



II CAIM 2010
Segundo Congreso Argentino
de Ingeniería Mecánica
San Juan - Noviembre 2010

SISTEMAS DE COMPENSACIÓN TÉRMICA PARA MEDICIONES DE DEFORMACIÓN EN ELEMENTOS ESTRUCTURALES SOMETIDOS A ESFUERZOS. Parte 1: Fenómeno físico

Gustavo G. Vignolo ^{1,2}, José A. Vázquez ³ y Axel J. Soto ^{2,4}

¹ Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco
Ruta Prov. Nº 1, Km. 4, (9000) Comodoro Rivadavia, Argentina

² Planta Piloto de Ingeniería Química (PLAPIQUI) – Universidad Nacional del Sur – CONICET Camino La Carrindanga km. 7 – CC 717, (8000) Bahía Blanca, Argentina –
e-mail: gvignolo@plapiqui.edu.ar

³ Departamento de Desarrollo Técnico, Tecnología en Sistemas y Servicios S.R.L.
Álvarez Jonte 158, Km. 5, (9000) Comodoro Rivadavia, Argentina –

⁴ Dpto. de Ciencias e Ingeniería de la Computación, Universidad Nacional del Sur
Av. Alem 1253, (8000) Bahía Blanca, Argentina

RESUMEN

La medición de deformaciones en elementos estructurales es una tarea que requiere extremas precauciones tanto en el diseño y montaje del elemento de medición como en la interpretación de las lecturas. En general, en el cálculo resistente de estructuras se dimensionan los elementos que la conforman de modo que sean capaces de soportar las cargas aplicadas y que la deformación que éstos sufren no afecte su desempeño normal. Este concepto produce una complicación mayor al momento de medir las deformaciones provocadas por las cargas dado que, como premisa de diseño, tales deformaciones deben ser pequeñas. Como consecuencia, la magnitud de las deformaciones de interés son del mismo orden que las provocadas por factores externos como es el caso de la dilatación térmica.

En este trabajo se estudia la manera en que la dilatación térmica afecta las mediciones de deformación sobre una viga sometida a esfuerzos efectuadas mediante el uso de un dispositivo específico, y se presentan alternativas para compensar tales mediciones de modo que la lectura final sólo contenga la información deseada. El sistema de interés se compone de una viga de gran tamaño en la que se dispone un instrumento de medición de deformación en paralelo y un termómetro que determina la temperatura del ambiente. Las masas involucradas en cada uno de los elementos hacen que las variaciones en el tiempo de sus temperaturas sean muy distintas y, en consecuencia, también lo son las dilataciones térmicas asociadas. Para comprender y compensar este fenómeno, se presenta en la primer parte del trabajo el estudio del fenómeno físico que vincula el calor aportado al sistema y las masas y temperaturas de los elementos involucrados. En la segunda parte se analizan mediciones experimentales y se propone un modelo computacional basado en la optimización de redes neuronales artificiales. El mismo es formulado para predecir la variación en la lectura de la carga aplicada en función de la temperatura y de la variación de la temperatura y la carga en el tiempo.

Palabras Claves: Strain gage, deformación, dilatación térmica.

1. INTRODUCCIÓN

Tanto el diseño de componentes para máquinas y estructuras que soportan carga como el monitoreo de su funcionamiento requieren información sobre la distribución de fuerzas dentro de los mismos. El diseño correcto de dispositivos mecánicos debe considerar la resistencia y deflexiones máximas permisibles [1]. El monitoreo de su funcionamiento debe contemplar que las cargas aplicadas no superen a las de diseño. La mecánica de materiales proporciona la base para predecir las características esenciales del diseño mecánico y suministra la comprensión fundamental del comportamiento de partes sometidas a esfuerzo [1,2]. De este modo, el seguimiento del trabajo de una máquina puede hacerse mediante mediciones específicas en aquellos elementos más comprometidos.

Si bien existen diversos métodos para determinar el estado de marcha de un equipo, resulta de interés en este trabajo la determinación de esfuerzos mediante la medición de deformación. En particular, el aspecto referente a la comprensión y compensación de deformaciones aparentes, que no existen en el elemento sensado, pero que son registradas por el medidor. Estas fuentes de error presentes en la instalación de indicadores de deformación pueden deberse a la variación de la temperatura, histéresis, creep, fatiga y/o humedad, entre otros [3]. De ellas, las variaciones térmicas son las más frecuentes y por ende son las de mayor interés. Ha sido probado que cambios normales de temperatura ambiente pueden llegar a inducir errores del orden de la medición que se desea determinar [3].

En el presente trabajo se desarrolla el estudio de la respuesta en la señal generada por un medidor de deformación ante estímulos térmicos externos. En particular, se estudia el comportamiento ante un salto escalón en el flujo de calor actuante sobre el sistema. Con el objetivo de ejemplificar el análisis, el estudio se centra sobre el comportamiento de un dispositivo medidor de deformación desarrollado previamente, y descrito en [4 y 5], aunque la metodología puede extenderse a otras configuraciones. En esta primera parte se describe el fenómeno físico que produce la deriva de la señal, mientras que en la segunda se analizan resultados experimentales y se propone un algoritmo basado en redes neuronales artificiales para compensar este fenómeno.

2. DISPOSITIVO ANALIZADO

Si bien el detalle del funcionamiento y las especificaciones del dispositivo medidor de deformación analizado pueden encontrarse en [4 y 5], a continuación se realiza una breve descripción de los elementos que lo conforman.

Puede apreciarse en la Fig. 1 que el mismo está constituido por dos partes principales 1 y 2 las cuales tienen incorporados en uno de sus extremos mordazas 3 que lo vinculan a la viga sometida a esfuerzos. Cada una de estas últimas está conformada, además, por un refuerzo postizo 4, un tornillo de apriete 5 y una tuerca 6. La parte principal 1 es la "rama corta" que se citará en el presente trabajo, mientras que la parte principal 2 es la "rama larga".

Al enfrentarse los extremos opuestos a las mordazas de las partes principales 1 y 2, dejan un pequeño espacio entre ellas. La probeta 7 de bajo módulo elástico se sujeta a los agujeros 8, uniendo a las partes principales 1 y 2, y estableciendo un nexo entre los espacios antes mencionados. Sobre los estrechamientos de la probeta 7 se adhieren las galgas extensiométricas. Los medios aros 9 se sujetan a los agujeros 10 de las partes principales 1 y 2, dándole robustez al dispositivo. Una coraza puede cubrir a estos últimos con el objetivo de proteger contra el medio a los elementos que están en su interior. Un agujero en esta última permite la salida de los conductores que transmiten la señal a un equipo electrónico.

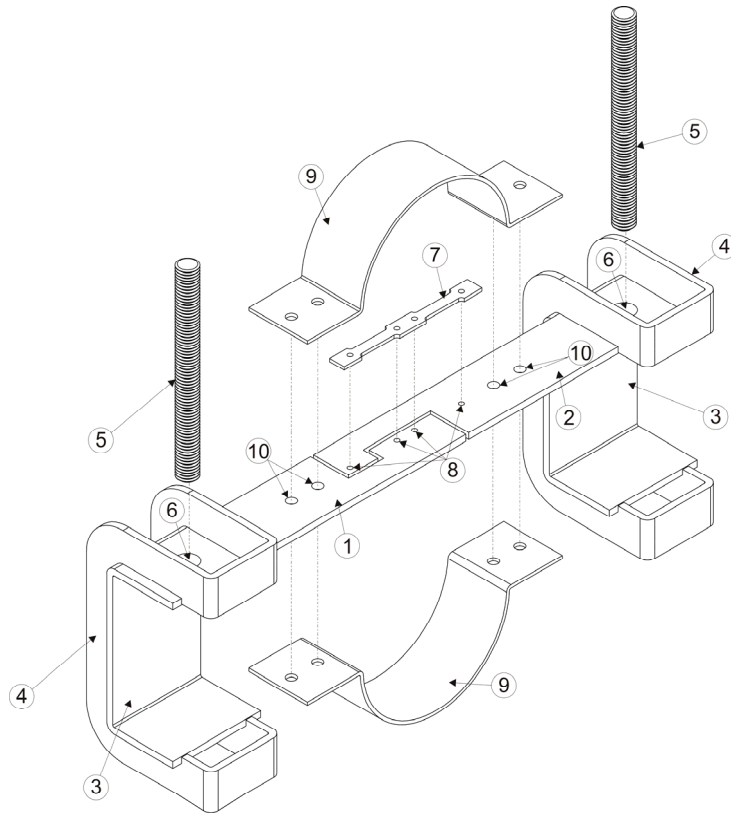


Figura 1: Esquema del dispositivo medidor de deformación analizado

3. MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO

Para el estudio del medidor de deformación descrito en la Fig. 1 se analiza la estructura del mismo con un modelo simplificado en 1D, basado en la hipótesis de "Aleta de Enfriamiento", en la cual el flujo de calor que atraviesa las superficies laterales puede ser despreciado [6]. El modelo empleado se representa en la Fig. 2.

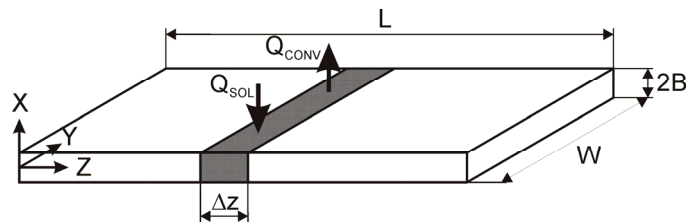


Figura 2: Modelo de "aleta de enfriamiento" empleado

Si se aplica el balance de energía sobre el volumen sombreado, y se considera que existe flujo de calor por conducción en la dirección axial (Z), transmisión por convección (Q_{CONV}) en las superficies superior e inferior, y aporte de calor sobre la superficie superior (Q_{SOL}) proveniente de una fuente externa, se obtiene para el estado estacionario:

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} = \frac{h}{B}(T - T_a) - \frac{1}{2B} q_{SOL} \quad (1)$$

k es la conductividad térmica del sólido, h es el coeficiente convectivo del fluido que rodea al cuerpo, T_a es la temperatura del medio circundante, y q_{SOL} es el flujo de calor externo por unidad de área.

Si se considera la respuesta en el tiempo del sistema, y se adimensionalizan las variables, se obtiene:

$$\gamma \frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \beta \theta + C, \quad (2)$$

donde

$\theta = \frac{T - T_a}{T_a}$, es la temperatura adimensional,

$z = \frac{Z}{L}$, es la coordenada axial adimensional,

$\alpha = \frac{k}{L^2}$, $\beta = \frac{h}{B}$, $\gamma = \rho C_v$, y $C = \frac{1}{2B} \frac{q_{SOL}}{T_a}$, siendo ρ la densidad del sólido y C_v su capacidad calorífica.

Las condiciones de borde para la integración de la Ec.(2) se muestran en la Fig. 3 junto con el modelo simplificado en 1D de la geometría real una rama del dispositivo, en coordenadas adimensionales.

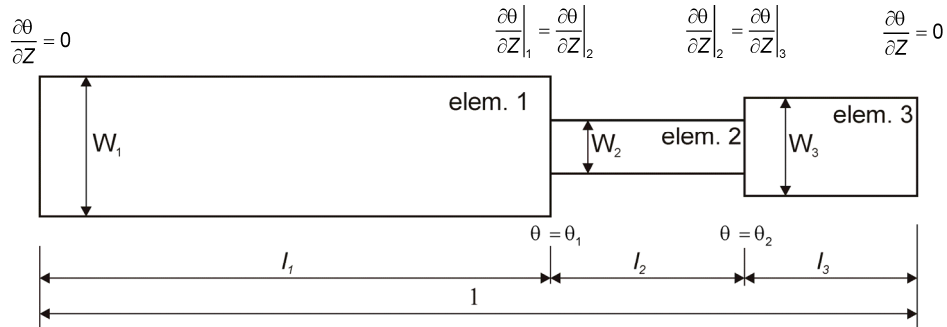


Figura 3: Esquema simplificado 1D de una rama del dispositivo y condiciones de borde térmicas

$l_1 = \frac{L_1}{L}$, $l_2 = \frac{L_2}{L}$, y $l_3 = \frac{L_3}{L}$, son las longitudes adimensionales de los respectivos elementos que componen la rama del medidor. Las dimensiones empleadas para realizar los cálculos se detallan en la Tabla 1. El espesor es constante en todo el dispositivo, e igual a $2B=4mm$.

Tabla1: Dimensiones de los elementos que conforman cada rama del dispositivo

		Rama Larga	Rama Corta
	L [mm]	170	192
elem.1	L ₁ [mm]	104	126
	W ₁ [mm]	40	40
elem.2	L ₂ [mm]	24	46
	W ₂ [mm]	14	14
elem.3	L ₃ [mm]	42	20
	W ₃ [mm]	24	24

Las propiedades físicas tanto del material del medidor (acero) como el del medio circundante (aire), se describen en la Tabla 2.

Tabla 2: Propiedades físicas del material del dispositivo y del medio circundante

h [W/(m ² K)]	6
k [W/(mK)]	45
C _v [J/(KgK)]	500
λ [1/K]	11 10 ⁶
ρ [Kg/m ³]	7800

El valor especificado de h corresponde a aire en reposo.

Para efectuar la integración de la Ec. (2) mediante el método de separación de variables se recurre a la sustitución [7]

$$\theta = u_{(z,t)} e^{-\frac{\beta t}{\gamma}} \quad (3)$$

Reemplazando (3) en (2) se obtiene

$$\gamma \frac{\partial u_{(z,t)}}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u_{(z,t)}}{\partial z^2} + C e^{-\frac{\beta t}{\gamma}}, \quad (4)$$

que puede reescribirse de la forma

$$\gamma \frac{\partial u_{(z,t)}}{\partial t} - C e^{-\frac{\beta t}{\gamma}} = K_1 = \alpha \frac{\partial^2 u_{(z,t)}}{\partial z^2}, \quad (5)$$

donde K_1 es una constante.

Las Ecs. (5) se resuelven analíticamente para cada elemento en ambas ramas, aplicando las condiciones de borde mostradas en la Fig. 3, más la condición inicial $\theta(0, z) = 0$. Las soluciones de los tres elementos de cada rama quedan acopladas por las condiciones de continuidad de temperatura y derivada en el elemento central. La solución del sistema acoplado requiere la determinación de cuatro constantes por tramo (tres constantes de integración, más la constante K_1), y las temperaturas intermedias θ_1 y θ_2 [7].

Cabe destacar que como el modelo empleado es unidimensional, no contempla las diferencias de ancho W entre los elementos. El efecto principal de contar con elementos de distinto W es que cada uno de ellos cuenta con distinta densidad lineal (masa por unidad de longitud). Para considerar este efecto a lo largo de la rama, se emplea para cada elemento i una densidad ρ_i diferente, con el objetivo de incluir en la solución las diversas densidades lineales de los elementos. Los valores empleados surgen de considerar que la densidad por unidad de ancho, φ , es constante a lo largo de la rama. Así,

$$\varphi = \frac{\rho_i}{W_i} \quad (6)$$

Utilizando como referencia al elem. 1, la Ec. (6) se convierte en

$$\varphi = \frac{\rho_1}{W_1} \quad (7)$$

Donde se considera que $\rho_1 = \rho$. Combinando las Ecs. (6) y (7), se determinan las densidades a emplear en cada elemento.

$$\rho_i = \rho \frac{W_i}{W_1} \quad (8)$$

De manera similar a la empleada en el análisis de las ramas del dispositivo, se ha abordado el estudio de la sección de viga a la cual ésta se sujeta. Para ello se considera una sección plana y se resuelven las Ecs. (5) utilizando condiciones de borde de transferencia de calor nula en los extremos (extremos adiabáticos). Las propiedades geométricas de la viga se muestran en la Tabla 3, mientras que sus propiedades físicas son las mismas que las especificadas en la Tabla 2.

Tabla3: Dimensiones de la viga solidaria al dispositivo

	Viga
Lv [mm]	4000
2Bv [mm]	25

En las Figs. 4 a 6 se muestra la respuesta de la rama corta ante un salto escalón en el flujo de calor q_{SOL} . La rama larga presenta un comportamiento similar. En la Fig. 5 se muestra también la respuesta de la viga ante el mismo estímulo.

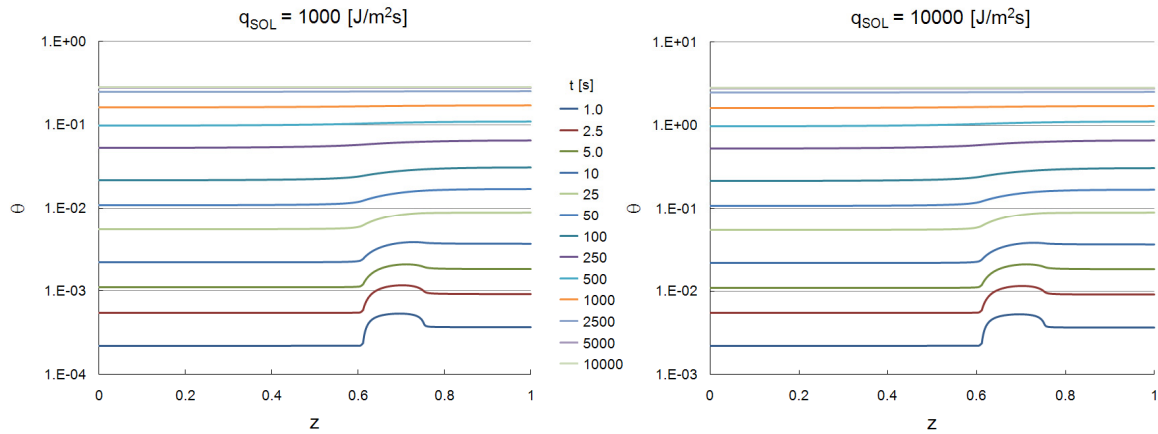


Figura 4: Temperatura adimensional en función de la longitud adimensional para diferentes tiempos

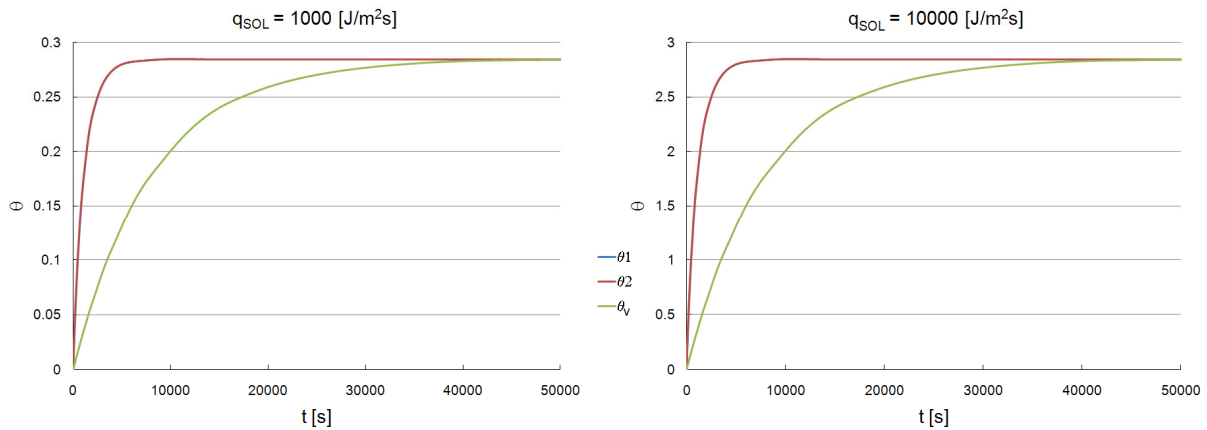


Figura 5: Temperaturas adimensionales en función del tiempo en los extremos del elem.2 (θ_1 y θ_2) y temperatura adimensional de la viga θ_v

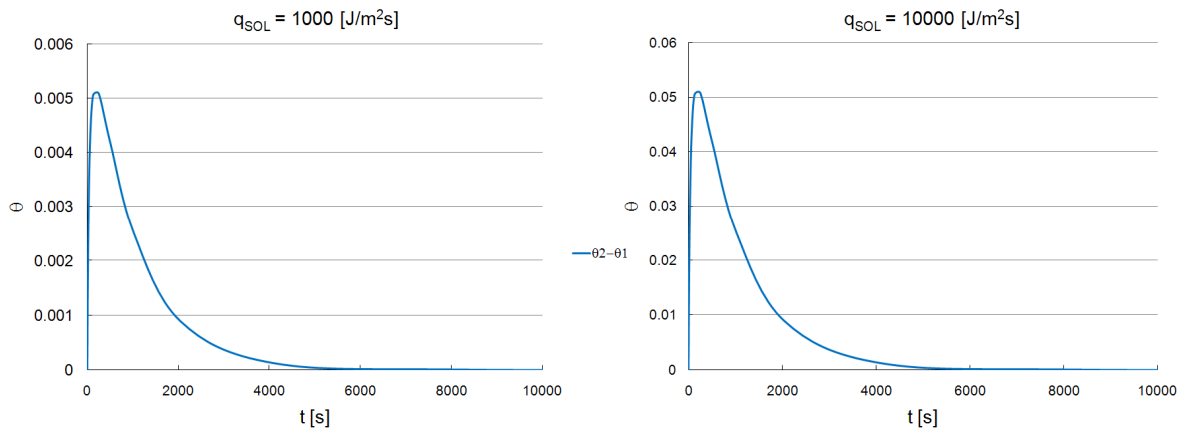


Figura 6: Diferencia de temperatura adimensional entre los extremos del elem. 2

Puede verse en la Fig. 5 que, como podría intuirse, la viga tiene una respuesta más lenta que el dispositivo de medición, empleando un tiempo mayor en alcanzar la temperatura de equilibrio.

4. DILATACIÓN Y SEÑAL DEL DISPOSITIVO

La dilatación de las ramas del medidor producida por el aporte de calor externo, origina que las distancias relativas entre dos puntos cualesquiera de la misma se vean alteradas. La señal generada por el dispositivo ante este fenómeno depende de la geometría y de la interconexión de los elementos sensores (galgas extensiométricas), descritos en [4 y 5].

La ubicación de los anclajes de las galgas se muestra en la Fig. 7 [4,5].

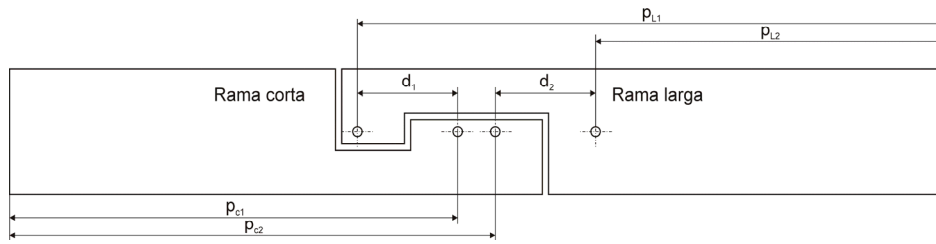


Figura 7: Posición de los anclajes de las galgas

La variación de longitud ΔZ de un sólido de longitud inicial Z_0 queda determinada por

$$\Delta Z = \lambda Z_0 \Delta \bar{T}, \quad (9)$$

donde λ es el coeficiente de dilatación lineal y $\Delta \bar{T}$ es el aumento medio de temperatura, definido como

$$\Delta \bar{T} = \frac{\int_0^{Z_0} T dZ}{Z_0}. \quad (10)$$

Sustituyendo Ec. (10) en (9) y adimensionalizando, se obtiene:

$$\Delta z = \lambda T_a \int_0^{z_0} \theta dz, \quad (11)$$

Evaluando la Ec. (11) para las longitudes $z_0 = p_{c1}$, p_{c2} , p_{L1} y p_{L2} se obtienen los corrimientos de los anclajes de las galgas. p_{c1} , p_{c2} , p_{L1} y p_{L2} son longitudes adimensionales, de modo que pueden integrarse en la Ec. (11).

Las deformaciones específicas medidas por las galgas son

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_4 = \frac{\Delta z p_{c1} L_c + \Delta z p_{L1} L_L - \Delta z_V L_V}{d_1 L}, \quad y \quad (12)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{-\Delta z p_{c2} L_c - \Delta z p_{L2} L_L + \Delta z_V L_V}{d_2 L},$$

donde $d_1 L = d_2 L = D$ es la separación entre los anclajes de cada galga y $\Delta z_V L_V$ es la dilatación de la viga actuando en los extremos del dispositivo.

Si la deformación ε_1 se corresponde con la galga R_1 , la deformación ε_2 se corresponde con la galga R_2 y así sucesivamente, del puente de Wheatstone mostrado en la Fig. 8, entonces la señal de salida del puente estará dada por [8]

$$\frac{\delta E_0}{E_i} = \frac{FG}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (13)$$

Si se reemplazan las Ecs. (12) en (13), se tiene

$$\frac{\delta E_0}{E_i} = \frac{FG}{4} \left(\frac{2\Delta z p_{c1} L_c + 2\Delta z p_{L1} L_L + 2\Delta z p_{c2} L_c + 2\Delta z p_{L2} L_L - 4\Delta z_V L_V}{D} \right) \quad (14)$$

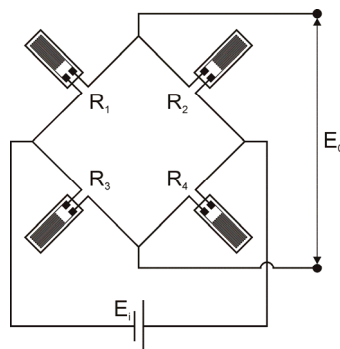


Figura 8: Puente de Wheatstone completo

Observando la Fig. 7, se deduce que la dilatación de la viga actuante en los extremos del dispositivo, en estado estacionario, puede representarse por

$$\Delta z_V L_V = \Delta z_{p_{L_1} L_L} + \Delta z_{p_{c_1} L_c} - \Delta z D \quad (15)$$

Reemplazando las Ecs. (15) en (14), se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\delta E_0}{E_i} &= \frac{FG}{2} \left(\frac{\Delta z_{p_{c_2} L_c} + \Delta z_{p_{L_2} L_L} - \Delta z_{p_{L_1} L_L} - \Delta z_{p_{c_1} L_c} + 2\Delta z D}{D} \right) \\ &= \frac{FG}{2} \left(\frac{\Delta z_{p_{c_2} L_c} - \Delta z_{p_{c_1} L_c} + 2\Delta z D}{D} - \frac{\Delta z_{p_{L_1} L_L} - \Delta z_{p_{L_2} L_L}}{D} \right) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

La Ec. (16) implica que, en estado estacionario, el efecto de la dilatación del dispositivo junto al de la viga producen una señal 100% compensada.

En la Fig. 9 se muestra la señal de salida del dispositivo, $s = \frac{2}{FG} \frac{\delta E_0}{E_i}$, para dos valores distintos de calor aportado, donde se define:

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_4) \quad , y \\ s_2 &= \frac{1}{2}(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) \end{aligned} \quad (17)$$

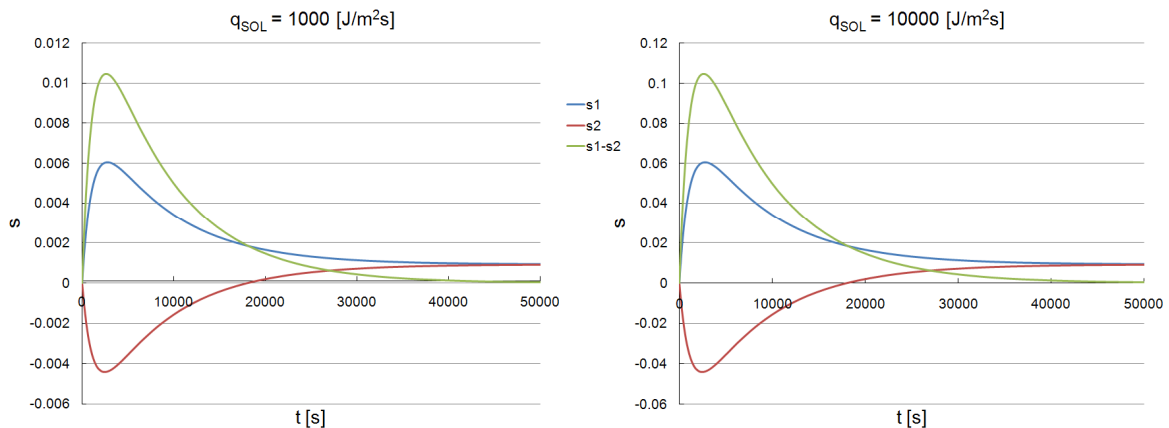


Figura 9: Señal de salida del medidor en función del tiempo

Puede apreciarse en la Fig. 9 que a medida que aumenta el flujo de calor, el transitorio en la señal se torna más abrupto.

5. SEÑAL DE TEMPERATURA REGISTRADA

Junto con la señal de deformación que se obtiene del medidor, se registra la temperatura registrada dentro del receptáculo que contiene toda la electrónica del sistema de adquisición y transmisión de datos, situada en cercanías del mismo.

Para poder evaluar cuán representativa es la temperatura medida respecto de la respuesta del dispositivo, se desarrolla el análisis térmico del receptáculo en el que se aloja el sensor de temperatura. Este consta de una caja cerrada de aluminio y contiene, además de los sistemas electrónicos y la batería que los alimenta (que son fuentes térmicas), aire estancado el cual es el medio por el que se transmite el calor en su interior. La obtención del campo de temperatura dentro de la caja para diferentes aportes de calor externos, si bien es un problema ampliamente estudiado, es compleja y requiere la resolución de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y energía de manera acoplada dado que la convección natural y la radiación en el interior juegan un papel fundamental [9-12].

La aproximación simplificada presentada en este trabajo sólo contempla la temperatura del receptáculo considerando que al aportarle calor por tres de sus caras, todo el volumen tiene una misma temperatura que varía en el tiempo. Además, se considera que la transferencia por convección con el medio circundante se produce en las seis caras. Este análisis claramente ofrece tiempos de respuesta más rápidos que los que se obtendrían al analizar la interacción pared-aire así como la radiación en el interior, pero ofrece un parámetro mínimo del tiempo de respuesta. La Fig. 10 muestra un esquema del modelo simplificado empleado para simular la respuesta de la temperatura en el sistema de adquisición, frente a diferentes aportes de calor externos.

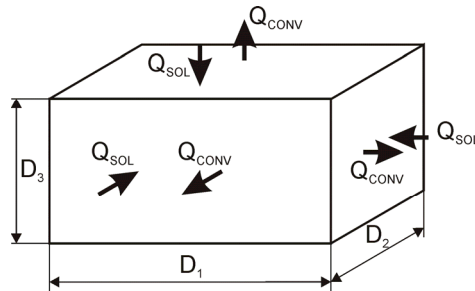


Figura 10: Geometría del receptáculo que contiene al sensor de temperatura

Si se aplica el balance de energía sobre el receptáculo, y se considera que existe flujo de calor por convección (Q_{CONV}) en todas las superficies, y aporte de calor sobre tres de ellas (Q_{SOL}) proveniente de una fuente externa, se obtiene:

$$\rho_c C_{v_c} \frac{dT}{dt} = \frac{1}{2e_c} [q_{SOL} - h(T - T_a)] \quad (18)$$

donde e_c es el espesor de las paredes. Si se adimensionalizan las variables, se llega a:

$$\frac{d\theta_c}{dt} = \xi (C_c - h\theta_c) \quad (19)$$

donde $\theta_c = \frac{T - T_a}{T_a}$, $\xi = \frac{1}{2\rho_c C_{v_c} e_c}$, y $C_c = \frac{q_{SOL}}{T_a}$.

La integración de la Ec. (19) aplicando la condición inicial $\theta_c(0) = 0$, resulta

$$\theta_c = \frac{C_c}{h} (1 - e^{-\xi h t}) \quad (20)$$

Puede verse en la Ec. (20) que la amplitud de la temperatura ante un aporte de calor externo depende de la magnitud del calor aportado (a través de C_c), mientras que la velocidad de respuesta depende de las propiedades del material del receptáculo y de su espesor (a través de ξ).

Las propiedades físicas del material del receptáculo (aluminio) y el espesor de sus paredes, se describen en la Tabla 3.

Tabla3: Propiedades físicas del material del receptáculo y espesor de pared

C_{v_c} [J/(KgK)]	900
ρ_c [Kg/m ³]	2700
e_c [mm]	10

En la Fig. 11 se muestra la evolución de la temperatura adimensional en el receptáculo θ_c , comparada con la respuesta del dispositivo y de la viga, para q_{SOL} de 1000 y 10000 J/m²s.

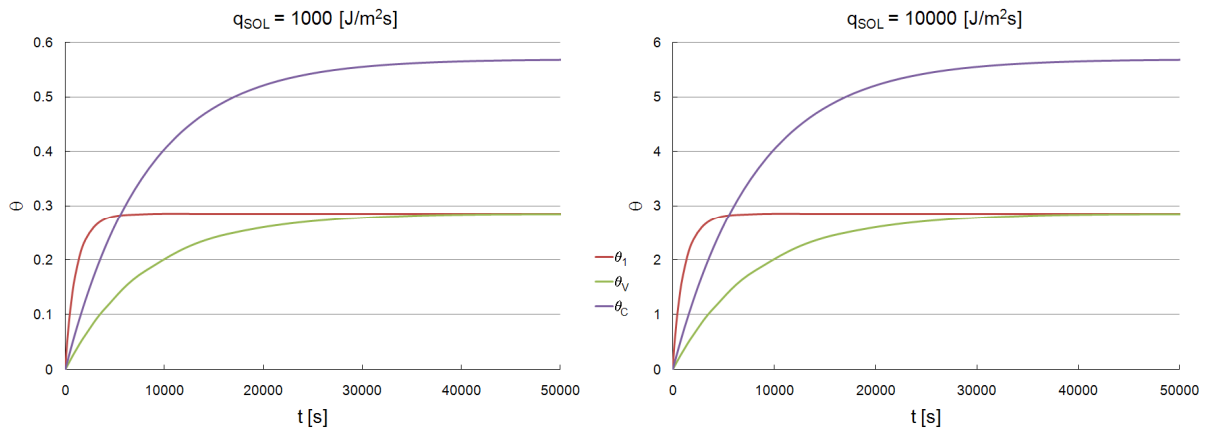


Figura 11: Temperaturas adimensionales en función del tiempo en un extremo del elem.2 (θ_1), temperatura adimensional de la viga θ_V y temperatura adimensional en el receptáculo θ_C

Puede verse en la Fig. 11 que el tiempo de respuesta de la temperatura dentro de la caja es comparable al de la viga, pero el valor alcanzado por el modelo es distinto dado que el material de la misma es diferente al de la viga y al del dispositivo.

6. CONCLUSIONES

El medidor de deformación en estudio presenta susceptibilidad ante cambios en el flujo de calor que recibe de una fuente externa, como puede ser la radiación solar. La señal de salida depende de las respuestas transitorias, tanto del medidor mismo como de la viga a la que se encuentra solidario.

Dado que la viga tiene una masa varios órdenes de magnitud mayor a la del dispositivo, la compensación en la señal de salida se logra luego de transcurrido un amplio intervalo de tiempo desde la perturbación, alcanzándose cuando la viga llega al equilibrio térmico.

Del análisis de los resultados puede inferirse que una forma posible de reducir esta deriva recae en el control del flujo de calor que incide en el sistema. Un flujo leve o gradual daría tiempo al sistema a adaptarse y por ende, minimizar la influencia térmica sobre la señal de salida.

El empleo de la señal de temperatura registrada en el receptáculo como posible señal de alimentación para un sistema de corrección de la salida del dispositivo debe ser tratado debidamente ya que esta señal presenta un tiempo de respuesta propio, diferente al del resto del sistema.

7. REFERENCIAS

- [1] Figliola, R.S. y Beasley, D.E., *Mediciones Mecánicas, Teoría y Diseño*, Alfaomega, 2003.
- [2] Feodosiev, V.I., *Resistencia de Materiales*, Mir, 1972.
- [3] Collet, C.V. y Hope, A.D., *Mediciones en Ingeniería*, Gustavo Gili S.A., 1976.
- [4] Vignolo, G.G. y Vázquez, J.A., Medidor de Deformación en Elementos Estructurales, Patente Arg. En trámite N°Tr.:20127 - Ex.:20090103772 (TECSS SRL:85%, UNPSJB:15%), 2009.
- [5] Vignolo, G.G. y Vázquez, J.A., Desarrollo de un Medidor de Deformación Paralelo No Intrusivo Para la Determinación de Cargas en Vigas, *I CAIM*, 2008.
- [6] Bird, R.B., Stewart, W.T., y Lightfoot, E.N., *Fenómenos de Transporte*, Reverté, 1992.
- [7] Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C., *Conduction of Heat in Solids*, Oxford, 1959.
- [8] Khan, A.S. and Wang, X., *Strain Measurements and Stress Analysis*, Prentice Hall, 2001.
- [9] Bejan, A. and Kraus, A., *Heat Transfer Handbook*, John Wiley & Sons, 2003.
- [10] Chung, K.H. and Hyun, J.M, Transient Natural Convection in a Cavity With Walls of Finite Thickness, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 32: 7, pp.749 – 767, 1997.
- [11] Rebollo, D., Análisis de la Transferencia de Calor Por Convección Natural y Radiación Combinadas en Cavidades Bidimensionales, *Mecánica Computacional*, Vol XXVII, pp. 1649-1671, 2008.
- [12] Gebhart, B., Transient Response and Disturbance Growth in Vertical Buoyancy-Driven Flows, *Journal of Heat Transfer*, Vol 110, pp. 1166-1174, 1988.