II CAIM 2010
Segundo Congreso Argentino
de Ingeniería Mecánica
San Juan - Noviembre 2010

Ingeniería Didáctica en el desarrollo de capacidades básicas en Carreras de Ingeniería

Eduardo Gago [*]

[*] *Laboratorio Informático de Ciencias Básicas - Departamento Ciencias Básicas*
Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Rosario
Zeballos 1341 Rosario – Argentina
Tel: 54-341-4481871 - E-mail: egago@frro.utn.edu.ar

RESUMEN

Las Instituciones de Educación Superior están siendo evaluadas, y las carreras de Ingeniería deben adecuar sus currículas y sus métodos de enseñanza a los estándares de calidad exigidos. Esta nueva mirada sobre los procesos de enseñanza impone la capacitación continua y permanente de los docentes para lograr innovadoras metodologías de enseñanza, que conduzcan a la búsqueda de nuevos recursos didácticos para lograr las capacidades básicas.
Con el propósito de diseñar nuevas experiencias didácticas, y valiéndonos de las herramientas del Cálculo simbólico, numérico y gráfico, vamos a describir el desarrollo del tema Mapeos de Funciones Complejas, en un curso de Cálculo Avanzado en la carrera Ingeniería Mecánica.
Si queremos diseñar una clase, y además evaluar los resultados de la experiencia a posteriori, debemos tener en cuenta todas las secuencias y variables involucradas en el proceso de enseñanza-aprendizaje; para luego describir, analizar y comparar el proceso de la situación didáctica evidenciada en la clase.
Se trabaja considerando los criterios de análisis de la Ingeniería Didáctica cuyo sustento teórico proviene de la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1997) y la Teoría de la Transposición Didáctica (Chevallard, 1991), que tienen una visión sistémica de la enseñanza y el aprendizaje al considerar a la Didáctica de las Matemáticas como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos, con objeto de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto (Brousseau, 1997).
En el desarrollo del tema mencionado se han tenido en cuenta las cuatro fases de la Ingeniería Didáctica, a saber: análisis preliminar; concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería; experimentación y análisis a posteriori. Para la implementacion de acciones de mejora es necesario observar el cumplimiento y la coherencia entre las fases.
La aplicación de esta teoría didáctica permite el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos esenciales de Matemática en Ingeniería, con el objetivo de dotar al estudiante de capacidades básicas, que se traducen en relacionar los conceptos fundamentales que necesitarán en el Ciclo Superior, y en su futura vida profesional.

Palabras Claves: Capacidades básicas, Situaciones didácticas, Enseñanza, Aprendizaje.

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de Matemática Superior a partir de la modelización de procesos ingenieriles reales, no es una tarea sencilla para los docentes que deben planificar las clases debido a la complejidad que presentan dichos procesos. Los objetos matemáticos involucrados no suelen adecuarse al proceso de enseñanza aprendizaje, lo que hace necesario hacer una adaptación de los problemas convirtiéndolos en situaciones didácticas de menor dificultad.

Esto requiere de los docentes una indagación y un estudio de nuevas teorías de enseñanza, que puedan llevarse a la práctica en las aulas para el desarrollo de situaciones didácticas similares a los procesos ingenieriles, y consecuentemente con esto permitir a los estudiantes la adquisición de capacidades básicas.

El propósito de este trabajo es exponer situaciones didácticas experimentales en la asignatura Cálculo Avanzado de la carrera Ingeniería Mecánica, cuando se desarrolla el tema Mapeo de Funciones Complejas en una clase de Laboratorio.

Los recursos informáticos en la actualidad han cambiado la manera de enseñar y aprender, ya que poseen una capacidad simultánea de graficación tanto en dos como en tres dimensiones que genera una independencia en la toma de decisiones para resolver problemas ingenieriles.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1. Ingeniería Didáctica (I.D.)

La I.D. es una metodología de investigación que surge en el seno de la Escuela Francesa a inicios de los años ochenta. Su sustento teórico proviene de las Teorías de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1997) y de la Transposición Didáctica (Chevallard,1991), que tienen una visión sistémica de la enseñanza y el aprendizaje al considerar a la Didáctica de las Matemáticas como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos, con el objeto de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto (Brousseau, 1997) [2].

Tiene hoy un importante rol dentro de la investigación en la Didáctica de las Matemáticas, en especial en la observación y estudios de los fenómenos didácticos ligados a la enseñanza de un tema específico, a través especialmente, de la elaboración y puesta en marcha de propuestas didácticas para el aula.

Artigue [1] considera a la I.D. como una actividad "equiparable con el trabajo de un ingeniero, quien, para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los objetos depurados de la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo". La expresión I.D. se basa, de este modo, en la analogía existente entre un modo de trabajo didáctico y la forma en que un ingeniero programa sus actividades.

La I.D. se concibe como una producción para la enseñanza basada en los resultados obtenidos de investigaciones que han utilizado metodologías externas a la clase, y también como una metodología de investigación específica.

2.2. I.D. como metodología de investigación

La I.D. considera que las investigaciones que se basan en el uso de métodos estadísticos cuantitativos, posteriores al desarrollo de un fenómeno, o una actividad, no son consideradas fuentes de información suficientes para mostrar la complejidad de los procesos que se llevan a cabo dentro del salón de clases.

Según Artigue [1]: "como metodología de investigación la I.D. se sustenta en primer lugar por un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de las secuencias de enseñanza. Allí se distinguen dos niveles de ingeniería el de micro-ingeniería y el de macro-ingeniería dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada. La metodología de la I.D. se caracteriza también por el registro en el cual se ubica y por las formas de validación a la que está asociada, ya que la I.D. se ubica en el registro de los estudios de casos y cuya forma de validación es en esencial interna y la misma es el resultado de la comparación de los análisis denominados a priori y a posteriori"

De Faría Campos [2], aclara respecto al primer punto que: "se distinguen, por lo general, dos niveles de I.D., dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada en la investigación:

- Nivel de micro-ingeniería: Las investigaciones a este nivel son las que tienen por objeto el estudio de un determinado tema. Ellas son locales y toman en cuenta principalmente la complejidad de los fenómenos en el aula.
- Nivel de macro-ingeniería: Son las que permiten componer la complejidad de las investigaciones de micro-ingeniería con las de los fenómenos asociados a la duración de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje."

Los dos niveles de investigación tienen igual relevancia y se retroalimentan entre si. Las investigaciones de micro-ingeniería son más fáciles de llevar a la práctica, mientras que las investigaciones de macro-ingeniería, a pesar de todas las dificultades metodológicas e institucionales son indispensables.

2.3. Fases de la metodología

Se distinguen cuatro fases en la I. D. como metodología de investigación. La primera fase son los análisis preliminares, la segunda fase se denomina diseño y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, la tercera fase se dedica a estudiar la experimentación en el aula de las situaciones didácticas, y la cuarta fase son los análisis a posteriori y evaluación.

2.3.1 Análisis preliminares

La fase de concepción involucra no sólo el conocimiento de un marco teórico didáctico general y los conocimientos didácticos previamente adquiridos en el campo en estudio, sino también un adecuado número de variables de análisis preeliminares. Las variables más relevantes a tener en consideración son: el análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza; el análisis de la enseñanza tradicional y sus consecuencias (componente didáctica); el análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución (componente cognitiva); y el análisis del campo las restricciones donde se va a situar la realización didáctica efectiva.

Todo lo expresado se realiza teniendo en cuenta los objetivos de la investigación. Artigue [1] expresa “estos principios no suelen reproducirse en las publicaciones, y que el investigador los retoma y los profundiza en el transcurso de las diferentes fases de la misma”.

2.3.2 La concepción y el análisis a priori de las situaciones didácticas

En esta fase el investigador toma la decisión de actuar sobre un determinado número de variables del sistema no fijadas por las restricciones. Estas variables denominadas de comando se perciben como pertinentes al problema estudiado. Podemos distinguir dos tipos de variables de comando: variables macro-didácticas o globales, y son inherentes a la organización global de la Ingeniería; y variables micro-didácticas o locales, y están relacionadas a la organización local de la ingeniería, y se refiere a la organización de una secuencia o de una fase [4].

Estas dos variables, pueden ser generales o dependientes del contenido didáctico en el que se focaliza la enseñanza, y además no son independientes unas de otras.

Como ya sabemos una de las características fundamentales y que distinguen a la Ingeniería Didáctica es su forma de validación que es esencialmente interna. Desde la fase de concepción se inicia el proceso de validación por medio del análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería.

Es importante además tener en cuenta los posibles comportamientos de los alumnos, y hacer el análisis de cómo estos comportamientos presumen la incorporación de los aprendizajes significativos para la situación que se desea alcanzar.

2.3.3 Experimentación

Es en esta fase donde se da la relación entre el docente y los estudiantes que son objeto de la investigación. La fase de experimentación considera la manifestación a los estudiantes de los objetivos y condiciones que se tendrán en cuenta en la situación didáctica, la aplicación de los instrumentos de la investigación, el establecimiento del contrato didáctico, y el registro de las observaciones realizadas en la clase [1].

2.3.4 Análisis a posteriori

En esta etapa los docentes valoramos los datos y las impresiones que obtenemos de las experiencias, comparando el diseño en el análisis a priori y lo experimentado.

3. PROPUESTA – APLICACIÓN DE LA I.D. EN EL DESARROLLO DEL TEMA MAPEOS DE FUNCIONES COMPLEJAS

Se presentan algunas situaciones de enseñanza aprendizaje basadas en la conceptualización de los temas mediante el diseño de modelos y la visualización, analizando además las fases de las experiencias propuestas.

3.1. Análisis preliminar

El análisis preliminar se basa en una concepción sistémica de la enseñanza donde intervienen consideraciones que tienen en cuenta las relaciones que se establecen entre el profesor, los estudiantes y al saber matemático a enseñar.

Nos interesa proponer situaciones didácticas especialmente diseñadas que conduzcan a proponer modelos que describan el comportamiento del flujo de calor y el diseño de tuberías, y de esa manera alcanzar las capacidades básicas que deben tener los estudiantes.

Con esta intención, generamos un ambiente colaborativo de trabajo en el Laboratorio de Ciencias Básicas, diseñando una clase taller que denominamos clase teórico práctico tecnológica donde desarrollamos los conceptos de las funciones de variable compleja y los teoremas pertinentes, con sus aplicaciones a la Ingeniería.

La clase de Laboratorio está diseñada con el propósito de conceptualizar los temas de cierta complejidad mediante un soporte gráfico, esto les permite a los estudiantes demostrar su ingenio y destreza para visualizar e incorporar los conceptos.

3.1.1 Análisis epistemológico

En la enseñanza del mapeo de Funciones Complejas se realizaba por una extensa influencia del cuadro algebraico, y escaso análisis gráfico. Con la aparición y el desarrollo de los métodos numéricos, el cálculo simbólico y la efectividad y potencia de los programas de computación de Matemática esta perspectiva ha ido cambiando para darle mayor preponderancia a las conclusiones emanadas del análisis gráfico de las transformaciones logradas [4].

Nos interesa analizar que libros de textos necesitamos para enseñar el tema mapeo de funciones complejas, considerando que enseñamos Matemáticas para carreras de Ingeniería buscando la aplicación específica del tema y la adquisición de capacidades básicas, contando además con una bibliografía seleccionada y actualizada.

En alguna bibliografía el desarrollo del tema Funciones Complejas, la parte gráfica de Mapeos se desarrolla al final del mismo. Previamente se exponen los temas Límite (con mucha rigurosidad y formalismo matemático) y Derivada.

Actualmente las transformaciones generadas de mapear las Funciones complejas se visualizan al principio del tema, y Límite queda relegado sólo al análisis de los conceptos fundamentales necesarios para desarrollar Derivada, como se comprueba en la bibliografía actual [5].

3.1.2 Análisis didáctico

Las técnicas de variable compleja tienen la particularidad de transformar figuras complicadas en figuras simples y viceversa, como lo demuestran el significativo aporte que estas técnicas han dado al diseño de piezas de máquinas industriales y en el área de la aeronáutica [4].

Estas transformaciones, además, han sido importantes en la aplicación de una diversidad de situaciones, en especial, en la dinámica de fluidos, la aerodinámica, la elasticidad y en los fenómenos inherentes a la conducción de calor [1,4].

3.1.3 Análisis cognitivo

Nos interesa conocer, y tenemos que trabajar sobre las concepciones y las limitaciones que poseen los alumnos respecto al tema Mapeo de Funciones Complejas y como lo aplicarán a los distintos problemas planteados buscando la independencia y la autogestión.

3.2. Análisis a priori

Si queremos diseñar una clase, y además evaluar los resultados de la experiencia a posteriori, debemos tener en cuenta todas las secuencias y variables involucradas en el proceso de enseñanza-aprendizaje; para luego describir, analizar y comparar el proceso de la situación didáctica evidenciada en la clase.
La clase teórica práctica tecnológica se desarrolla en tres sesiones de tres horas cátedras cada una con diferentes etapas con la cual se quiere conducir a los alumnos al aprendizaje del tema propuesto. Las etapas diseñadas para llevar adelante la clase son: planteo de una situación problemática, búsqueda y posterior selección del material bibliográfico sobre el tema, modelado de la situación, resolución del problema y conclusiones.

3.3. Experimentación

Se propone en primera instancia a los alumnos que realicen una investigación teórica sobre el tema mapeos de funciones complejas y su relación respecto al flujo de calor. Para llevar a cabo esta tarea les indicamos la búsqueda de bibliografía y que establezcan conclusiones respecto a la información seleccionada.
En cuanto al flujo de calor los alumnos descubren que dada una función compleja $w = f(z)$, con $z = x + j\,y$ y $w = u(x,y) + j\,v(x,y)$, entonces si f representa la función potencial del flujo calor la parte real de dicha f que es $u(x,y)$ representan las líneas de temperatura (isotermas) y la parte imaginaria de dicha f que es $v(x,y)$ representan las líneas de flujo de calor.

3.3.1 Realizaciones didácticas

Valiéndonos de las herramientas del Cálculo simbólico, numérico y gráfico, vamos a describir el desarrollo del tema Mapeos de Funciones Complejas, en un curso de Cálculo Avanzado en la carrera Ingeniería Mecánica.

3.3.1.1 Situación didáctica Nº 1: Mapeo lineal

Una tubería de sección transversal rectangular está colgada del techo en posición oblicua a la perpendicular que forma el techo con la pared. Con el objetivo de analizar el flujo de aire que pasará por dicho recinto les solicitamos a los alumnos que trasladen la figura haciéndola simétrica respecto a los ejes coordenados, considerando los siguientes mapeos lineales:

a) $f_1(z) = \left(\sqrt{2} + j\sqrt{2}\right)z$; b) $f_2(z) = z + 2{,}35 + j6{,}25$; c) $f_3(z) = \left(\sqrt{2} + j\sqrt{2}\right)z + 2{,}35 + j6{,}25$.

El rectángulo tiene por vértices los puntos: $A(-5{,}657; 2{,}828)$; $B(-4{,}49; 3{,}995)$; $C(-0{,}424; -0{,}071)$ y $D(-1{,}591; 1{,}237)$.

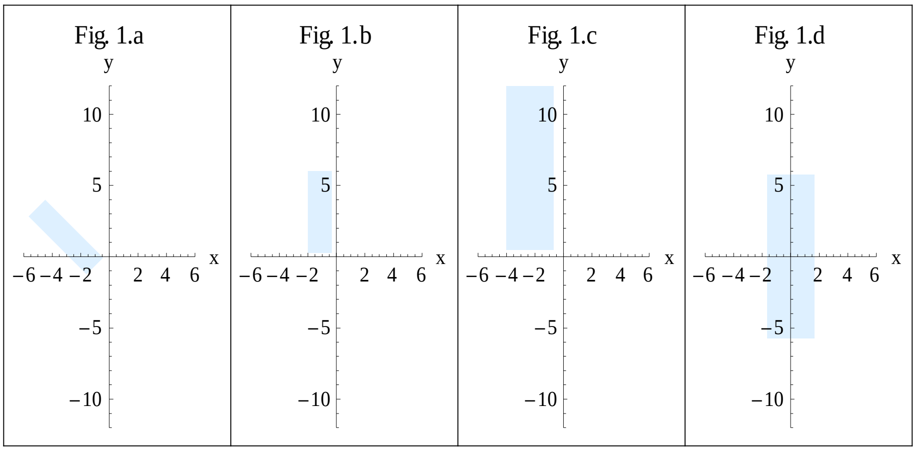


Figura 1 Mapeo lineal de la sección transversal rectangular de una tubería

A partir del trabajo realizado en el caso anterior, y consecuentemente a esto se les indica las secciones transversales de distintas tuberías que están ubicadas en diferentes regiones del plano, y les solicitamos que analicen en forma gráfica que sucede con ellas, las respuestas son:

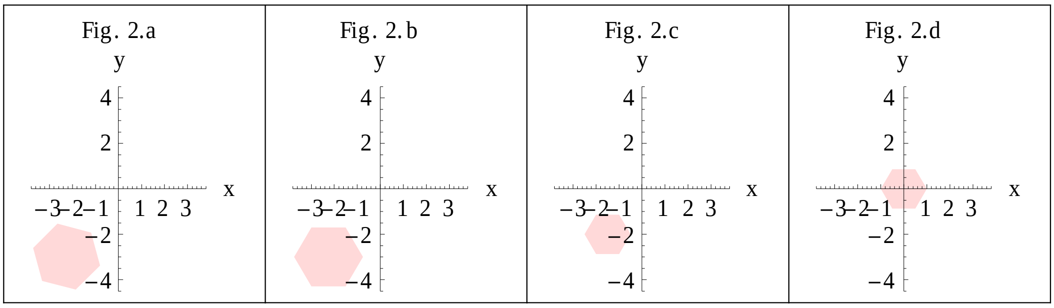


Figura 2 Mapeos lineales para la sección transversal hexagonal de una tubería

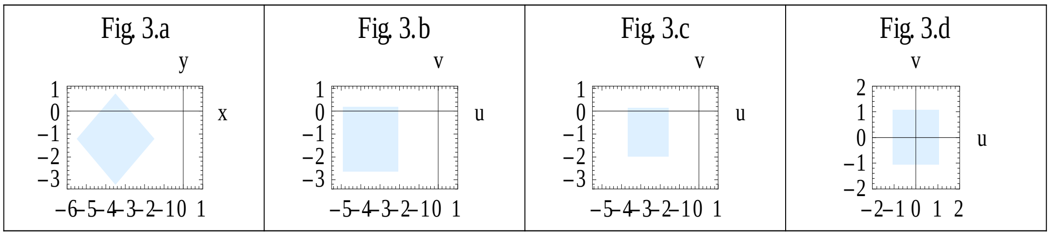


Figura 3 Mapeos lineales para la sección transversal cuadrada de una tubería

De las gráficas de las Fig. 1, Fig. 2 y Fig. 3 los alumnos logran arribar a las siguientes conclusiones:

1º) El mapeo lineal de tipo $f(z)=\alpha z$ (con $\alpha \in C$), produce en la región en primer lugar una rotación cuyo ángulo es $arg\,\alpha$ (Fig. 1b, 2b y 3b), y luego de ésta una ampliación correspondiente a $|\alpha|$ (Fig. 1c, 2c, 3c).

2º) El mapeo lineal de tipo $f(z)=z+\beta$ (con $\beta \in C / \beta = a+bi$) produce una traslación conjunta de la región a unidades hacia la derecha o hacia la izquierda (según a sea positivo o negativo) y b unidades hacia arriba o abajo (según b sea positivo o negativo) (Fig. 1d, 2d, 3d).

3º) Entonces el mapeo lineal $f(z)=\alpha z+\beta$ produce las transformaciones indicadas en los puntos 1º) y 2º).

Las observaciones anteriores les fueron de utilidad a los alumnos para poder llegar a conceptualizar el tema por medio de las características de los mapeos lineales.

3.3.1.2 Situación didáctica Nº 2: Mapeo bilineal

Se tiene una tubería cilíndrica con una cavidad cilíndrica interior que está descentrada y por la que pasa vapor a 100ºC (Fig. 6). La temperatura exterior de la tubería es de 0º C. El radio de la circunferencia interior es $\frac{3}{10}$ del radio de la circunferencia exterior.

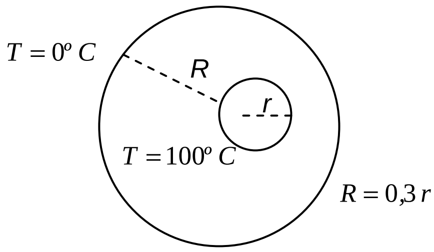


Figura 4 Esquema de la tubería

La ley de la función armónica que rige la temperatura para fluidos contenidos en tuberías con simetría axial es $T(u,v) = A\ ln(u^2+v^2)+B$ (con A y B constantes), y sabiendo que el mapeo bilineal $f(z)=\dfrac{z-3}{3z-1}$ es el que transforma esta figura en otra con simetría axial, se solicita encontrar la ley que rige la distribución de temperatura para este caso, y realizar las gráficas correspondientes.

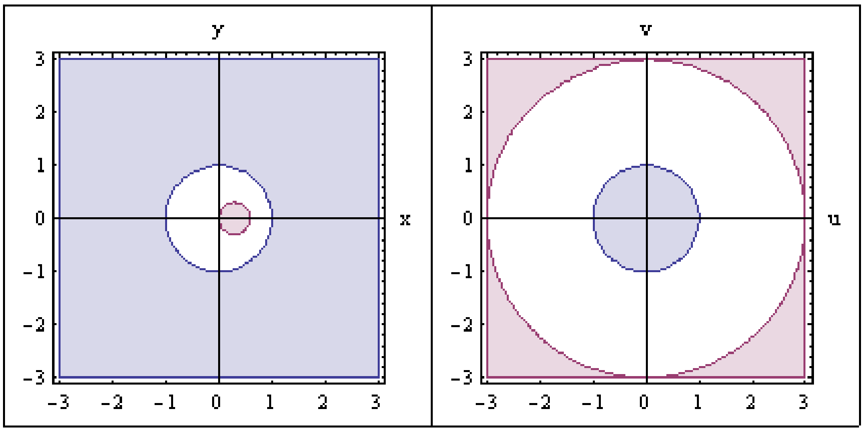


Figura 5 Mapeo bilineal de la sección transversal de la tubería de la Figura 4

Los alumnos realizan las gráficas que observamos en la Figura 5 y obtienen las siguientes conclusiones:

- En el plano complejo z, la zona exterior de la circunferencia de radio unitario de ecuación $|z|=1$ se mapea en el plano complejo w en la zona interior de la circunferencia de radio unitario de ecuación $|w|=1$.

- En el plano complejo z, la zona interior de la circunferencia de ecuación $|z-0{,}3|=0{,}3$ se mapea en el plano complejo w en la zona exterior de la circunferencia de ecuación $|w|=3$.
- Las constantes A y B de la función de temperatura resultan $A=-100\,ln\,9$, y $B=100$, resultando la temperatura: $T(u,v)=\dfrac{100-100\,ln(u^2+v^2)}{ln\,9}$
- La función temperatura es $T(x,y)=\dfrac{100}{ln\,9}\left(1-ln\left[(x-3)^2+y^2\right]-ln\left[(3x-1)^2+9y^2\right]\right)$

3.3.1.3 Situación didáctica Nº 3: Mapeo cuadrático

En el diseño de piezas es recomendable partir de una superficie sencilla a fin de estudiar sus propiedades y luego hacer la correspondiente transformación para obtener la forma deseada. Diseñaremos la cuchilla de una picadora de sustancias para fabricar alimentos balanceados.

Por medio del mapeo $f(z)=z^2$ se solicita transformar la región limitada por $y\geq -1$, $-x+y\leq 1$ y $x+y\leq 1$ a fin de obtener la forma de una cuchilla de una máquina de picar. Luego para obtener otra cuchilla hacen lo propio con la región limitada por $x\leq 1$, $-x+y\leq 1$ y $x+y\geq 1$

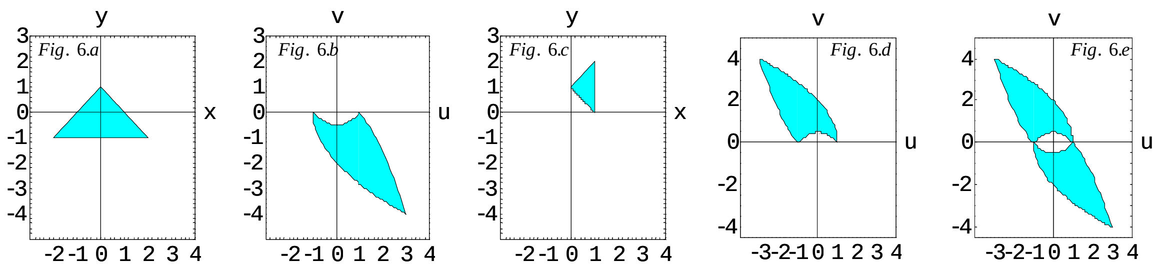


Figura 6 Mapeo cuadrático de dos regiones triangulares

En la Figura 6 se muestran las gráficas obtenidas por los alumnos, y ellos observan como los triángulos son transformados en dos regiones que corresponden al diente de una máquina de picar, y de la combinación de ambos se diseña la cuchilla del aparato.

3.3.1.4 Situación didáctica Nº 4: Análisis de distintos potenciales de calor

Dados los siguientes potenciales complejos, obtener las ecuaciones de las isotermas y las líneas de flujo, y graficarlas.

Siendo: a) $f(z)=\left(\sqrt{2}+j\sqrt{2}\right)z+2{,}35+j6{,}25$; b) $f(z)=\dfrac{1}{z}$ c) $f(z)=\dfrac{z-3}{3z-1}$, d) $f(z)=z^2$

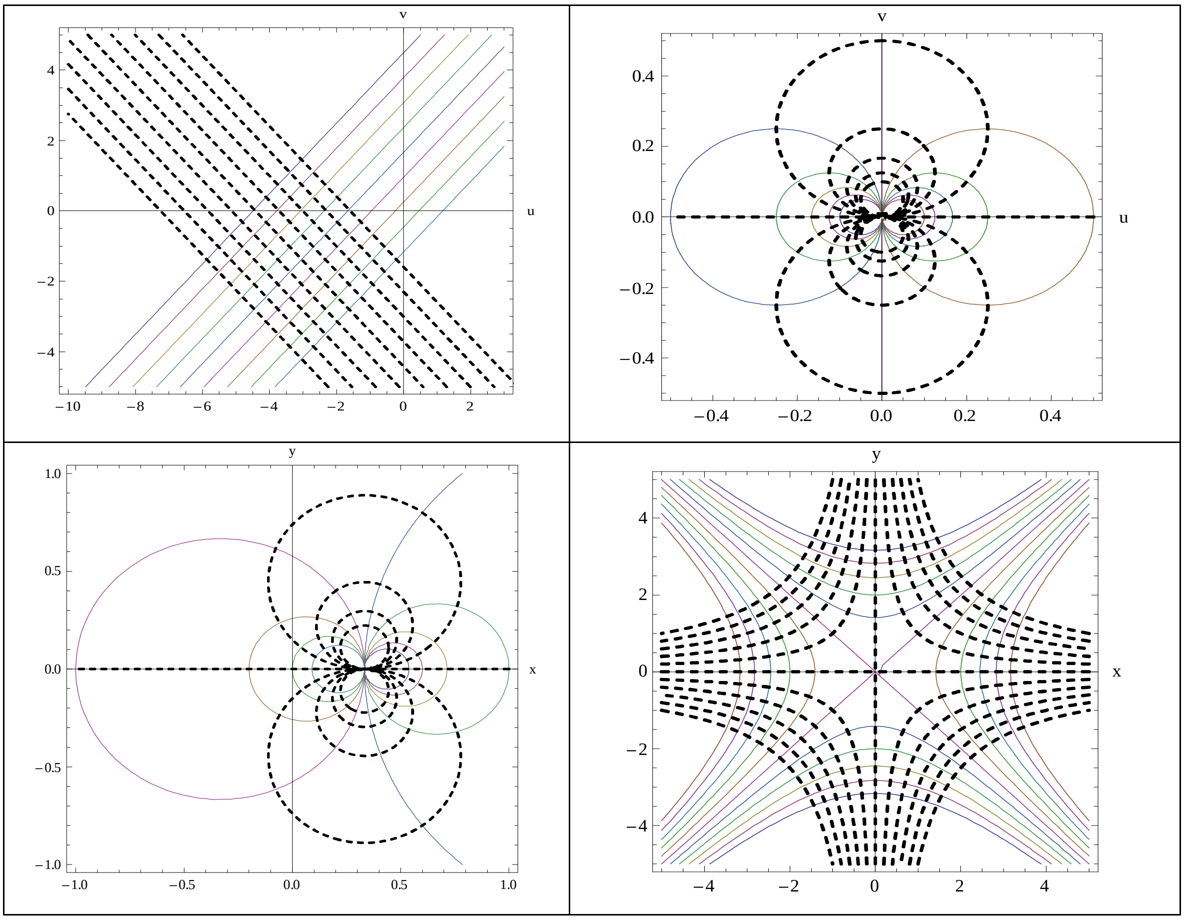
Los alumnos obtienen las ecuaciones de las isotermas y de las líneas de flujo para los potenciales complejos de calor considerados y se expresan en la Tabla 1.

Las curvas que representan las isotermas (curvas en trazo continuo) y las líneas de flujo (curvas en línea de puntos) se presentan en la Tabla 2.

Tabla1 Ecuaciones de las isotermas y las líneas de flujo para distintos Potenciales de calor

Función Potencial	Ecuaciones de las Isotermas	Ecuaciones de las Líneas de flujo
$f(z)=\left(\sqrt{2}+j\sqrt{2}\right)z+2{,}35+j6{,}25$	$2{,}35+\sqrt{2}x-\sqrt{2}y=k$	$6{,}25+\sqrt{2}x+\sqrt{2}y=c$
$f(z)=\dfrac{1}{z}$	$\dfrac{x}{x^2+y^2}=k$	$\dfrac{-y}{x^2+y^2}=c$
$f(z)=\dfrac{z-3}{3z-1}$	$\dfrac{3x^2+3y^2-10x+3}{(3x-1)^2+9y^2}=k$	$\dfrac{8y}{(3x-1)^2+9y^2}=c$
$f(z)=z^2$	$x^2-y^2=k$	$2xy=c$

Tabla 2 Isotermas y líneas de flujo para distintos Potenciales de calor



Luego, y a partir del registro simbólico hallado, les sugerimos que verifiquen si las curvas son ortogonales, para lo cual aplican los criterios vistos en el tema Ecuaciones diferenciales en segundo año, y ven que es cierta esta condición.

3.4. Análisis a posteriori

Las relaciones que los alumnos establecieron mediante la visualización les permitió conceptualizar de una manera rápida y eficaz el tema Mapeos, además no sólo incorporaron nuevos conocimientos sino que continuamente debieron apoyarse en conocimientos previos.

Se hizo necesario revisar e investigar conceptos de las funciones bidimensionales desarrolladas en Análisis Matemático II (curvas de nivel, funciones implícitas, ecuaciones diferenciales, etc.)

Mediante el requerimientos de los conocimientos básicos del tema pudieron reflexionar respecto a la transformación de superficies y como esto ayuda a analizar el flujo de calor. Además con el análisis de isotermas y líneas de flujo colaboró como introducción del tema siguiente que es el concepto de derivada de una función compleja, mapeos conformes, análisis de la funciones analíticas y sus aplicaciones, como así también ver la relación entre el potencial complejo y las derivadas parciales.

4. CONCLUSIONES

De la experiencia citada se comprobó que la aplicación de esta teoría didáctica permite el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos esenciales de Matemática en Ingeniería y ello hace posible dotar a los alumnos de capacidades básicas, que se traducen en una adecuada relación de los conceptos fundamentales que necesitarán en el Ciclo Superior, y en su futura vida profesional.

Los docentes que llevan a cabo la experiencia propiciaron el desarrollo y la articulación paulatina de diversas y variadas situaciones didácticas de creciente complejidad con la finalidad de ofrecer a los estudiantes un ámbito de reflexión para integrar los conocimientos en un aprendizaje significativo.

La visualización realizada con el apoyo de herramientas computacionales permitió explorar los conceptos del tema Mapeos de Funciones de variable compleja y descubrir las relaciones que estos conceptos tienen con otros de la misma asignatura y de asignaturas del ciclo superior.

Además, el ambiente colaborativo desarrollado en el Laboratorio de Ciencias Básicas otorgó a los alumnos una serie de estrategias y habilidades para la actividad propuesta, permitiendo futuros aprendizajes.

5. REFERENCIAS

[1] M. Artigue, R. Douady, R. Moreno, L. Gómez, *Ingeniería didáctica en educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas*, Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1995.

[2] E. De Faria Campos, *Ingeniería didáctica*, Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Universidad de Costa Rica, Año 1, Nº 2, 2006

[3] J. Marcolini Bernardi, *Ingeniería didáctica en Física Matemática*, Tesis Doctoral, Universidad de Granada, 2003

[4] R. Farfán Marquez, *Ingeniería Didáctica. Un estudio de la evolución y el cambio*, Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1997

[5] G. James, *Matemáticas avanzadas para Ingeniería*, México, Editorial Pearson, 2º ed., 2002.

[6] G. Ledder, *Ecuaciones Diferenciales. Un Enfoque de Modelado,* Mc Graw Hill, México, 2006.

[7] P. O´Neil, *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*, Thomson Learning, México, 5ª ed., 2004.