[26] - C. Lipson; R. C. Juvinall, *Handbook of Stress and Strenght . Design and material applications,* 1° edicion, Editorial The Macmillan Company, EEUU, (1963).

[27] - A. Buch. *Fatigue resistanse of materials and metal structural parts*, Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, The Macmillan Company, Pergamon Press Limited, EEUU (1964).

[28] - G. Niemann, *Tratado teórico práctico de elementos de máquinas. Tomo II*, 2º edición, España, Editorial Labor S.A., 1973.

[29] - J. E. Shigley. *El Proyecto en Ingeniería Mecánica,* Ediciones del Castillo, España, (1965).

[30] - V. M. Faires. *Diseño de Elementos de Máquinas,* Editorial Montaner y Simon S.A., España, (1970).

[31] - J.E.Shigley; L. D. Mitchell. *Diseño en Ingeniería Mecánica,* Mc. Graw Hill, México, (1983).

[32] - A. D. Deutschman; W. J. Michels; C. F. Wilson. *Diseño de máquinas, Teoría y práctica,* Sección 3, Editorial CECSA, México, (1985).