

ANÁLISIS DE LA GEOMETRÍA DIRECTA DE UN MANIPULADOR PARALELO 3RPS PARA POSICIONAR OBJETOS

Rojos, E., Galdeano, H., Penisi, O., Bocca, J., Aguilar, H.

*Instituto de Mecánica Aplicada – Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional San Juan
Av. Libertador Gral. San Martín 1109 (O) (5400) San Juan, Argentina - e-mail:*

erojos@unsj.edu.ar, openisi@unsj.edu.ar

RESUMEN

Los mecanismos paralelos 3RPS, son capaces de moverse con precisión a altas velocidades, no acumulan errores de movimiento, entre otros, por lo tanto son mecanismos que pueden usarse para posicionar objetos de gran peso con precisión y rapidez. Para conocer las posiciones que puede alcanzar un cuerpo que es movido por este manipulador, es necesario conocer las posiciones que toma la plataforma móvil de éste, para los diferentes movimientos de los actuadores del mecanismo.

El análisis de las posiciones de la plataforma móvil se realizará en forma analítica, para lo cual se resolverán las ecuaciones que resulten del análisis de la geometría directa del mecanismo.

La solución de las ecuaciones, se realizarán a través del álgebra de matrices y vectores en coordenadas homogéneas, las cuales permiten encontrar la posición y la orientación en forma simultánea.

Como resultado del este trabajo se logra una simulación numérica del movimiento del manipulador, con lo cual se pueden ver las diferentes posiciones que toma la plataforma móvil ante las diferentes combinaciones de movimiento de los actuadores del manipulador.

Palabras Claves: Manipulador Paralelo, Geometría Directa, Orientación.

1. INTRODUCCIÓN.

Los objetos que se mueven en la semiesfera que se encuentra por encima del plano del horizonte deben ser captados desde la superficie de la tierra por receptores adaptados para tal fin. Entre éstos se pueden mencionar los espejos concentradores y paneles solares, dispositivos utilizados para captar la radiación del sol, los corner reflectores que son utilizados en actividades espaciales, entre otros [3], ver Figura 1. Estos objetos deben ser posicionados con precisión durante períodos de tiempos variables. Además se encuentran emplazados normalmente a la intemperie debiendo soportar la acción de la naturaleza lo cual somete a esfuerzos adicionales a los mecanismos de posicionamiento. Teniendo en cuenta que los manipuladores paralelos en general son capaces de resistir grandes esfuerzos, y sus movimientos son rápidos, precisos y pueden ser comandados a distancia con un sistema apropiado de control [4], es que pueden ser utilizados para estos fines.

Como los manipuladores paralelos en general no son esféricos, se debe demostrar que al accionar una o varias de sus barras, su eslabón de salida ó plataforma móvil, es capaz de orientarse en cualquier dirección del espacio, lo cual se puede realizar a través de la geometría directa del mismo.

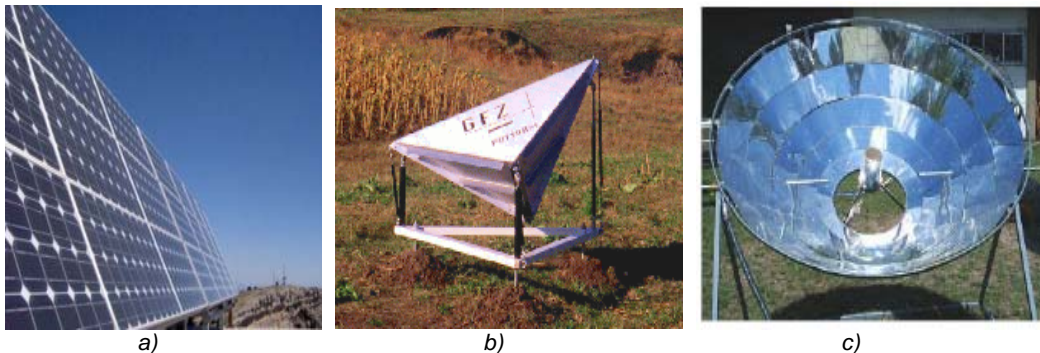


Figura 1: Diferentes elementos que hacen seguimiento de objetos que se mueven en el espacio, en a) Paneles Solares, en b) corners reflectores y en c) espejo concentrador de radiación solar.

Para conocer la orientación de la plataforma móvil se hace a través del análisis matemático teórico cuyas ecuaciones pueden ser solucionadas a través de la aplicación de distintos métodos, los cuales son mencionados en [5] y darán origen a ecuaciones vectoriales de posición y orientación.

En este trabajo, para la solución de las ecuaciones que resulten del análisis del sistema, se utilizarán las coordenadas homogéneas y el álgebra de matrices. Ambos temas matemáticos son desarrollados con suficiente extensión en [6].

Finalmente la solución de las ecuaciones en coordenadas homogéneas que se logra a través del álgebra matricial, son procesadas en ambiente MatLab obteniéndose las gráficas de la normal a la plataforma móvil con lo que se demuestra la capacidad del manipulador seleccionado para orientar un objeto en cualquier dirección del espacio que se encuentra por encima del plano del horizonte.

2. COMPONENTES DEL MANIPULADOR

El sistema manipulador que se utilice para posicionar los objetos, debe ser simple desde el punto de vista del accionamiento, por lo tanto, tiene que ser capaz de realizar su función con la menor cantidad de actuadores posibles, lo cual implica que su control no será complicado, y que su costo y mantenimiento resultarán ser bajos [6]. Un manipulador que cumple con estas condiciones es el 3R-P-S. En la Figura 2 se muestra las partes que constituyen el manipulador paralelo, en ella se puede ver que está compuesto por tres piernas idénticas que vinculan la plataforma móvil, eslabón ternario superior y con la plataforma fija, eslabón ternario inferior. Cada pierna está compuesta de una barra superior y otra inferior conectadas a través de una junta prismática. La barra superior está conectada a la plataforma móvil a través de una junta esférica y la inferior a la plataforma fija a través de una junta de revolución. Por lo tanto, el sistema se compone de ocho barras, la plataforma inferior es el bastidor y la plataforma superior es el eslabón móvil que porta al elemento que se quiere posicionar, y tres piernas compuestas por dos barras cada una, tres articulaciones de revolución, tres articulaciones prismáticas y tres articulaciones esféricas. Las uniones a las plataformas fija y móvil se hacen en puntos que determinan en el plano un triángulo equilátero, el cual puede ser utilizado como soporte de los elementos [7].

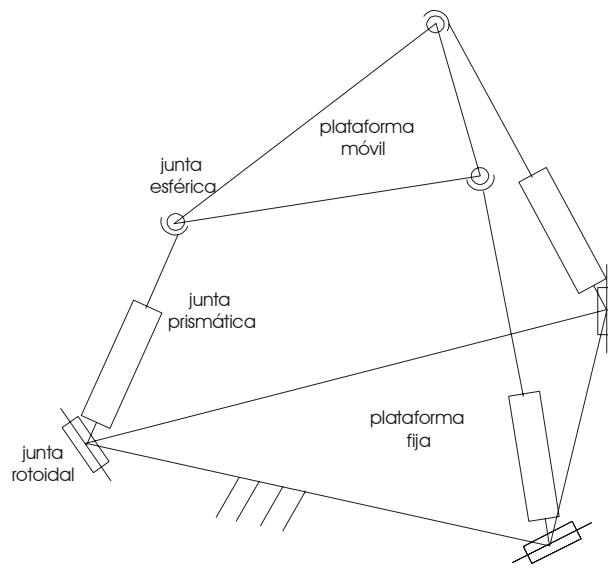


Figura 2: Elementos que componen el manipulador 3RPS.

Se determina a través de la ecuación que definen los grados de libertad del mecanismo que este manipulador paralelo posee tres grados de libertad, lo cual significa que se debe ingresar al mismo con tres movimientos independientes para su accionamiento, eligiéndose en este caso particular accionarlo a través de las tres juntas prismáticas de las piernas.

3. POSICIÓN ALCANZADA POR LA PLATAFORMA MÓVIL DEL MANIPULADOR

El método de movimiento relativo hace uso de una terna fija y una móvil solidaria a un cuerpo que tiene un movimiento general, para analizar el comportamiento del mismo, cuando se conoce la posición de la terna móvil respecto de la fija queda determinada la posición de cualquier punto del cuerpo. Por lo tanto si la terna móvil se hace solidaria a la plataforma móvil, cuando la posición y la orientación de la terna móvil respecto de la fija quedan definidas, también queda definida la de cualquier punto de la plataforma móvil.

En la Figura 3 se indican los elementos utilizados para el análisis del manipulador, en la cual, la plataforma móvil es un triángulo equilátero en cuyo centro geométrico se ubica el origen P de la terna coordenada cartesiana móvil (u, v, w), y en los vértices (B₁, B₂, B₃) se encuentran las juntas esféricas; el bastidor es también un triángulo equilátero en cuyo centro geométrico está el origen O de la terna coordenada cartesiana fija (X, Y, Z) y en los vértices (A₁, A₂, A₃) se encuentran las juntas de revolución cuyos ejes están en plano X, Y. El eje X coincide con la dirección OA₁.

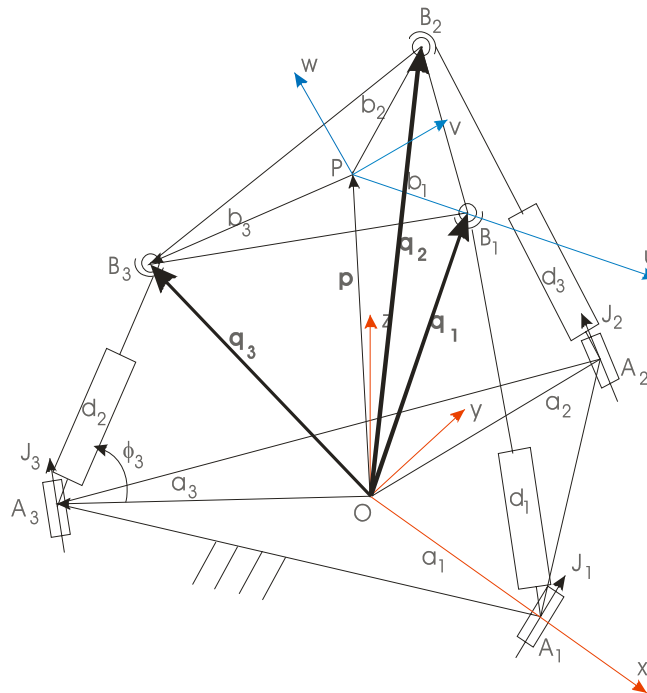


Figura 3: Sistemas de referencias ubicados en la plataforma fija (X, Y, Z) y móvil (u, v, w).

Por lo tanto, al aplicar los conceptos citados en párrafos anteriores y en función de la Figura 3, la ubicación (posición y orientación) de un vector en coordenadas cartesianas, que une un punto cualquiera de la plataforma móvil con el origen de la terna fija, queda determinada en coordenadas cartesianas a través de la siguiente ecuación

$$\vec{q}_i = \vec{p} + [R] * \vec{b}_i \quad (1)$$

3.1. Utilización de Coordenadas Homogéneas.

La solución de la Ecuación (1) se obtendrá a través del álgebra matricial en coordenadas homogéneas, dado que tienen la particularidad de representar en forma conjunta la posición y la orientación de un cuerpo.

La matriz de transformación homogénea está compuesta por el producto de las matrices de desplazamiento del origen de coordenadas del sistema móvil, y las matrices de giro de los ejes del mismo sistema móvil, respecto del fijo. Por lo tanto la matriz de transformación está dada por

$$[T] = [S]f(p_x, p_y, p_z) * [S_1]f(\theta) * [S_2]f(\alpha) * [S_3]f(\Psi) \quad (2)$$

En la Ecuación (2) las matrices de giro respecto de los diferentes ejes de la terna fija son conocidas por el álgebra matricial en coordenadas cartesianas u homogéneas, debiendo obtenerse los valores de los ángulos girados por la terna móvil respecto de los ejes fijos para cada una de las combinaciones de movimiento de las piernas.

Para el caso de la matriz de desplazamiento se debe determinar las componentes del vector que une el origen de la terna fija con el origen de la terna móvil a través del análisis geométrico del movimiento del manipulador para las diferentes combinaciones de movimiento de las piernas.

Finalmente la Ecuación (1) en coordenadas homogéneas queda expresada como:

$$\vec{q}_i = [T] * \vec{b}_i \quad (3)$$

3.2. Determinación de las Componentes del Vector Desplazamiento y Ángulos de Giro de la Plataforma Móvil.

Los valores de las componentes del vector que une el origen del sistema fijo con el origen del sistema móvil, y que son las componentes de la matriz de desplazamiento, se deben determinar teniendo en cuenta la combinación de movimiento de las piernas que producen el desplazamiento de la plataforma móvil. Se debe considerar, caso A) cuando se mueve una sola pierna, caso B) cuando se mueven dos piernas en forma simultánea y caso C) cuando se mueven dos piernas en forma no simultánea.

La Figura 4, representa el caso A, es decir, la plataforma gira respecto del eje Y, la Figura 5, el caso B, la plataforma gira respecto del eje Y, y en la Figura 6 el caso C, donde la plataforma móvil gira respecto de un eje que cambia su posición en el espacio.

Para los tres casos de combinación de movimiento de las piernas se determinan los valores de los ángulos de giro de la terna móvil, como así también las componentes del vector posición en función de la variación de las longitudes de las piernas, por lo tanto se tiene:

$$\text{Caso A) } \theta = g_1(\Delta D)$$

$$\text{Caso B) } \alpha = g_2(\Delta D)$$

$$\text{Caso C) } \psi = g_3(\Delta D_i, \Delta D_{i+1})$$

Caso A) $(p_{x1}, p_{y1}, p_{z1}) = f_1(\Delta D)$

Caso B) $(p_{x2}, p_{y2}, p_{z2}) = f_2(\Delta D)$

Caso C) $(p_{x3}, p_{y3}, p_{z3}) = f_3(\Delta D_i, \Delta D_{i+1})$

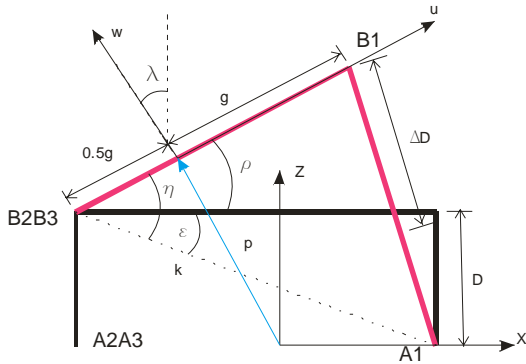


Figura 4: Caso A

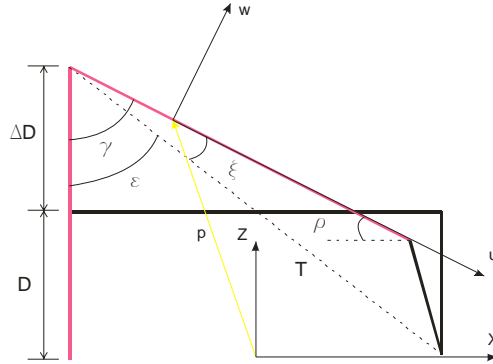


Figura 5: Caso B

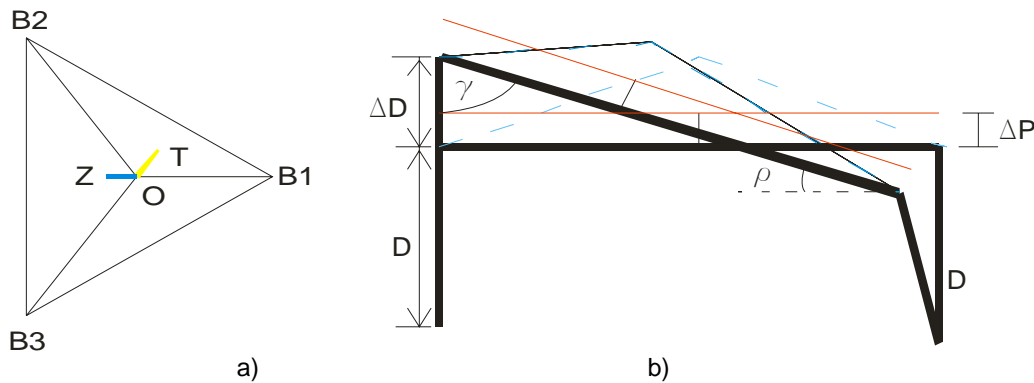


Figura 6: Caso C, en la figura a) se puede ver en el plano XY el desplazamiento del vector posición y en b) el movimiento de la terna móvil.

3.3. Coordenadas de los Vértices de la Plataforma Móvil Respecto de la Terna Móvil

Los vectores en coordenadas homogéneas que representan la posición de los vértices de la plataforma móvil en relación con la terna móvil, se pueden determinar al analizar la Figura 7 y están dados por las Ecuaciones 8, 9 y 10:

$$\bar{\mathbf{b}}_1 = [\mathbf{g}, 0, 0, 1] \quad (8)$$

$$\bar{\mathbf{b}}_2 = \left[-\sin\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot \mathbf{g}, -\cos\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot \mathbf{g}, 0, 1 \right] \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{b}}_3 = \left[-\sin\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot \mathbf{g}, -\cos\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot \mathbf{g}, 0, 1 \right] \quad (10)$$

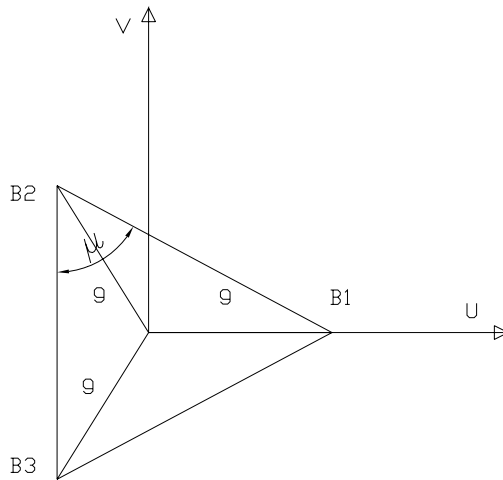


Figura 7: Ubicación del sistema móvil en la plataforma móvil y ángulo μ .

3.4. Recta Normal a la Plataforma Móvil y Coordenadas Azimutales.

Para ver en forma clara las diferentes orientaciones que alcanza la plataforma móvil se debe analizar las diferentes posiciones que alcanza la recta normal a ésta. Este análisis se hace al estudiar el movimiento de las proyecciones de la normal sobre el plano horizontal y vertical. Esto es necesario teniendo en cuenta que los ángulos de posicionamiento de un objeto en el espacio (fuera de la superficie de la tierra) están dados en coordenadas acimutales, (elevación y acimut), los cuales son representados y medidos en planos verticales y horizontales respectivamente, como puede observarse en la Figura 8.

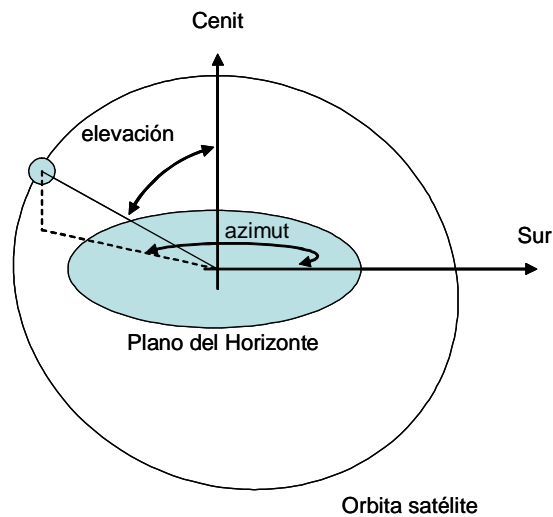


Figura 8: Coordenadas acimutales utilizadas para indicar la orientación de un objeto en el espacio.

Por lo tanto los ángulos que han variado las proyecciones de la normal como consecuencia del movimiento de las piernas del manipulador dan los valores de los ángulos de elevación en el plano vertical y acimut en el plano horizontal

4.1. POSICIONES DE LA PLATAFORMA MÓVIL RESPECTO DE LA TERNA FIJA.

Para obtener las posiciones de la plataforma móvil respecto de la terna fija se debe encontrar la solución de la Ecuación (3), una vez conocidos las ecuaciones que vinculan los ángulos de giro de la plataforma móvil en función de las longitudes de las piernas, al igual que las componentes del vector desplazamiento el cual une el origen de la terna móvil y con el origen de la terna fija. Todos estos pasos son realizados en ambiente MatLab, cuya respuesta gráfica se muestra en las Figura 9, 10 y 11, que muestran las proyecciones de la recta normal a la plataforma móvil sobre los planos vertical y horizontal para los diferentes casos de movimientos de piernas.

Caso A)

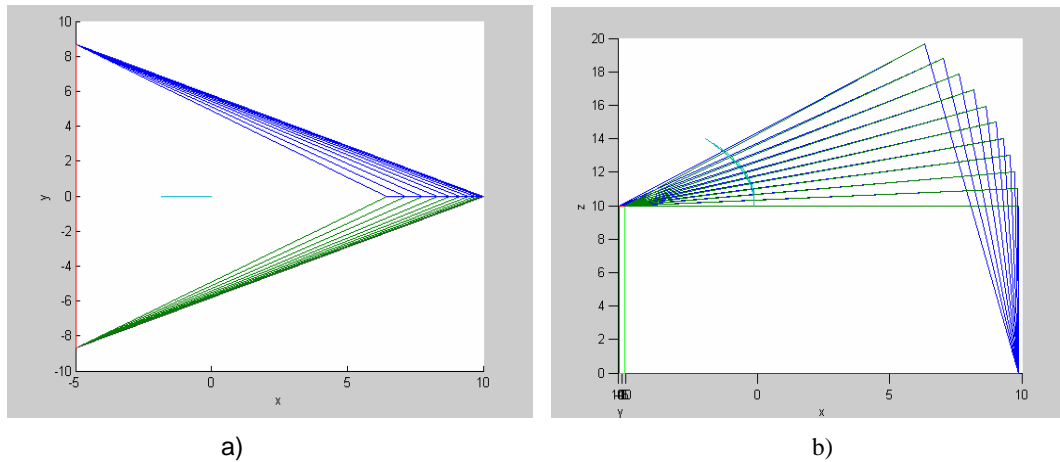


Figura 9: Muestra la proyección de la normal, a) en plano horizontal y b) en plano vertical.

Caso B)

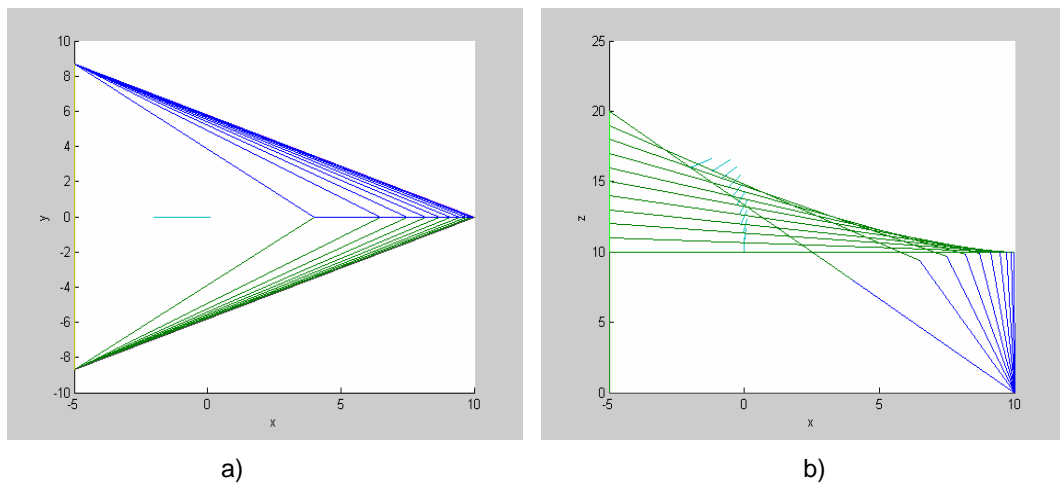


Figura 10: Muestra la proyección de la normal, a) en plano horizontal y b) en plano vertical.

Caso C)

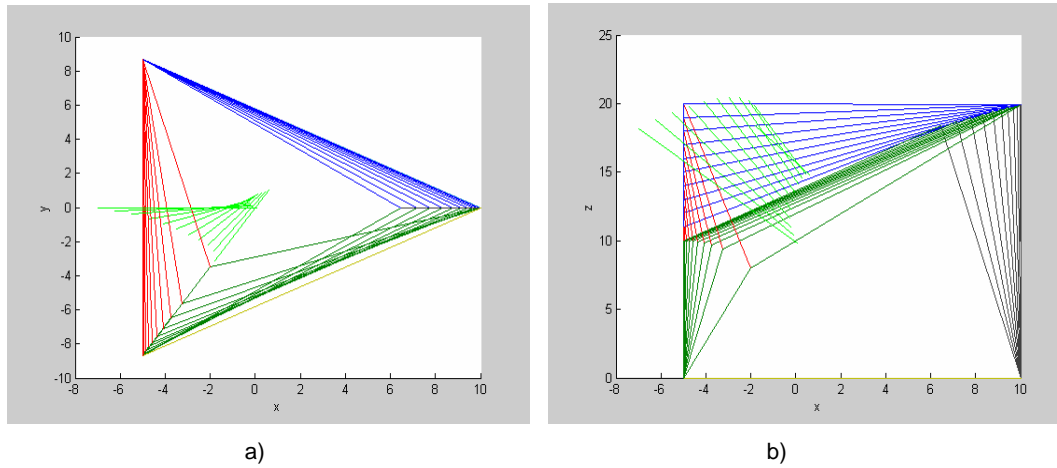


Figura 11: Muestra la proyección de la normal, a) en plano horizontal y b) en plano vertical.

La Figura 9-b y Figura 10-b, muestran la proyección en el plano vertical de la normal a la plataforma móvil correspondiente a los casos A) y B) mostrando que ésta se orienta en relación al ángulo de elevación, en las Figura 9-a y Figura 10-a se muestra la proyecciones de la normal en el plano horizontal de donde puede observarse el cambio de posición de la misma lo cual no interesa en este trabajo. En la Figura 11-a se puede ver la proyección de la normal en el plano horizontal indicando claramente la variación en la orientación de ésta en relación al ángulo de acimut, la Figura 11-b muestra la proyección en el plano vertical de la misma, donde solamente se observa el cambio de posición de la normal lo cual no tiene importancia en el presente trabajo.

5. CONCLUSIONES

A través de la combinación de movimiento de las piernas del manipulador y analizando el movimiento de la normal a la plataforma móvil se demuestra que el manipulador paralelo 3RPS puede ser utilizado para orientar objetos en cualquier dirección del espacio.

Cuando se mueve una sola pierna ó dos piernas en forma simultánea, la plataforma móvil se posiciona en relación al ángulo de elevación. El ángulo que forma la plataforma móvil con la horizontal, es el complemento del ángulo de elevación.

Cuando se mueven dos piernas en forma no simultánea la plataforma móvil se posiciona en relación al ángulo de acimut, por lo tanto el ángulo entre las proyecciones de la normal a la plataforma móvil sobre el plano de la plataforma fija, será el ángulo de acimut recorrido.

Cuando se mueven dos piernas en forma no simultánea y luego se lo hace en forma simultánea, la plataforma móvil se posiciona primero en relación a una ángulo de acimut y luego de elevación.

El valor de la variación que debe tomar la pierna que se mueve cuando la otra está extendida un determinado valor depende de éste último. El valor de la variación será tanto más pequeño cuando más pequeño sea el valor que se ha extendido la pierna que permanece fija durante el posicionamiento en acimut.

6. REFERENCIAS

- [1] A. Golitschek, *Alaska SAR Facility (ASF), Intern Report Alexander Golitschek's*, Geophysical Institute University of Alaska Fairbanks Fairbanks, AK 99775-7320 USA, May 13th to August 16th at the 1996.
- [2] C. McDonough, *Synthetic Aperture Radar*, Wiley-Interscience, USA, 1991.
- [3] J. Williams, *Official Calibration Plan V1.0 ASF*, Alaska, 1995.
- [4] E., Ottaviano, G., Carbone, M., Ceccarelli, Proceeding International Symposium on Multibody Systems and Mechatronics "*Workspace Analysis and Performances of a Binary Actuated Parallel Manipulator with Flexural Joints*", code M10, México September 12-14, 2002.
- [5] L., Tsai, *Robot Analysis*, John Wiley & Sons Inc., New York USA, 1999.
- [6] A., Barrientos, et all, *Fundamentos de Robótica*, McGraw-Hill Interamericana de España S.A., Madrid España, 1997.
- [7] E., Rojos, O., Penisi, F., Alba Juez, CD Artículos 7º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, "*Aplicación de un Manipulador 3RPS para el Posicionado de un Corner Reflector en Aplicaciones Espaciales*", México 12-14 octubre. 2005.