



II CAIM 2010  
Segundo Congreso Argentino  
de Ingeniería Mecánica  
San Juan - Noviembre 2010

## DISPOSITIVO DE RUEDA LIBRE BIDIRECCIONAL: ASPECTOS EXPERIMENTALES Y FORMULACIÓN DE UN MODELO ANALÍTICO

Andrés E. Romero y Marcelo T. Piovan <sup>(1)</sup>

*Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada  
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca.  
11 de Abril 461, B8000LMI Bahía Blanca, BA, Argentina  
Tel/Fax: +54-291 4555220 - E-mail: [mpiovan@frbb.utn.edu.ar](mailto:mpiovan@frbb.utn.edu.ar)*

<sup>(1)</sup>CONICET

### RESUMEN

En el presente trabajo se extiende un desarrollo previo de los autores para una aplicación particular de transmisión mecánica en la cual se requieren grandes reducciones de velocidad y gran torque. En estas condiciones se suele utilizar reductores de velocidad del tipo sinfín-corona, sin embargo la implementación de este tipo de transmisiones se torna dificultosa cuando la carga debe girar en los dos sentidos. Para salvar esta circunstancia, los autores propusieron una alternativa de transmisión mecánica de discos rotantes que se acoplan por fricción, empleando una rueda libre.

En el desarrollo original los autores propusieron un prototipo mecánico y desarrollaron un modelo simplificado de análisis de la transmisión. En este trabajo se efectúa un modelo más sofisticado y se emplean elementos de medición de fuerza y velocidad y posición para validar el modelo propuesto. A su vez se presentan diversos estudios paramétricos para ajustar los parámetros del modelo analítico propuesto.

Este dispositivo podría ser aplicado en ruedas de impulso para vehículos adaptados a personas discapacitadas motrices, como también en paletas de agitación de fluidos que deben batirse indistintamente en ambos sentidos, en equipos de molienda y tamizado, entre otros.

**Palabras Claves:** Mecanismo de rueda libre, modelación mecánica, identificación.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las motivaciones y/o intereses más recurrentes en el área de diseño de mecanismos y máquinas suelen ser la concepción de soluciones simples, robustas y que ocupen poco espacio. Esta afirmación es especialmente cierta cuando tales mecanismos o máquinas deben interactuar con los seres humanos y más aun si estos tienen discapacidades motoras. Muchos de los dispositivos originados en los diseños de equipos para los discapacitados motores suelen presentar características interesantes desde el punto de vista constructivo y operativo.

Recientemente los autores [1] construyeron un prototipo para un dispositivo de embrague por fricción con rueda libre bidireccional, con motivo de una aplicación en una silla de ruedas para discapacitados motrices. En tal trabajo se ha efectuado una descripción del dispositivo en cuanto a su funcionalidad y sus componentes, proponiendo al mismo tiempo un modelo elemental para analizar los periodos de aceleración y detención del eje de acoplamiento, como también para evaluar aspectos de desgaste relacionados a la presencia de fricción. En este trabajo se pretende ampliar la evaluación del modelo matemático de análisis del acoplamiento efectuando determinaciones experimentales. Para tal fin se ha extendido el prototipo original con un dispositivo rotante para montar masas y simular de esta manera el efecto de la inercia de una carga vinculada al dispositivo de embrague.

Se emplean sensores de rotación en diferentes partes del dispositivo para capturar las características de conexión entre partes móviles del sistema. Con la información experimental recopilada se efectúa la caracterización de las propiedades cinemáticas y dinámicas del modelo matemático que representa al prototipo, especialmente en lo atinente al amortiguamiento del movimiento de detención y de arranque. Se presentan los resultados de la caracterización de las propiedades y los efectos amortiguamiento y de fricción asociados a cada uno de los componentes del dispositivo.

## 2. BREVE DESCRIPCION DEL DISPOSITIVO

En la Figura 1 se muestra una foto del prototipo que se presenta en este trabajo con el dispositivo que simula la carga de inercia que debería trasladar. Así pues la Figura 1(a) muestra el dispositivo de acoplamiento por rueda libre, el cual consta de un eje (1) sobre el cual se ha labrado una rosca de paso relativamente grande (2). Este eje va conectado al elemento motor (en otros casos se puede tratar de una reducción de ejes perpendiculares del tipo corona y sin fin). Sobre dicho eje y sobre su rosca se encuentra una tuerca-corona (3) con rosca interna acorde a la del eje que a su vez posee un contrapeso que la mantiene desbalanceada, esta corona es de material anti-deslizante (teflón o grilón). Exteriormente se encuentran dos platos (7), montados sobre rodamientos de bolilla a ambos extremos de la rosca, que se vinculan por medio de tres barras (6) formando un conjunto solidario (4). Sobre los platos (7) se montan los platillos de material anti-deslizante (5) que entrarán en contacto con la rueda libre. El conjunto (4) se vincula con la carga a mover (sea una silla de ruedas u otro tipo de máquina). Para el análisis de este prototipo, la carga (9) se conecta al acoplamiento de rueda libre por medio de un sistema de correas y poleas (8)-(10). El sistema (12) para montar las masas se ha construido para ser suficientemente pesado como para evitar movimientos espurios que afecten la medición en los sensores de rotación (11). Los sensores de rotación se conectan para detectar la velocidad de rotación del eje de carga y la velocidad del eje de transmisión. La

inercia de carga a mover, aunque no sea co-lineal al eje del acoplamiento, se ve reflejada en el eje del mismo por medio de una relación de transmisión.

El proceso de acoplamiento funciona según que: al aplicar un giro al eje (1) la rosca que posee hará que la tuerca-corona (3), por estar desbalanceada, se desplace hacia alguno de los platos fijados (5) en los extremos según el sentido de giro. Luego la tuerca-corona roza contra la superficie interna de uno de los platos presionándose contra el mismo y transmitiendo así el giro a todo el conjunto (4) y en consecuencia a la carga que se debe mover. Una vez que la carga comienza a girar el dispositivo se comporta como un eje rígido de transmisión y permanece acoplado y en ese estado en tanto que el sistema impulsor no se detenga o genere una contramarcha.

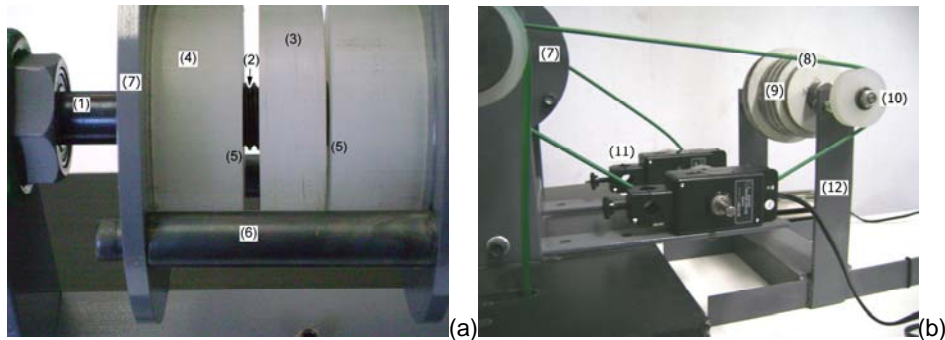


Figura 1. Dispositivo de acople por rueda libre bidireccional (a) embrague (b) disposición con los sensores

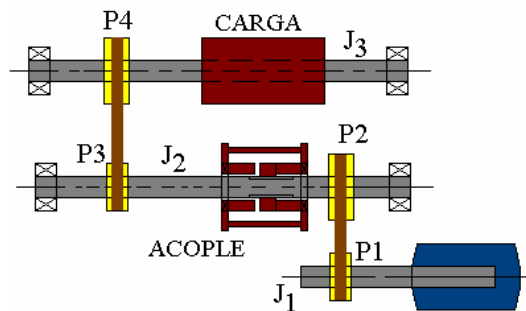


Figura 2. Modelo físico del prototipo con la carga

En la Figura 2 se muestra un esquema sintético del sistema mecánico de la Figura 1. A partir de tal esquema se propone un modelo de transmisión muy simple que se puede describir en la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 J_1 \frac{d\alpha_1}{dt} + C_1 \alpha_1 &= T_M - F_{i1} K_{P1} r_{P1} - T_{f1} \\
 J_2 \frac{d\alpha_2}{dt} + C_2 \alpha_2 &= F_{i2} K_{P2} r_{P2} - F_{i3} K_{P3} r_{P3} - T_{f2} \\
 J_3 \frac{d\alpha_3}{dt} + C_3 \alpha_3 &= F_{i4} K_{P4} r_{P4} - T_{f3}
 \end{aligned} \tag{1}$$

donde  $\alpha_i$ ,  $J_i$  y  $C_i$ ,  $i = 1,2,3$ , representan la velocidad de rotación, la inercia y la constante de amortiguamiento a la rotación de cada eje. En esta primera instancia se considera que las partes componentes del dispositivo son sumamente rígidas (lo cual es factible en cuanto a que los medios empleados para la transmisión de movimiento son por correas elásticas).  $T_M$  representa el torque del motor que puede considerarse

aproximadamente constante (solo se emplea en el proceso de arranque hasta la estabilización de la marcha).  $T_{fi}$ ,  $i=1,2,3$ , son los momentos debidos a la fricción con los cojinetes, apoyos y/o rodamientos de cada eje.  $F_{ti}$ ,  $i=1,2,3,4$ , corresponden a las fuerzas actuantes en las ramas tensas de las correas para cada una de las poleas; los  $K_{Pi}$ ,  $i=1,2,3,4$ , corresponden a la relación vinculante con la rama floja de la correa (devenida de la ley de Prony [2]) para calcular el momento equilibrante en cada polea, según se expresa en la Ecuación (2); mientras que  $r_{Pi}$ ,  $i=1,2,3,4$ , corresponden a los radios de acción de cada polea.

$$K_{Pi} = \frac{e^{\mu_i \phi_i} - 1}{e^{\mu_i \phi_i}} \quad \forall i = 1, \dots, 4 \quad (2)$$

Siendo  $\phi_i$  el ángulo de abrace de la correa a la polea  $i$ -ésima, y  $\mu_i$  su correspondiente coeficiente de fricción. Las condiciones iniciales que completan el sistema dado en la Ecuación (1) pueden ser descriptas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \alpha_i(0) &= 0 \quad o \\ \alpha_i(T_o) &= \bar{\alpha}_i \end{aligned} \quad (3)$$

dependiendo de que parte del movimiento quiera analizarse, el de arranque o el de detención, lo cual implica un planteo ligeramente distinto para cada caso. En la Figura 3 se puede apreciar un caso particular del proceso de acoplamiento del sistema, con la secuencia inicio-acople-descarga, medido con los sensores de rotación (11) según se indica en la Figura 2. Así pues, en la Figura 3 se observan las velocidades de rotación medidas sobre el eje de acople, en la zona de motor-acople (es decir entre las poleas P1 y P2) y en la zona acople-carga (entre las poleas P3 y P4). Así mismo se identifican cuatro zonas características de un procedimiento de arranque y detención, es decir, la zona (a) cuando arranca el motor y comienza a girar el eje del acople hasta que entra en contacto con uno de los platillos, luego la zona (b) donde una vez efectuado el acoplamiento ambos ejes comienzan a girar conectados hasta llegar a la velocidad de régimen; luego la zona (c) donde se produce la detención del motor y por la inercia propia del mismo, se detiene la rotación entre las poleas P1 y P2; finalmente la zona (d) donde se produce también la detención del eje de carga y de acople. A su vez pueden apreciarse los periodos  $T_r$  y  $T_d$  que identifican, respectivamente, el lapso de tiempo para alcanzar la velocidad de régimen y el lapso de tiempo hasta la detención de la rotación en la zona de carga.

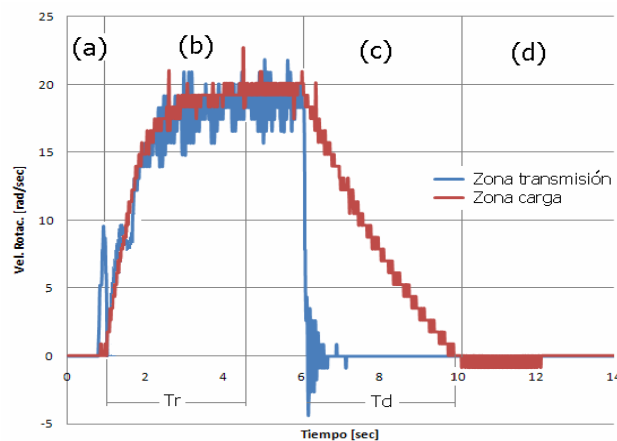


Figura 3. Velocidades en los ejes de acoplamiento y carga. Determinación experimental típica.

Normalmente las inercias se pueden calcular o estimar sin inconveniente, las características geométricas son valores ya definidos y las fuerzas y torques se estiman con suficiente aproximación, aun cuando la transmisión se efectúe por medio de correas, con algunos instrumentos de medición. Los valores de los coeficientes de amortiguamiento se desconocen y se intentará efectuar una caracterización de los mismos en función de las variables operativas del dispositivo experimental a partir de análisis estadísticos.

El modelo descrito en la Ecuación (1) está representando el movimiento luego de operado el acoplamiento. Efectuando algunas manipulaciones algebraicas se puede obtener una ecuación para el eje del acoplamiento, con propiedades dinámicas equivalentes. Esta ecuación se expresa de la siguiente manera:

$$J_e \frac{d\alpha}{dt} + C_e \alpha = T_e \quad (4)$$

siendo  $J_e$  y  $C_e$  las propiedades dinámicas equivalentes, que condensan o reflejan las inercias y amortiguamientos de los restantes ejes (ver [3]), según que parte se desee evaluar y/o medir.  $T_e$  es el momento o torque equivalente actuante en la zona de evaluación, sea que fuere la zona de carga o la zona de transmisión.

## ENSAYOS EXPERIMENTALES Y CARACTERIZACIÓN DE COEFICIENTES

En la Tabla 1 se indican los datos correspondientes a los materiales empleados en la construcción del prototipo de acoplamiento. Los valores de las densidades han sido medidos empleando balanzas de precisión, en tanto que el módulo de elasticidad es estimado y extractado de manuales [2]. Para efectuar los experimentos se cuenta con un set de siete masas cuyos pesos van desde 558 grs a 1465 grs, cubriendo un rango de inercia rotacional de  $5.0 \times 10^{-4}$  a  $27.0 \times 10^{-4}$  Kg.m<sup>2</sup>. Estas masas se emplean para simular la carga a mover. El ensayo experimental consistió en medir las velocidades de rotación en diferentes partes del acoplamiento, desde el arranque hasta llegar a la velocidad de régimen y desde la velocidad de régimen hasta llegar al detenimiento total de los componentes. Se emplean sensores de rotación marca PASCO, modelo CI-6538 [4]. La frecuencia de registro de los sensores se ha prefijado en 100 Hz. Cada uno de estos ensayos se efectúa fijando una velocidad nominal (aplicada con un reóstato) en el motor de transmisión. Con estos ensayos se puede determinar la forma de variación del lapso de tiempo para alcanzar la velocidad de régimen y del lapso de tiempo hasta la detención de la rotación en la zona de carga.

Tabla 1 Propiedades materiales de los componentes del acoplamiento.

Parámetro	Acero	Plástico/Grilon
Densidad Masas [Kg/m <sup>3</sup> ]	7721.59	-----
Densidad Piezas [Kg/m <sup>3</sup> ]	7790.00	1140.00
Módulo de Elasticidad [GPa]	206.00	-----

Se han efectuado siete registros experimentales de velocidad de rotación en los puntos identificados como P3 y P2 en la Figura 2, con cargas de valor creciente y para velocidades de transmisión ( $\omega_T$ )  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{2}$  de la velocidad nominal ( $\omega$ ) en el motor. Con ello, en total, se han efectuado 14 registros de velocidad y de aceleración en la zona de carga (P3) y en la zona de transmisión (P2).

En la Figura 4 se muestra la variación del período de estabilización  $T_e$  y del período de detención  $T_d$  con respecto a la inercia equivalente de la carga, para cada una de las dos condiciones de velocidad nominal preestablecidas. En la Figura 5 se muestra una gráfica donde se disponen las velocidades de régimen medidas y relacionadas con respecto a la inercia efectiva de la carga.

A partir de tener identificados experimentalmente los valores de la velocidad de régimen y del tiempo de detención, se pueden estimar los coeficientes efectivos de amortiguamiento mediante la solución de la Ecuación (4) para cada valor de la inercia equivalente, admitiendo algunas hipótesis, como se verá más adelante.

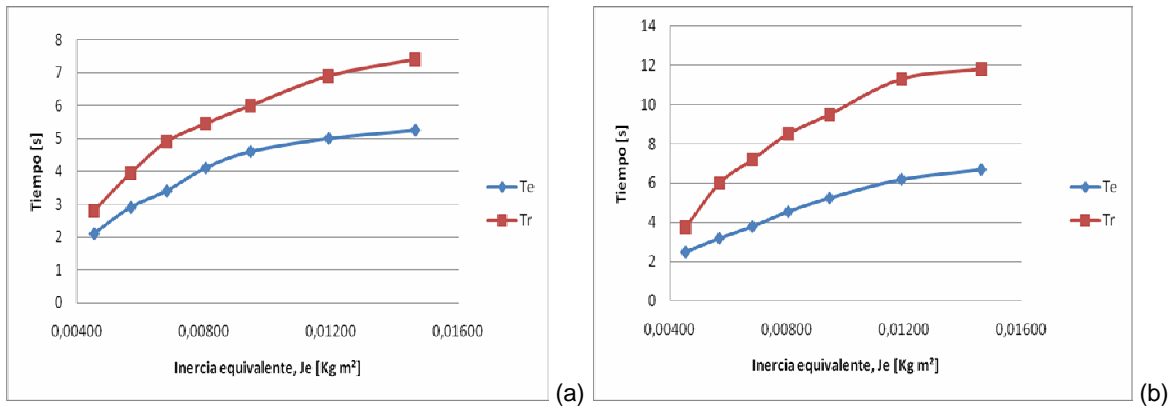


Figura 4 Variación de los periodos de estabilización y detención (a) para  $\omega_T = 1/4 \omega$  (b)  $\omega_T = 1/2 \omega$

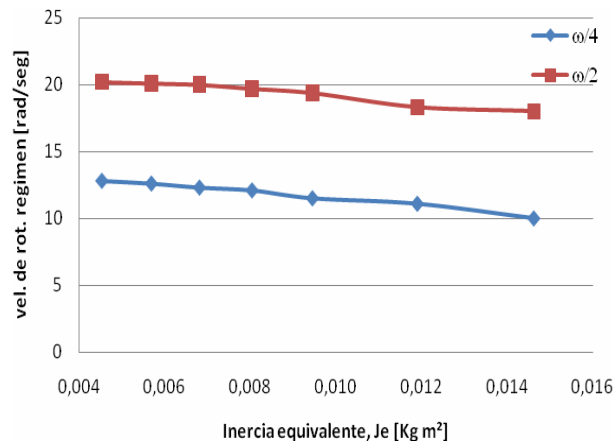


Figura 5 Variación respecto de la inercia de las velocidades de régimen.

Uno de los aspectos medulares en el desarrollo de un modelo matemático simple que represente el prototipo de acoplamiento reside en la necesidad de contar con parámetros dinámicos adecuadamente identificados a partir de datos experimentales. Así pues, sobre los datos recabados experimentalmente, se aplican algunas técnicas de ajuste no lineal numéricas del programa *Mathematica* (específicamente NonLinearFit). Dado que el acoplamiento posee dos procesos bien marcados: el proceso de arranque-acople y el proceso de desacople-detención, se efectuarán dos identificaciones independientes para cada proceso. A continuación se ejemplificará, por razones de espacio, solo el procedimiento aplicado al proceso de detención. El proceso de arranque se analiza de manera similar.

La solución de la Ecuación (3) para el proceso de detención, partiendo de la velocidad de régimen  $\omega_r$  es:

$$\omega_d(t) = \omega_r e^{-C_{ed}t/J_e} + \frac{T_{ef}}{C_{ed}} (e^{-C_{ed}t/J_e} - 1) \quad (5)$$

Siendo  $C_{ed}$  el coeficiente de amortiguamiento para el proceso de detención,  $T_{ef}$  es el momento equivalente debido a la fricción en los cojinetes. Estas propiedades condensadas se pueden escribir de la siguiente manera:

$$J_e = J_2 + \frac{K_{p3}}{K_{p4}} J_3, \quad C_{ed} = C_2 + \frac{K_{p3}}{K_{p4}} C_3 \quad (6)$$

$$T_{ef} = -T_{f2} - \frac{K_{p3}}{K_{p4}} T_{f3} \quad (7)$$

A las Ecuaciones (6) y (7) se ha podido arribar en tanto que por simplicidad se han construido las poleas con los mismos diámetros. Se debe tener presente que el momento de fricción  $T_{f2}$  puede considerarse constante pues se trata del eje que tiene montado el acoplamiento, mientras que  $T_{f3}$  depende de las cargas puestas sobre el eje. Estos momentos vienen dados por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} T_{f2} &= \mu_{r2a} R_{m2} F_{R2} \\ T_{f3} &= \mu_{r3a} R_{m3} F_{R3} \end{aligned} \quad (8)$$

Siendo  $F_{R2}$  el peso del acoplamiento en los cojinetes,  $F_{R3}$  el peso de las cargas rotantes,  $\mu_{r2a}$  y  $\mu_{r3a}$  son los coeficientes de fricción de los rodamientos y cojinetes del eje del acoplamiento y del eje de carga (los mismos han sido estimados en 0.0035 y 0.005 según los catálogos de rodamientos [5]). Con  $R_{m2}$  y  $R_{m3}$  se identifican los radios medios de rodadura en los apoyos.

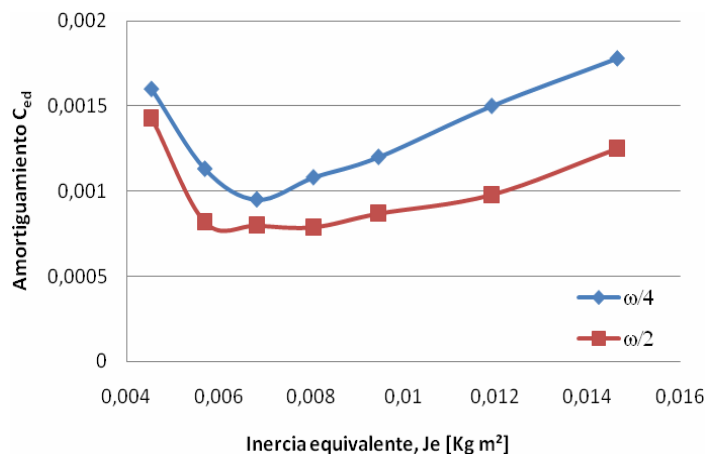


Figura 6 Variación  $C_{ed}$  para el período de detención

Así pues con la información experimental recabada para cada uno de los 14 casos de carga, se efectúa el análisis numérico de ajuste (mediante la función NonlinearFit de *Mathematica*) lo cual ha permitido estimar el valor del coeficiente de amortiguamiento para el proceso de detención. En la Figura 6 se muestra la variación de los coeficientes de amortiguamiento con respecto a la inercia equivalente reflejada en el eje del

acoplamiento, para las dos condiciones de funcionamiento prescriptas en el arranque, es decir para velocidades de transmisión ( $\omega_T$ )  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{2}$  de la velocidad nominal ( $\omega$ ) en el motor. Se puede apreciar que en el caso donde  $\omega_T = \frac{1}{2}\omega$  no hay mucha dispersión de  $C_{ed}$  entre inercias de 0.005 y 0.01 Kg m<sup>2</sup>. Para bajas inercias de rotación, se ve dispersión de los valores para ambas condiciones de arranque. Este fenómeno se puede aducir a la incertidumbre asociada con la caracterización de los fenómenos de fricción y con las propiedades dinámicas de las correas empleadas.

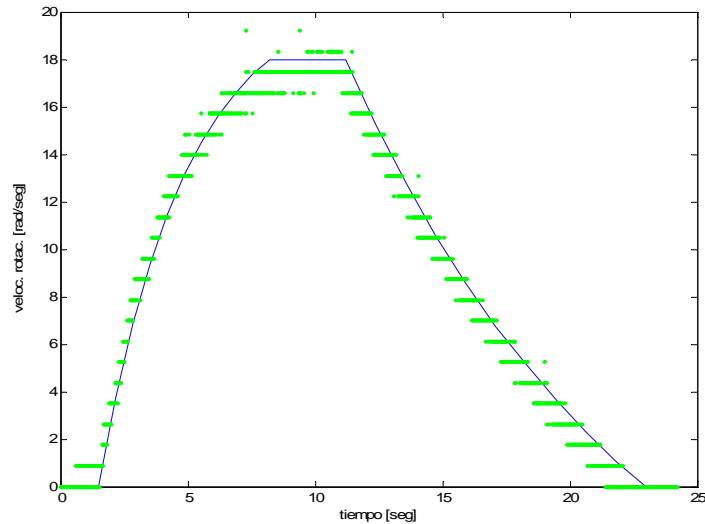


Figura 7 Comparación del registro experimental (puntos) y la estimación del modelo (trazo continuo).

De forma similar se ha efectuado el análisis de ajuste numérico del proceso de arranque, obteniendo los coeficientes de amortiguamiento correspondientes a cada uno de los 14 casos evaluados. Con estos parámetros se ha efectuado la aproximación del proceso completo de funcionamiento del prototipo.

En la Figura 7 se muestra la comparación del registro experimental y la estimación efectuada sobre el modelo de cálculo simplificado a tres segmentos, es decir, el segmento de arranque, el segmento de velocidad estable (teórica) y es segmento de detención. Para este cálculo se ha empleado el caso correspondiente a  $\omega_T = \frac{1}{2}\omega$  con una carga de inercia rotatoria equivalente en el eje del acople de valor  $J_e=0.01463$  Kg m<sup>2</sup>.

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha constituido e identificado un modelo analítico sencillo para describir la cinemática y dinámica de un acoplamiento/embrague construido previamente. La concepción de la acción de embrague se da por rueda libre que puede funcionar en ambos sentidos de rotación, lo cual reviste el aporte más interesante del mismo. La identificación de las propiedades de amortiguamiento se ha efectuado tanto para el proceso de arranque cuanto para el proceso de detención. Se ha observado una dispersión en los valores de amortiguamiento, la cual podría aducirse a la incertidumbre en algunos de los componentes elásticos y de fricción. Esto se ha observado especialmente cuando la carga de inercia rotatoria empleada era más bien baja. Si bien en algunos casos se ha podido replicar el proceso experimental mediante el modelo presentado, los aspectos de incertidumbre asociados a las propiedades efectivas de los elementos de

transmisión se están evaluando actualmente y forman parte de futuras extensiones al trabajo de investigación aquí presentado.

## **5. REFERENCIAS**

- [1] A. Romero, M. T. Piovan, Actas del Primer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, Dispositivo de embrague con rueda libre bidireccional para usos de baja velocidad y con gran inercia. Bahía Blanca, 2008.
- [2] J.A. Collins, Mechanical Design of Machine Elements and Machines, Editorial J. Wiley and Sons, 2003.
- [3] J.H. Williams, Fundamentals of Applied Dynamics, Editorial J. Wiley and Sons, 1996.
- [4] PASCO T, Rotary Motion Sensor Model No. CI-6538, <http://www.pasco.com>.
- [5] SKF, Catálogo General de Rodamientos, Editorial Carl Greber, Alemania, 1982.

## **Agradecimientos**

Los autores de este trabajo desean agradecer a la SGCyT de la UTN por el apoyo recibido y al Laboratorio de Física de la Facultad Regional Bahía Blanca por el acceso a sus equipamientos.