

Influencia de los parámetros generales asociados a las pérdidas por fricción en los engranes según ISO/TR 14179

Gonzalo González Rey, Alejandra García Toll, Maria E. García Domínguez

*Facultad de Ingeniería Mecánica-Instituto Superior Politécnico
José A. Echeverría. Calle 114 s/n, CUJAE, Marianao 15, Ciudad de La Habana, Cuba
e-mail: cidim@mecanica.cujae.edu.cu ; agarciat@ceim.cujae.edu.cu ,
megarcia@mecanica.cujae.edu.cu*

RESUMEN

En la actualidad, nuevas regulaciones gubernamentales promueven la reducción del gasto energético con el empleo de equipos más eficientes. La práctica ha permitido considerar que los engranes cilíndricos con perfil a evolvente de círculo constituyen transmisiones mecánicas de elevada eficiencia pero los requerimientos de lograr aún una eficiencia mayor hacen necesario una mayor precisión en los procedimientos de cálculo de sus pérdidas de potencia.

En este sentido, se destaca la aprobación de los Reportes Técnicos: ISO/TR 14179-1:2001 (propuesta original especialistas AGMA/EEUU) e ISO/TR 14179-2:2001 (propuesta original especialistas DIN/Alemania). Los mencionados Reportes Técnicos ISO aunque son referidos para evaluar la capacidad de carga de reductores de velocidad en base a criterios térmicos, incluyen fórmulas para evaluar las pérdidas de potencia de los engranes considerando pérdidas por rozamiento en el contacto diente-diente, por batido del lecho de aceite donde se introducen las ruedas y por rozamiento en los cojinetes y en los sellos.

En el trabajo se exponen resultados derivados del estudio de las relaciones declaradas en ISO/TR 14179 para el cálculo de las pérdidas de potencia y del coeficiente de fricción en el engrane de ruedas dentadas cilíndricas con dientes a evolvente de círculo con contacto exterior y ejes paralelos. Los comentarios emitidos son útiles para la determinación de parámetros varios de uso y de diseño adecuados para obtener engranes cilíndricos más eficientes durante su explotación. Se demuestra que, a pesar de los avanzados resultados aceptados para evaluar la eficiencia de los engranes, aún existen discrepancias importantes entre los diferentes procedimientos para la determinación del coeficiente de fricción en el contacto entre los dientes durante el engrane y de su influencia en la eficiencia energética del engrane.

Palabras Claves: Engrane cilíndrico, Eficiencia, Fricción, ISO/TR 14179.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, nuevas regulaciones gubernamentales promueven la reducción del gasto energético con el empleo de equipos más eficientes. Este hecho ha renovado el creciente interés y la demanda de máquinas con mayor eficiencia para enfrentar una reducción de los costos de explotación y de mantenimiento, en base a disminuir las pérdidas de potencia disponible.

Dentro de las variadas formas de transferir la energía en los equipamientos actuales son destacables las transmisiones mecánicas, con una amplia divulgación en la técnica contemporánea. Múltiples pueden ser las formas de transmitir energía mecánica, pero, indiscutiblemente, las de mayor generalización y actualidad son los accionamientos con engranajes debido a la combinación de soluciones disponibles para transmitir el movimiento con eficiencia y diversidad geométrica. Por consiguiente, una formulación correcta y más precisa de la determinación de las pérdidas por rozamiento permitiría realizar diseños de engranajes más eficientes y recomendar procedimientos de explotación más efectivos.

Desde los últimos años de la década del 90 se trabaja en la elaboración de nuevas y mejores normativas dirigidas a mejorar la efectividad en explotación de los reductores de velocidad a engranajes, por varias de las asociaciones responsabilizadas con la edición de normas y/o estándares sobre dicho tema. En este sentido, se destaca la labor desarrollada por el Comité Técnico 6b de Reductores de Velocidad de la Asociación de Fabricantes Americanos de Engranajes (AGMA/TC6b), el Grupo de Trabajo 10 del Comité Técnico 60 de la Organización Internacional para la Estandarización (ISO/TC60/SC2/WG10) y la Universidad Técnica de Munich (Alemania). En particular, se distingue la aprobación de los Reportes Técnicos ISO/TR 14179-1:2001 [1] e ISO/TR 14179-2:2001 [2]. Los mencionados Reportes Técnicos ISO incluyen fórmulas para evaluar las pérdidas de potencia en los sistemas a engranajes, considerando las pérdidas por rozamiento en el contacto diente-diente, entre otros.

En particular, se pretende presentar en este trabajo un resumen de algunos resultados derivados de la comparación de los procedimientos de cálculo de las pérdidas de potencia en el engrane de ruedas dentadas cilíndricas con dientes a evolvente de círculo con contacto exterior y ejes paralelos. Los comentarios emitidos pueden ser útiles en la determinación de parámetros varios de uso y de diseño adecuados para obtener engranes cilíndricos más eficientes durante su explotación. Además, el estudio permite demostrar que, a pesar de los avanzados resultados aceptados para evaluar la eficiencia de los engranes, aún existen discrepancias importantes entre los diferentes procedimientos para la determinación del coeficiente de fricción en el contacto entre dientes.

2. PÉRDIDAS DE POTENCIA POR ROZAMIENTO EN EL ENGRANE DE RUEDAS DENTADAS SEGÚN ISO/TR 14179-1:2001.

El procedimiento descrito en el Reporte Técnico ISO/TR 14179-1:2001 para evaluar las pérdidas por rozamiento en engranes cilíndricos se basa en el estudio y experimentación de 251 reductores de velocidad con engranes a ruedas cementadas y rectificadas [3] que permitió establecer una fórmula empírica para el coeficiente de fricción en dependencia de la velocidad circunferencial de las ruedas, la intensidad de carga en el contacto y la viscosidad cinemática del aceite. El cálculo de las pérdidas de potencia considera el engrane entre los dientes con una película de lubricante entre los flancos activos y las siguientes Ecuaciones (01) a (06):

$$P_{\text{roz}} = \frac{f_m \cdot T_1 \cdot n_1 \cdot \cos^2 \beta_w}{9549 \cdot M} \quad (01)$$

$$f_m = \frac{v^{-0,223} \cdot K^{-0,4}}{3,239 \cdot v^{0,7}} \quad (02)$$

$$K = \frac{1000 \cdot T_1 \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot b_w \cdot r_{w1}^2 \cdot z_2} \quad (03)$$

$$M = \frac{2 \cdot \cos \alpha_{wt} \cdot (H_s + H_t)}{H_s^2 + H_t^2} \quad (04)$$

$$H_s = (u+1) \cdot \left[\left(\frac{r_{a2}^2}{r_{w2}^2} - \cos^2 \alpha_{wt} \right)^{0,5} - \text{sen} \alpha_{wt} \right] \quad (05)$$

$$H_t = \frac{(u+1)}{u} \cdot \left[\left(\frac{r_{a1}^2}{r_{w1}^2} - \cos^2 \alpha_{wt} \right)^{0,5} - \text{sen} \alpha_{wt} \right] \quad (06)$$

Donde:

- P_{roz} = Potencia perdida por rozamiento en engranes [kW]
- f_m = Coeficiente de fricción [adimensional]
- T_1 = Momento torsor en el piñón [Nm]
- n_1 = Frecuencia de rotación del piñón [min^{-1}]
- β_w = Ángulo de la hélice primitiva [°]
- M = Factor por relación entre velocidades específicas de deslizamiento [adimensional]
- v = Viscosidad cinemática del lubricante a la temperatura del baño [mm^2/s]
- K = Factor por intensidad de carga (asociado a la presión normal en el engrane) [MPa]
- v = Velocidad tangencial en la circunferencia primitiva [m/s]
- z_1 y z_2 = Cantidad de dientes en el piñón y en la rueda [adimensional]
- b_w = Ancho de engrane [mm]
- r_{w1} y r_{w2} = Radios de los cilindros primitivos del piñón y de la rueda [mm]
- α_{wt} = Ángulo de engrane en el plano transversal [°]
- H_s y H_t = Razones de deslizamiento al inicio y al final del engrane [adimensional]
- u = Razón de transmisión = z_2/z_1 [adimensional]
- r_{a1} y r_{a2} = Radios de los cilindros de cresta del piñón y de la rueda [mm]

Siendo que la Ecuación (02) es válida para velocidades tangenciales v entre 2 m/s y 25 m/s y factores K por intensidad de carga entre 1,4 MPa y 14,2 MPa, fuera de estos límites el coeficiente de fricción debe ser determinado experimentalmente.

3. ANÁLISIS DE ALGUNOS PARÁMETROS DE DISEÑO Y EXPLOTACIÓN CON INFLUENCIA EN LA EFICIENCIA DE LOS ENGRANES SEGÚN ISO/TR 14179-1:2001.

Aceptando resultados de un anterior trabajo [4] donde la comparación de los resultados experimentales y teóricos permitió afirmar que los valores de pérdidas de potencia según ISO/TR 14179-1:2001 son más próximos a los resultados experimentales que los derivados de ISO/TR 14179-2:2001, se ha creído conveniente realizar un análisis de la influencia de algunos parámetros con influencia en la eficiencia de la transmisión.

Empleando las Ecuaciones (01 a 06) fue elaborado un procedimiento de cálculo de la eficiencia de un engrane a ruedas cilíndricas con dientes rectos sin desplazamiento de perfil considerando las pérdidas por fricción propias del rozamiento entre los flancos activos de los dientes. El procedimiento fue organizado en tablas Excel confeccionadas al efecto y permitió evaluar la eficiencia del engrane conforme variaciones de parámetros de diseño y de explotación. En las Figuras 1, 2, 3 y 4 siguientes son mostrados algunos de los resultados obtenidos con una relación ancho de engrane/distancia interaxial $b_w/a_w = 0,3$, aceite con viscosidad cinemática a la temperatura del baño $\nu = 150 \text{ mm}^2/\text{s}$ y ruedas dentadas talladas con herramientas de generación con perfil de referencia según NC-ISO 53-2007.

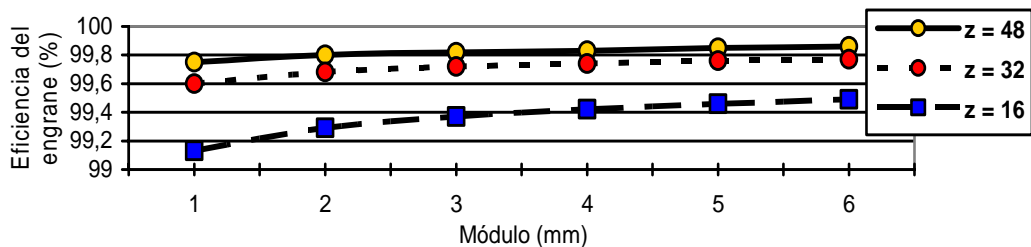


Figura 1 - Eficiencias según ISO/TR-14179-1 según cantidad de dientes cada rueda. Engranajes con razón de transmisión $u = 1$, carga específica sobre dientes 250 N/mm y velocidad de rotación cada eje $n = 1000 \text{ min}^{-1}$.

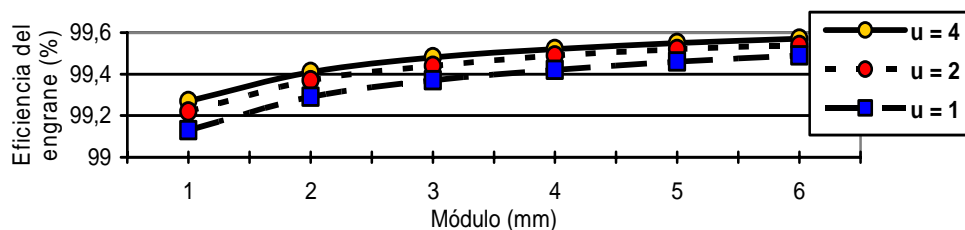


Figura 2 - Eficiencias según ISO/TR-14179-1 según razón de transmisión. Engranajes con carga específica sobre dientes 250 N/mm, velocidad de rotación de entrada (piñón) $n_1 = 1000 \text{ min}^{-1}$ y cantidad de dientes en piñón $z_1 = 16$.

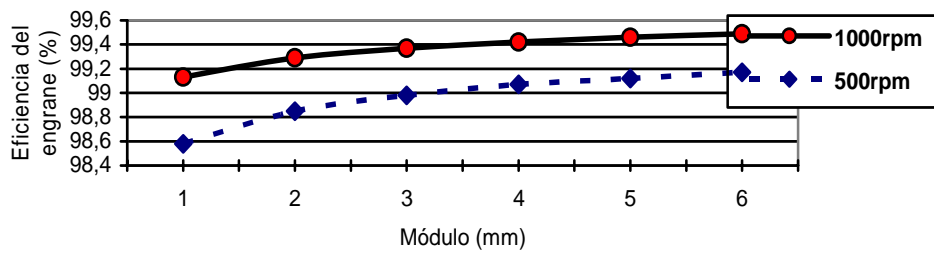


Figura 3 - Eficiencias según ISO/TR-14179-1 según velocidad de rotación cada eje. Engranajes con carga específica sobre dientes 250 N/mm, razón de transmisión $u = 1$ y cantidad de dientes cada rueda $z = 16$,

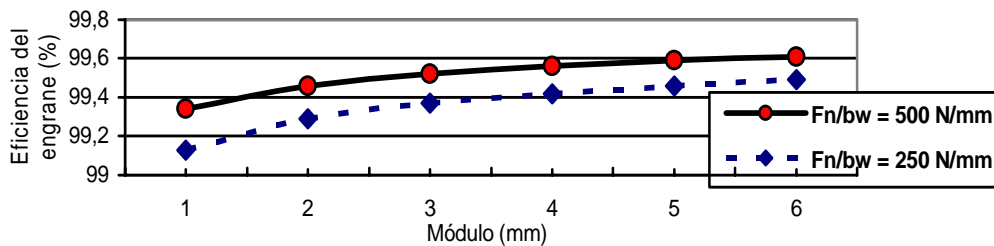


Figura 4 - Eficiencias según ISO/TR-14179-1 según carga normal específica. Engranajes con razón de transmisión $u = 1$, velocidad de rotación cada eje $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ y cantidad de dientes cada rueda $z = 16$.

Los resultados permiten afirmar que las mayores eficiencias del engrane cilíndrico de ruedas con dientes rectos, contacto exterior y ejes paralelos según ISO/TR 14179-1:2001, se logran cuando la explotación se ejecuta a mayores velocidades y a mayores cargas específicas (Figuras 3 y 4) y de que es conveniente con una proporción fija ancho/distancia entre ejes, ejecutar diseños con valores altos de razón de transmisión y ruedas dentadas con gran cantidad de dientes (Figuras 1 y 2).

Es necesario precisar que, aunque las anteriores figuras expresan las relaciones en dependencia del módulo, la eficiencia de los engranes cilíndricos, para una distancia entre ejes de rueda fija, no depende de su módulo. Los anteriores resultados consideran una dependencia del módulo debido a que se ha preferido establecer una relación constante entre ancho de engrane y distancia entre centros, lo que admite un análisis de engranes con diferentes distancias entre ejes de rueda y por consiguiente con diferentes cantidades de dientes y módulos.

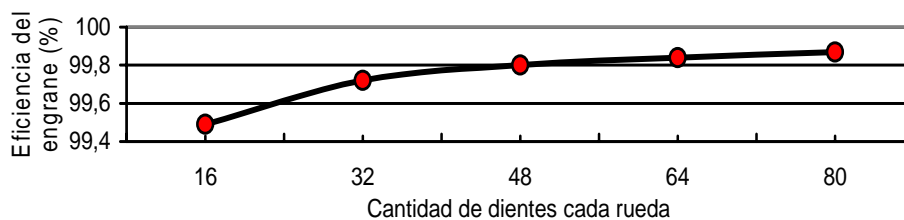


Figura 5 - Eficiencias según ISO/TR-14179-1 según cantidad de dientes cada rueda. Engranajes con distancia interaxial = 96 mm y módulos entre 1,2 ($z = 80$) y 6 mm ($z = 16$), razón de transmisión $u = 1$, velocidad de rotación cada eje $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ y cantidad de dientes cada rueda $z = 16$.

Los resultados confirman que la mayor eficiencia se logra en los engranes con mayores cantidades de dientes, tal y como se muestra en la Figura 5.

4. SOBRE EL COEFICIENTE DE FRICCIÓN EN ENGRANES CILÍNDRICOS DE EJES PARALELOS Y CONTACTO EXTERIOR CONVENIENTEMENTE LUBRICADOS.

Un análisis de las formulaciones para evaluar las pérdidas de potencia en los engranes cilíndricos de ejes paralelos y contacto exterior según ISO/TR-14179-1:2001 y 2:2001 permite afirmar que las disparidades entre los resultados depende exclusivamente de las variaciones en los resultados de las formulaciones empíricas adoptadas para el coeficiente de fricción. En este sentido, es justificable una comparación de las formulaciones más difundidas para evaluar el coeficiente de fricción en los engranes en la literatura especializada con las propuestas en ISO/TR 14179. Varios modelos físico-matemáticos, resultados de ensayos múltiples, han sido propuestos para evaluar el coeficiente de fricción en un engrane, pero la realidad es que en la actualidad existen aún imprecisiones en los resultados que se obtienen, debido a las simplificaciones que se incluyen para aceptar un coeficiente de fricción promedio cuando en realidad el coeficiente de fricción es un valor instantáneo dependiente de las zonas flanco dientes donde se localiza el contacto.

En la Figura 6 siguiente, se aprecian los valores del coeficiente de fricción según ISO/TR 14179 y sus comparaciones con los resultados experimentales de Hori [6] en la evaluación del coeficiente de fricción instantáneo en el contacto sobre la línea de engrane. Los resultados de Hori fueron obtenidos sin considerar distribución de carga entre dientes en contacto y corresponden a un engrane pequeño casi estacionario.

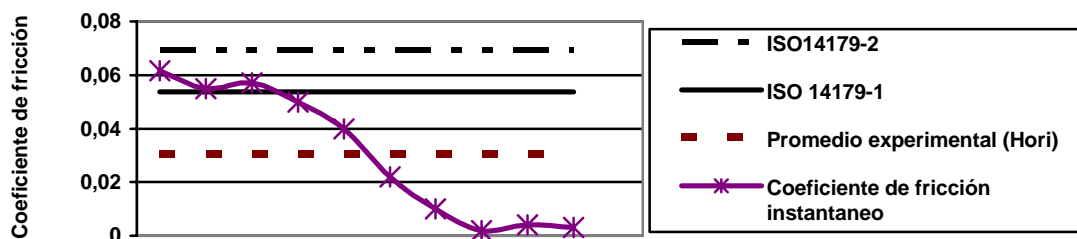


Figura 6 – Coeficiente de fricción a lo largo de la línea de engrane según ensayos de Hori [6] y conforme resultados derivados de la aplicación de las formulas de ISO/TR 14179.

Estudiosos del tema, han obtenido empíricamente varias formulaciones para el coeficiente de fricción en engranes cilíndricos y brindan como resultado un valor promedio experimental. Algunas de las relaciones más conocidas para evaluar el coeficiente de fricción se muestran a continuación.

a) Coeficiente de fricción según Drozdov-Gavrikov [7]:

$$f_m = \frac{1}{0,8 \cdot \sqrt{v} \cdot \bar{V}_s + \bar{V}_r \cdot \theta + 13,4} \quad (07)$$

$$\bar{V}_s = 0,0262 \cdot n_1 \cdot \left(\frac{1+u}{u} \right) \cdot g_\alpha \quad (08)$$

$$\bar{V}_r = 0,1047 \cdot n_1 \cdot \left[d_1 \cdot \text{sen} \alpha - \frac{g_\alpha}{4} \cdot \left(\frac{u-1}{u} \right) \right] \quad (09)$$

$$\theta = 0,47 - 0,13 \cdot 10^{-4} \cdot P_{\max} - 0,4 \cdot 10^{-3} \cdot v \quad (10)$$

$$P_{\max} = \sqrt{\frac{210000 \cdot F_T}{2 \cdot \pi \cdot b_w \cdot \rho_{\text{red}}}} \cdot 10 \quad (11)$$

- Donde:
- g_α = Longitud línea de engrane (mm)
 - \bar{v}_s = Velocidad media de deslizamiento (m/s)
 - \bar{v}_r = Velocidad media de rodadura (m/s)
 - α = Ángulo de presión de la cremallera de referencia [°]
 - P_{\max} = Presión máxima de contacto según teoría de Hertz (MPa)
 - F_T = Fuerza tangencial (N)
 - ρ_{red} = Radio de curvatura reducido o equivalente (mm)
 - d_1 = Diámetro de referencia (mm)
 - b_w = Ancho del engrane (mm)
 - V_Σ = Suma de las velocidades tangenciales en el polo = $2 v \text{ sen } (\alpha_{wt})$ (m/s)
 - R_{a1} y R_{a2} = Rugosidad superficial media en flanco del piñón y de la rueda [μm]
 - X_L = Factor por tipo de lubricante (para aceite mineral $X_L = 1$)

b) Coeficiente de fricción según Benedict-Kelly [8]:

$$f_m = 0,0127 \cdot \log_{10} \left(\frac{29,66 \cdot F_T / b_w}{v \cdot \bar{v}_s \cdot (\bar{V}_r)^2} \right) \quad (12)$$

c) Coeficiente de fricción según Misharin [9]:

$$f_m = 0,325 \cdot \left(\bar{v}_s \cdot \bar{V}_r \cdot v \right)^{-0,25} \quad (13)$$

d) Coeficiente de fricción según ISO/TR 14179-2:2001.

$$f_m = 0,048 \cdot \left(\frac{F_T}{b_w \cdot V_\Sigma \cdot \rho_{\text{red}}} \right)^{0,2} \cdot v^{-0,05} \cdot \left(\frac{R_{a1} + R_{a2}}{2} \right)^{0,25} \cdot X_L \quad (14)$$

Los valores de los coeficientes de fricción calculados según las propuestas de Drozdov [7], Benedict-Kelly [8] y Misharin [9] fueron comparados con los valores resultantes según ISO/TR 14179-1:2001 e ISO/TR 14179-2:2001 evaluados para el engrane de la segunda etapa (etapa lenta) de un reductor de velocidad PM-250-III (Tabla 1 siguiente).

Tabla 1- Información del reductor PM-250-III para el cálculo de la pérdida de potencia por rozamiento.

Parámetros	Unidad	Etapa rápida		Etapa lenta	
		Piñón	Rueda	Piñón	Rueda
Distancia entre ejes ruedas (a_w)	mm	100		150	
Cantidad de dientes (z)		14	85	16	83
Módulo (m)	mm	2		3	
Ancho del engrane (b_w)	mm	20		40	
Angulo de hélice en cilindro de referencia (β)	°	8,11		8,11	
Coefficiente de desplazamiento perfil (x)		0,2	-0,2	0,2	-0,2
Rugosidad superficial media en flanco (R_a)	μm	1,6	1,6	1,6	1,6
Viscosidad cinemática del lubricante (ν)	mm^2/s	150			

Algunos resultados son replicados en forma de gráficos desde la Figura 7 hasta la Figura 11.

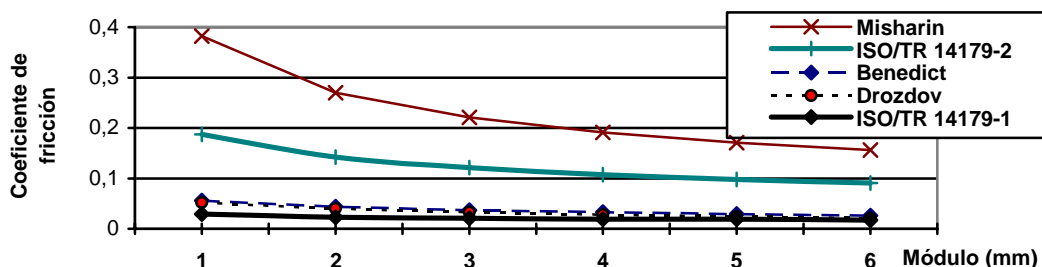


Figura 7 – Valores coeficiente de fricción para engranes con razón de transmisión $u = 1$, carga específica sobre dientes 250 N/mm , velocidad de rotación cada eje $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ y cantidad de dientes en cada rueda $z = 16$. (Nota: Benedict – Drozdov prácticamente coincidentes).

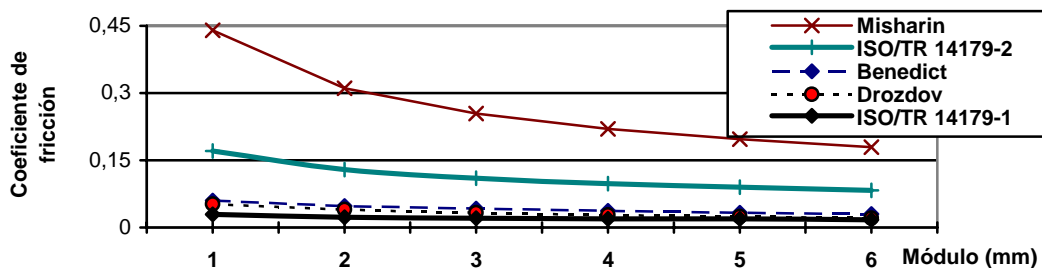


Figura 8 – Valores coeficiente de fricción para engranes con razón de transmisión $u = 4$, carga específica sobre dientes 250 N/mm , velocidad de rotación de entrada (piñón) $n_1 = 1000 \text{ min}^{-1}$ y cantidad de dientes en piñón $z_1 = 16$. (Nota: Benedict – Drozdov prácticamente coincidentes).

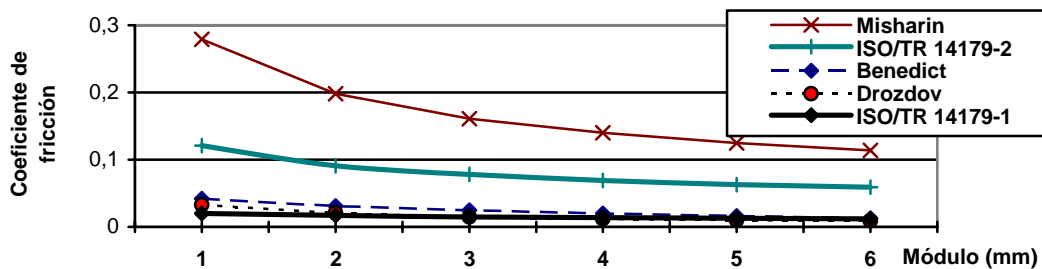


Figura 9 - Valores coeficiente de fricción para engranes con razón de transmisión $u = 1$, carga específica sobre dientes 250 N/mm , velocidad de rotación cada eje $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ y cantidad de dientes en cada rueda $z = 48$. (Nota: Benedict – Drozdov prácticamente coincidentes).

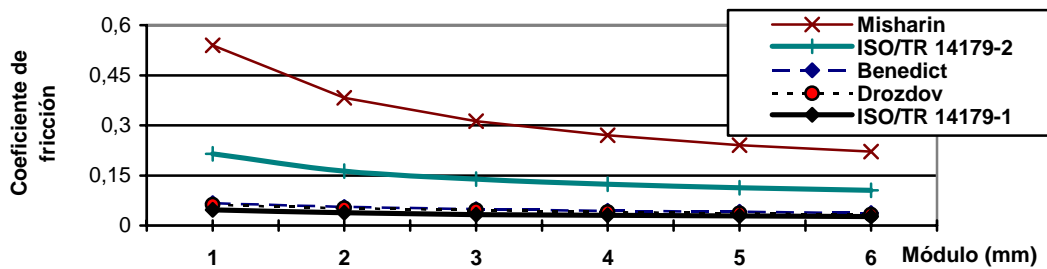


Figura 10 - Valores coeficiente de fricción para engranes con razón de transmisión $u = 1$, carga específica sobre dientes 250 N/mm , velocidad de rotación cada eje $n = 500 \text{ min}^{-1}$ y cantidad de dientes en cada rueda $z = 16$. (Nota: Benedict – Drozdov prácticamente coincidentes).

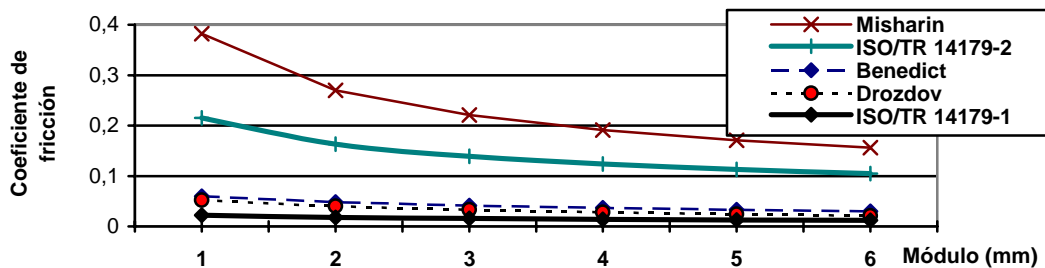


Figura 11 - Valores coeficiente de fricción para engranes con razón de transmisión $u = 1$, velocidad de rotación cada eje $n = 1000 \text{ min}^{-1}$, cantidad de dientes en cada rueda $z = 16$ y carga específica sobre dientes 500 N/mm . (Nota: Benedict – Drozdov prácticamente coincidentes).

En general, se observa que los valores del coeficiente de fricción según Misharin e ISO/TR 14179-2:2001 son superiores y mantienen un comportamiento semejante. Los valores del coeficiente de fricción según ISO/TR 14179-1:2001 son los menores y muy cercanos en comportamiento a los valores promedios de Benedict y Drozdov. Los resultados demuestran que los valores del coeficiente de fricción según ISO/TR 14179-1:2001 están más próximos a los promedios generalmente aceptados por la práctica de la ingeniería de los engranes. Otra compilación de los resultados, algunos de ellos reflejados en la Tabla 2, muestra que los menores coeficientes de fricción del engranaje cilíndrico de ruedas con dientes rectos, contacto exterior y ejes paralelos se logran con mayores velocidades de trabajo y mayor número de dientes en las ruedas. Por otro lado, un aumento de la carga unitaria en los engranajes provoca un incremento del valor del coeficiente de fricción según ISO/TR 14179-2 y Benedict-Kelly y una disminución del coeficiente de fricción según ISO/TR 14179-1.

Tabla 2 – Coeficientes de fricción para engranes con razón de transmisión $u = 1$, viscosidad cinemática del lubricante $\nu = 150 \text{ mm}^2/\text{s}$, rugosidad superficial media $Ra = 6,3 \mu\text{m}$, $b_w/a_w = 0,3$ y módulo $m = 3$.

z_1	n_1 (rpm)	Ft/b (N/mm)	Coeficiente de fricción f_m				
			Misharin	ISO/TR 14179-2	Benedict	Drozdov	ISO/TR 14179-1
16	1000	250	0,221	0,121	0,038	0,033	0,021
48	1000	250	0,161	0,078	0,025	0,016	0,015
16	500	250	0,312	0,139	0,049	0,046	0,034
16	1000	500	0,221	0,139	0,041	0,033	0,016

5. CONCLUSIONES.

- Resultados del trabajo y compilados en las Figuras 3 y 4 demuestran que las mayores eficiencias del engrane cilíndrico de ruedas con dientes rectos, contacto exterior y ejes paralelos según ISO/TR 14179, se logran cuando la explotación se ejecuta a mayores velocidades y a mayores cargas.
- Resultados del trabajo y compilados en las Figuras 1, 2 y 5 confirman que, para una distancia entre ejes determinada, la mayor eficiencia se logra en los engranes con mayores cantidades de dientes y mayores razones de transmisión.
- Según las relaciones declaradas en ISO/TR 14179-1:2001 e ISO/TR 14179-2:2001 se obtienen los menores valores de coeficientes de fricción en los engranes cilíndricos con mayores velocidades de trabajo y mayores cantidades de dientes. Un resumen de algunos resultados se muestran en la Tabla 2.
- Resultados de la evaluación de varias propuestas para valorar el coeficiente de fricción en los engranajes [1, 2, 7, 8 y 9] muestran que un aumento de la carga específica en los engranes provoca en ocasiones un incremento del valor del coeficiente de fricción según ISO/TR 14179-2:2001 y Benedict-Kelly, mientras que produce una disminución según ISO/TR 14179-1:2001. Ver Tabla 2.
- El estudio demuestra que, a pesar de los avanzados resultados para evaluar la eficiencia de los engranes, aún existen discrepancias entre los diferentes procedimientos para la determinación de la eficiencia, atribuibles las mismas a la disparidad en las relaciones para evaluar el coeficiente de fricción entre los dientes en contacto.

6. REFERENCIAS.

- [1] ISO/TR 14179-1. *Gears - Thermal capacity – Part 1: Rating gear drives with thermal equilibrium at 95 °C sump temperature*. 2001.
- [2] ISO/TR 14179-2. *Gears -- Thermal capacity – Part 2: Thermal load-carrying capacity*. 2001.
- [3] Phillips, Allyn E; *The Development of a Practical Thermal Rating Method for Enclosed Gear Drives*, AGMA Technical Paper 96FTM9, AGMA , Virginia, 1996
- [4] González Rey, G, *Actas Conf. Int. Energía Renovable y Eficiencia Energética. Comentarios sobre el cálculo de la eficiencia de engranajes cilíndricos según ISO/TR 14179:2001 – 1 y 2:2001*. Ciudad de la Habana. Mayo 2007.
- [5] Hori, Hayashi, Iwattsuki; *Determination of the tooth surface friction coefficient of a pair or mating gears based on the distribution along the tooth profile precisely measured with the gravity pendulum method*. ASME Paper DETC 2000/PTG-14371. 2000.
- [6] Drozdov, Y. N., Gavrikov, Y.A, *Friction and scoring under the conditions of simultaneous rolling and sliding bodies*. *Wear*, pp.291-302, 1967.
- [7] Benedict, G. H., Kelly, B. W.; *Instantaneous coefficients of gear tooth friction*, *Transactions of ASLE, ASLE Lubrication Conference*, pp.57-70, October, 1960.
- [8] Misharin, Y. A., *Proc. Int. Conf. On Gearing. Influence of the friction condition on the magnitude of the friction coefficient in the case of rollers with sliding*, *Inst. Mech. Eng.*, London, pp. 159-164, 1958.