



II CAIM 2010
Segundo Congreso Argentino
de Ingeniería Mecánica
San Juan - Noviembre 2010

Sistema de aislamiento de vibraciones aplicable a salas industriales con equipamiento sensible

José E. Stuardi, Marcelo A. Ceballos y Julio C. Massa

*Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales,
Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, (5000) Córdoba, Argentina.*

Tel/Fax: +54-3514334145 - E-mail: jstuardi@gmail.com

RESUMEN

La utilización de moderno equipamiento sensible en plantas industriales, donde los niveles de vibraciones son relativamente altos, es cada vez más frecuente. Su instalación requiere cumplir con las especificaciones del fabricante en cuanto a los límites máximos tolerados, lo que puede conseguirse con instalaciones adecuadas. En vez de construir aislamientos individuales para cada equipo, en algunos casos es ventajoso optar por superficies aisladas o losas flotantes, lo que provee adecuada flexibilidad de layout.

Para el diseño de losas flexibles frecuentemente son utilizados modelos simplificados de un grado de libertad, despreciando la influencia de la flexibilidad flexional de las losas y la contribución a la respuesta de los modos flexionales. La excitación de base rígida es además una simplificación frente a la excitación real consistente en trenes de ondas propagadas por la superficie de base donde apoyan los aisladores.

En el presente trabajo se investiga la respuesta dinámica de losas aisladas contra vibraciones y excitadas desde la base y a través del sistema de aislamiento, por ondas superficiales propagadas en el semiespacio homogéneo de suelo, teniendo además en cuenta la flexibilidad de las losas. Se considera como excitación a ondas viajeras superficiales con un frente de onda plano. La efectividad del aislamiento se cuantifica a partir de los desplazamientos máximos de la losa calculados en el dominio de la frecuencia para una excitación con ancho de banda dentro del rango de interés de los equipamientos comerciales típicos. Finalmente, en las conclusiones del trabajo se esbozan en forma cualitativa algunas recomendaciones generales de diseño que surgen del análisis realizado.

Palabras Claves: equipamiento sensible, losas flotantes, aislamiento de vibraciones

1. INTRODUCCIÓN

La transmisibilidad de vibraciones a un sistema dinámico desde su base es a menudo descrita en función de la frecuencia de excitación utilizando como parámetro a la relación de amortiguamiento del sistema aislado. Este modelo de oscilador simple resulta aplicable en masas suspendidas, constituidas por máquinas, equipamientos y fundaciones, que en si mismas pueden asumirse como rígidas dentro del rango de frecuencias de interés. Las losas protegidas mediante aislamiento de base, que son utilizadas para el montaje de equipos sensibles, constituyen en cambio un tipo de estructura que requiere de consideraciones más detalladas. Los modos flexionales pueden adquirir una influencia notable en la transmisibilidad vertical de la losa, si la fuente excitatriz posee contenidos de frecuencias próximas a las frecuencias propias del sistema produciendo resonancias capaces de degradar la efectividad del sistema de aislamiento.

Los efectos de las resonancias de losas flotantes utilizadas en el aislamiento de vibraciones generadas por vibraciones inducidas por trenes han sido estudiados a partir de la década del 70. Saurenmann, Nelson y Wilson [1] reportaron que los efectos debidos a la flexibilidad de las losas impiden reducciones de transmisibilidad mayores a 20 dB. Lombaert et al. [2, 3] estudiaron la efectividad de sistemas de losas flotantes diseñadas para el control de vibraciones inducidas por trenes, Kawaharazuka et al. [4] realizaron mediciones de vibraciones en modelos de losas flotantes en escala real notando la degradación de la eficiencia por los modos flexionales y Cox et al. [5] estudiaron las vibraciones medidas en un modelo, llegando a similares conclusiones respecto de los picos en la respuesta obtenidos. Hui y Ng. [6,7] estudiaron la eficiencia de pisos y salas flotantes para controlar la transmisión de vibraciones y ruido estructural, reportando mejoras en la transmisibilidad mediante la incorporación de rigidizadores que aumentan las frecuencias propias flexionales y por el posicionamiento de los aisladores en los nodos de los primeros modos. Si bien estos antecedentes se refieren en general al aislamiento de la emisión generada por trenes, donde existen condicionamientos derivados de la dinámica de losa, deflexión, fatiga de rieles, estabilidad, etc., que no existen en el caso tratado, comparten la misma problemática referente a la transmisibilidad.

Un aspecto original del presente trabajo, consiste en la consideración de trenes de ondas armónicas propagados en el suelo como fuente de excitación: para el estudio de la transmisibilidad se asume que los aisladores se encuentran apoyados sobre un semiespacio homogéneo de suelo caracterizado por una velocidad de propagación de ondas superficiales (ondas de Rayleigh). Se asume además que la fuente excitatriz se encuentra suficientemente alejada del sistema aislado respecto a sus dimensiones, lo que permite adoptar un frente de onda plano y perpendicular a la dirección de propagación, mientras que el decaimiento de amplitudes del movimiento de la superficie del terreno es despreciado. Estas hipótesis permiten reducir el número de parámetros involucrados sin desmejorar las conclusiones obtenidas en cuanto a la identificación de los principales parámetros que afectan la transmisibilidad de las losas aisladas, lo que constituye un objetivo primario del presente trabajo. Debido a la complejidad del análisis, el estudio de las losas requiere un tratamiento numérico, del que no surge en forma explícita la relación entre los parámetros que influyen sobre la transmisibilidad. El análisis analítico de vigas, en cambio, permite relacionar el caso básico del oscilador simple con losas apoyadas sobre elementos discretos. Por ese motivo, en el presente trabajo se investiga el caso unidimensional en forma detallada, para obtener conclusiones aplicables al caso bidimensional mostrando la forma de acoplamiento entre la excitación armónica espacial en la base de los aisladores con los modos flexionales de la estructura.

2. TRANSMISIBILIDAD DE VIGAS SOBRE FUNDACIONES ELÁSTICAS

Se considera a continuación como sistema de estudio a una viga apoyada sobre un sistema elástico continuo sometida por su base a ondas armónicas, por lo que cobra importancia la longitud de onda de excitación propagada en la base y su velocidad de propagación sobre la superficie del terreno.

2.1. Viga Flexible

La ecuación diferencial de una viga flexible provista de amortiguamiento viscoso ha sido p.e. tratado por Clough y Penzien [8]. Agregando a este análisis la consideración de una viga con amortiguamiento de tipo histerético, el apoyo sobre una fundación flexible con amortiguamiento viscoso y la excitación por su base con una función $v(x,t)$, las ecuaciones que rigen el movimiento transversal de la viga $u(x,t)$ resultan

$$EI \frac{\partial^4}{\partial x^4} u(x,t) + EI\eta \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} \dot{u}(x,t) \right) \left| \frac{\partial^4}{\partial x^4} u(x,t) \right| + ku(x,t) + c\dot{u}(x,t) + m\ddot{u}(x,t) = kv(x,t) + c\dot{v}(x,t) \quad (1)$$

donde m es la masa por unidad de longitud de la viga de largo L , apoyada sobre aisladores con rigidez k y amortiguamiento c por unidad de longitud y uniformemente distribuidos. La rigidez flexional es EI y η representa el factor de pérdida del material de la viga. El punto sobre u y v representa la derivada temporal.

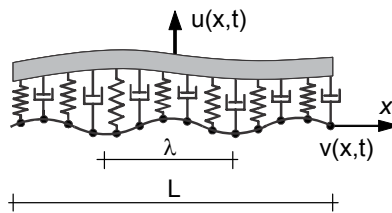


Figura 1: Viga flexible apoyada sobre aisladores uniformemente distribuidos

Basado en la existencia de una solución del tipo sincrónica, $u(t)$ se expresa en forma separada como el producto de dos funciones, manteniéndose la misma hipótesis para el movimiento impuesto en la base de los aisladores $v(t)$, esto es (ver Figura 1)

$$u(x,t) = y(x) f(t) \quad v(x,t) = z(x) f(t) \quad (2)$$

2.2. Análisis en el dominio de la frecuencia

Sea la función de variación temporal

$$f(t) = e^{i\omega t} \quad (3)$$

y un tren de ondas armónicas propagado en el suelo de la forma

$$z(x) = e^{-i\omega x/V_R} \quad (4)$$

con V_R la velocidad de propagación de ondas superficiales. La relación entre la longitud de onda λ , el número de onda k y la frecuencia excitatriz de una carga armónica ω puede ser expresada como

$$\lambda = \frac{2\pi V_R}{\omega} \quad ; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{V_R} \quad (5)$$

Considerando la ecuación (3) se puede expresar además que, en el segundo término de la ecuación (1) el

$$\operatorname{sgn} \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} \dot{u}(x,t) \right) = \frac{\frac{\partial^4}{\partial x^4} \dot{u}(x,t)}{\left| \frac{\partial^4}{\partial x^4} \dot{u}(x,t) \right|} = \frac{i \frac{\partial^4}{\partial x^4} u(x,t)}{\left| \frac{\partial^4}{\partial x^4} u(x,t) \right|} \quad (6)$$

Reemplazando las ecs. (2), (3), (4) y (6) en la (1), y eliminando la variable temporal se arriba a

$$\alpha^4 (1 + i\eta) \frac{\partial^4}{\partial v^4} y(v) + (1 + 2i\xi\Omega - \Omega^2) y(v) = (1 + 2i\xi\Omega) e^{-ik\Omega v} \quad (7)$$

donde se utilizan los siguientes parámetros adimensionales

$$v = \frac{x}{L} \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0} \quad \alpha = \left(\frac{EI}{kL^4} \right)^{1/4} \quad \xi = \frac{c\omega_0}{2k} \quad \kappa = \frac{\omega_0 L}{V_R} = \frac{kL}{\Omega} \quad (8)$$

con $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, la frecuencia propia del sistema del aislamiento y ξ la relación de amortiguamiento crítico.

2.3. Superposición modal

La utilización de la superposición modal permite un análisis más provechoso de la respuesta de la viga y la identificación de los factores que componen la función de transmisibilidad. Considerando $\eta = 0$ y $c = 0$ en la homogénea de la ecuación (1), dividiendo por m y reemplazando la ecuación (2) se obtiene,

$$\left[\frac{EI}{m} \frac{\partial^4}{\partial x^4} y(x) + \frac{k}{m} y(x) \right] f(t) + \ddot{f}(t) y(x) = 0 \quad (9)$$

Utilizando ahora los parámetros adimensionales de la ecuación (8) y ordenando los términos que dependen del tiempo y del espacio por separado, es

$$\frac{\ddot{f}(t)}{f(t)} = - \left[\alpha^4 \omega_0^2 \frac{\partial^4}{\partial v^4} y(v) + \omega_0^2 y(v) \right] \frac{1}{y(v)} \quad (10)$$

La ecuación anterior puede ser escrita como dos problemas de valores propios independientes, a saber

$$- \left[\alpha^4 \omega_0^2 \frac{\partial^4}{\partial v^4} y(v) + \omega_0^2 y(v) \right] = \lambda y(v) \quad (11)$$

$$\ddot{f}(t) = \lambda f(t) \quad (12)$$

Reemplazando la ecuación (12) en la (10) se obtiene

$$\alpha^4 \omega_0^2 \frac{\partial^4}{\partial v^4} y(v) + \omega_0^2 y(v) = \tilde{\omega}_n^2 y(v) \quad (13)$$

$$\lambda = -\tilde{\omega}_n^2 \quad (14)$$

donde $\tilde{\omega}_n$ representa las frecuencias propias circulares de la viga sobre fundación elástica. Reacomodando términos se puede llegar al problema de valores propios flexional de la viga sin fundación elástica, esto es, libre-libre como

$$\alpha^4 \omega_0^2 \frac{\partial^4}{\partial v^4} y(v) = (\tilde{\omega}_n - \omega_0^2) y(v) = \bar{\omega}_n^2 y(v) \quad (15)$$

donde $\bar{\omega}_n$ hace referencia a las frecuencias propias del problema libre-libre, el que ha sido ya extensamente estudiado (Balachandran y Magrab, [9]). La ecuación (15) puede reescribirse como

$$\left(\alpha^4 \omega_0^2 \right) \frac{\partial^4}{\partial v^4} y(v) + \bar{\lambda} y(v) = 0 \quad (16)$$

donde los valores propios son

$$\bar{\lambda} = -\bar{\omega}_n^2 \quad \bar{\omega}_n^2 = \left(\alpha^4 \omega_0^2 \right) b_n^4 \quad (17)$$

Los coeficientes b_n^4 se calculan teniendo en cuenta las condiciones de borde de los extremos de la viga; para el caso de ambos extremos libres estos coeficientes resultan ser las raíces de la ec. característica

$$\cos(b_n) \cosh(b_n) - 1 = 0 \quad (18)$$

mientras que los modos pueden escribirse como

$$\phi_n(v) = A_1 \cos(b_n v) + A_2 \sin(b_n v) + A_3 \cosh(b_n v) + A_4 \sinh(b_n v) \quad (19)$$

La ecuación (15) establece además que los valores propios del problema aquí analizado, esto es la viga con fundación elástica, resultan ser la suma de los valores propios correspondientes al problema flexional sin fundación elástica más el valor propio correspondiente al sistema de aislamiento, o sea

$$\tilde{\omega}_n^2 = \bar{\omega}_n^2 + \omega_0^2 \quad (20)$$

, mientras que los modos son los mismos del problema de la ecuación (16). Finalmente, de las ecuaciones (20) y (17) las frecuencias adimensionales no amortiguadas de los modos flexionales resultan

$$\tilde{\Omega}_n = \tilde{\omega}_n / \omega_0 = \sqrt{1 + \alpha^4 b_n^4} \quad (21)$$

A continuación se expande al movimiento transversal de la viga de manera que su variación espacial $y(v)$ quede expresada en función de la superposición de la respuesta Y_n de los modos $\phi_n(v)$ considerados, esto es

$$y(v) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(v) Y_n \quad (22)$$

donde los modos han sido normalizados de acuerdo con

$$\int_0^1 \phi_n^2(v) dv = 1 \quad (23)$$

Reemplazando las ecuaciones (16), (17) y (22) en la (7), multiplicando por un modo genérico $\phi_n(v)$, integrando en la longitud de la viga y teniendo en cuenta a las propiedades de ortogonalidad de los modos y la ecuación (23) se arriba a una expresión de la respuesta de los modos de la forma

$$Y_n = \frac{(1 + 2i\xi\Omega)}{\alpha^4 b_n^4 (1 + i\eta) + 1 + 2i\xi\Omega - \Omega^2} \int_0^1 \phi_n(v) e^{-ik\Omega v} dv \quad (24)$$

2.4. Transmisibilidad modal

Partiendo de la ecuación (2) puesta en función de v , junto con las ecuaciones (3) y (22) se obtiene la transmisibilidad como la suma de las contribuciones modales

$$TR(v, \Omega) = \left| \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(v) Y_n(\Omega) \right| \quad (25)$$

A continuación se analizan las contribuciones de los distintos modos.

2.5. Contribución de modos de cuerpo rígido a la transmisibilidad

En la Tabla 1 se presentan los coeficientes b_n y los parámetros de las formas modales ϕ_n de los modos de cuerpo rígido, según la ecuación (26). Las amplitudes máximas de los modos normalizados de cuerpo rígido 0_1 y 0_2 son 1 y $\sqrt{3}$ respectivamente.

$$\phi_n(v) = A + Bv \quad (26)$$

Tabla 1: Modos de cuerpo rígido

n	b_n	A	B
0_1	0	1	0
0_2	0	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$

Reemplazando los parámetros modales de la Tabla 1 en (24) se arriba a

$$Y_{0_1} = \frac{(1+2i\xi\Omega)}{(1+2i\xi\Omega-\Omega^2)} \frac{i}{\kappa\Omega} (e^{-i\kappa\Omega} - 1) \quad (27)$$

$$Y_{0_2} = \frac{(1+2i\xi\Omega)}{(1+2i\xi\Omega-\Omega^2)} \frac{\sqrt{3}}{\kappa^2\Omega^2} [(i\kappa\Omega-2) + (i\kappa\Omega+2)e^{-i\kappa\Omega}] \quad (28)$$

La contribución de los modos de cuerpo rígido a la transmisibilidad máxima en el extremo de la viga es

$$TR_0 = |Y_{0_1} + \sqrt{3} Y_{0_2}| = TR(\xi, \Omega) \Gamma(\kappa\Omega) \quad (29)$$

donde

$$TR(\xi, \Omega) = \frac{\sqrt{1+(2\xi\Omega)^2}}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2 + (2\xi\Omega)^2}} \quad (30)$$

es la transmisibilidad de un sistema de 1 GL mientras que

$$\Gamma(\kappa\Omega) = \sqrt{\frac{\sin(\kappa\Omega/2)^2}{(\kappa\Omega/2)^2} + 9 \left(\frac{\cos(\kappa\Omega/2)}{(\kappa\Omega/2)} - \frac{\sin(\kappa\Omega/2)}{(\kappa\Omega/2)^2} \right)^2} \quad (31)$$

La transmisibilidad máxima de viga rígida resulta entonces el producto de la transmisibilidad de un sistema de 1 GL por un factor de transmisibilidad de viga rígida $\Gamma(\kappa\Omega)$. Ya que $\kappa\Omega = kL$, este factor de transmisibilidad resulta dependiente de la cantidad de radianes de onda que entran en la longitud de viga. La Figura 2 es una gráfica de la variación del factor de transmisibilidad $\Gamma(\kappa\Omega)$, que pasa por un máximo de 1.39 para $\kappa\Omega = 1.17\pi$.

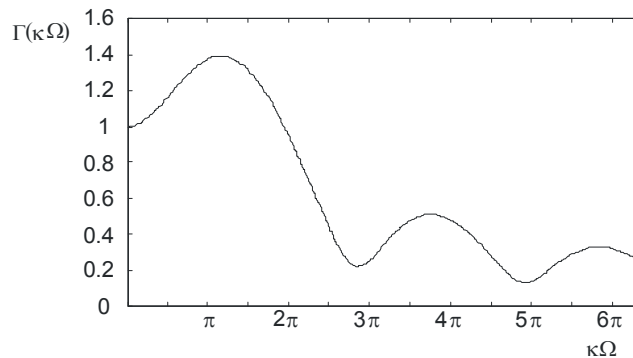


Figura 2: Factor de transmisibilidad de viga rígida

2.6. Contribución de modos flexionales a la transmisibilidad

La Tabla 2 muestra los parámetros modales correspondientes a los primeros modos flexionales, aplicables a las ecuaciones (17) y (19), observándose que los coeficientes A se mantienen constantes a partir de $n=4$ para la representación decimal mostrada. La solución exacta de la ecuación (18) resulta

$$b_n = \pi(n+1/2) + (-1)^{n-1} \left\{ \frac{\pi}{2} - \arccos \left[\operatorname{sech} \left(n + \frac{1}{2} \right) \pi \right] \right\} \quad (32)$$

mientras que los coeficientes de la ecuación (19) pueden obtenerse [9] a partir de

$$A_1 = A_3 = \frac{\cosh(b_n) - \cos(b_n)}{\sinh(b_n) + \sin(b_n)} ; A_2 = A_4 = 1 \quad (33)$$

y aplicando la normalización de la ecuación (23). A continuación se presentan expresiones

aproximadas de las frecuencias propias y formas modales normalizadas de los modos flexionales, las que permiten obtener fórmulas explícitas de la forma de la respuesta Y_n de los modos. Una forma aproximada de la ecuación (32) resulta

$$\hat{b}_n = \pi(n+1/2) \quad (34)$$

mientras que la ecuación (19) junto con la Tabla 2 pueden resumirse en forma aproximada por

$$\hat{\phi}_n(v) = \cos(\hat{b}_n v) - \sin(\hat{b}_n v) + \exp(-\hat{b}_n v) - (-1)^n \exp(-\hat{b}_n(1-v)) \quad (35)$$

donde el símbolo ($\hat{}$) indica que se trata de una aproximación. Mediante el uso de estas aproximaciones se obtiene para el primer modo un error máximo de 0.37 % respecto del exacto, mientras que el coeficiente de correlación de Pearson entre el primer modo exacto y el aproximado difiere en sólo 5×10^{-07} de la unidad. Además para los modos de orden superior se consiguen errores que resultan monotónicamente menores.

Tabla 2: Modos flexionales

n	b_n	$A_1 = A_3$	$A_2 = A_4$	n	b_n	$A_1 = A_3$	$A_2 = A_4$
1	4.73004	1.00000	-0.98250	4	14.1372	1.00000	-1.00000
2	7.85320	1.00000	-1.00078	5	17.2788	1.00000	-1.00000
3	10.9956	1.00000	-0.99997	...7	23.5619	1.00000	-1.00000

Reemplazando las ecuaciones (34) y (35) en (24) se arriba a

$$\hat{Y}_n = \Gamma_{1n} \Gamma_{2n} \quad (36)$$

donde

$$\Gamma_{1n} = \frac{(1 + 2i\xi\Omega)}{\alpha^4 \pi^4 (n+1/2)^4 (1+i\eta) + 1 + 2i\xi\Omega - \Omega^2} \quad (37)$$

$$\Gamma_{2n} = \frac{\left[\frac{\pi(n+1/2)(1 - (-1)^n e^{-i\kappa\Omega}) \left(2(\kappa\Omega)^2 + ((\kappa\Omega)^2 - \pi^2(n+1/2)^2)(-1)^n e^{-\pi(n+1/2)} \right) - i\kappa\Omega \left(1 + (-1)^n e^{-i\kappa\Omega} \right) \left(2(\kappa\Omega)^2 - ((\kappa\Omega)^2 - \pi^2(n+1/2)^2)(-1)^n e^{-\pi(n+1/2)} \right)}{(\kappa\Omega)^4 - \pi^4(n+1/2)^4} \right]}{\quad} \quad (38)$$

y donde para simplificar la notación se ha prescindido del símbolo aproximado. El factor de respuesta modal Γ_{1n} además de ser una función de la frecuencia Ω depende de la rigidez flexional α , el amortiguamiento ξ y el factor de pérdida η y conserva la forma característica típica de la función de transmisibilidad $H(\Omega)$ entre la respuesta de la masa y el movimiento impuesto en la base en sistemas de 1 GL. El factor de respuesta modal Γ_{2n} en cambio, depende de la integral del lado derecho de la ecuación ((24), esto es, del producto interno de la forma modal y la onda excitatriz propagada. La Figura 3 presenta el módulo del factor de $\Gamma_{2n}(\kappa\Omega)$ para la viga flexible. La curva de cada modo n presenta en general un pico dominante de amplitud aproximada 0.7 y lóbulos posteriores y anteriores de menor amplitud. Nótese además a partir de esta figura que los ceros del denominador de la ecuación (38), esto es

$$\kappa\Omega = \pi \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (39)$$

representan una aproximación de la ocurrencia de los máximos del factor para modos de orden alto, en tanto que la aproximación resulta grosera para los primeros modos. Además utilizando la Figura 3 se calcula que el ancho de banda de los lóbulos principales, esto es el rango de $\kappa\Omega$ con amplitud igual a -3dB del máximo, es aproximadamente 5. Este ancho de banda ha sido indicado en el gráfico para $n = 2$, a modo de ejemplo.

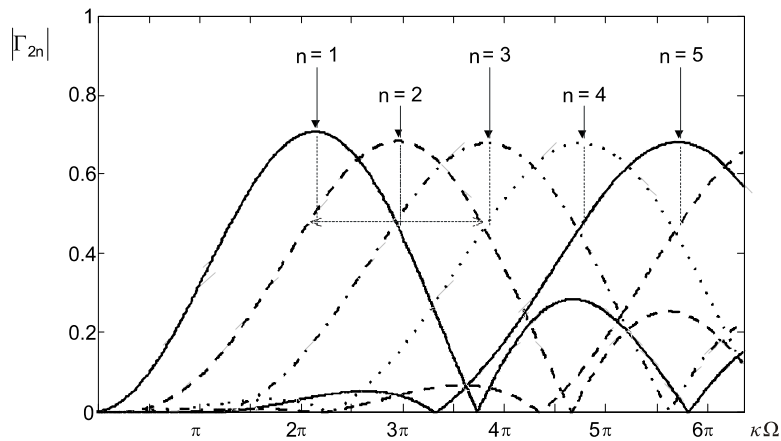


Figura 3: Módulo del factor de respuesta modal Γ_{2n} para viga flexible

2.7. Transmisibilidad máxima envolvente modal

Partiendo de la ecuación de transmisibilidad (25) y analizando sólo la respuesta de un modo individualmente, se puede definir una envolvente de la respuesta máxima posible. Para esto se considera el valor local máximo probable de cada modo normalizado (valor 2), la ecuación (36) y el valor máximo de Γ_{1n} y Γ_{2n} . El valor máximo de Γ_{1n} se puede aproximar en correspondencia con la frecuencia natural no amortiguada de los modos flexionales según la ecuación

$$\alpha^4 \pi^4 (n + 1/2)^4 = \Omega^2 - 1 \quad (40)$$

mientras que el máximo del factor Γ_{2n} según la Figura 3 se aproxima a 0.7, por lo que resulta

$$TR_{env} = \frac{1.4 \sqrt{1 + 4\xi^2 \Omega^2}}{2\xi \Omega + \eta(\Omega^2 - 1)} \quad (41)$$

La envolvente aproximada puede interpretarse como la transmisibilidad local máxima obtenible de una viga resonante para la frecuencia de excitación considerada, donde además el número de onda propicia la máxima excitación, siendo además causada por un solo modo aislado. Ya que se obtienen valores aproximados si se cumplen estas hipótesis, la probabilidad de su cumplimiento es analizada a continuación. Respecto de la localización del punto de medición de la transmisibilidad es habitual que se pretenda utilizar toda la superficie de la losa y sin distinción de grado de aislamiento, lo que justifica la obtención de un máximo local. Por otro lado, para los diseños habituales se admite que existirán picos flexionales en resonancia dentro del rango de frecuencias analizados. En referencia a la ocurrencia de máximos de Γ_{2n} , de la Figura 3 se tiene que el ancho de banda de cada lóbulo es aproximadamente $\kappa\Omega = 5$, de manera de la sensibilidad del valor de la envolvente a este parámetro es relativamente baja. En la Figura 4 se grafican las líneas de ocurrencia de la TR_{env} en coordenadas α - κ para algunos valores de n entre 1 y 1000. Además se indican sobre estas curvas valores referenciales de la frecuencia adimensional Ω para los que ocurren los máximos. Del gráfico es evidente que la esquina superior derecha es la única zona sin resonancias, que corresponde a valores de los parámetros α y κ relativamente elevados. Teniendo en cuenta lo expuesto respecto del ancho de banda de Γ_{2n} , los máximos de la envolvente no decaen más del 30% entre la n -ésima curva considerada y las inmediata inferior y superior. Entrando al gráfico con los valores de los parámetros α y κ puede verificarse la posibilidad de valores próximos a la envolvente debidos a un modo n a excitado con una frecuencia adimensional Ω . Finalmente debe tenerse en cuenta que la envolvente se refiere a la contribución a la transmisibilidad de un solo modo, aproximando mejor los casos en donde los modos próximos están

desacoplados. En casos reales bidimensionales, en donde es frecuente el acoplamiento modal, esta curva puede llegar a ser superada, véase por ejemplo el análisis numérico en el apartado siguiente.

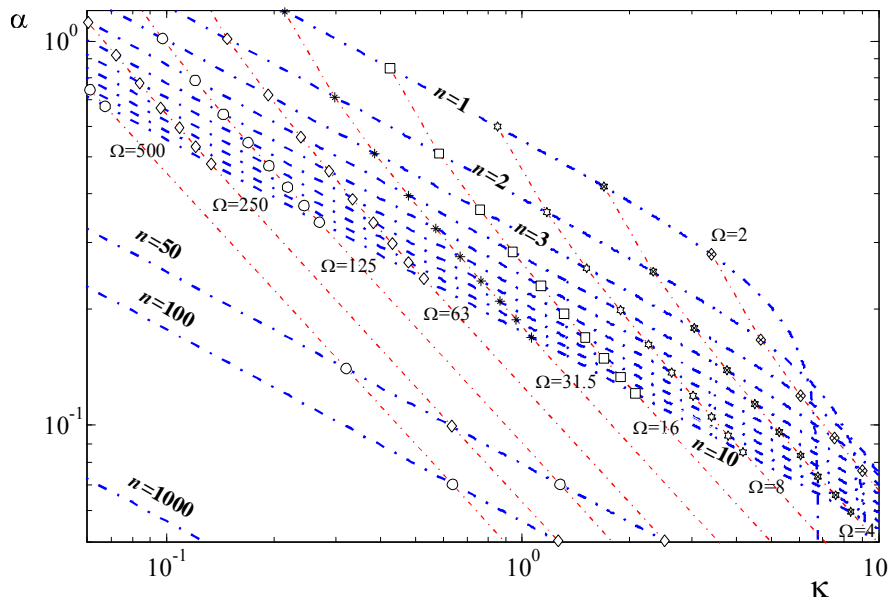


Figura 4: Zonas de resonancias con valores de transmisibilidades TR_{env}

3. TRANSMISIBILIDAD DE UNA LOSA SOBRE FUNDACIÓN ELÁSTICA

Las losas presentan algunas particularidades que no pueden inferirse del modelo de una viga flexible. La aparición de una cantidad relativamente grande de formas modales bidimensionales acopladas en ambas direcciones se traduce en la densa población de picos flexionales con frecuencias próximas. El *ángulo de incidencia* de las ondas propagadas respecto del eje longitudinal de la losa modifica la participación de los modos transversales y los modos acoplados en la respuesta. El *coeficiente de Poisson* es el responsable del acoplamiento bidimensional, por lo que para un valor nulo de este parámetro los modos flexionales puros coinciden con los de la viga. Para el análisis de casos bidimensionales y para contrastar los resultados de la viga se construye un programa de Elementos Finitos que modela losas rectangulares con mallado automático mediante elementos de placa en flexión de 3 GL por nudo formulados en forma explícita, Przemieniecki [10]. El problema de transmisión de trenes de ondas a la losa se resuelve en el dominio de la frecuencia. Estos resultados pueden ser contrastados con los del modelo de viga, siendo desde este punto de vista menester considerar el largo y ancho de las losas definiendo así dos parámetros κ .

4. RESULTADOS

4.1 Ejemplo de Aplicación

Se considera una losa en hormigón armado con dimensiones 16.24 x 11.74 m y con un espesor de 0.30 m. El peso propio resultó aproximadamente 1370 kN. La losa se encuentra aislada con una frecuencia natural vertical teórica de 3,2 Hz y con un amortiguamiento viscoso de 8 %. El piso flotante analizado se modela mediante una malla de 20 x 14 elementos, lo que permite lograr una exactitud de 0.1 % en frecuencias naturales de hasta 50 Hz. El modelo contempla aisladores en cada nodo de la malla, simulando un apoyo continuo y de forma de hacer posible comparaciones con el medio continuo. Se adopta una excitatriz constituida por una onda propagada en el terreno sin decaimiento y con un frente de onda plano. Con los datos expuestos, α se calcula como 0.247. Considerando una velocidad de propagación de ondas $V_R = 250$ m/s resultó un parámetro $\kappa = 1.318$.

La determinación de transmisibilidades en puntos específicos de la losa resulta poco conveniente, por lo que en la Figura 5 se muestran envolventes de series de valores obtenidos utilizando el modelo numérico. Para cinco distintos factores de pérdida se grafican las máximas transmisibilidades obtenidas en cualquier nodo de la losa y para distintos ángulos de incidencia de la excitación, variables entre 0 y 90° y de a 15° grados (máximo local de 7 casos en total). En forma comparativa además se observa la curva de transmisibilidad del sistema de 1 GLD y la TR_{env} de la viga flexible de la ecuación (41), esta última calculada para un factor de pérdida 0.025.

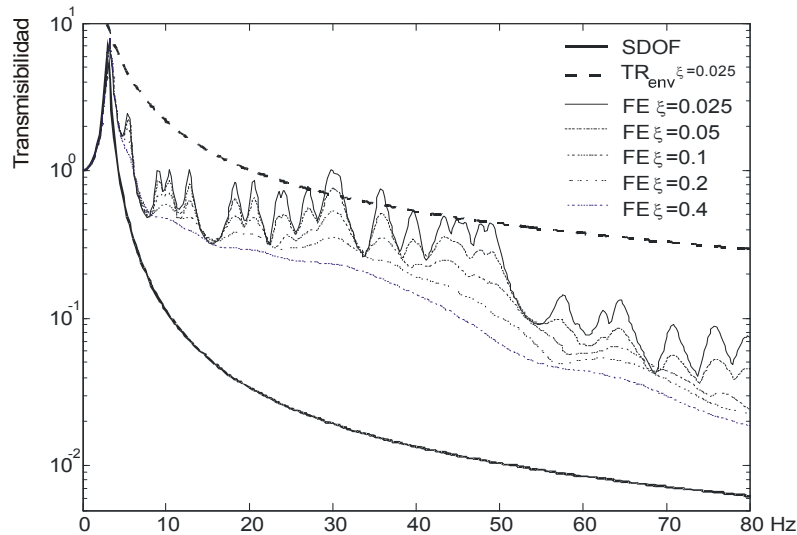


Figura 5: Comparación de transmisibilidades envolventes numéricas, TR_{env} y modelo de 1GLD

Del análisis del gráfico queda demostrado en todos los casos que la curva de 1 GLD puede subestimar en forma grosera las transmisibilidades máximas obtenibles en losas reales, por lo que no debería ser utilizada como referencia. Además la curva de transmisibilidad envolvente modal de viga flexible TR_{env} es alcanzada y hasta superada por las curvas calculadas en forma numérica con factores de pérdida de 0.05 y 0.025 en el rango 25 a 50 Hz.

5. CONCLUSIONES

El estudio de la respuesta dinámica de pisos aislados de vibraciones, mediante la construcción de losas flexibles con sistemas de apoyos elásticos en la base, se extiende a frecuencias de análisis relativamente altas y gran cantidad de modos, por lo que las transmisibilidades dependen fuertemente de la localización del punto de análisis sobre la losa, además de otros numerosos parámetros. Por este motivo se utilizó en este trabajo el concepto de transmisibilidad local máxima, que resulta conservativa y útil para el diseño de sistemas.

Se realizó un exhaustivo análisis paramétrico con el fin de mejorar la comprensión del fenómeno de transmisibilidad de vibraciones en vigas flexibles excitadas con trenes de ondas desde la base y derivar criterios para mejorar el diseño de losas. La posibilidad de optimización resulta en ocasiones limitada porque algunos parámetros son difícilmente modificables. Del análisis cuantitativo de los parámetros usuales se concluye que en el caso de pisos aislados resulta antieconómico aumentar las frecuencias de los modos flexionales (vinculadas al parámetro α) lo suficiente para evitar excitarlos, tal como suele ser la condición de diseño de los bloques de soporte de maquinaria pesada. Por esta razón se trata de cuantificar, controlar y minimizar los efectos de las resonancias en el diseño. En lo posible resulta conveniente mantener acotado el valor máximo del parámetro κ de diseño, lo que puede lograrse evitando dimensiones en planta de la losa excesivas.

De acuerdo con el análisis previo realizado, el incremento del factor de pérdida de la losa resulta una medida efectiva para disminuir la transmisibilidad, y puede materializarse mediante el agregado de una capa de material viscoelástico confinada. El uso de este tratamiento resulta económicamente factible y recomendable, aunque sea menester un rediseño completo del sistema, debido al importante espesor de la capa de confinamiento necesario para lograr amortiguamientos que minimicen la respuesta. Una concepción amortiguada de la losa, compuesta por una losa principal de soporte, una capa de material viscoelástico con alto factor de pérdida y una losa superficial de tránsito resulta una medida eficaz para atenuar los efectos de las resonancias. El incremento de amortiguamiento del sistema de aislamiento, en cambio, no resulta efectivo y es anti productivo a estos efectos. Por medio de modelos simplificados de viga resulta posible definir una transmisibilidad modal envolvente, que resulta función de la frecuencia. Debido al carácter de envolvente, sus valores no son esperables en todo el rango de frecuencias, sino en la forma de “puentes de transmisibilidad” en el sistema, que tienen lugar bajo condiciones de relaciones de parámetros adimensionales, que son verificables en la etapa de diseño. Los puentes de transmisibilidad pueden así ser eventualmente evitados, o en su defecto, la transmisibilidad máxima de los picos estimada. Las envolventes de transmisibilidad modal calculadas para una viga equivalente con el factor de pérdida en forma paramétrica puede utilizarse como referencia conservativa de diseño en estructuras similares. El rango de aplicación de la envolvente puede ser verificada en forma gráfica en función de los parámetros adimensionales. Las magnitudes de las envolventes muestran que aun en presencia de tratamientos para incrementar el amortiguamiento, los valores posibles y esperables de transmisibilidad son varias veces superiores a lo calculable con el sistema de 1 GLD.

6. REFERENCIAS

- [1] H.J. Saurenmann, J.T. Nelson, G.P. Wilson, *Handbook of urban rail noise and vibration control, Report UMTA-MA-06-0099-82-2*, 1982.
- [2] G. Lombaert, G. Degrande, D. Clouteau, Numerical modelling of free field traffic induced vibrations, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 19, n. 7, p. 473-488, 2000.
- [3] G. Lombaert, G. Degrande, B. Vanhauwere, B. Vandeborghht, S. François, The control of ground-borne vibrations from railway traffic by means of continuous floating slabs, *Journal of Sound and Vibrations*, v. 297, n. 3-5, p. 946-961, 2006.
- [4] T. Kawaharazuka, T. Hiramatsu, H. Ohkawa, M. Koyasu, Experimental study on vibration reduction by isolated railway, *Internoise 96*, p. 1549-1552, 1996.
- [5] S.J. Cox, A. Wang, C. Morrison, P. Carels, R. Kelly, O.G. Bewes, A test rig to investigate slab track structures for controlling ground vibration, *Journal of Sound and Vibration*, v. 293, n. 3-5, p. 901-909, 2006.
- [6] C.K Hui, C.F. Ng, Attenuation of flexural vibration for floating floor and floating box induced by ground vibration, *Applied Acoustics*, v. 70, n. 6, p. 799-812, 2009.
- [7] C.K Hui, C.F. Ng, The effects of floating slab bending resonances on the vibration isolation of rail viaduct, *Applied Acoustics*, v. 70, p. 830-844, 2009.
- [8] R.W. Clough, J. Penzien, *Dynamics of Structures*, Second edition, McGraw Hill, 1993.
- [9] B. Balachandran, E.B. Magrab, *Vibrations*, Thomson Learning, 2009.
- [10] J.S. Przemieniecki, *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGraw Hill, 1985.