



FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI



II CAIM 2010  
Segundo Congreso Argentino  
de Ingeniería Mecánica  
San Juan - Noviembre 2010

## FORMALISMO MATEMATICO DE LAS SERIES DE FOURIER Y APLICACIONES

Mónica B. Dádamo<sup>(1)</sup>, Eduardo A. Gago<sup>(2)</sup>

**Laboratorio Informático Departamento Ciencias Básicas.  
Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional Rosario  
Zeballos 1341. (2000) Rosario – Argentina**

Tel/Fax: +54-341-448-0078/0148

<sup>(1)</sup>mbdadamo@gmail.com

### RESUMEN

El objetivo de este trabajo es compartir una propuesta didáctica destinada a presentar las series de Fourier de forma clara en lo conceptual y compatible con la dinámica universitaria actual, destinado a alumnos de la cátedra de Cálculo Avanzado en tercer año de Ingeniería Mecánica.

En un intento de transmitir esta herramienta, evitando de caer en una deducción matemática puramente formal, alejada de la realidad del estudiante, o de mostrar a éstas como un apéndice del fenómeno de la conducción de calor, abordamos este tema desde el punto de vista histórico y epistemológico.

El contenido, objeto de esta didáctica, ha sido separado conceptualmente, secuenciado, articulado e integrado. Los tópicos conceptuales que articulan entre ellos, a fin de construir el conocimiento de dichas series fueron: Transmisión de calor, modelado mediante ecuaciones diferenciales, resolución de ecuaciones diferenciales parciales, propuesta de Fourier, condiciones de Dirichlet.

En base a esta secuencia, y estableciendo como meta que el alumno asimile cada concepto, condición previa al desarrollo de la etapa cognitiva que le permitirá integrar éstos en un todo, se propusieron las siguientes actividades: Selección bibliográfica de ecuación de transmisión de calor y análisis de los distintos enfoques, solución de ecuaciones diferenciales por métodos gráfico-numéricos y análisis de los resultados, aplicación mediante herramientas de cálculo simbólico de las series de Fourier, condiciones de Dirichlet y su formalismo matemático.

Se buscó que los alumnos logren un saber conceptual y operativo, que a su vez posibilite gestionar en forma autónoma una profundización del tema.

Con esta propuesta se pretende separar en forma satisfactoria las series de Fourier como herramienta matemática del entorno que le dio origen, entendiendo que este proceso articula cada tema con el siguiente, dando a cada uno la importancia propia, poniendo en valor los conocimientos adquiridos en la formación básica.

**Palabras Claves:** series de Fourier, modelado, ecuaciones derivadas parciales, transmisión de calor, pedagogía-didáctica.

## **1. INTRODUCCIÓN**

En este artículo tratamos la problemática del aprendizaje de las series de Fourier en las carreras de ingeniería y el rol del docente como guía para el estudiante, en la estructuración de la información sobre esta temática, así como su vinculación con las ecuaciones diferenciales parciales (EDP) y con el quehacer ingenieril en general.

Los avances científicos tecnológicos del siglo XX, como la "masificación" de la producción científica, nos lleva al replanteo de la relación enseñanza-aprendizaje, en particular, en las asignaturas avanzadas de ingenierías de grado, donde las cátedras se enfrentan al desafío de abandonar paradigmas científicos obsoletos, y por otra parte, a incorporar el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicaciones (TICs), articulando éstas con el contenido curricular en forma dinámica.

En este contexto, y al finalizar la primera década del siglo XXI, notamos en los estudiantes avanzados de las carreras de ingeniería (quizás como un "efecto colateral" del sistema de enseñanza) una tendencia a establecer dicotomía entre los contenidos teóricos y las aplicaciones de tales conceptos, la matemática pura y la aplicada, los conceptos físicos y los matemáticos. Así también, el saber está dividido en compartimentos estancos. El tránsito del cálculo elemental al cálculo avanzado es tema implícito en esta temática.

El Cálculo Elemental, en la secuencia en que es presentado en la actualidad (funciones, límite, continuidad, derivada e integral) tiene una coherencia en la lógica que permite presentarlo de forma sólida en su propio lenguaje: el formalismo matemático. Aquí los temas se articulan unos tras otros de manera natural, en nuestra visión actual de las matemáticas. Los conceptos geométricos elementales a los que hace referencia parecen ayuda didáctica al iniciado en su estudio (la génesis del cálculo es la resolución del problema de la recta tangente y su vinculación con el área bajo la curva; en paralelo, Newton lo desarrolla en el ámbito de la física; la controversia Leibniz-Newton sobre la paternidad del cálculo no dejan dudas de que ambos lo concebían como el mismo objeto).

El Cálculo Avanzado (variable compleja, series de Fourier, transformada de Laplace, EDP, modelado, problemas extremos, etc.) tiene su lógica interna, pero se presentan inconexos entre sí. Muchos de los teoremas que los sustentan pertenecen a otras ramas de las matemáticas. A semeja a un conjunto de "herramientas intelectuales" para resolver determinados problemas físicos o matemáticos. Aquí, gran parte del cálculo está lejos de su culminación.

Esta transición no es lineal y creemos que en este campo, la investigación didáctica y pedagógica tiene un ámbito de aplicación aún no explotado.

## **2. OBJETIVO DEL TRABAJO**

Este trabajo es una propuesta didáctica para la enseñanza y aplicaciones de un tema matemático -series de Fourier y las EDP- desde el punto de vista histórico y epistemológico.

## **3. FUNDAMENTOS DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA**

Esta propuesta didáctica está orientada a que el alumno aprenda un concepto matemático -las EDP- con una forma deductiva de acceso a estos conocimientos:

a) El hilo conductor deja de ser el formalismo matemático y se sustituye por el entorno histórico que le dio el marco adecuado para su desarrollo. El análisis histórico permite la construcción del conocimiento.

b) La ejercitación se destina a fijar conceptos, alejándonos del entrenamiento en algoritmos. Los ejercicios "a mano" son sólo de carácter formativo en lo conceptual. Restamos tiempo de aprendizaje en una actividad que se puede considerar perimida.

c) Los ejercicios destinados a algoritmos se reemplazan por comandos en el programa de un software determinado (Ej.: Wolfram Mathematica). Los sistemas computacionales asistidos (SAC) ya forman parte del mundo laboral en el ámbito de la ingeniería.

d) La interdisciplina con otras materias (Análisis matemático I, Física I), adquiere un importante protagonismo. No ocultamos el vínculo con otras disciplinas; separamos, articulamos, integramos y con ello pretendemos una visión integradora que haga el aprendizaje significativo.

e) Los problemas dados como ejemplos adquieren el carácter de problemas clásicos. El problema de transmisión de calor no es un ejemplo para introducir a las series de Fourier, es el problema que dio origen a éstas.

f) El aprovechamiento didáctico de las TICs. Si bien el constante adelanto científico-tecnológico se debe seguir con cierta cautela a la hora de su incorporación, éstos ya han sido adoptados por el alumno.

#### 4. EL POR QUÉ DEL ENFOQUE HISTÓRICO EN LA PROPUESTA DIDÁCTICA

El énfasis en la formalidad, como garantía del conocimiento riguroso, parece competir con un aprendizaje significativo. Esta formalidad puede considerarse como herencia de los paradigmas científicos de principios del 1900 que podemos resumirlos en el programa de formalización de Hilbert, antes de los teoremas de Gödel (*remitirse a "Programa de Hilbert" y teoremas de la incompletitud de Kurt Gödel*).

En contrapartida, el análisis histórico permite la construcción del conocimiento al situarnos en la génesis del mismo. Al retirar aquellos ejercicios que sólo persiguen un dominio en la faz de calculista manual, condición *sine qua non* de los ingenieros del siglo XX, se propone reducirlos a un mínimo indispensable y reemplazarlos por ejercicios que acentúen un saber conceptual y comandos en el programa de un software determinado. Esto concuerda con el hecho que la electrónica programable ha barrido con tablas de logaritmos, regla de cálculo, calculadoras científicas y amenaza al tablero de dibujo, ¡hecho impensable en la época del sistema operativo DOS y 2 (dos) megas de RAM! ¿Cuánto ha cambiado el programa de Cálculo Avanzado en éste tiempo?

Al poner en manifiesto la relación con otras disciplinas, no sólo evitamos darle un tinte excesivamente matemático o completamente físico, sino que le damos el entorno más cercano a la realidad al integrar a éstas. Los problemas clásicos son los que históricamente llevaron al desarrollo de estos temas y esto no puede pasar por desapercibido. Los autores de la bibliografía específica de estos temas han extraído sus conocimientos de la solución de esta problemática, han agrupado los conocimientos en categorías, le asignan notación matemática uniforme y procuran presentar cada tema en la forma más ortodoxa posible. Esta forma de ordenar el conocimiento (orden restringido a libros, antes del hipervínculo) puede considerarse impecable, pero esto no conlleva implícito "ser la manera más eficiente de construir el conocimiento".

#### 5. MODELOS DE EDP EN LOS SIGLOS XVIII y XIX

Al promediar el siglo XVIII, el estudio analítico de modelos típicos de la ciencia física por parte de Euler, d'Alembert, Lagrange y Laplace, dieron nacimiento a la rama matemática de las EDP. El tratamiento

analítico de modelos físicos continúa siendo hoy en día el principal motor del desarrollo. Las clásicas EDP, las cuales sirven como paradigmas, también surgieron en el siglo XVIII y en los inicios del XIX.

La *ecuación de onda* en una dimensión se aplica a vibraciones transversales pequeñas de una cuerda flexible tensa localizada inicialmente sobre el eje  $x$  y puesta en movimiento. Esta ecuación fue presentada y analizada por d'Alembert como un modelo de cuerda vibrante. La variable  $U(x,t)$  es el desplazamiento de cualquier punto de la cuerda en el tiempo  $t$ . La constante  $a = T/\rho$ , donde  $T$  es la tensión (constante) y  $\rho$  es la masa por unidad de longitud (constante) de la cuerda.

$$\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2}$$

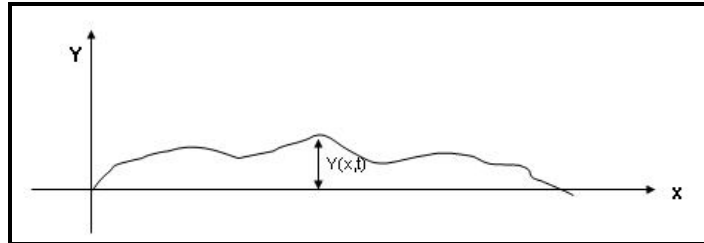


Figura 1. Ecuación de onda en una dimensión

Este trabajo fue continuado y ampliado por Euler (1759) y posteriormente por D. Bernoulli (1762) a ecuaciones de 2 y 3 dimensiones en el estudio de las *cuerdas acústicas*

$$\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} = \nabla^2 U \quad \text{donde} \quad \nabla^2 U = \sum \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

La *ecuación de Laplace*  $\left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) = \nabla^2 U = 0$  fue estudiada por él en su trabajo sobre

campos gravitacionales alrededor de 1780. La expresión  $\nabla^2 U$  se llama el *laplaciano de  $U(x,y,z,t)$* .

La *ecuación de calor* fue introducida por Fourier en 1822. En una dimensión,  $U(x, t)$  es la temperatura de un sólido en el punto  $x$  en un tiempo  $t$ . La constante  $k$ , llamada difusión, es igual a  $k / c\rho$  donde la conductividad térmica  $k$ , el calor específico  $c$  y la densidad (masa por unidad de volumen  $\rho$  se suponen constantes. La cantidad de calor por unidad de área conducida a través de un plano en la unidad de tiempo está dada por  $-k U_x(x,t)$ .

$$\frac{\partial U(x,t)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2}$$

## 6. MÉTODO CLÁSICO DE SOLUCIÓN DE LAS EDP

El método de separación de variables fue introducido por D. Bernoulli y posteriormente desarrollado por d'Alembert (1747) y Euler (1748) para la ecuación de onda. Similares ideas fueron usadas por Laplace y Legendre (1782) y por Fourier (1811-1824) para la ecuación de calor.

Es una técnica clásica y eficaz para resolver varios tipos de EDP. La idea general es la siguiente: Pensamos que la solución  $u(x, t)$  de una EDP puede ser expresada como el producto de dos funciones de una sola variable es decir, como  $u(x, t) = X(x) \cdot T(t)$

Al sustituir esta forma de solución en la EDP y usar las condiciones en la frontera obtenemos, en muchos casos, dos ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) en términos de las funciones incógnitas  $X(x)$  y  $T(t)$ . De esta forma hemos reducido el problema de resolver una EDP al problema más familiar de resolver una EDO. A continuación, ilustraremos esta técnica para la ecuación del calor.

En el ítem anterior, habíamos deducido el siguiente problema con valores iniciales y en la frontera como un modelo matemático para el flujo de calor sin fuentes en un alambre uniforme, cuyos extremos se mantienen a temperatura constante  $0^\circ\text{C}$ :

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) \quad 0 < x < L, \quad t > 0 \quad (1)$$

$$u(0, t) = u(L, t) = 0 \quad t > 0 \quad (2)$$

$$u(x, 0) = f(x) \quad 0 < x < L \quad (3)$$

Para resolver este problema mediante el método de separación de variables, comenzaremos con la ecuación (1); proponemos que sus soluciones tienen la forma

$$u(x, t) = X(x) T(t) \quad \text{donde } X \text{ sólo depende de } x \text{ y } T \text{ sólo depende de } t.$$

Para determinar  $X$  y  $T$ , calculamos las derivadas parciales de  $u$  para obtener:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = X(x) T'(t) \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = X''(x) T(t)$$

Al sustituir estas expresiones en (1) llegamos a

$$X(x) T'(t) = k X''(x) T(t)$$

y al separar variables tenemos

$$\frac{T'(t)}{\beta T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} \quad (4)$$

Ahora observamos que las funciones del lado izquierdo de (4) sólo dependen de  $t$ , mientras que todas las del lado derecho dependen sólo de  $x$ . Como  $x$  y  $t$  son variables independientes entre sí, los dos cocientes en (4) deben ser constantes. Así,

$$\frac{T'(t)}{\beta T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} = K$$

ó

$$\begin{aligned} X''(x) - k X(x) &= 0 \\ T(t) - k T(t) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

En consecuencia, para soluciones separables, hemos reducido el problema de resolver la EDP (1) al de resolver las dos EDO en (5).

A continuación, nos fijamos en las condiciones en la frontera en (2).

Como  $u(x, t) = X(x) T(t)$  estas condiciones son  $X(0) T(t) = 0$  y  $X(L) T(t) = 0$ ,  $t > 0$ .

Por lo tanto,  $T(t) = 0$  para toda  $t > 0$ , lo que implica que

$$u(x, t) \equiv 0 \quad \text{ó} \quad X(0) = X(L) = 0 \quad (6)$$

Si ignoramos la solución trivial  $u(x, t) \equiv 0$ , combinamos las condiciones en la frontera (6) con la ecuación diferencial para  $X$  en (5) y obtenemos el *problema con valores en la frontera*

$$X''(x) - K X(x) = 0, \quad X(0) = X(L) = 0 \quad (7)$$

donde  $K$  puede ser cualquier constante.

Obsérvese que la función  $X(x) \equiv 0$  es una solución de (7) para cada  $K$ . Según la elección de  $K$ , ésta puede ser la *única* solución del problema con valores en la frontera (7).

Así, si buscamos una solución no trivial  $u(x, t) = X(x) T(t)$  de (1)-(2), primero debemos determinar aquellos valores de  $K$  para los que el problema con valores en la frontera (7) tiene soluciones no triviales. Estos valores particulares de  $K$  son llamados *valores propios*, y las soluciones no triviales correspondientes de (7) son las *funciones propias*.

Para resolver la ecuación (con coeficientes constantes) (7), utilizamos  $X(x) = e^{rx}$ , deducimos la ecuación auxiliar  $r^2 - K = 0$  y consideramos tres casos.

**Caso 1.  $K > 0$ .** En este caso, las raíces de la ecuación auxiliar son  $\pm \sqrt{K}$ , de modo que una solución general de la ecuación diferencial en (7) es

$$X(x) = C_1 e^{x\sqrt{K}} + C_2 e^{-x\sqrt{K}}$$

Y si apelamos a las condiciones de frontera, en consecuencia, no hay soluciones no triviales de (7) para  $K > 0$ .

**Caso 2.  $K = 0$ .** En este caso,  $r = 0$  es una raíz repetida de la ecuación auxiliar, y una solución general de la ecuación diferencial es  $X(x) = C_1 + C_2 x$

Las condiciones de frontera en (7) implican que  $C_1 = 0$  y  $C_1 + C_2 L = 0$ , lo que implica que  $C_1 = C_2 = 0$ . Así, para  $K = 0$  no hay soluciones no triviales de (7).

**Caso 3.  $K < 0$ .** En este caso, las raíces de la ecuación auxiliar son  $\pm i\sqrt{-K}$ , ( $-K$  es  $> 0$  porque  $K < 0$ ). Así, una solución general de la ecuación  $X'' - KX = 0$  es

$$X(x) = C_1 \cos\sqrt{-K}x + C_2 \operatorname{sen}\sqrt{-K}x \quad (8)$$

Esta vez, las condiciones de frontera  $X(0) = X(L) = 0$  dan por resultado el sistema:

$$\begin{aligned} C_1 &= 0 \\ C_1 \cos L\sqrt{-K} + C_2 \operatorname{sen} L\sqrt{-K} &= 0 \end{aligned}$$

Como  $C_1 = 0$ , el sistema se reduce a resolver  $C_2 \operatorname{sen} L\sqrt{-K} = 0$ .

Por tanto,  $C_2 = 0$  ó  $\operatorname{sen} L\sqrt{-K} = 0$ . En este último caso,  $\operatorname{sen} L\sqrt{-K} = 0$  sólo cuando  $L\sqrt{-K} = n\pi$ , donde  $n$  es un entero. Por lo tanto, (7) tiene una solución no trivial ( $C_2 \neq 0$ ) cuando  $L\sqrt{-K} = n\pi$  ó  $K = -(n\pi/L)^2$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  (excluimos  $n=0$  pues esto hace que  $K=0$ ).

Además, viendo (8), las soluciones no triviales (funciones propias)  $X_n$  correspondientes al valor propio  $K = -(n\pi/L)^2$ , están dadas por

$$X_n(x) = a_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (9)$$

donde  $a_n$  son constantes arbitrarias no nulas.

Una vez que sabemos que  $K = -(n\pi/L)^2$  para cualquier entero positivo  $n$ , consideremos la segunda ecuación en (5):

$$T'(t) + \beta \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 T(t) = 0$$

Para cada  $n=1, 2, 3, \dots$ , una solución general de esta ecuación lineal de primer orden es

$$T_n(t) = b_n e^{-\beta(n\pi/L)^2 t}$$

Al combinar esto con la ecuación (9), obtenemos para cada  $n=1, 2, 3, \dots$ , las funciones

$$\begin{aligned} u_n(x, t) &= X_n(x)T_n(t) = a_n \operatorname{sen}(n\pi x/L) b_n e^{-\beta(n\pi/L)^2 t} \\ &= c_n e^{-\beta(n\pi/L)^2 t} \operatorname{sen}(n\pi x/L) \end{aligned} \quad (10)$$

donde  $c_n$  es una constante arbitraria. Así también cualquier combinación lineal de éstas también es solución

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^k u_n(x, t) = \sum_{n=1}^k c_n e^{-\beta(n\pi/L)^2 t} \operatorname{sen}(n\pi x/L)$$

Si es solución para la condición inicial  $t=0$ , resulta:

$$u(x, 0) = c_n e^0 \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = f(x)$$

¿Una combinación de senos representa cualquier función? Lo cual es claramente objetable, sin embargo existe la posibilidad de tomar el límite cuando  $k$  tiende a infinito, obtenemos

$$u(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^0 \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = f(x)$$

Esta afirmación se hallaba implícita en el trabajo "*Théorie de la propagation de la chaleur dans les solides*", que el 21 de diciembre de 1807, Jean Baptiste Joseph Fourier presentó ante la Academia de Ciencias de París el problema de representar una función arbitraria como sumas de senos, entra en escena. Esta idea ya estaba presente en los trabajos de Daniel Bernoulli sobre ondas y sus ideas habían sido objetadas por D'Alembert, el mismísimo Euler y Lagrange, quien era ahora integrante del jurado junto a Laplace, Lacroix y Monge.

La polémica es genuina, el trabajo tiene aspectos de genialidad en algunos sentidos y falta de rigor en otros, la academia otorga el premio pero niega su publicación. En 1822 siendo Fourier secretario de la academia, se publica su obra. Este es el nacimiento de "las series de Fourier".

En 1829 J. Dirichlet, un año antes de la muerte de Fourier, le da el rigor matemático correspondiente, entonces

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-\beta(n\pi/L)^2 t} \operatorname{sen}(n\pi x/L) \quad (11)$$

Es una solución genuina y única de (1-3), si cumple las condiciones de Dirichlet.

## 7. PROPUESTA PARA EL LABORATORIO INTERDISCIPLINARIO DE COMPUTACIÓN

1- Encuentre la expansión en series de Fourier de recorrido completo de  $f(t) = t$  válido en el intervalo finito  $0 < t < 1$ . Dibuje las gráficas de  $f(t)$  y de la función periódica representada por la serie de Fourier obtenida y su animación.

```
Animate[Plot[Evaluate[{t-Floor[t],NFourierTrigSeries[t-Floor[t],t,n,FourierParameters->{-1/1,1/1}]}],{t,-5,5},PlotRange->1.3],{n,{0,1,2,3,4,5,6,7}},AnimationDirection->Forward,AnimationRunning->False]
```

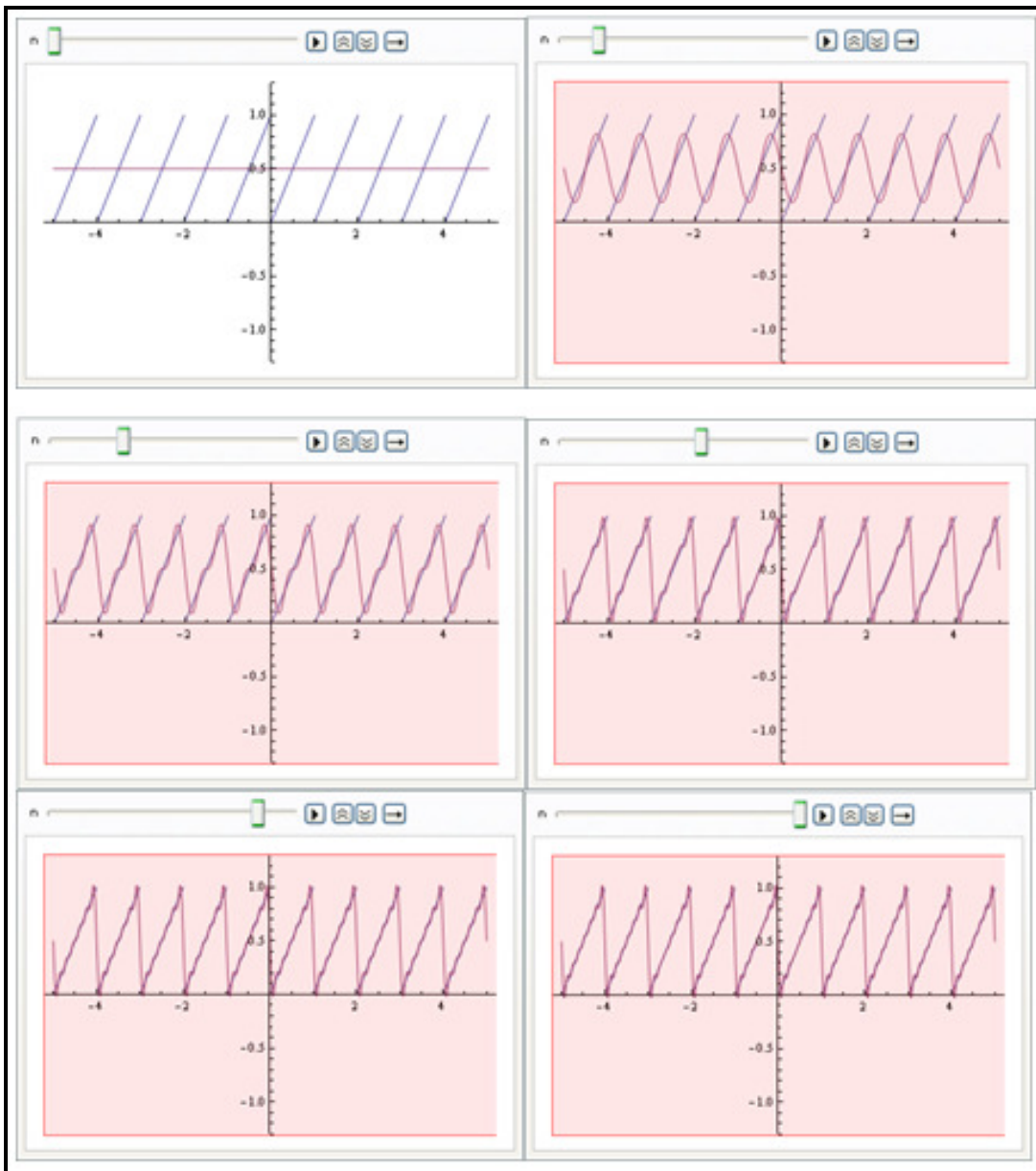


Figura 2. Expansión en series de Fourier de  $f(t) = t$ ,  $0 < t < 1$

2- Una cuerda tensa, elástica y flexible tiene fijos sus extremos en  $x_0 = -\pi$  y en  $x_L = \pi$ . Al tiempo  $t = 0$  se le da a la cuerda una forma definida por una ley  $f(x)$ . Hallar el desplazamiento de cualquier punto de  $x$  de la cuerda en cualquier tiempo  $t$ .

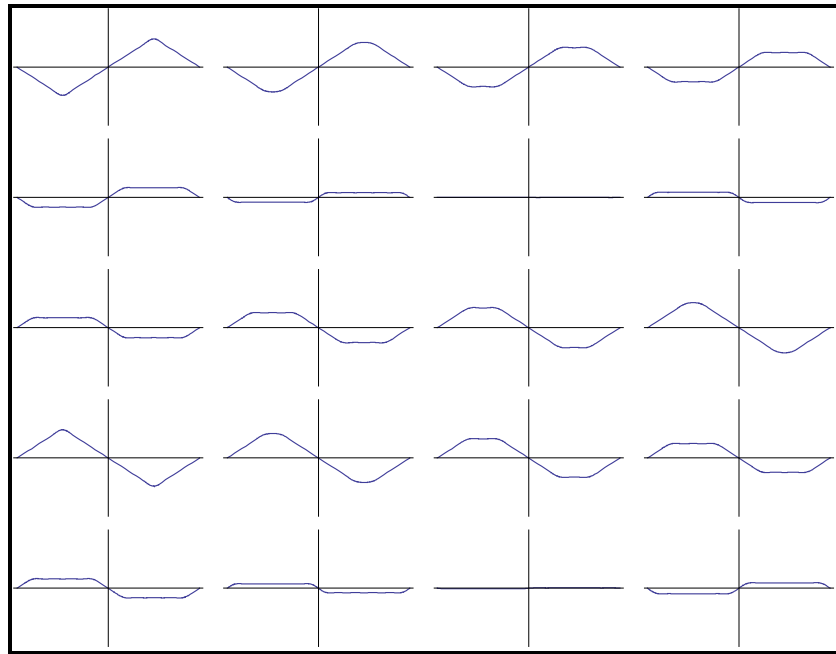


Figura 3. Desplazamiento de un punto de la cuerda en el tiempo

3- Una varilla de longitud  $L$ , tiene a tiempo cero un perfil inicial de temperatura dada por  $f(x) = (100/L) x$ .

a) ¿Cómo se puede lograr el perfil de temperaturas iniciales  $f(x)$ ?

(Sugerencia: considere un dispositivo con dos recipientes como el de la figura siguiente, pero con distintas temperaturas y en régimen estacionario)

b) La varilla de la parte (a) se encuentra entre dos recipientes con agua e hielo en equilibrio térmico, como se ve en la figura. Suponga además que  $k$  (la constante de la ecuación de calor) vale 1 en este caso. Modele el problema (EDP, condición inicial y condición de borde).

c) Resuelva el problema bajo la forma de una Serie de Fourier que de la temperatura en función del tiempo y la posición.

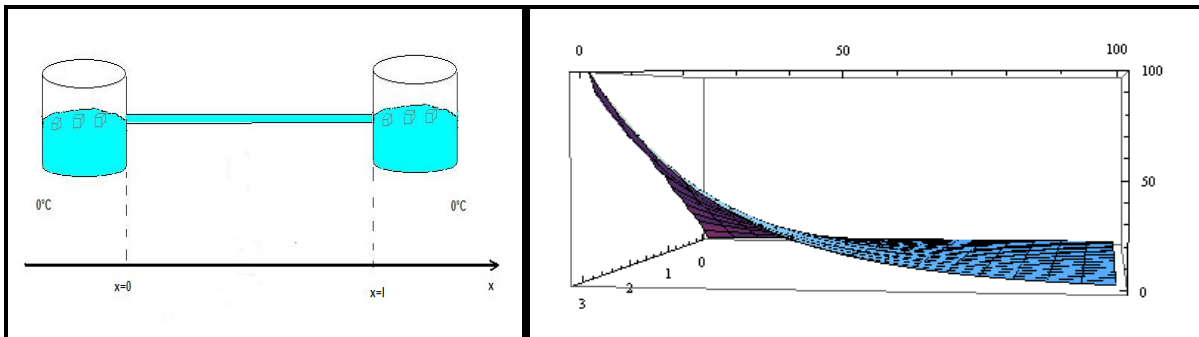


Figura 4. Conducción del calor. Varilla fina de longitud  $L$ , entre dos recipientes de igual temperatura

5- El sistema masa-resorte-amortiguador de la figura (a) está inicialmente en reposo en una posición de equilibrio. Determine la respuesta en estado estacionario del sistema cuando la masa está sometida a una fuerza periódica aplicada externamente, que tiene la forma de la onda cuadrada mostrada en la figura (b).

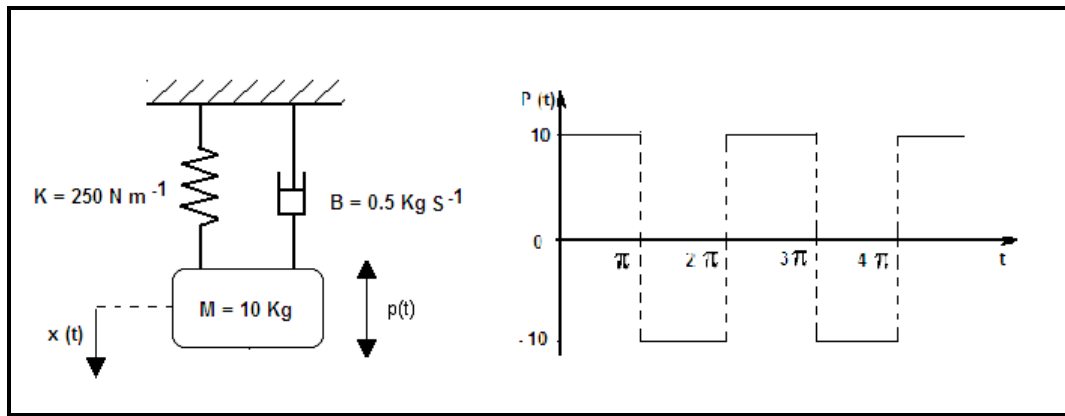


Figura 5 (a). Sistema masa-resorte-amortiguador en reposo, en equilibrio.

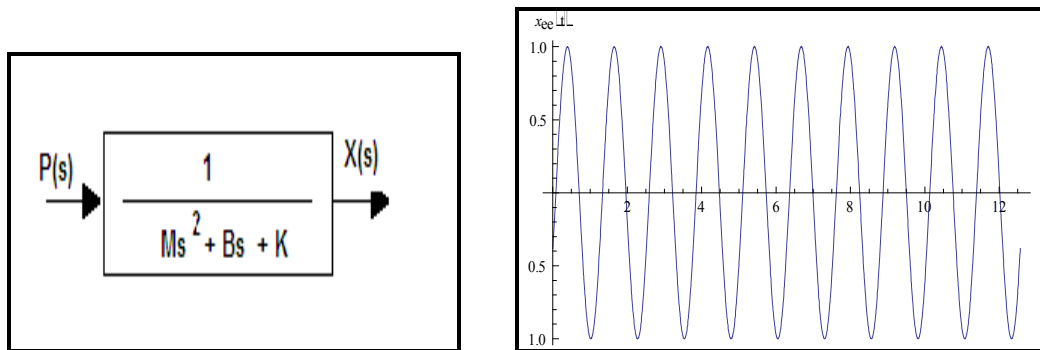


Figura 5 (b). Respuesta al sometimiento de la masa a una fuerza periódica externa

## 7. CONCLUSIONES

Este trabajo no es una crítica al formalismo matemático, su uso es indispensable en la relevancia de aspectos críticos del conocimiento y de ningún modo debe ser obviada, actúa de manera muy eficiente al determinar el alcance de los modelos matemáticos.

Como formadores de ingenieros, podemos cuestionarnos si es necesario que el alumno se convierta en un eficiente manipulador de la simbología matemática, operando universos abstractos para sí y comunicables para los demás, imitando a un investigador de este área específica, o que el alumno esté en sintonía con las herramientas tecnológicas actuales que serán sus herramientas de trabajo y que edifique su saber operando realidades virtuales basadas en algoritmos matemáticos y principios físicos que le son conocidos. ¿Qué se logra con esta presentación?

La forma de presentarlo es camino directo hacia la serie de Fourier, estamos contando su historia, la hemos secuenciado: modelado, hemos incorporado las EDP, el método de separación de variables para su solución, hasta llegar a Series de Fourier; los contenidos han sido articulado e integrados, esto permite al alumno vislumbrar la nexualidad entre estos temas.

El desarrollo de formal de las series de Fourier se manifiesta entonces con naturalidad, y la visualización de las mismas en *softwares* específicos facilitan su comprensión.

Al estudiar variables complejas, el camino es inverso, en el sentido que el desarrollo de una rama abstracta de matemática lleva a aplicaciones prácticas. Al finalizar el desarrollo de variables complejas llegamos a Fourier e integramos estos dos temas para resolver problemas de conducción de calor en derivadas parciales, utilizando mapeos.

## 8. REFERENCIAS

- [1] A. Eddington. *La filosofía de la ciencia física* (2° edición). Buenos Aires: Sudamericana. 1946.
- [2] H. Brezis, F. Browder. Partial Differential Equation in the 20' century. *Advances in Mathematics* 135(76):144. 1998.
- [3] R.K. Nagle, E.B. Staff, A.S. Snider. *Ecuaciones diferenciales y problemas con los valores en la frontera*. 3° edición. Mexico: Pearson Educación. 2003.
- [4] J. Glyn. *Advanced Modern Engineering Mathematics*. (3° edición). México: Pearson Educación. 2004.
- [5] E. Steiner. *Matemáticas para las ciencias aplicadas*. Barcelona: Reverté. 2005.
- [6] P. O' Neill. *Matemáticas avanzadas para ingeniería*. Vol I-II. (3° edición). Buenos Aires: CECSA. 1996.
- [7] Serie de compendios Schaum. Teoría y problemas de Murray R Spiegel, PhD Transformadas de Laplace. Cap.8. México: Mac Graw-Hill. 1970.
- [8] E. De Vito, A. Suárez. Jean Baptiste Fourier: la inesperada armonía del azar (editorial) *Revista Medicina* (Buenos Aires) 59: 403-406. 1999.