



II CAIM 2010
Segundo Congreso Argentino
de Ingeniería Mecánica
San Juan - Noviembre 2010

Fórmulas prácticas para determinar los requerimientos de rigidez y resistencia en vigas carrileras de puentes grúa

Julio Massa ^(1,2), Mauricio Giordano ⁽¹⁾, Rodolfo Duelli ⁽²⁾

⁽¹⁾ *Departamento de Estructuras, Facultad de C. E. F. y N., Universidad Nacional de Córdoba
Casilla de Correo 916, (5000) Córdoba, Argentina. e-mail: jmassa@efn.uncor.edu*

⁽²⁾ *Departamento de Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto
Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina, rduelli@ing.unrc.edu.ar*

RESUMEN

Se presentan fórmulas prácticas que permiten dimensionar vigas carrileras para puentes grúas con una simple calculadora. Las vigas carrileras son vigas continuas que sostienen al puente en todo su recorrido dentro de la nave donde opera. Para presupuestar su costo de fabricación es muy conveniente poder conocer de manera rápida y precisa el peso del elemento estructural. El método práctico desarrollado permite una determinación directa y muy precisa tanto del momento de inercia como del módulo resistente, requeridos para limitar el desplazamiento máximo y la tensión máxima para cumplir con las normas.

En este trabajo se determinaron, con un software de elementos finitos, los desplazamientos y los esfuerzos máximos que se originan en una viga carrilera discretizada en 200 elementos por cada tramo de viga continua cuando sobre ella transita un "tren de cargas" y se determinaron los valores máximos como la envolvente de todas las hipótesis de cargas.

Se consideró a la relación entre la distancia entre ruedas y la longitud del tramo como un parámetro y a partir de los valores discretos (exactos) obtenidos se ajustaron fórmulas prácticas (aproximadas) que permiten diseñar eficientemente la sección resistente de una manera muy simple. Las fórmulas permiten determinar el momento flector máximo y el desplazamiento máximo teniendo en cuentas el valor de las cargas y su espaciamiento. También se presentan fórmulas que dan las coordenadas donde ocurren esos valores máximos, las ubicaciones del tren de cargas que producen los valores máximos, el valor del corte donde ocurre el momento flector máximo y el valor de la envolvente de las reacciones de apoyo. En todos los casos se considera el tren de cargas y el peso propio de la viga.

A modo de ejemplo se aplicó el método desarrollado a un caso práctico donde se calcularon las propiedades mínimas necesarias usando las fórmulas prácticas y se seleccionaron varios perfiles que satisfacen los requerimientos a fin de compararlos.

Palabras Claves: puentes grúa, vigas carrileras, caminos de rodadura.

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo tiene por objeto presentar fórmulas prácticas para dimensionar vigas carrileras para puentes grúas con una simple calculadora. Este tipo de herramientas es de suma utilidad para dimensionar y presupuestar las vigas carrileras teniendo un conocimiento rápido y preciso de pesos y costos. En la etapa de diseño es necesario considerar varias alternativas para luego elegir la solución más eficiente. Para ello hay que poder determinar en forma rápida los requerimientos de rigidez y resistencia necesarias en cada situación [1].

Los métodos manuales para el cálculo de vigas hiperestáticas son obsoletos, por otra parte la utilización de software comercial es onerosa y requiere mucho tiempo de preparación de datos. El método práctico aquí presentado permite una determinación directa del momento de inercia requerido para limitar el desplazamiento máximo y el módulo resistente requerido para limitar la tensión máxima de acuerdo a las normas.

Existe una tendencia general a disminuir el trabajo corporal, con el doble efecto de evitar la fatiga física y obtener mayor rapidez en el trabajo y disminución de costos. Esta tendencia ha introducido en el campo de los aparatos de elevación y transporte nuevas maquinarias y nuevos métodos de trabajo. Un Puente Grúa es un medio de elevación y transporte para la producción y/o mantenimiento, en plantas donde se opera con elementos de peso considerable. Es un sistema mecánico capaz de izar y trasladar cargas para permitir el fácil desplazamiento de las mismas dentro de un espacio determinado. En general el sistema esta compuesto por un puente que se traslada a lo largo de vías elevadas. A su vez sobre el puente se traslada un carro portador de los sistemas de izamiento. Las vías elevadas por donde se desplaza el puente se denominan vigas carrileras (o caminos de rodadura) y son el objeto de estudio del presente trabajo. Estas vigas por lo general descansan sobre columnas o ménsulas en la parte superior de la nave donde trabaja el puente grúa. Todos esos elementos se pueden observar en la Figura 1.

En este trabajo se determinaron los valores de los desplazamientos y esfuerzos máximos que se originan en una viga carrilera como envolvente de las numerosas hipótesis de carga que representan al tren de cargas transitando sobre la viga. Se consideró a la relación entre la separación de las ruedas (l) y la longitud de los tramos (L) como un parámetro (α) y a partir de los valores discretos obtenidos se ajustaron por mínimos cuadrados fórmulas prácticas que permiten diseñar eficientemente la sección resistente de una manera muy simple.

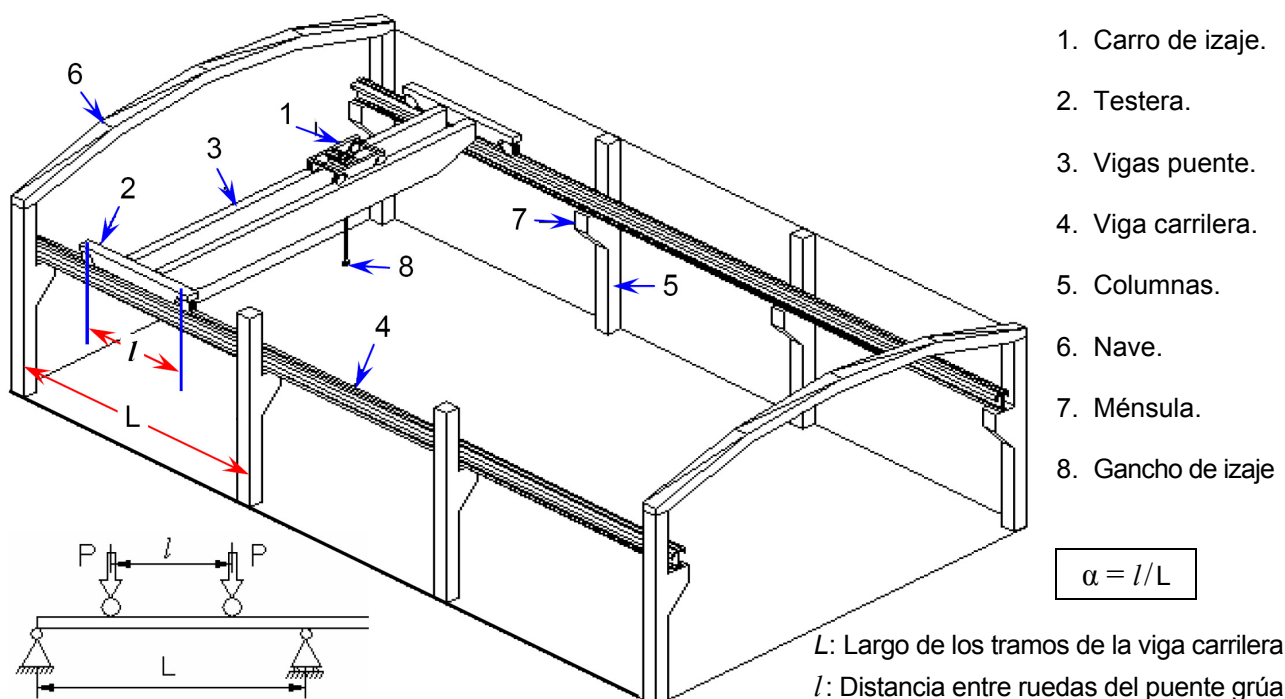


Figura 1: Elementos que conforman el sistema de Puente Grúa

2. MODELO PARA ANALIZAR UNA VIGA CARRILERA

El modelo para estudiar una viga carrilera se muestra en la Figura 2. Dos cargas "P" separadas una distancia "l" representan las acciones producidas por las ruedas del puente sobre la viga carrilera que es una viga continua de "n" tramos iguales de longitud "L". Para independizarnos de las variables l y L, se las relaciona creando una nueva variable adimensional "α":

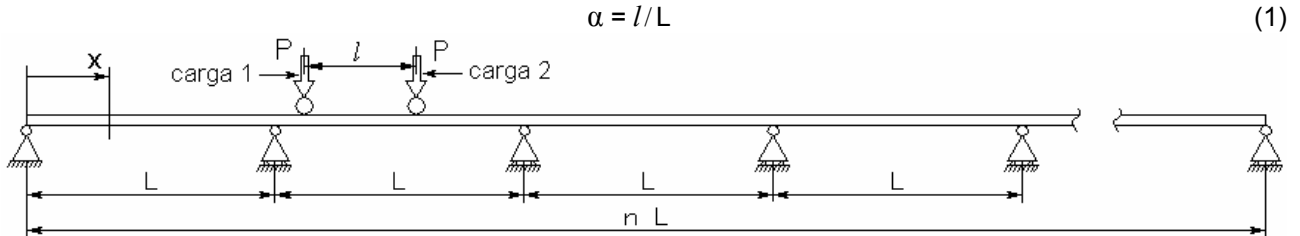


Figura 2: Viga carrilera modelada como viga continua

En el caso de una viga continua bajo la acción de cargas móviles, las envolventes de los esfuerzos máximos (Figura 3) y las deformaciones máximas (Figura 4) muestran que los máximos absolutos se producen siempre en el primer tramo de la viga cuando la carga 1 (ver Figura 2) está en la zona central del primer tramo mientras que la otra carga está en el primer o segundo tramo dependiendo de la separación entre las ruedas (l).

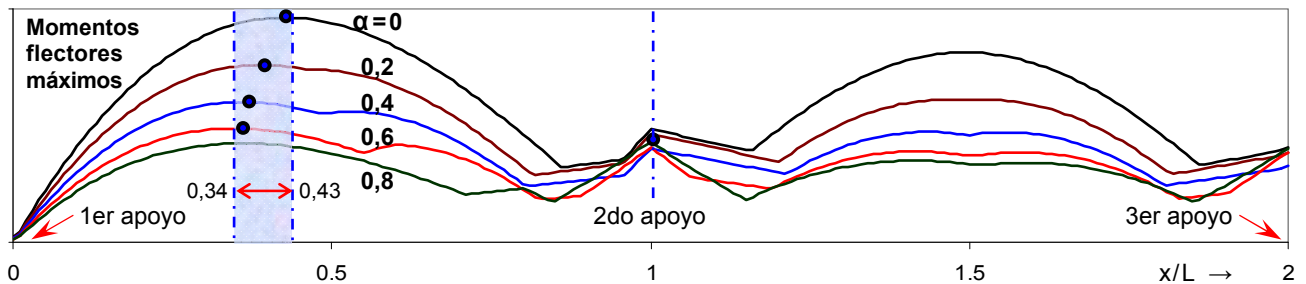


Figura 3: Envolvente de los momentos flectores máximos en los dos primeros tramos de una viga carrilera

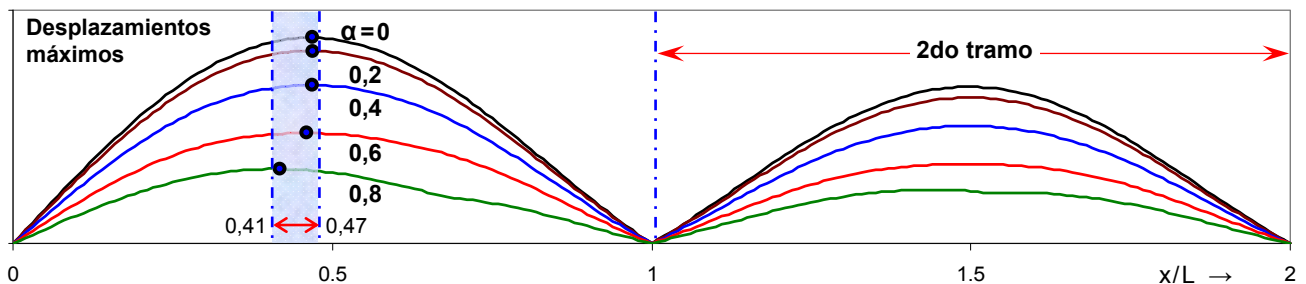


Figura 4: Envolvente de los desplazamientos máximos en los dos primeros tramos de una viga carrilera

En la Figura 3 se ha graficado la envolvente para los máximos momentos flectores causados por un tren de dos cargas. Se han considerado 5 valores igualmente espaciados para el parámetro α (0; 0,2; 0,4; 0,6 y 0,8). Los máximos ocurren en el primer tramo en el intervalo (0,34 < x/L < 0,43). Algo similar ocurre en la Figura 4 donde los desplazamientos máximos se producen en el intervalo (0,41 < x/L < 0,47). Aunque no se ha mostrado en los gráficos, el comportamiento del tercer tramo en adelante es muy similar al del segundo tramo, y los máximos en esos tramos también son menores a los del primer tramo. En consecuencia basta modelar solamente los dos primeros tramos como se indica en la Figura 5-b.

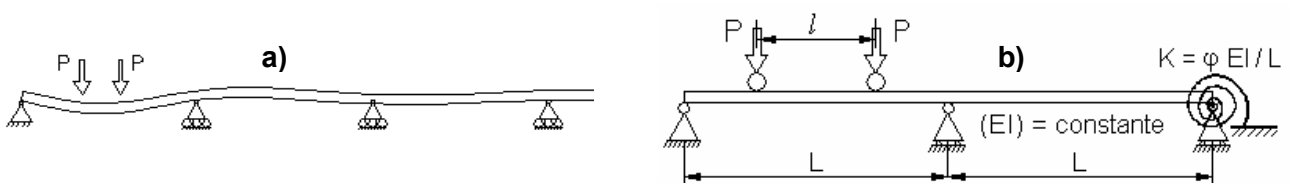


Figura 5: a) Esquema de deformaciones en la viga y b) Modelo simplificado para analizar una viga carrilera

Los tramos ignorados en el modelo de la Figura 5-b son tenidos en cuenta agregando un “resorte” (K) que es función del número de tramos omitidos (n_o), la rigidez flexional (EI) y el largo de los tramos (L). En la Tabla 1 se observa que el coeficiente φ no tiene cambios significativos cuando $n_o > 2$.

$$K_{(n_o)} = \varphi_{(n_o)} EI/L \quad (2)$$

Tabla 1: Valor de φ en función del número de tramos omitidos

$n_o \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	∞ (analítico)
$\varphi_{(n_o)} \rightarrow$	3	3,4280	3,4615	3,4639	3,4641	3,4641	$2\sqrt{3} = 3,4641016$

3. DESARROLLO DE FÓRMULAS PRÁCTICAS PARA VIGAS CARRILERAS

En el análisis de la viga intervienen las siguientes variables (Figura 5-b): distancia entre apoyos (L), distancia entre puntos de aplicación de las cargas (l), cargas (P) y rigidez flexional de viga (EI). En el diseño de las vigas carrileras deben verificarse dos propiedades muy importantes del perfil utilizado:

- La rigidez de la sección, dada por su momento de inercia (I), que determina la flecha ($\delta_{m\acute{a}x}$). Mientras mayor es el momento de inercia, menor es la flecha. Las normas exigen que los desplazamientos no superen una fracción prefijada de la distancia entre apoyos de la viga [2], por ejemplo L/750.
- La resistencia de la sección, dada por su módulo resistente (W), que determina las tensiones máximas. Las tensiones admisibles dependen del criterio de diseño y del material con que se construyen las vigas [3, 4].

Para adimensionalizar los resultados se tomaron como referencia los valores del desplazamiento máximo δ_o y del momento flector máximo Mf_o , correspondientes a una viga simplemente apoyada (Figura 6) de modo que las deformaciones y los esfuerzos máximos de la viga carrilera estarán dados por las siguientes expresiones:

$$\text{Momento flector máximo en la viga carrilera} \dots\dots\dots Mf_{m\acute{a}x} = m_P Mf_o \quad (3)$$

$$\text{Desplazamiento máximo de la viga carrilera} \dots\dots\dots \delta_{m\acute{a}x} = \delta_P \delta_o \quad (4)$$

El objetivo de este trabajo es determinar los coeficientes adimensionales m_P y δ_P en función de α .

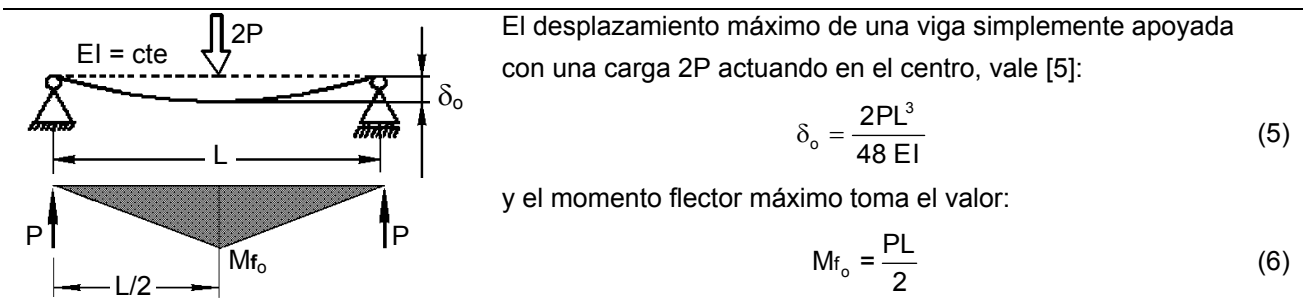


Figura 6: Viga simplemente apoyada tomada como referencia

Las fórmulas (3) y (4), cuya versión explícita está dada en las ecuaciones (11) y (15), permiten determinar con rapidez y precisión la rigidez y la resistencia necesarias para la sección de la viga carrilera:

$$Mf_{m\acute{a}x} = m_P \frac{PL}{2} \Rightarrow \sigma_{m\acute{a}x} = \frac{Mf_{m\acute{a}x}}{W} \leq \sigma_{adm} \quad \longrightarrow \quad W \geq W_{P_T} m_{P(\alpha)} \frac{PL}{2\sigma_{adm}} \quad (7)$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = \delta_P \frac{2PL^3}{48EI} \leq \delta_{adm} \quad \longrightarrow \quad I \geq I_{P_T} \delta_{P(\alpha)} \frac{PL^3}{24E\delta_{adm}} \quad (8)$$

donde los valores σ_{adm} y δ_{adm} están dados por las normas [2, 4] y los coeficientes W_{P_T} ($\approx 1,05$) e I_{P_T} ($\approx 1,01$) estiman la incidencia del peso propio.

4. CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES DE LAS FÓRMULAS PRÁCTICAS

Para calcular los coeficientes δ_p y m_p de las fórmulas prácticas (7) y (8) se utilizó el programa TRITE [6] que es de uso gratuito y permite analizar pórticos espaciales en régimen elástico lineal bajo cargas estáticas. Ese programa de elementos finitos resuelve simultáneamente varias hipótesis de carga y determina la envolvente de todas las hipótesis, obteniendo los valores máximos positivos y negativos. Una versión más moderna del programa Trite que funciona en un entorno Windows se denomina WTRITE [7] y también es de uso gratuito. Los detalles del programa WTRITE pueden consultarse en la referencia [8].

4.1 Momento flector máximo y desplazamiento máximo

Para el análisis de la viga carrilera se utilizó el modelo de la Figura 7 de 401 nudos, 400 barras y 3 apoyos.



Figura 7: Hipótesis de carga "N" para calcular el $M_{f_{máx}}$ y el $\delta_{máx}$

Los datos y los valores de referencia se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Propiedades de la viga y del material utilizado en el modelo para considerar las cargas móviles

Valores dato					Valores calculados			Viga simplemente apoyada	
L	b	h	P	E	$I = bh^3/12$	$W = bh^2/6$	$K = 2\sqrt{3} EI$	$M_{f_0} = PL/2$	$\delta_0 = (2PL^3)/(48EI)$
100	1,5	2	20	833333,33	1	1	2886751	1000	1

Se realizó una corrida para cada uno de los valores de α comprendidos en el rango de 0 a 1,4 con un espaciado igual a 0,05. En cada una de las 29 corridas, la primera hipótesis de carga contiene la carga 1 actuando sobre el primer apoyo ($n_1=1$) y la carga 2 a una distancia αL ($n_2=1+100\alpha$); la última hipótesis corresponde a la carga 2 actuando sobre el tercer apoyo (nudo 401). A modo de ejemplo, para $\alpha=0,2$ se utilizaron 381 hipótesis de carga, como se indica en la Tabla 2.

Tabla 2: Ubicación de las cargas en cada hipótesis de carga para un dado valor de α

Hipótesis	1	2	N	última
Nudo n_1	1	2	N	401-100 α
Nudo n_2	1+100 α	2+100 α	N+100 α	401

Las corridas se realizaron con el programa Trite cuyo archivo de entrada se llena con un editor de códigos ASCII. Las secuencias de datos de coordenadas, barras e hipótesis de cargas son muy repetitivas y por lo tanto fáciles de programar, en este caso se pegaron datos generados previamente en una planilla EXCEL.

En cada corrida se obtuvieron los máximos (momento flector y desplazamiento) inspeccionando los 401 nudos en que se discretizó la viga de la Figura 7 (lo hace el software automáticamente al calcular la envolvente). También se determinó donde ocurren los máximos y donde está ubicado el tren de cargas cuando los produce. Para determinar el máximo de la función continua se interpoló con una parábola que pasa por el máximo (punto discreto) y por los dos puntos vecinos (uno anterior y otro posterior). Por ese método se calcularon los valores máximos y las coordenadas de la viga donde se producen los máximos.

Los resultados obtenidos para los coeficientes adimensionales en función de α (m_p , \bar{x}_2 , \bar{x}_3 , δ_p , \bar{x}_5 , y \bar{x}_6), se dan en las columnas 1, 2, 3, 4, 5 y 6 de la Tabla 5 y se grafican en las Figuras 11, 12 y 13. En esas figuras los puntos discretos son resultados del Trite mejorados por la interpolación parabólica antes descrita y en línea continua se graficaron los coeficientes adimensionales de las "fórmulas prácticas" (Ecuaciones 11, 12, 13, 15, 16 y 17) que se ajustaron por polinomios apropiados tratando de que las fórmulas resultaran simples (del menor grado posible) pero precisas. Los coeficientes de los polinomios se determinaron con el programa INTER2 que ajusta polinomios por el método de mínimos cuadrados [9]. Ese programa permite fijar uno o varios de los coeficientes y luego minimiza el error del ajuste variando los restantes coeficientes.

En la Figura 11-a se observa que para $\alpha = 0$ el momento flector máximos en la viga hiperestática es un 18 % menor que el correspondiente a una viga simplemente apoyada, luego m_p disminuye con α . Para valores de α mayores a 0,7 m_p es menor a 0,4. Para el intervalo $0,783 < \alpha < 1,017$ el máximo M_f ocurre en el segundo apoyo, de lo contrario ocurre debajo de la carga 1 en la zona comprendida entre el 34 y el 46 % del primer tramo, como se ve en la Figura 12-a. Notar que por razones prácticas el valor "óptimo" de α está próximo a 0,78 porque si α es grande el gancho de izaje no puede llegar a los extremos de la nave.

En la Figura 11-b se ha graficado el coeficiente adimensional δ_p que empieza valiendo 0,7 cuando α es igual a cero y luego decrece hasta tomar valores menores a 0,3 cuando α es mayor a 0,7. La Figura 12-b muestra que el $\delta_{m\acute{a}x}$ ocurre en la zona comprendida entre el 40 y el 49 % de la luz del primer tramo.

En la Figura 13-a se observa que la carga 1 del tren que produce el $M_{f_{m\acute{a}x}}$ siempre actúa en el primer tramo ($0,34 < \bar{x}_3 < 0,59$) mientras que para producir el $\delta_{m\acute{a}x}$ (ver Figura 13-b) también actúa en el primer tramo ($0,22 < \bar{x}_6 < 0,53$). En la Figura 8 se muestra donde debe estar ubicado el tren de cargas para producir los máximos para 4 valores de α (0,2; 0,5; 1,0 y 1,4).

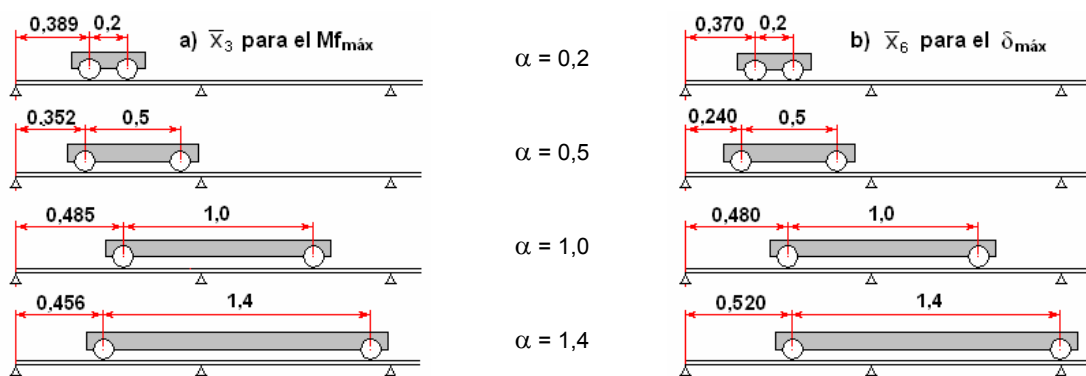


Figura 8: Ubicación de las cargas para producir: a) Momento flector máximo (\bar{x}_3), b) desplazamiento máximo (\bar{x}_6)

La columna 7 de la Tabla 5 muestra el corte adimensional debido al tren de cargas ($Q_p = Q/P$) en la coordenada \bar{x}_2 (columna 2) donde el M_f causado por el tren de cargas es máximo. El coeficiente Q_p determinado con el Trite y su polinomio de ajuste calculado con el Inter2 se han graficado en la Figura 14-a.

4.2 Incidencia del peso propio

En este apartado se describe el modelo utilizado para determinar la contribución del peso propio a los máximos causados por el tren de cargas móviles (momento flector máximo y desplazamiento máximo). Como los resultados del apartado anterior muestran que esos máximos solamente ocurren en la zona comprendida entre el 34 y el 49 % (ver Figuras 12-a y 12-b) del primer tramo (o sobre el segundo apoyo), se discretizó esa zona con 16 nudos distanciados $L/100$. Para el análisis de la incidencia del peso propio se utilizó el modelo simétrico de la Figura 9 de 22 nudos, 21 barras y 6 apoyos.

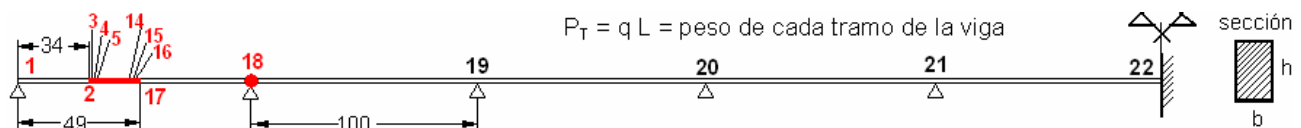


Figura 9: Modelo de viga continua para considerar el peso propio

Se realizó una sola corrida con una única hipótesis de carga (peso propio) y se dio al material un peso específico ficticio (ρ) para tener valores de referencia (viga simplemente apoyada) convenientes. Todo esto se indica en la Tabla 3 donde q es el peso por unidad de longitud. Las coordenadas de los nudos se indican en la Tabla 4.

Tabla 3: Propiedades de la viga y del material utilizado para considerar el peso propio

Datos					Valores calculados		Viga simplemente apoyada		
L	b	h	ρ	E	$I = bh^3/12$	$q = (bh)\rho$	$P_T = qL$	$M_{f_0} = qL^2/8$	$\delta_0 = (5qL^4)/(384EI)$
100	1,5	2	0,266667	1041666,67	1	0,8	80	1000	1

Tabla 4: Coordenadas de los nudos del modelo de viga con peso propio

nudo	1	2	3	16	17	18	19	20	21	22
coordenada	0	34	35	48	49	100	200	300	400	500

Los resultados obtenidos con el Trite para los momentos flectores (m_{P_T}) y los desplazamientos (δ_{P_T}) se ajustaron con una función cuadrática de $\bar{x} = x/L$ en las zonas de interés, dando:

$$m_{P_T} = 3,1547 \bar{x} - 4 \bar{x}^2 \quad (0,34 < \bar{x} < 0,46) \quad \delta_{P_T} = 2,274 \bar{x} - 2,572 \bar{x}^2 \quad (0,40 < \bar{x} < 0,49) \quad (9)$$

Posteriormente se evaluaron las Ecuaciones (9) en las coordenadas de los máximos (columnas 2 y 5 de la Tabla 5), obteniéndose los valores que se dan en las columnas 9 y 10 de la Tabla 5. Notar que de esa manera los coeficientes adimensionales (m_{P_T} y δ_{P_T}) quedan en función de α . Estos valores (puntos) y sus polinomios de interpolación por mínimos cuadrados (línea continua) se graficaron en la Figura 15. Notar que ambos coeficientes son aproximadamente constantes (varían muy poco con α).

La columna 8 de la Tabla 5 muestra el corte debido al peso propio (Q_{P_T}) en la coordenada \bar{x}_2 (columna 2) donde el Mf causado por el tren de cargas es máximo. Se siguió un procedimiento similar al usado para obtener las columnas 9 y 10. El corte Q_{P_T} se ha graficado en la Figura 14-b.

Tabla 5: Resultados obtenidos con el Programa Trite

α //L	Acción del tren de cargas (2P)							Peso Propio (P_T)		
	Mf _{máx} m_P	Donde \bar{x}_2	Carga 1 \bar{x}_3	$\delta_{máx}$ δ_P	Donde \bar{x}_5	Carga 1 \bar{x}_6	Corte Q_P	Corte Q_{P_T}	Mf m_{P_T}	Desplaz. δ_{P_T}
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,00	0,8189	0,4273	0,4273	0,7059	0,4660	0,465	0,9582	-0,0328	0,6184	0,5000
0,05	0,7722	0,4170	0,4170	0,7029	0,4655	0,440	0,9259	-0,0225	0,6206	0,5003
0,10	0,7278	0,4071	0,4071	0,6942	0,4666	0,415	0,8939	-0,0126	0,6220	0,5006
0,15	0,6858	0,3978	0,3978	0,6801	0,4657	0,390	0,8621	-0,0033	0,6225	0,5008
0,20	0,6461	0,3890	0,3890	0,6611	0,4670	0,370	0,8305	0,0055	0,6224	0,5010
0,25	0,6088	0,3808	0,3808	0,6374	0,4663	0,345	0,7994	0,0137	0,6217	0,5012
0,30	0,5739	0,3733	0,3733	0,6096	0,4670	0,320	0,7687	0,0212	0,6207	0,5014
0,35	0,5414	0,3665	0,3665	0,5780	0,4675	0,300	0,7385	0,0280	0,6194	0,5015
0,40	0,5112	0,3606	0,3606	0,5430	0,4675	0,280	0,7089	0,0339	0,6180	0,5016
0,45	0,4835	0,3555	0,3555	0,5050	0,4670	0,260	0,6800	0,0390	0,6166	0,5017
0,50	0,4582	0,3516	0,3516	0,4645	0,4667	0,240	0,6516	0,0429	0,6154	0,5017
0,55	0,4353	0,3489	0,3489	0,4220	0,4640	0,230	0,6239	0,0456	0,6145	0,5018
0,60	0,4150	0,3477	0,3477	0,3785	0,4541	0,225	0,5968	0,0468	0,6140	0,5018
0,65	0,3974	0,3484	0,3484	0,3356	0,4371	0,245	0,5703	0,0461	0,6140	0,5018
0,70	0,3825	0,3509	0,3509	0,2990	0,4145	0,300	0,5451	0,0436	0,6148	0,5017
0,75	0,3704	0,3544	0,3544	0,2724	0,4093	0,355	0,5225	0,0401	0,6163	0,5017
0,783										
0,80	0,3640	1,0000	0,580	0,2555	0,4120	0,390	0,7667	0,6055	0,8436	0,5016
0,85	0,3630	1,0000	0,555	0,2452	0,4188	0,420	0,7356	0,6055	0,8436	0,5014
0,90	0,3601	1,0000	0,530	0,2403	0,4271	0,440	0,7107	0,6055	0,8436	0,5013
0,95	0,3552	1,0000	0,510	0,2401	0,4352	0,460	0,6849	0,6055	0,8436	0,5011
1,00	0,3483	1,0000	0,485	0,2437	0,4449	0,480	0,6581	0,6055	0,8436	0,5009
1,017										
1,05	0,3464	0,3998	0,3998	0,2503	0,4543	0,495	0,5660	-0,0046	0,6224	0,5007
1,10	0,3493	0,4092	0,4092	0,2592	0,4615	0,505	0,5732	-0,0147	0,6216	0,5005
1,15	0,3537	0,4193	0,4193	0,2699	0,4678	0,515	0,5783	-0,0248	0,6199	0,5002
1,20	0,3604	0,4290	0,4290	0,2816	0,4723	0,520	0,5813	-0,0345	0,6176	0,4999
1,25	0,3659	0,4379	0,4379	0,2940	0,4767	0,525	0,5822	-0,0434	0,6149	0,4996
1,30	0,3732	0,4454	0,4454	0,3065	0,4803	0,525	0,5811	-0,0509	0,6122	0,4992
1,35	0,3814	0,4514	0,4514	0,3188	0,4820	0,520	0,5782	-0,0569	0,6097	0,4988
1,40	0,3884	0,4556	0,4556	0,3305	0,4827	0,520	0,5737	-0,0611	0,6076	0,4984

4.3 Envolvente de las reacciones de apoyo por el tren de cargas y el peso propio

Para determinar la envolvente de las reacciones causadas por las cargas móviles se utilizó el modelo de la Figura 10 de 601 nudos, 600 barras, 7 apoyos y la rigidez K que reemplaza a los tramos omitidos. Se hicieron 15 corridas para valores de α igualmente espaciados entre 0 y 1,4. Para cada valor de α se hizo transitar el tren de cargas hasta que la carga 2 llegó al nudo 601. Los archivos de datos se confeccionaron de una manera relativamente simple programando planillas en Excel que luego fueron copiadas y pegadas en el archivo de datos del Trite con un editor de códigos ASCII. Por ejemplo, para $\alpha = 0,8$ se consideraron simultáneamente 521 hipótesis de carga y los archivos (datos y resultados) tenían 6000 líneas cada uno.

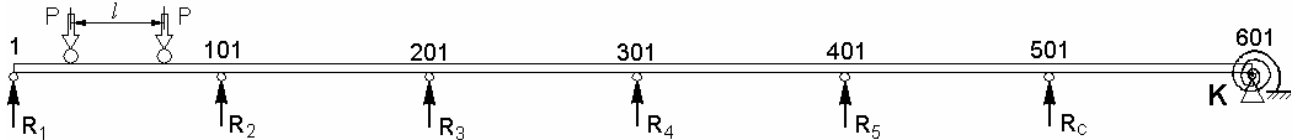


Figura 10: Modelo usado para determinar la envolvente de las reacciones de apoyo causadas por el tren de cargas

Los resultados se han graficado en la Figura 16, los puntos son los resultados del Trite y en línea continua se dan los ajustes polinómicos. En la Figura 16-a se graficaron las reacciones máximas hacia arriba; a partir de 4to apoyo los valores son muy similares ($R_3^+ \approx R_4^+ \dots \approx R_c^+$). En la Figura 16-b se graficaron las reacciones máximas hacia abajo, a partir del 5to apoyo los valores son muy similares ($R_4^- \approx R_5^- \dots \approx R_c^-$).

Posteriormente se obtuvieron las reacciones por peso propio con el modelo de la Figura 9:

$$R_1 = 0,3944 P_T \quad R_2 = 1,134 P_T \quad R_3 = 0,9641 P_T \quad R_4 = 1,01 P_T \quad R_5 \approx R_c = P_T \quad (10)$$

Las fórmulas prácticas para las reacciones máximas hacia arriba se dan en la Ecuación (18) y las reacciones máximas hacia abajo en la Ecuación (19), en ambos caso se incluyeron el tren de cargas y el peso propio.

4.4 Gráfico de los coeficientes adimensionales

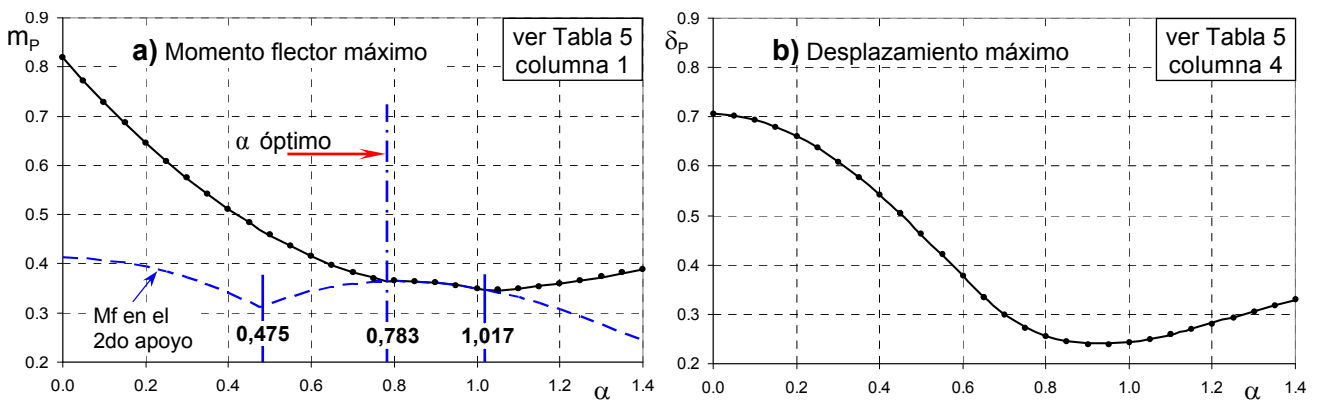


Figura 11: Valores máximos debidos al tren de cargas: a) Momento flector máximo y b) Desplazamiento máximo

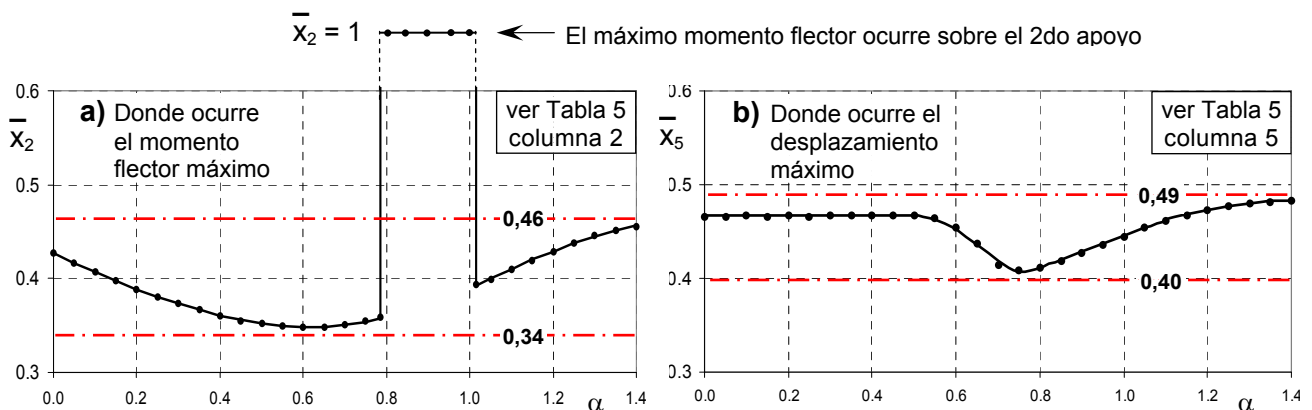


Figura 12: Coordenadas x/L donde ocurren los máximos debido al tren de cargas: a) Momento flector, b) Desplazamiento

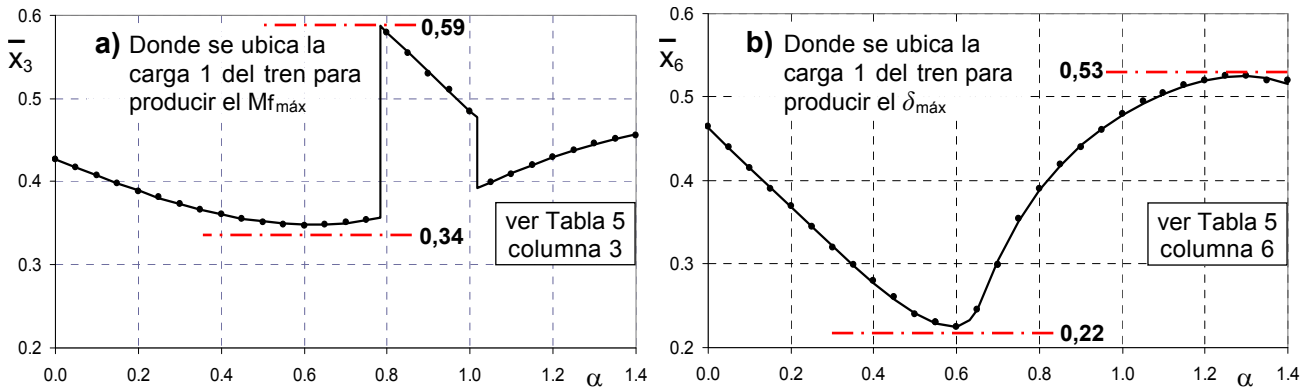


Figura 13: Coordenada x/L donde se ubica la carga 1 cuando produce el máximo: a) Momento flector, b) Desplazamiento

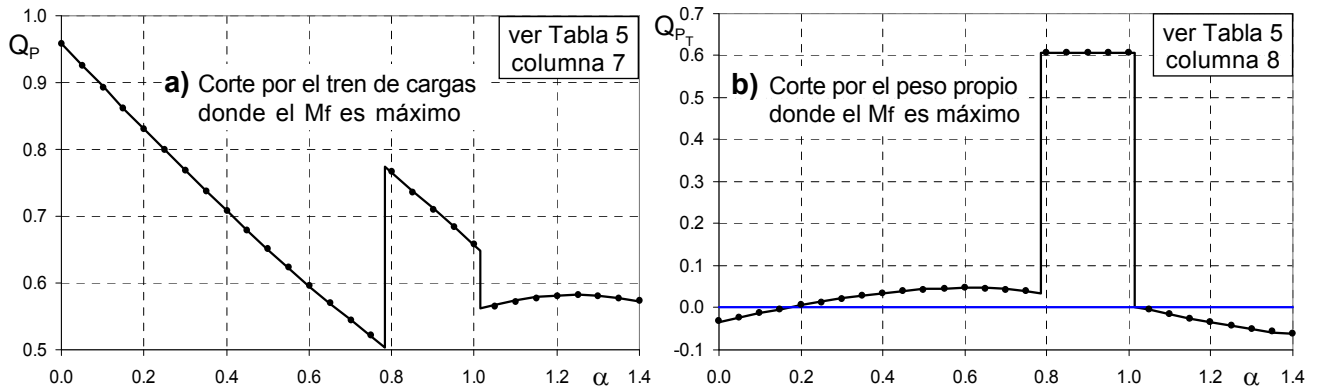


Figura 14: Valor del esfuerzo de corte donde el MF es máximo: a) por el tren de cargas y b) por el peso propio

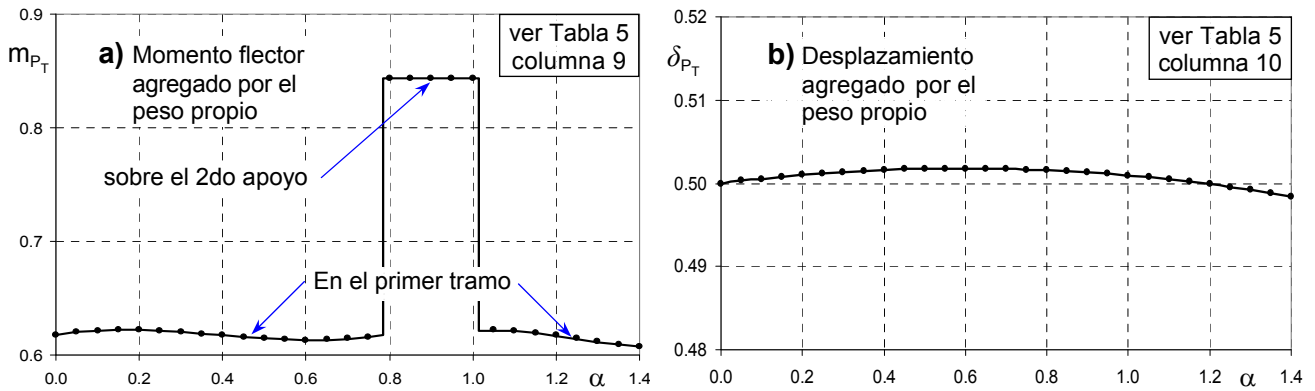


Figura 15: Valores agregados por el peso propio: a) Momento flector y b) Desplazamiento

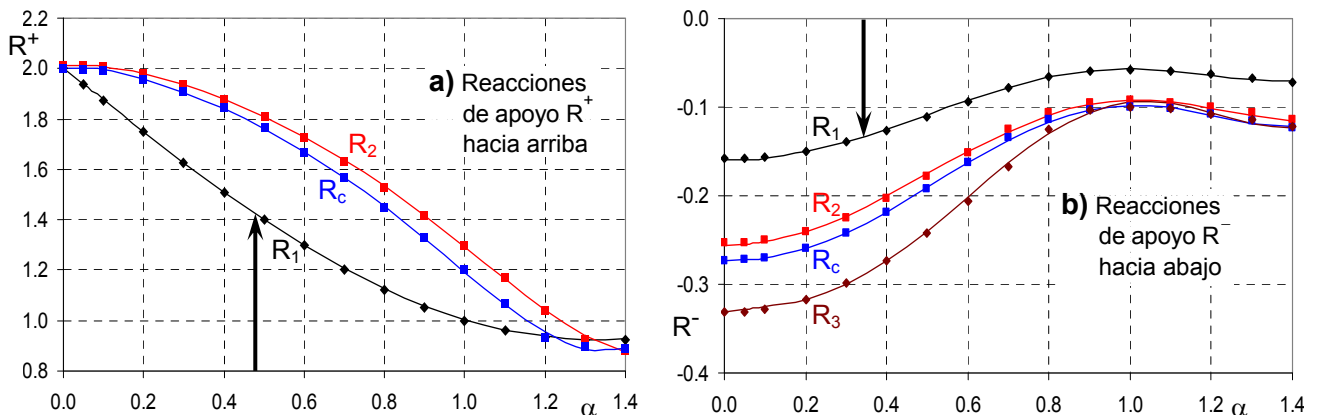
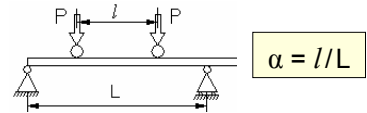


Figura 16: Reacciones máximas por el tren de cargas. a) hacia arriba y b) hacia abajo

5. FÓRMULAS PRÁCTICAS

5.1 Máximo momento flector



$$M_{f_{\max}} = m_p (PL / 2) + m_{P_T} (P_T L / 8) \quad (11)$$

P_T es el peso propio de cada tramo de la viga. La incidencia del peso propio se puede estimar en un 5 %.

$$m_p = 0,8188 - 0,953 \alpha + 0,44 \alpha^2 + 0,045 \alpha^3 \quad m_{P_T} = 0,618 + 0,055 \alpha - 0,2125 \alpha^2 + 0,18 \alpha^3 \dots \alpha \leq 0,78$$

$$m_p = \alpha - 0,8 \alpha^2 + 0,15 \alpha^3 \quad m_{P_T} = 0,8436 \dots 0,78 < \alpha \leq 1,02$$

$$m_p = 0,435 - 0,24 \alpha + 0,148 \alpha^2 \quad m_{P_T} = -0,055 + 1,7 \alpha - 1,39 \alpha^2 + 0,367 \alpha^3 \dots 1,02 < \alpha \leq 1,40$$

$$\text{Momento máximo sobre el 2do apoyo} \rightarrow m_p = \begin{cases} 0,4125 - 0,467 \alpha^2 - 0,04 \alpha^3 \dots \alpha \leq 0,475 \\ \alpha - 0,8 \alpha^2 + 0,15 \alpha^3 \dots 0,475 < \alpha > 1,4 \end{cases}$$

5.1.1 Coordenada donde ocurre el M_f máximo

$$(\text{primer tramo}) \bar{x}_2 = \begin{cases} 0,4272 - 0,204 \alpha + 0,038 \alpha^2 + 0,138 \alpha^3 \dots \alpha \leq 0,78 \\ 1,00 \dots 0,78 < \alpha \leq 1,02 \\ -0,0124 + 0,565 \alpha - 0,1642 \alpha^2 \dots 1,02 < \alpha \leq 1,40 \end{cases} \quad (12)$$

5.1.2 Ubicación del tren de cargas que produce el $M_{f_{\max}}$ (coordenada donde actúa la carga 1 del tren)

$$(\text{primer tramo}) \bar{x}_3 = \begin{cases} 0,4272 - 0,204 \alpha + 0,038 \alpha^2 + 0,138 \alpha^3 \dots \alpha \leq 0,78 \\ 0,955 - 0,47 \alpha \dots 0,78 < \alpha \leq 1,02 \\ -0,0124 + 0,565 \alpha - 0,1642 \alpha^2 \dots 1,02 < \alpha \leq 1,40 \end{cases} \quad (13)$$

5.1.3 Valor del Corte donde ocurre el Máximo momento flector

$$Q = Q_p P + Q_{P_T} P_T \quad (14)$$

$$Q_p = 0,958 - 0,64 \alpha + 0,1 \alpha^3 \quad Q_{P_T} = -0,033 + 0,2 \alpha - 0,183 \alpha^3 \dots \alpha \leq 0,78$$

$$Q_p = 1,2 - 0,543 \alpha \quad Q_{P_T} = 0,6055 \dots 0,78 < \alpha \leq 1,02$$

$$Q_p = -0,021 + 0,97 \alpha - 0,39 \alpha^2 \quad Q_{P_T} = -0,641 + 2,07 \alpha - 2,03 \alpha^2 + 0,605 \alpha^3 \dots 1,02 < \alpha < 1,40$$

5.2 Máximo desplazamiento

$$\delta_{\max} = \delta_p 2PL^3 / (48EI) + \delta_{P_T} 5P_T L^3 / (384EI) \quad (15)$$

$$\delta_p = \begin{cases} 0,7059 - 1,23 \alpha^2 + 0,53 \alpha^3 \dots \alpha \leq 0,45 & 2,144 - 5,4 \alpha + 5 \alpha^2 - 1,5 \alpha^3 \dots 0,65 < \alpha \leq 1,1 \\ 0,888 - 0,85 \alpha \dots 0,45 < \alpha \leq 0,65 & 0,2355 \alpha \dots 1,1 < \alpha \leq 1,4 \end{cases}$$

$$\delta_{P_T} = 0,5 + 0,006 \alpha - 0,005 \alpha^2 = 0,5008 \quad (\text{prácticamente constante}) \dots 0 < \alpha \leq 1,4$$

Notar que la contribución del peso propio es muy pequeña (del orden del 1 %).

5.2.1 Coordenada donde ocurre el desplazamiento máximo (en el primer tramo)

$$\bar{x}_5 = \begin{cases} 0,4667 \dots \alpha \leq 0,5 & 1,459 - 8,9 \alpha + 28 \alpha^2 - 37 \alpha^3 + 17,326 \alpha^4 \dots 0,5 < \alpha \leq 0,8 \\ 0,2773 + 0,168 \alpha \dots 0,8 < \alpha \leq 1,1 & 0,065 + 0,59 \alpha - 0,208 \alpha^2 \dots 1,1 < \alpha \leq 1,4 \end{cases} \quad (16)$$

5.2.2 Ubicación del tren de cargas que produce el δ_{\max} (coordenada donde actúa la carga 1 del tren)

$$(\text{primer tramo}) \bar{x}_6 = \begin{cases} 0,463 - 0,475 \alpha + \alpha^6 \dots \alpha \leq 0,55 \\ -2,513 + 16,36 \alpha - 3,19 \alpha^2 + 20,4 \alpha^3 \dots 0,55 < \alpha \leq 0,70 \\ -2,821 + 10,45 \alpha - 13 \alpha^2 + 7,55 \alpha^3 - 1,7 \alpha^4 \dots 0,70 < \alpha \leq 1,40 \end{cases} \quad (17)$$

5.3 Vigas carrileras de 2 y tres tramos

5.3.1 Viga de tres tramos

Basta reemplazar el valor del resorte en las Figuras 5-b y 7 bajando el valor de φ en la Ecuación (2) de 3,464 a 3. Los cambios en los resultados son insignificantes (menores al 1 % en todo el rango de la variable α).

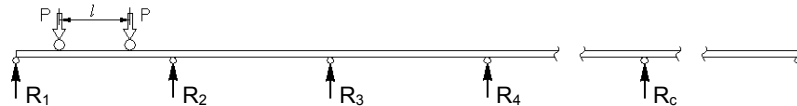
5.3.2 Viga de dos tramos

Se quitó el resorte en los modelos de las Figuras 5-b y 7 y se repitieron los cálculos. Los cambios en los resultados son relativamente pequeños y se resumen a continuación: En el rango $0 < \alpha < 0,75$ el $M_{f_{\max}}$ se incrementa en no más del 1,5 % y el δ_{\max} se incrementa en no más del 3 %. Cuando $\alpha > 0,75$ las diferencias son algo mayores pero nunca llegan al 10 %.

5.4 Máximas reacciones de apoyo

5.4.1 Máximas reacciones hacia arriba ($0 < \alpha \leq 1,4$)

$$\begin{aligned} R_1^+ &= (2 - 1,228 \alpha - 0,1855 \alpha^2 + 0,54 \alpha^3 - 0,123 \alpha^4) P + 0,3944 P_T \\ R_2^+ &= (2,01 + 0,1716 \alpha - 2,07 \alpha^2 + 2,93 \alpha^3 - 2,633 \alpha^4 + 0,885 \alpha^5) P + 1,1340 P_T \\ R_c^+ &= (2 + 0,1424 \alpha - 2,2574 \alpha^2 + 3,331 \alpha^3 - 3,16 \alpha^4 + 1,1375 \alpha^5) P + P_T \\ R_3^+ &\approx R_4^+ \dots \approx R_c^+ \end{aligned} \quad (18)$$



5.4.1 Máximas reacciones hacia abajo ($0 < \alpha \leq 1,4$)

$$\begin{aligned} R_1^- &= (-0,1594 + 0,2 \alpha + 0,2 \alpha^2 - 0,4863 \alpha^3 + 0,189 \alpha^4) P + 0,3944 P_T \\ R_2^- &= (-0,256 + 0,01 \alpha + 0,32 \alpha^2 + 0,21 \alpha^3 - 0,615 \alpha^4 + 0,239 \alpha^5) P + 1,1340 P_T \\ R_3^- &= (-0,332 + 0,085 \alpha - 0,39 \alpha^2 + 2,19 \alpha^3 - 2,41 \alpha^4 + 0,763 \alpha^5) P + 0,9641 P_T \\ R_c^- &= (-0,2732 + 0,282 \alpha^2 + 0,46 \alpha^3 - 0,9 \alpha^4 + 0,3335 \alpha^5) P + P_T \\ R_4^- &\approx R_5^- \approx \dots \approx R_c^- \end{aligned} \quad (19)$$

6. CASO PRÁCTICO

Como ejemplo se considera una viga carrilera para puente grúa con las siguientes características. Distancia entre apoyos de la viga carrilera $L = 660$ cm. Distancia entre ruedas $l = 239$ cm. ($\alpha = 0,362$). Carga máxima en cada rueda $P = 12800$ Kg. Flecha máxima $\delta_{adm} = L/750$ [2]. Riel de rodadura macizo de 38×38 mm, material SAE 1010 donde $E = 2100000$ kg/cm² y $\sigma_{adm} = 1128$ kg/cm² [4] (se consideró tensión de fluencia 2200 Kg/cm², amplificación dinámica 1,3 y coeficiente de seguridad 1,5).

6.1 Determinación del módulo resistente requerido

Se debe determinar el módulo resistente (W) de modo que $\sigma < \sigma_{adm} = 1128$ Kg/cm².

$$\text{Ec. (11)} \rightarrow m_p = 0,8188 - 0,953 \times 0,362 + 0,44 \times 0,362^2 + 0,045 \times 0,362^3 = 0,5336$$

La incidencia del peso propio se estima en un 5 %, por lo tanto:

$$\text{Ec. (7)} \rightarrow W_{req} \geq 1,05 \times 0,5336 \times 12800 \times 660 / (2 \times 1128) \longrightarrow W_{req} \geq 2100 \text{ cm}^3 \quad (20)$$

6.2 Determinación del momento de Inercia requerido

Se deben limitar los desplazamientos de modo que $\delta_{\max} < \delta_{adm} = 660/750 = 0,88$ cm.

$$\text{Ec. (15)} \rightarrow \delta_p = 0,7059 - 1,123 \times 0,362^2 + 0,53 \times 0,362^4 = 0,5699$$

La incidencia del peso propio se estima en un 1,5 %, por lo tanto:

$$\text{Ec. (8)} \rightarrow I_{req} \geq 1,015 \times 0,5699 \times 12800 \times 660^3 / (24 \times 2100000 \times 0,88) \longrightarrow I_{req} \geq 48000 \text{ cm}^4 \quad (21)$$

La Figura 17 muestra tres alternativas que satisfacen los requerimientos: a) perfil GREY 360, b) combinación de perfiles normales IPE 360 y UPN 260 y c) perfil de chapa plegada y soldada en forma de trapecio. El análisis para seleccionar la sección más conveniente escapa el alcance de este trabajo.

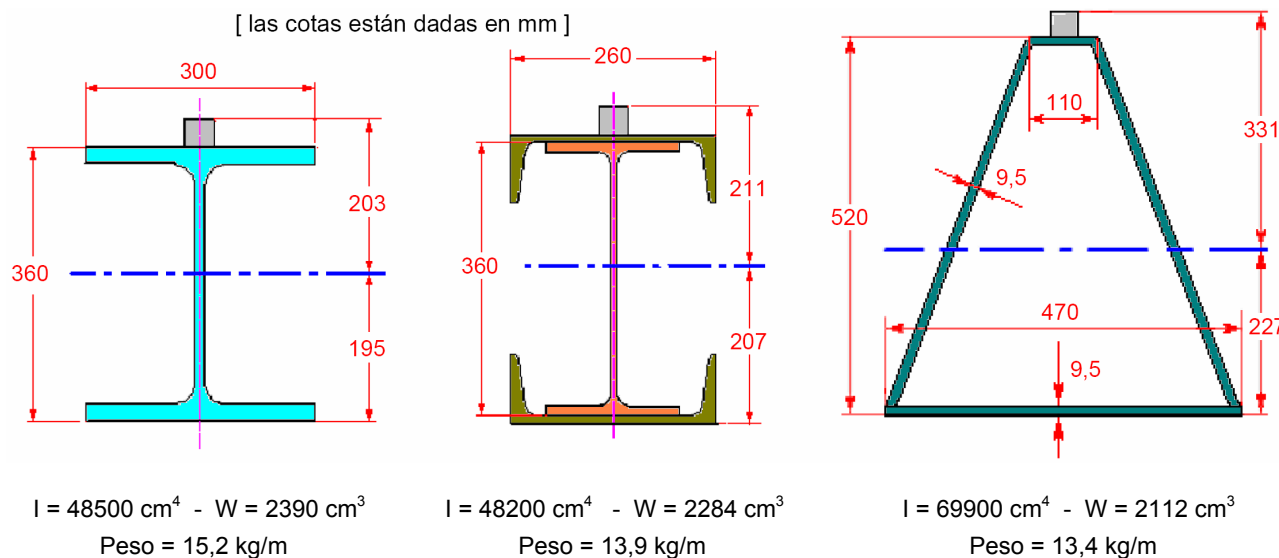


Figura 17: Tres alternativas para la sección de la viga carrilera que cumplen con los requerimientos mínimos

7. CONCLUSIONES

Se desarrollaron fórmulas prácticas para dimensionar vigas carrileras para puentes grúas de una manera muy simple. Esas fórmulas permiten determinar de manera rápida y muy precisa tanto del momento de inercia como del módulo resistente que se requiere para limitar el desplazamiento máximo y la tensión máxima para cumplir con las normas.

La metodología propuesta es de suma utilidad para dimensionar las vigas carrileras y presupuestar la fabricación de las mismas teniendo un conocimiento rápido y preciso de pesos y costos. El proyectista puede utilizar el tiempo de cálculo ahorrado para analizar varias alternativas y así poder elegir la solución más eficiente.

8. REFERENCIAS

- [1] S.A. König, *Estudio de Vigas Carrileras para Puentes Grúa*, Trabajo Final de grado, Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Asesor: Julio C. Massa, 2003.
- [2] Norma Española UNE 76-201-88, *Construcciones Metálicas - Caminos de rodadura de Puentes Grúa - Bases de cálculo*, Asociación Española de Normalizaciones y Certificaciones, AENOR Octubre de 1988.
- [3] R.G. Budynas, J.K. Nisbett, M.A. Ríos Sánchez, *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley - Octava edición*, Mc Graw Hill, 2008.
- [4] Norma DIN 15 018 Parte 1, *Cranes - Steel structures - Verificación y Análisis*, Noviembre de 1984.
- [5] C.A. Prato y J.C. Massa, *Análisis de Estructuras de barras - Método de las Fuerzas*, ISBN 978-987-572-192-1, Editorial: Jorge Sarmiento Editor / Universitas Libros, 2008.
- [6] J.C. Massa, *Programa Trite: Manual del Usuario*, Departamento de Estructuras, F.C.E.F.yN. U.N.C., http://www.efn.unc.edu.ar/departamentos/estruct/calculo_1/SOFT_CEI.HTM, 2004.
- [7] M.E. Díaz y J.C. Massa "Sistema WTRITE", <http://wwrite.net/>
- [8] M.E. Díaz y J.C. Massa, *Desarrollo de un entorno Windows para un programa de análisis estático de estructuras de barras*, Congreso Información y Comunicación para la Sociedad del Conocimiento, CNIT 2009, Córdoba, Argentina, 16, 17 y 18 de Junio de 2009.
- [9] J.C. Massa, "Programa INTER2: Manual del Usuario", Departamento de Estructuras, F.C.E.F.yN. UNC. http://www.efn.unc.edu.ar/departamentos/estruct/calculo_1/SOFT_CEI.HTM, 2002.