

SIMULACIÓN DINÁMICA DE UN SERVOMECANISMO PARA EL DISEÑO DE DISTINTAS ESTRATEGIAS DE CONTROL

Mónica B. Dádamo, Paola A. Szekieta

*Laboratorio Informático Departamento Ciencias Básicas, Universidad Tecnológica Nacional,
Facultad Regional Rosario*

Zeballos 1341. (2000) Rosario. e-mails: mdadamo@frro.utn.edu.ar, pszekieta@frro.utn.edu.ar

RESUMEN

La enseñanza de matemática en Ingeniería debe tener como objetivo fundamental crear las condiciones de forma tal que el alumno pueda comprender la relación entre los modelos matemáticos abstractos y las aplicaciones reales.

El propósito de este trabajo es comunicar un nuevo enfoque en la enseñanza de matemática centrada en el análisis dinámico que describe el comportamiento de un sistema y la representación gráfica de los resultados, facilitada esta tarea por herramientas CAS apropiadas.

La actividad que se presenta es un caso teórico-práctico tecnológico realizado en el Laboratorio Informático de Ciencias Básicas en el que se muestra la simulación del comportamiento de un servomecanismo que modela un piloto automático. Se recrean las condiciones del sistema y se lo somete a cambios en la entrada analizando el comportamiento de diversos dispositivos de control, ante la modificación de los parámetros que intervienen, para analizar las vibraciones, oscilaciones o desviaciones de dirección de dicho piloto y así investigar las respuestas ante distintas funciones de entrada y diversas configuraciones de la acción controladora del servomecanismo.

La metodología que proponemos otorga fundamental importancia, no sólo a dar conocimientos básicos, sino también al desarrollo de capacidades tales como el análisis de los resultados emanados de los programas informáticos, las diferentes alternativas de solución, la capacidad de análisis, la selección racional de propuestas como la detección de las variables relevantes del problema. En este sentido se genera un ambiente de experimentación mediante un proceso dinámico e interactivo, de manera que en el desarrollo de los conceptos teóricos y sus aplicaciones, se utilicen las potencialidades gráficas de las tecnologías disponibles; de tal forma de poder visualizar resultados o conceptos teóricos que permitan la comprensión del sistema en estudio.

Palabras Claves: Innovación en la enseñanza, tecnologías interactivas, interdisciplina, simulación, modelización

1. INTRODUCCIÓN

Los recursos tecnológicos brindan una amplia posibilidad de representación y cálculo permitiendo incorporar cambios fundamentales en la forma de enseñar. En el ámbito académico las potencialidades de la tecnología no fueron trasladadas al aula. Se instala entonces la necesidad de desarrollar nuevos estilos de trabajo y la implementación de metodologías alternativas, así como de replantear la interacción entre las distintas áreas para potenciar la capacidad del alumno en la adquisición de conceptos y su consiguiente utilización en los modelos requeridos para la resolución de problemas ingenieriles.

Es indispensable que el estudiante integre los conocimientos matemáticos y los modelos dinámicos y logre aplicarlos a procesos reales mediante simulación computarizada y modelización de sistemas complejos.

El propósito de este trabajo es comunicar un nuevo enfoque en la enseñanza de la matemática donde detrás de los conceptos se encuentra el aspecto mecánico del análisis dinámico: La solución de las ecuaciones que describen el comportamiento y la representación de los resultados, en forma gráfica. Las capacidades de graficación de las herramientas CAS disponibles facilitan la representación dinámica del proceso directamente en forma gráfica y es específicamente apropiado para realizar simulaciones de las respuestas del proceso ante diferentes perturbaciones.

Se pretende que el alumno centre el aprendizaje en las relaciones existentes entre los conceptos nuevos y los que ya ha incorporado involucrándolo en su proceso de aprendizaje.

2. MODELADO DE UN SERVOMECANISMO

La propuesta está orientada hacia los alumnos de Cálculo Avanzado de la Carrera Ingeniería Mecánica. Tomando como partida los conocimientos básicos de Transformada de Laplace y como herramienta computacional el software Mathematica® pretendemos exponer lineamientos básicos que luego serán aplicados en Teoría de Control. Se estudia para tal fin una versión simplificada del piloto automático de una nave. El objetivo de esta experiencia es simular su comportamiento ante cambios en su diseño, bajo la acción de reguladores proporcional, derivativo e integral y ante cambios en la entrada o set point.

Suponemos que el piloto automático ha de seguir un rumbo preestablecido: “el rumbo deseado”, el cual ingresa al sistema de control como “set point”. Diversos factores internos y externos, afectan dicho rumbo logrando obtener, como consecuencia de éstos, el “rumbo actual”. El sistema compara el rumbo actual con el rumbo deseado, obteniendo el error $e(t)$, siendo objetivo del sistema reducir éste a valores tolerables.

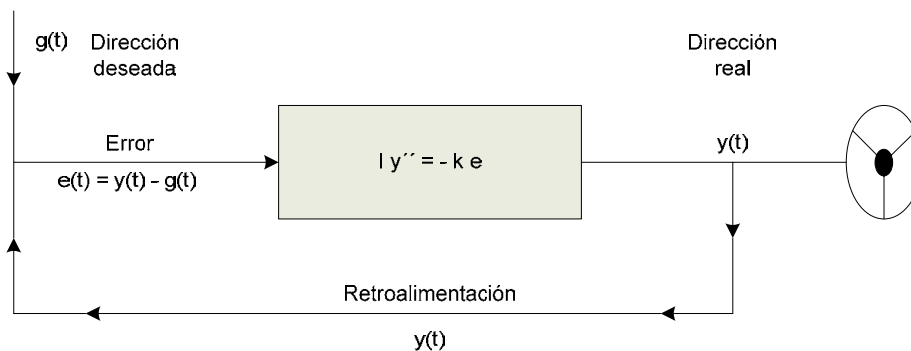


Figura 1 Piloto automático

En la Figura 1 se presenta un servomecanismo que modela un piloto automático. Se aplica un momento de torsión al eje de dirección de modo que la nave siga un rumbo establecido con anterioridad. Si $y(t)$ es la dirección real (el ángulo) del vehículo en el instante t y $g(t)$ es la dirección deseada en el mismo instante, entonces la desviación entre ambas direcciones

$$e(t) = y(t) - g(t) \quad (1)$$

El servomecanismo puede detectar y cuantificar esta diferencia o error y retroalimentar al eje mediante un componente del momento de torsión proporcional a $e(t)$. Por medio de la 2ª Ley de Newton que establece que el momento de inercia por la aceleración angular es igual a el momento de torsión total, se tiene que

$$I y''(t) = -k e(t) \quad (2)$$

Donde I es el momento de inercia del eje de dirección y k es una constante de proporcionalidad positiva.

Esta ecuación diferencial que gobierna el sistema nos permite, mediante manipulaciones algebraicas, presentar la función de transferencia del error de manera acorde a los conocimientos del alumno, sin recurrir al álgebra de bloque que no corresponde al programa de la materia.

3. ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL PILOTO AUTOMÁTICO

El análisis consta de dos etapas, en cada una de ellas se cambia el dispositivo de control y se hace variar el rumbo deseado.

Se ha de centrar la atención del alumno en el análisis del desvío entre la trayectoria real y la deseada ante cada configuración del sistema, de esta manera, comparando los distintos errores podrán seleccionar aquellos dispositivos de control que mejor sigan el rumbo indicado.

3.1. Primera Etapa: Simulación para distintos dispositivos de control

El móvil está inicialmente en reposo y se pretende seguir un rumbo dado por la función de entrada

$$g(t) = at \tag{3}$$

3.1.1. Caso 1: Controlador proporcional

El objetivo en esta etapa es someter a la nave a diversos dispositivos de control proporcional y analizar cómo influye sobre el desvío de su rumbo.

Aplicando la Transformada de Laplace a la ecuaciones (1) y (2), nos queda:

$$E(s) = Y(s) - G(s) \tag{4}$$

$$I y(s) s^2 = -KP E(s) \tag{5}$$

siendo KP la constante del controlador proporcional incorporado en el móvil.

Sustituyendo la ecuación (4) en la (5) y reordenando:

$$I s^2 E(s) + KP E(s) = I G(s) s^2 \tag{6}$$

Despejando el desvío, al cual está sujeto el rumbo de partida, se obtiene como resultado:

$$E(s) = - \frac{I s^2 G(s)}{I s^2 + KP} \tag{7}$$

Considerando el rumbo de partida

$$E(s) = - \frac{a}{s^2} + \frac{a KP}{s^2 (KP + I s^2)} \tag{8}$$

Aplicando la antitransformada obtenemos el error en función del tiempo

$$e(t) = - \frac{a \sqrt{I} \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{KP} t}{\sqrt{I}}\right)}{\sqrt{KP}} \tag{9}$$

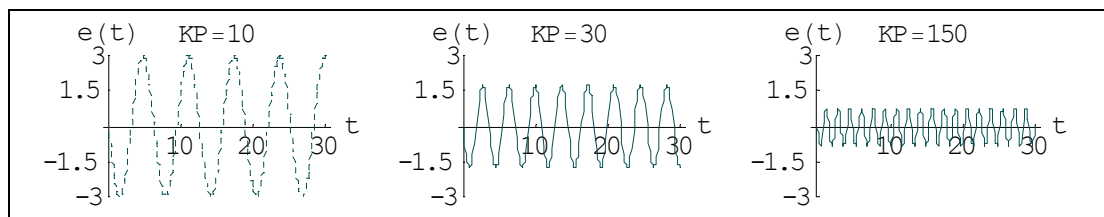


Figura 2. Desvío del rumbo inicial ante distintos controladores proporcionales

En la Figura 2 se pueden observar las gráficas de los desvíos asociados al rumbo de la nave utilizando en cada caso un controlador proporcional con KP = 10, 30 y 150 respectivamente, siendo KP la constante de proporcionalidad del regulador. En la Figura 3 podemos visualizar cómo impacta el uso de cada uno de los dispositivos en la trayectoria real seguida por el móvil.

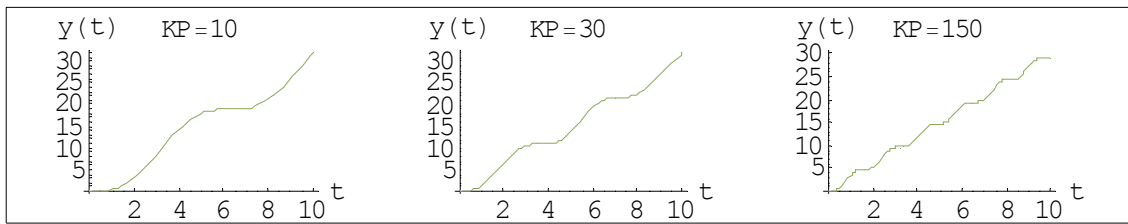


Figura 3. Rumbo ante distintos controladores proporcionales

Concluimos que si bien disminuye la amplitud del error al aumentar la constante de proporcionalidad del controlador, la frecuencia de las oscilaciones alrededor del rumbo deseado se incrementa. Podemos inferir que el rumbo no se estabiliza, oscila con distinta amplitud o frecuencia alrededor del rumbo consignado.

A través del uso del software Mathematica® resulta sencillo modificar las variables que intervienen en este modelo y visualizar cuál es su impacto en el comportamiento del mismo.

Usando herramientas computacionales es posible obtener y discutir los resultados, confrontarlos con la realidad y plantear nuevos interrogantes.

3.1.2. Caso 2: Incorporación de un controlador derivativo

Nos interesa encontrar una forma de control que mejore el recorrido realizado por el vehículo planteando la variación del mecanismo regulador del autopiloto. Analizamos el desvío resultante de agregar un controlador derivativo.

La ecuación que rige el comportamiento del piloto automático, incorporando un dispositivo de control derivativo de constante KD es [6]

$$I y''(t) = -KP e(t) - KD y'(t) \quad (10)$$

Aplicando las mismas herramientas matemáticas que para el caso proporcional, podemos obtener las funciones del desvío y el rumbo en función del tiempo

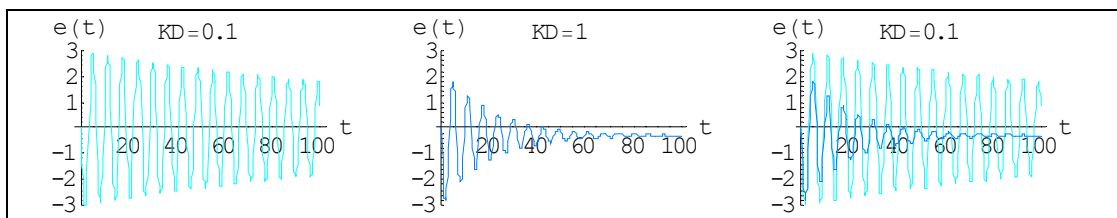


Figura 3. Desvío en la dirección del móvil ante diferentes valores del control derivativo

Observamos que las oscilaciones y la magnitud del desvío disminuyen al aumentar el componente derivativo. Sin embargo, se evidencia la presencia de offset con lo cual no se

logrará suprimir por completo el error. Es interesante plantear, en este punto, si existe una alternativa al modelo analizado que mejore la respuesta del mecanismo.

3.1.3. Caso 3: Incorporación de un controlador integral

Incorporando un dispositivo de control integral la ecuación que rige el comportamiento del piloto automático resulta

$$I y''(t) = -K_P e(t) - K_D y'(t) - K_I \int y(t) dt \quad (11)$$

Aplicando las mismas herramientas matemáticas que para el caso proporcional, podemos obtener la ecuación que modela el desvío de la nave en el tiempo y representarla gráficamente como se visualiza en la Figura 4

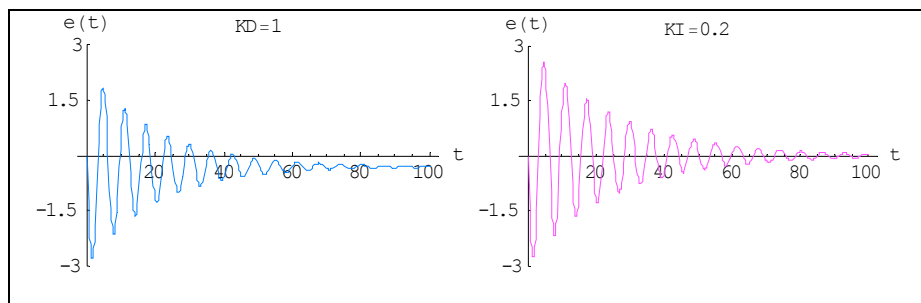


Figura 4. Desvío en la dirección del móvil ante la incorporación de control Integral

Con la acción integral o reset logramos mejorar la respuesta del sistema en el sentido de que se elimina por completo el offset, y el rumbo que adquiere el móvil, finalmente, coincidirá con el indicado inicialmente. Este hecho compensa la desventaja que acarrea la incorporación del regulador integral que redundará en un comportamiento más oscilatorio.

3.2. Segunda Etapa: Propuesta de trabajo

Durante esta segunda etapa de trabajo se solicita a los alumnos que prosigan investigando el comportamiento dinámico del piloto automático. En esta oportunidad se propone analizar la trayectoria de la nave considerando un rumbo inicial determinado por una dirección constante en el tiempo.

- ¿Qué puedes decir de la relación existente entre el error del piloto y el rumbo que sigue la nave?
- En la Figura 5 se visualiza el rumbo seguido por un móvil bajo la acción de dos dispositivos de control diferentes. Investiga cuál es la acción controladora en cada caso.

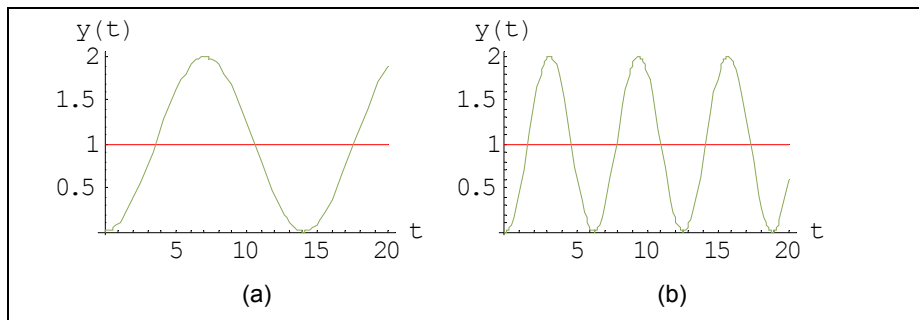


Figura 5. Desvío en la dirección del móvil ante distintos reguladores

- ¿Qué ventajas y desventajas presenta la incorporación de un regulador integral a un móvil bajo la acción de control proporcional cuyo rumbo inicial es constante? Ejemplifica y grafica.
- ¿Qué mejoras adviertes en el funcionamiento del piloto automático frente al agregado del regulador derivativo?

4. CONCLUSIONES

El enfoque de esta propuesta posibilita la práctica intensiva con visualización de resultados en forma inmediata, una exploración de las diversas configuraciones del mecanismo y la simulación e investigación de la respuesta del sistema ante variaciones en la entrada.

Se logra un acercamiento a la Teoría de Control, con los conocimientos básicos en Transformada de Laplace, presentando al alumno diversos tipos de controladores, exhibiendo las raíces matemáticas de cada uno de ellos.

Esta metodología de trabajo posibilita que el alumno pueda interactuar y analizar diferentes aspectos de los casos en estudio, comprender con mayor rapidez conceptos teórico- prácticos a través de la visualización, y partiendo de casos dados, modificar parámetros y abordar la resolución de problemas de mayor complejidad.

5. REFERENCIAS

- [1] R. K. Nagle, E. B. Saff y A. D. Snider, *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*, Pearson Educación, 3º edición, México, 2001
- [2] B. A. Ogunnaike y W. Harmon Ray, *Process dynamics, modeling and control*, Oxford University Press, 1994
- [3] S. Wolfram, *The Mathematica Book*, Wolfram Research, Inc., 2004.
- [4] E. Steiner, *Matemáticas para las Ciencias Aplicadas*, Ed. Reverté, España, 2005.
- [5] G. Ledder, *Ecuaciones diferenciales. Un enfoque de modelado*, McGraw Hill, México, 2006
- [6] A. Roca Cusidó, *Control de Procesos*, Alfaomega Grupo Editor S.A., México, 1999