

## **EVALUACIÓN ANALÍTICA Y EXPERIMENTAL DE TENSIONES Y DEFORMACIONES DE UNA UNIÓN ATORNILLADA**

Germán Keil<sup>(1)</sup>, Américo Jurasics<sup>(2)</sup> y Francisco Gastaldi Bartak<sup>(3)</sup>

*Departamento de Mecánica Aplicada – Facultad de Ingeniería  
Universidad Nacional del Comahue Buenos Aires 1400, 8300 Neuquén, Argentina*

<sup>(1)</sup> E-mail: [gkeil@uncoma.edu.ar](mailto:gkeil@uncoma.edu.ar)

<sup>(2)</sup> E-mail: [ajurasic@uncoma.edu.ar](mailto:ajurasic@uncoma.edu.ar)

<sup>(3)</sup> E-mail: [franciscogastaldi@gmail.com](mailto:franciscogastaldi@gmail.com)

### **RESUMEN**

Se presentan los resultados del estudio analítico experimental de una unión atornillada pretensada tipo. Se consideró el caso de: ejes colineales de tornillo, dirección de aplicación de la carga y eje perpendicular al plano de unión que pasa por el baricentro. Se considera además, la influencia del punto de aplicación de la carga sobre el sistema, en referencia a la dirección que define el espesor de los elementos a unir. La verificación se realizó empleando dos metodologías, la clásica que incluye la normativa VDI 2230, y la segunda que contempló la correspondiente modelación y aplicación de un programa de elementos finitos.

Se pudo observar en los resultados del modelo con determinaciones por elementos finitos, que la geometría del volumen de material de los elementos a unir sometidos a deformaciones no responde estrictamente a un cono, tal como se plantea habitualmente.

Concluida la evaluación analítica se construyó un modelo físico, en el cual, tomando como referencia las distintas condiciones de carga consideradas, con el empleo de extensómetros y un cilindro hidráulico como elemento de tiro, permitió determinar las deformaciones específicas en el tornillo, y a partir de estos valores calcular las tensiones y esfuerzos resultantes, y las relaciones reales entre el torque de apriete y la fuerza de pretensado sobre el tornillo. Asimismo una vez aplicada la carga externa y midiendo las deformaciones sobre el tornillo, se pudo determinar el denominado factor de junta, la sollicitación real máxima sobre el tornillo y la fuerza remanente sobre los elementos de la unión. Se incluyen las correlaciones entre los resultados de los modelos analítico y experimental.

Se plantea como conclusión, a partir del estudio de caso tipo realizado, una propuesta de abordaje para la consideración de las incertidumbres propias que surgen en los cálculos corrientes de uniones atornilladas.

**Palabras Claves:** Tornillos, roscas, tensiones, deformaciones, pretensado.

## **1. INTRODUCCIÓN**

Cuando el diseñador de elementos de máquinas define las características de una sujeción con tornillos, debe tomar una serie de decisiones en relación a múltiples cuestiones afines, como ser: la cantidad de elementos a emplear, la geometría de los mismos asociado a una norma, el tipo de rosca y el paso, el material del tornillo y tuerca con el correspondiente recubrimiento si correspondiere, prever las condiciones de montaje, incluyendo el par torsor a aplicar o eventualmente la elongación a generar.

Previo a la toma de decisiones en relación a los aspectos señalados, el diseñador debe indagar en profundidad en relación a las sollicitaciones actuantes sobre la unión y las condiciones de operación de la unión (temperatura, agresividad del medio, presencia de vibraciones, calidad del montaje, consecuencias de una eventual falla o aflojamiento de la unión). Las decisiones de diseño, deben ser avaladas por una verificación, que para uniones críticas debe ser rigurosa. Para la determinación señalada se deben conocer la geometría del tornillo y de los elementos a unir. Como lo plantean algunos autores [1,2], hay una manifiesta complejidad en la determinación del denominado factor de junta de la unión y en la influencia del punto de aplicación de la carga exterior en el comportamiento elástico de la unión. También debe señalarse que resulta complejo establecer, para el caso de empleo de torquímetros, una precisa correlación entre el torque de apriete y la fuerza de pretensado [2,3]. Lo planteado genera incertidumbres en los cálculos de dimensionamiento y/o verificación.

Se presenta un estudio de caso, abordado analíticamente desde varias alternativas, y empíricamente, con el fin de visualizar el alcance de las incertidumbres planteadas.

## **2. INCERTIDUMBRES EN LA DETERMINACIÓN DE LAS FUERZAS ACTUANTES SOBRE EL TORNILLO Y DE CIERRE SOBRE LOS ELEMENTOS DE UNIÓN.**

### **2.1. Fuerza de Pretensado**

Conocidas las características de los elementos a unir y el tornillo, y los requerimientos sobre la misma, el diseñador debe fijar la fuerza de pretensado. Es de práctica habitual, controlar el torque de montaje con un torquímetro. Para este caso la correlación entre el torque de apriete y la fuerza de pretensado, está fuertemente influenciada por el coeficiente de fricción de los elementos roscados, de las superficie de apoyo del tornillo o tuerca sobre los elementos a unir y la pericia del montador. La ecuación 1 presenta la relación entre torque y fuerza de pretensado

$$T = k \cdot V \cdot d \quad (1)$$

T: Torque a aplicar

k: Factor dependiente del coeficiente de rozamiento en los elementos de la unión.

V: Fuerza de pretensado

d: Diámetro nominal del tornillo.

En términos generales los autores plantean  $k = 0.15$  para superficies con alguna lubricación y  $k = 0.20$  para limpias y secas. Sobre el particular Robert Mott [3] expresa que son dables de esperar variaciones aun para conjuntos atornillados aparentemente similares, "...y recomienda aplicar pruebas y análisis estadísticos." En el mismo sentido se expresan A. Deutschman, W. Michels y C. Wilson [1]. Específicamente J. Shigley y C. Mischke [2] presentan los resultados de la distribución de la variación de la fuerza de pretensado para un torque dado en lotes de veinte muestras para tornillos no lubricados y diez para lubricados, con una media en ambos casos casi iguales, y desviaciones estándar en el primer caso del 15 % y 9 % en el segundo (se homogeiniza). Adoptan un valor de referencia 0,20. Estos autores hacen hincapié en los controles de calidad de la fabricación, y el montaje para que haya uniformidad.

La incertidumbre en cuanto al conocimiento de la fuerza de pretensado real "V", entre un máximo y un mínimo dependiendo del factor "k", con variaciones posibles entre un 20 y 30 %, conocida la fuerza exterior sobre el sistema "F", se refleja en una variación de la fuerza total actuante sobre el tornillo " $F_T$ ", y la fuerza remanente de cierre en la junta " $F_J$ " entre valores máximos y mínimos.

## **2.2. Rigidez de los componentes de la unión.**

La determinación del comportamiento de una unión atornillada sometida a una carga exterior, está condicionada por las deformaciones del tornillo y de los elementos a unir. A tal fin se requiere determinar con la mayor precisión posible la rigidez de ambos componentes.

Por las características del tornillo la distribución de tensiones en la parte central es homogénea, excepto en los extremos (cabeza del tornillo y tuerca). Por lo tanto resulta sencillo determinar la rigidez del mismo. En cambio en los elementos a unir, la distribución de tensiones y por ende de las deformaciones no es uniforme. La mayoría de los autores en la bibliografía afin a elementos de máquinas, asocia dicha geometría a un cono. El desafío es conocer el ángulo que forma la generatriz del cono de presiones con el eje de simetría, para poder determinar la rigidez correspondiente. A los efectos de facilitar los cálculos de dicha rigidez se plantean alternativas [1,2,3]. La normativa VDI 2230 sugiere un análisis particular, con diferencias respecto a los señalados precedentemente [4,5].

De lo planteado surge que la determinación del denominado factor de junta "K", función de la rigidez del tornillo y de los elementos a unir, dada la complejidad inherente, depende de la metodología de cálculo empleada. Lo señalado se traduce en tener para una determinada sollicitación exterior sobre el sistema, variaciones entre máximos y mínimos tanto para la fuerza neta actuante sobre el tornillo y la de cierre sobre la junta.

## **2.3 Punto de aplicación de la carga**

Un aspecto considerado por algunos autores [4] es la influencia del punto de aplicación de la carga sobre el comportamiento de la unión.

Se puede observar en la figura 1 que el valor de “n” que tiene en cuenta el punto de aplicación de la carga en relación a la longitud de los elementos a unir, puede tomar valores entre 0 y 1. Debe resaltarse, que resulta para la mayoría de los casos reales muy complejo definir con precisión el valor de “n”.

Por la influencia del valor de “n” se tendrá un diagrama de pretensado para las condiciones de montaje de la unión, y otro en presencia de la fuerza actuante sobre la unión considerando el punto real de aplicación de la misma [5]. Lo planteado implica que tanto la fuerza real sobre el tornillo, como la remanente sobre la unión dependerá del grado de consideración realizado del factor “n”.

### 3. ESTUDIO DE CASO

A los efectos de visualizar y acotar las incertidumbres planteadas precedentemente, y que aparecen en relación al cálculo o verificación de uniones atornilladas, se planteó el estudio de un caso en particular. Se partió del diseño de una unión atornillada típica, para su evaluación analítica en primera instancia mediante distintas metodologías, para luego construir un modelo físico, y someterlo a una condición de carga análoga a la empleada en el modelo analítico, a los fines de medir algunos parámetros operativos reales empleando extensómetros y luego realizar las correspondientes comparaciones.

Para el estudio de caso se planteó la unión de dos piezas prismáticas de 120 mm x 120 mm de base por 50.8 mm en la dirección del eje del tornillo, con una fuerza de pretensado 6.000 daN generada con un torquímetro y una carga exterior de 3.000 daN aplicada en dos puntos de la unión, con tres valores de “n”.

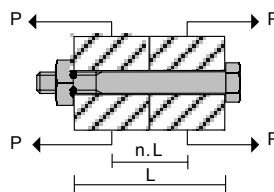


Figura 1 Esquema de la unión atornillada

El tornillo a emplear es un M16x1.5 calidad 8.8.

#### 3.1. Verificación Analítica

##### 3.1.1 Análisis tensional clásico

El denominado factor de junta o constante de la unión “K”, está dado por [1] [2] [5].

$$K = \frac{K_T}{K_T + K_J} \quad (2)$$

$K_T$ : rigidez del tornillo -  $K_J$ : rigidez de la junta o elementos a unir.

Diversos especialistas realizan distintas consideraciones para la obtención de la rigidez del tornillo y de la junta. A continuación se presentan algunos resultados:

a) Según A. Deutschman – W. Michels y C. Wilson [1]

Consideran al tornillo como una barra de sección cilíndrica uniforme.

$$K_T = \frac{A_T \cdot E_T}{L_T} \quad (3)$$

$A_T$  = Área del tornillo. Para tornillo M16  $A_T = 201 \text{ mm}^2$ .

$E_T$  = Módulo de elasticidad del material del tornillo. Para un acero  $E_T = 21.000 \text{ daN/mm}^2$ .

$L_T$  = longitud del tornillo. Consideran la longitud deformable del perno igual a la longitud de los elementos a unir mas el espesor de las arandelas;  $L_T = 107,6 \text{ mm}$

Para los elementos a unir o junta se tiene

$$K_J = \frac{A_J \cdot E_J}{L_J} \quad (4)$$

$A_J$  = Área de la junta. Consideran como área de la junta, el de una sección anular de diámetro exterior tres veces el diámetro del perno, y el interior igual al diámetro del perno.  $A_J = 1.608 \text{ mm}^2$

$L_J$  = Longitud de los elementos a unir.  $L_J = 107,6 \text{ mm}$

$E_J$  = Módulo de elasticidad del material de la junta. Para acero  $E_J = 21.000 \text{ daN/mm}^2$ .

Estos autores no hacen referencia a la influencia del punto de aplicación de la carga.

Reemplazando los valores correspondientes en las ecuaciones (3) y (4), de (2) se obtiene  $K = 0.11$

b) Según J. Shigley – C. Mischke [2]

La rigidez del tornillo la consideran en forma análoga al de los autores presentados para el caso a), obteniéndose para el ejemplo en estudio  $K_T = 39.240 \text{ daN/mm}$ .

Plantean una expresión particular para la determinación de la rigidez de los elementos a unir.

Con el supuesto de tener la cara de la arandela de asiento 1.5 veces el diámetro del tornillo y considerar un ángulo de la generatriz del cono de deformación  $\alpha = 30$  grados

$$K_J = \frac{0,577 \cdot \pi \cdot E_J \cdot d_T}{2 \ln \left( 5 \frac{0,577 l_J + 0,5 d_T}{0,577 l_J + 2,5 d_T} \right)} \quad (5)$$

Para el caso de estudio  $K_J = 246.917,3 \text{ daN/mm}$

Reemplazando los valores obtenidos de “ $K_T$ ” y “ $K_J$ ” en la ecuación (2) se obtiene el factor de junta o constante de la unión  $K = 0.137$

Estos autores no hacen referencia explícita a la influencia en el sistema de la ubicación del punto de aplicación de la carga externa.

c) Según Robert Mott [3]

Plantea que para el diseño práctico de uniones, en las juntas que se tipifican como “duras”, como se puede catalogar la que se presenta como estudio de caso, la rigidez de los elementos

a unir es aproximadamente tres veces mayor que la del perno. Con estas consideraciones  $K=0.25$ . No considera específicamente la influencia del punto de aplicación de la carga.

d) Según W. Matek – D. Muhs – H. Wittel y M. Becker [5]

Proponen las siguientes metodologías para el cálculo de la rigidez del tornillo y la junta:

- Tornillo

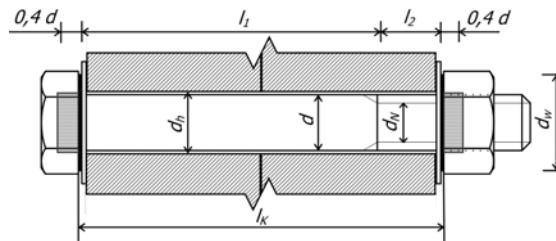


Figura 2 Detalles geométricos del tornillo y unión

$$K_T = \frac{1}{\delta_T} = \frac{1}{\frac{1}{E_T} \left( \frac{0,4d}{A_N} + \frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2} + \dots + \frac{0,5d}{A_3} + \frac{0,4d}{A_N} \right)} \quad (6)$$

$d$  = diámetro nominal del tornillo.

$A_N$  = área del núcleo de la rosca.

En nuestro caso  $K_T = 30.130$  daN/mm

- Elementos a unir

El área equivalente de la junta para determinar la rigidez correspondiente está dada por

$$A_J = \frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_h^2) + \frac{\pi}{8} d_w (D_A - d_w) [(x+1)^2 - 1] \quad (7)$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{l_k \cdot d_w}{D_A^2}} \quad (8)$$

$D_A$  es el diámetro exterior de referencia de los elementos a unir. Para el caso en estudio  $x = 0.545$  y  $A_J = 1.277$  mm<sup>2</sup>. Aplicando la ecuación (4) resulta  $K_J = 249.275$  daN/mm. El factor de junta o constante de la unión resulta, aplicando la ecuación (1),  $K = 0.11$

Estos autores consideran la influencia del punto de aplicación de la carga (ver figura 1) en las expresiones correspondientes para obtener la fuerza máxima sobre el tornillo " $F_T$ " y fuerza de cierre " $F_J$ ".

$$F_T = V + n \cdot K \cdot P \quad (9)$$

$$F_J = V - (1 - n \cdot K) \cdot P \quad (10)$$

### 3.1.2 Verificación por Elementos Finitos

Otra alternativa de verificación analítica es por el método de elementos finitos [6]. Se empleó el programa CosmosWorks 2007, que es una herramienta de análisis totalmente integrada con el

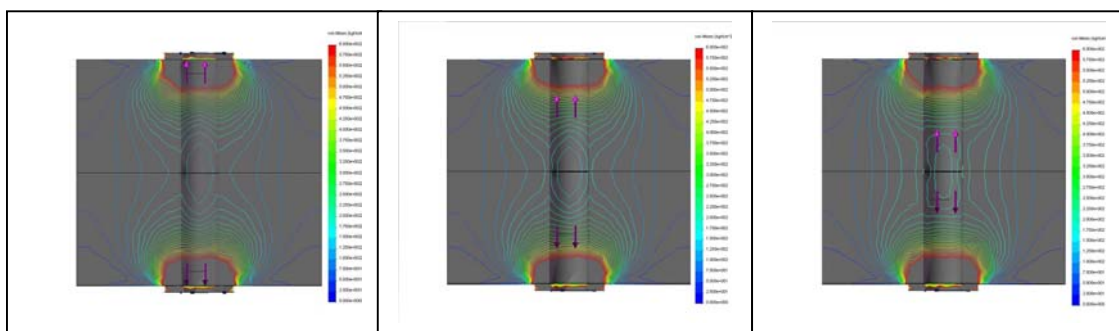
programa de dibujo asistido por computadora SolidWorks 2007.

Para el mallado se consideró una calidad alta. Se ha establecido que el contacto entre las arandelas y las chapas de acero sea simulado como una unión rígida, como si fueran un sólido fundido; en cambio, la superficie de contacto entre las dos chapas de acero se lo considera como dos sólidos separados, que no pueden sufrir interferencias entre sí.

El software empleado tiene la capacidad de simular una unión atornillada con tuerca mediante la definición de todos los parámetros necesarios: material, arista circular de la cabeza del tornillo y de la tuerca, diámetro de apoyo de la cabeza del tornillo y tuerca, diámetro del tornillo y fuerza de pretensado. La carga externa se aplica mediante dos uniones atornilladas en cada lado de las chapas que conforman la junta, ambas calculadas para soportar el 50% de la carga externa calculada. Esta carga, cuyo valor es conocido, se aplica a cada una de las cuatro superficies cilíndricas que simulan las uniones roscadas de las varillas de carga; por ello, se ha establecido el diámetro de éstas igual al diámetro medio de la rosca elegida. De igual forma, la longitud de la superficie cilíndrica se considera igual a la longitud de la superficie roscada calculada para el modelo real.

La simulación del comportamiento de la rosca se llevó un paso mas adelante, abandonando la aplicación de una carga uniformemente distribuida en la superficie y considerando la distribución de la carga en los filetes mediante una función parabólica, obtenida aproximadamente de bibliografía [5]. De esta manera se obtiene una mayor concentración de carga en el extremo más cercano al lado de aplicación de la carga. Se contemplaron tres posiciones preestablecidas para la aplicación de la carga externa: una interior (I)  $n = 0.2$ , una media (M)  $n = 0.5$  y una externa (E)  $n = 0.8$

Se presentan a continuación en las Figuras 4 y 5, los mapas de tensiones correspondientes, pudiéndose observar en cada caso el punto de aplicación de la carga exterior.



*Figura 3 Mapas tensionales en plano de estudio – Escala de tensiones: 0 – 600Kg/cm<sup>2</sup>*

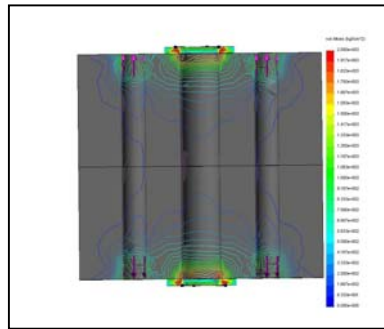


Figura 4 Mapa tensional en plano de aplicación de carga

El programa permite obtener la carga neta actuante sobre el tornillo, teniendo en cuenta el efecto de pretensado.

Se puede observar en los mapas tensionales que los límites del campo correspondiente se puede asociar a un paraboloides. Se manifiesta además en función de los resultados del programa respecto a la fuerza máxima actuante sobre el tornillo, un factor de junta de valor muy bajo, como también una cuasi insensibilidad en cuanto a la influencia del punto de aplicación de la carga.

De la verificación por elementos finitos se obtuvieron los siguientes valores de la fuerza total actuante sobre el tornillo:  $F_{TI} = 6.030,7 \text{ daN}$   $F_{TM} = 6.051,7 \text{ daN}$   $F_{TE} = 6.059,6 \text{ daN}$

Aplicando las ecuaciones (9) y (10) se obtienen para los tres casos los siguientes valores de factor "nK": I: 0,010, M: 0,017, E: 0,020.

### 3.2 Modelo físico y ensayos

El modelo físico para ensayo, se compone de dos chapas de acero, que conforman la denominada "junta", el tornillo, tuerca y dos arandelas. Las dos chapas, idénticas en su construcción, poseen tres orificios cada una: uno central, por donde pasará el tornillo de unión y dos laterales roscados, para transmitir la carga externa a través de las varillas de carga.

Sobre el vástago del tornillo y a  $90^\circ$ , se colocaron dos strain gauges MM tipo EA-06-125AC-350 $\Omega$ . Mediante un equipo portátil Vishay - Measurements Group, con un strain indicator modelo P-3500 se determinaron las deformaciones específicas sobre el tornillo, para la condición de pretensado y para la aplicación de la carga externa  $P = 3.000 \text{ daN}$ .

La carga se aplicó mediante la acción de un cilindro hidráulico y el control de fuerza mediante una celda de carga Marca Sensor Developments modelo PMAC 2000.

Se presenta a continuación en la Figura 5, una imagen del dispositivo al momento del ensayo



Figura 5 Dispositivo de ensayo

Del ensayo se obtuvieron los siguientes valores:

- Para el torque de Apriete  $T = 19,2 \text{ daN.m}$ , la fuerza de pretensado obtenida  $V = 5.341 \text{ daN}$ ; este valor fue obtenido sin lubricación (superficies cadmiadas – secas). Con lubricación de aceite, el valor alcanzado es superior a  $V = 8.400 \text{ daN}$ . Aplicada la fuerza exterior  $P = 3.000 \text{ daN}$ , la fuerza total actuante sobre el tornillo fue:  $F_{TI} = 6.139 \text{ daN}$ ,  $F_{TM} = 6.164 \text{ daN}$  y  $F_{TE} = 6.097 \text{ daN}$ .

Aplicando las ecuaciones (9) y (10) se obtienen para los tres casos los siguientes valores de factor “ $nK$ ”: I: 0,034, M: 0,042, E: 0,037.

#### **4. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

En función de los resultados obtenidos para el estudio de caso presentado, se tiene como emergentes:

a) De la evaluación de la unión mediante la modelación y verificación por medio de un programa de elementos finitos, se observa una estrecha correlación con lo planteado en la normativa VDI 2230, en cuanto el volumen del material de los elementos a unir deformados no responde a un cono recto sino a uno con un paraboloides como puede apreciarse en la Figura 3. Sobre el particular se debe señalar que la carga está aplicada a 30mm del eje del tornillo.

b) Del prototipo físico ensayado, cuya geometría se ajustó al modelo previamente verificado en forma analítica, demostró las diferencias entre la fuerza de pretensado fijada y el momento torsor a aplicar (para el caso de empleo de un torquímetro como elemento de ajuste) y la fuerza de pretensado real obtenida en el prototipo físico. En particular, para condiciones de primer ajuste y superficies secas, se planteó una diferencia del 11%.

c) Las diferencias entre el factor de junta a obtener mediante la aplicación de las expresiones propuestas por diversos autores especializados, están en el orden del 19,7% sin considerar la propuesta de Robert Mott [3].

Respecto a la aplicación de herramientas de cálculos fundamentadas en el método de elementos finitos el factor de junta resulta significativamente menor, con influencia del punto de aplicación de la carga para la geometría evaluada en el estudio de caso. La misma tendencia se observa en el modelo de ensayos.

#### **5. CONCLUSIONES**

Como se planteó en la fijación o cálculo del valor de “ $K$ ” y de “ $nK$ ”, hay variaciones según la metodología a emplear, y que sería conducente, para cada una de ellas determinar los valores de fuerza máxima y mínima sobre el tornillo, y de la misma forma sobre los elementos a unir. Para el caso del tornillo se debería considerar la fuerza máxima, y visualizar su compatibilidad con la resistencia del mismo.

Para el caso de la junta, el valor mandatorio a tener en cuenta es el valor mínimo, que debe satisfacer los requerimientos de diseño. Adoptando de hecho, como se plantea en la mayoría

de los cálculos un valor “ $n=1$ ” para definir el punto de aplicación de la carga sobre los elementos de la unión, se presenta la condición más crítica sobre el tornillo.

Debe enfatizarse al diseñar, calcular y verificar una unión atornillada pretensada, que el fin último no es salvaguardar la integridad del tornillo, cuestión que debe lograrse de hecho, sino que la fuerza de cierre en la unión debe satisfacer los valores mínimos requeridos. De otra manera el tornillo con determinadas condiciones de montaje no está cumpliendo acabadamente con su función.

En función de lo expuesto, surge que para una unión crítica, debería considerarse la incertidumbre asociada con el factor  $K$ , influenciado por el punto real de aplicación de la carga (factor  $nK$ ), y el valor real de la fuerza de pretensado, aplicando las diversas metodologías de cálculo corrientes. A los efectos de garantizar un comportamiento de la unión ajustado a las pautas especificadas, del conjunto de resultados obtenidos, se propone considerar los valores más críticos obtenidos tanto para el tornillo como para la junta.

## **6. REFERENCIAS**

- [1] A. Deutschman, W. Michels, C. Wilson, *Diseño de Máquinas* 8ª Reimpresión, CECSA, 1998.
- [2] J. Shigley, C. Mischke, *Diseño en Ingeniería Mecánica* Quinta Edición, Mc Graw Hill, 1990.
- [3] R. L. Mott, *Diseño de elementos de máquinas* Cuarta edición, Pearson, 1996.
- [4] Verein Deutscher Ingenieure, *VDI – Richtlinien VDI 2230*, 1998.
- [5] W. Matek, D. Muhs, H. Wittel, M. Becker *Maschinenelemente* 13ª Reimpresión, 1994.
- [6] J. Shigley, C. Mitchell, R. Budynas, *Mechanical Engineering Design*, 7ª Edición, Mc Graw Hill, 2004.

## **Agradecimientos**

Los autores de este trabajo desean agradecer a tornería SM del Ing. Daniel Maranghello de Neuquén capital, por la colaboración prestada para la fabricación del modelo físico.