



SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN NATURAL Y RADIACIÓN COMBINADAS EN CAVIDADES

Daniel Rebollo¹, Marcos Ponce², Omar Mercado²

Instituto de Mecánica Aplicada - Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de San Juan

Av. Libertador Gral. San Martín 1109 oeste San Juan – Argentina

Tel/Fax: +54-264-4210277 - E-mail: drebollo@unsj.edu.ar

RESUMEN

En este trabajo se ha simulado numéricamente un proceso de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinadas en una cavidad bidimensional rellena de aire a diferentes temperaturas que absorbe, emite y dispersa isotrópicamente la radiación térmica. Se han estudiado una cavidad cuadrada, una cavidad con paredes inferior y superior horizontales, y paredes laterales inclinadas a 45° y una cavidad con paredes inferior y superior inclinadas 45° y las paredes laterales verticales. Se han considerado tres diferentes temperaturas de referencias, 300 K, 400 K y 500 K, tres números de Rayleigh, 10^4 , 10^5 , 10^6 y dos coeficientes de absorción 0.1 y 1.0. Todas las cavidades poseen la pared lateral derecha fría, a la temperatura de referencia, y la pared lateral izquierda caliente, la temperatura de referencia más 10 K. Las paredes superior e inferior son adiabáticas. De esta manera la diferencia de temperaturas entre las paredes laterales se mantiene constante a 10 K y solo se modifica la temperatura de referencia de la pared derecha, fría. Además, las paredes se consideran grises y difusas. Las propiedades físicas del aire se han considerado variables con la temperatura de referencia. Para realizar la simulación numérica se ha utilizado el método de los volúmenes finitos. El procedimiento numérico ha sido implementado en un programa de computadora que fue utilizado para obtener los resultados presentados en este trabajo. Se ha analizado la influencia de la temperatura de referencia y del coeficiente de absorción en las isotermas, líneas de corriente, contornos de velocidad horizontal y vertical, perfiles de velocidad y temperatura en las secciones medias horizontal y vertical. También se han analizado las distribuciones de flujo de calor y los flujos de calor medio en las paredes laterales. Las soluciones obtenidas han sido comparadas con resultados publicados, el análisis muestra que las soluciones presentadas en este trabajo son correctas y pueden ser extendidas a situaciones más complejas con un amplio margen de seguridad.

Palabras Claves: convección natural laminar, radiación térmica, método de los volúmenes finitos.

1 INTRODUCCIÓN

En muchas aplicaciones prácticas de conversión de energía, la conducción y la convección de calor ocurren simultáneamente con una cantidad significativa de radiación térmica. Ejemplos concretos de estos sistemas son los motores de combustión interna, turbinas térmicas y hornos industriales. Por ejemplo, en hornos que queman combustibles fósiles, el dióxido de carbono y el vapor de agua, formados como productos de la combustión, absorben y emiten cantidades significativas de radiación térmica. La participación del medio también puede ser apreciable en las cámaras de combustión de los motores. Otros ejemplos de transferencia de calor por modos combinados se pueden encontrar en los hornos de fundición de vidrio, explosiones nucleares, propulsión de cohetes, fenómenos ambientales y procesos de enfriamiento en dispositivos electrónicos.

Se han publicado numerosos estudios tanto numéricos como experimentales, entre los que se pueden destacar el de Fusegi, Ishii, Farouk y Kuwahara [1] quienes resolvieron el problema de la interacción en modo combinado, convección natural y radiación, en un cubo, relleno con un medio no gris. Tan y Howell [2] investigaron el problema de la convección natural y radiación combinada en una cavidad cuadrada con paredes laterales calentadas diferencialmente y paredes horizontales térmicamente aisladas, rellena con un medio gris absorbente, emisor e isotrópicamente dispersante. Ellos utilizaron una combinación de métodos: la formulación integral exacta, resuelta por método de la integración del producto para la radiación, y la formulación función corriente – vorticidad, resuelta por diferencias finitas para la continuidad, el momento y la energía. Morales y Campo [3] estudiaron los efectos de la radiación térmica en la convección natural de gases en ánuos isotérmicos horizontales. Ellos resolvieron la ecuación de la transferencia radiante usando el método de las armónicas esféricas de primer orden P_1 y las ecuaciones de conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía, por medio del método de los volúmenes finitos. De Groh y Kassemi [4] estudiaron experimentalmente y numéricamente, usando software comercial, el efecto de la radiación sobre en una cavidad cilíndrica calentada desde arriba, con y sin paredes laterales aisladas térmicamente, con un medio no participante. Rouse [5] utilizó el método de los elementos finitos basados en volúmenes de control para la predicción de la transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinadas en un medio absorbente, emisor e isotrópicamente dispersante. Hasani [6] estudió los efectos de la convección natural y radiación térmica combinadas en cavidades triangulares. Él combina la formulación función corriente – vorticidad para la convección – difusión, y el método de las ordenadas discretas, para la radiación, resueltas por el método de los volúmenes finitos. Finalmente, Lan [7] utilizó el método espectral de colocación de Fourier – Chebyshev para resolver problemas de conducción, convección y radiación combinadas en cavidades bidimensionales.

2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

El modelo matemático está constituido por la ecuación diferencial de la conservación de la masa, la ecuación diferencial de la conservación de la cantidad de movimiento lineal y la ecuación diferencial de la conservación de la energía [8, 9]:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad \frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) - \rho \mathbf{g} + \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} = 0 \quad \rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T \mathbf{V}) \right] - \nabla \cdot (k \nabla T) - \nabla \cdot \mathbf{q}_r = 0 \quad (1)$$

En las ecuaciones (1) \mathbf{V} es el vector de velocidad, t el tiempo, ρ la densidad, \mathbf{g} el vector de las fuerzas de masa, p la presión cinemática, μ la viscosidad dinámica, c_p el calor específico a presión constante, T la temperatura, k la conductibilidad térmica y \mathbf{q}_r el flujo de calor por radiación térmica.

La ecuación que describe la propagación de la radiación térmica en un dominio relleno con un medio participante gris, se puede escribir como [10]:

$$\mathbf{s} \cdot \nabla i = -\beta i + S_r, \quad S_r = \kappa i_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\omega=0}^{4\pi} i \Phi d\omega, \quad \nabla \cdot \mathbf{q}_r = \kappa \left(4\gamma T^4 - \int_{\omega=0}^{4\pi} i d\omega \right) \quad (4)$$

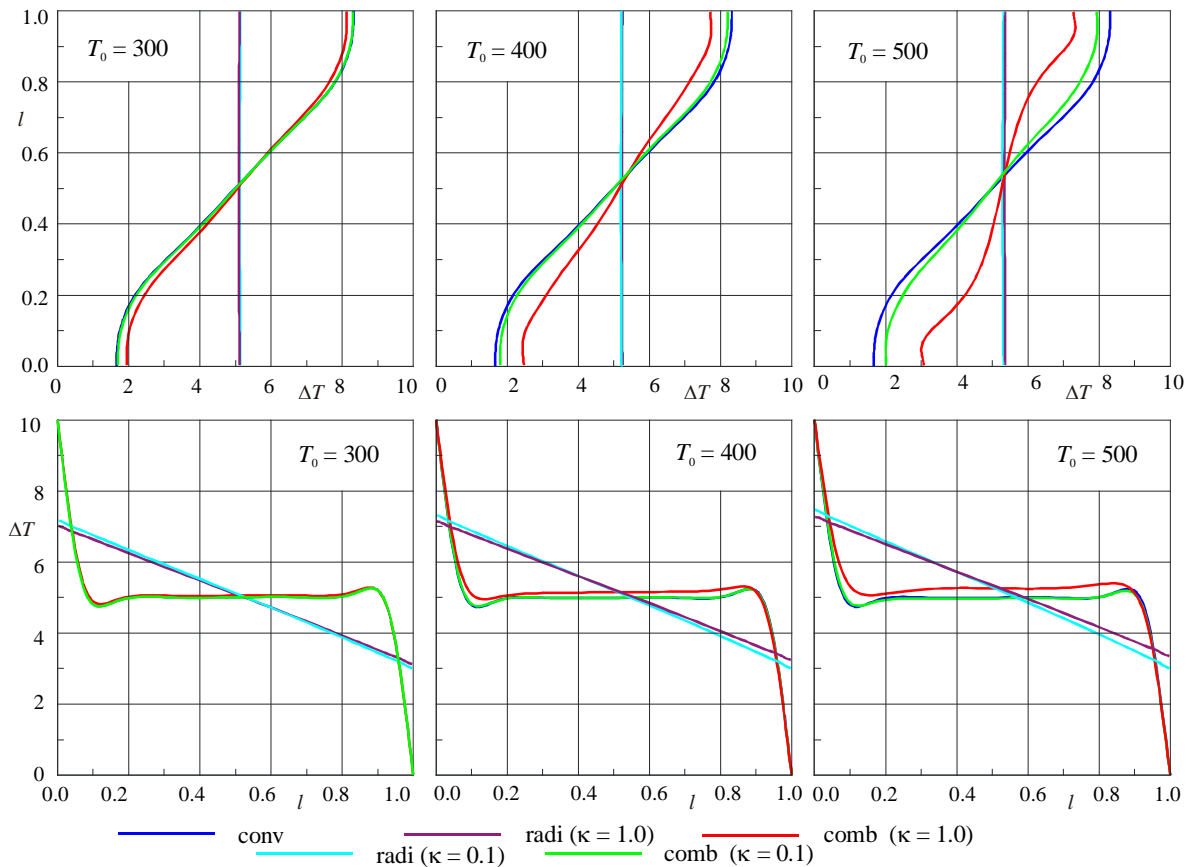


Figura 1: Distribuciones de temperatura T en la sección media vertical y horizontal de la cavidad cuadrada para $Ra = 10^6$

En la ecuación (4) i es la intensidad de radiación, \mathbf{s} el vector de dirección, $\beta = \kappa + \sigma$ es el coeficiente de extinción, κ el coeficiente de absorción, σ el coeficiente de dispersión, S_r el término fuente de la radiación, ω es el ángulo sólido, Φ la función de dispersión, i_b es la intensidad de radiación del cuerpo negro y γ es la constante de Stefan – Boltzmann.

En este estudio se considera que el fluido es incompresible, el flujo es laminar, las propiedades físicas son constantes y solo se tiene en cuenta la variación de la densidad con la temperatura. El acoplamiento entre la temperatura y la densidad se resuelve con la aproximación de Boussinesq, en la que la diferencia de densidad, la cual causa el movimiento de fluido, se aproxima como función de la temperatura solamente.

3 GEOMETRÍA Y CONDICIONES TÉRMICAS

Se estudian tres cavidades bidimensionales, (i) cuadrada, (ii) con paredes laterales inclinadas a 45° y (iii)

con paredes inferior y superior inclinadas a 45° . Las paredes tienen una longitud L , la cual varía en función de Ra y de T_0 .

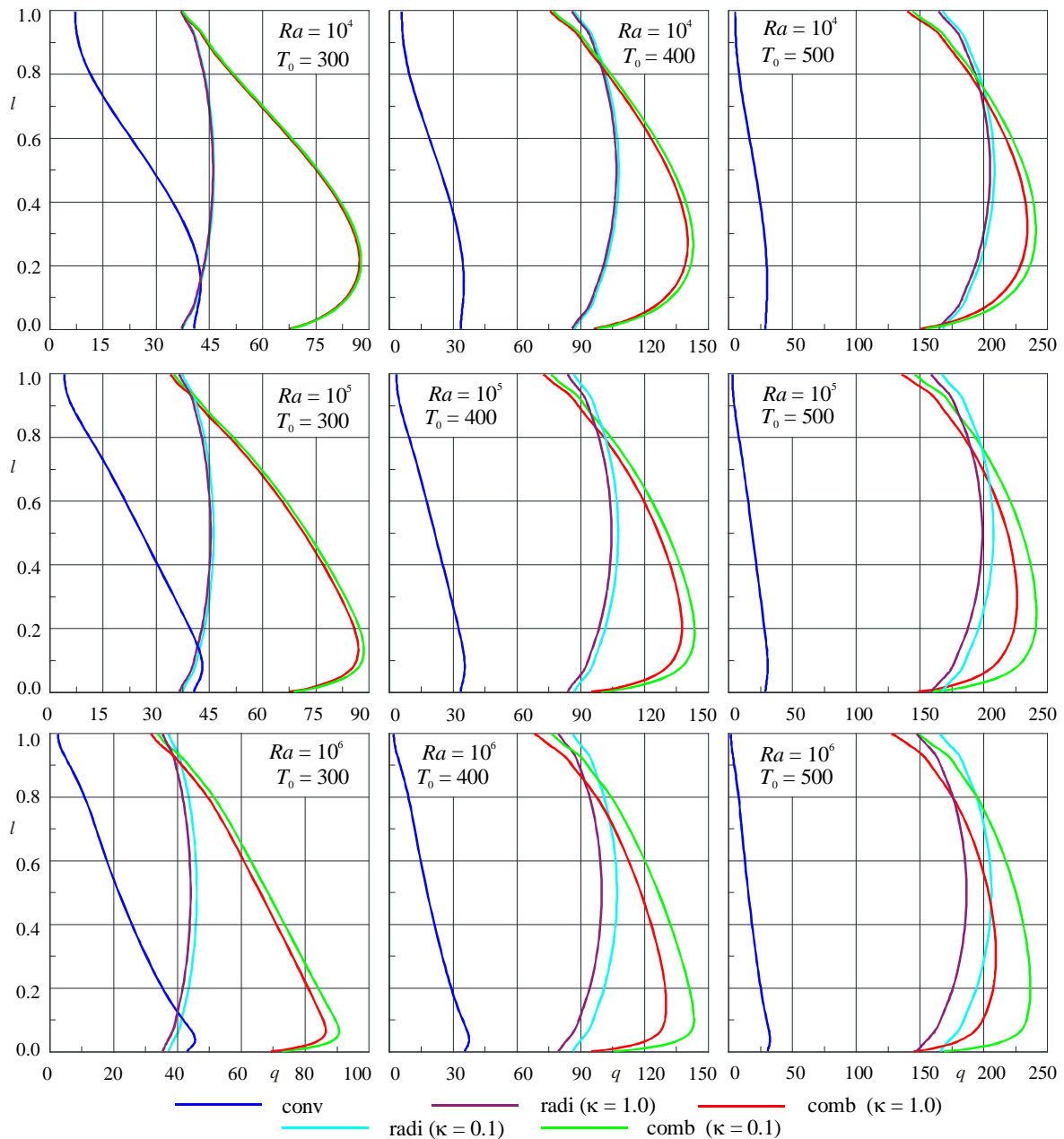


Figura 2: Distribuciones del flujo de calor q en la pared oeste de la cavidad cuadrada

La cavidad está rellena con aire, cuyas propiedades físicas, para cada T_0 , se obtuvieron de Holman [11]. Las paredes oeste y este son isotérmicas, siendo la temperatura de la pared oeste igual a T_0 mas 10 K. La temperatura de la pared este es igual a T_0 , de esta forma, siempre el $\Delta T = 10K$. Este es el máximo permitido para el aire dentro de la aproximación de *Boussinesq* [8]. Las paredes sur y norte son adiabáticas. Se estudian tres valores de $Ra = 10^4$, 10^5 y 10^6 , tres valores de $T_0 = 300$, 400 y 500 K y dos valores de $\kappa = 0.1$ y 1.0. Todas las magnitudes usadas están expresadas en el sistema internacional de medidas. Mayor información sobre las configuraciones térmicas se pueden encontrar en Rebollo [12, 13].

4 RESULTADOS Y DISCUSIONES

La figura 1 muestra el perfil de temperatura en la sección media vertical y en la sección media horizontal, para $Ra = 10^6$ y las tres T_0 , para el caso de convección pura, radiación pura y convección y radiación combinadas con $\kappa = 0.1$ y 1.0 . Puede advertirse como, en la sección media vertical, la influencia de la radiación se hace más importante con el aumento de la temperatura, aproximándose, la curva correspondiente al modo combinado con mayor coeficiente de absorción, al perfil de radiación pura. A medida que aumenta T_0 , para el modo combinado, la temperatura del punto medio de la pared norte va disminuyendo, aproximando al correspondiente a radiación. En el perfil horizontal de temperatura no se observa una influencia de la radiación tan marcada como en el perfil vertical. Se observa que κ no ejerce una gran influencia en el perfil de radiación. Para el caso combinado, el incremento de κ produce una transformación del perfil de convección pura hacia el de radiación pura, siendo más evidente al aumentar la temperatura.

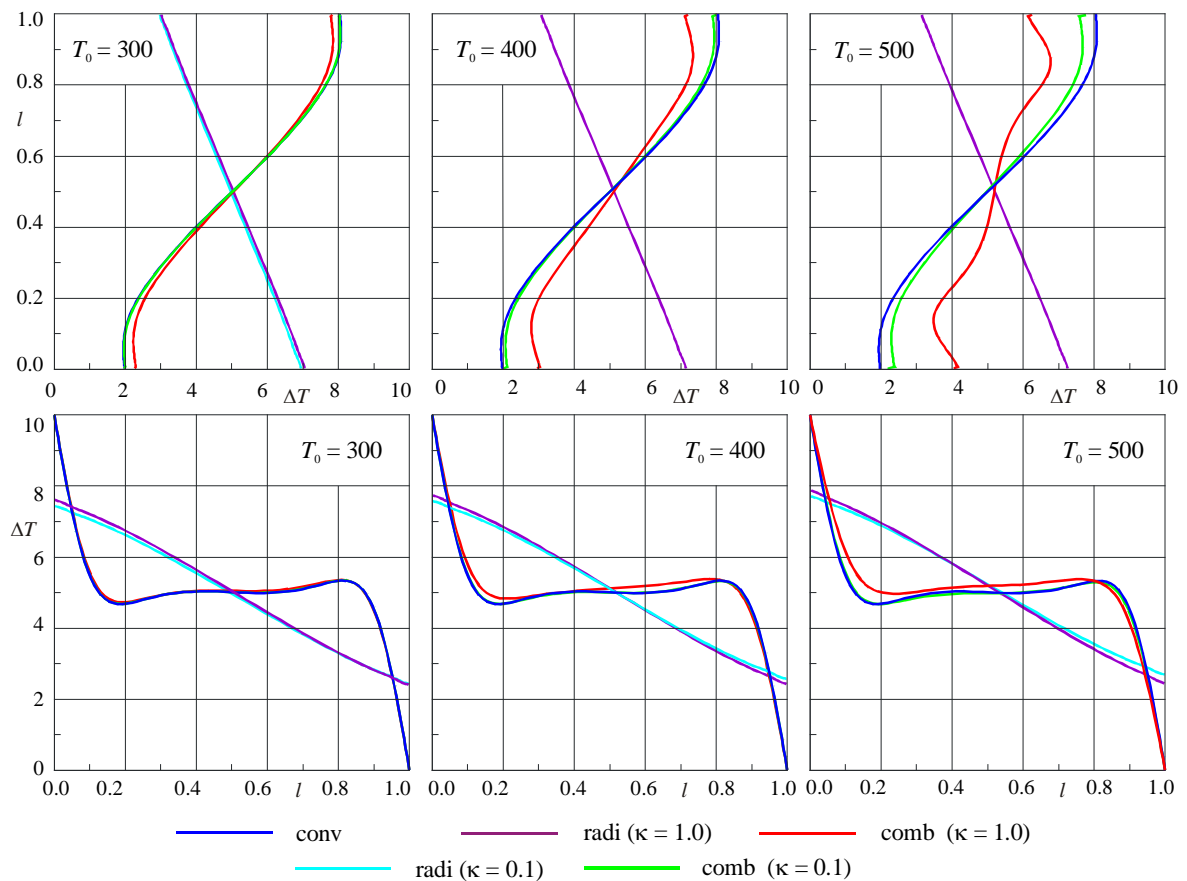


Figura 3: Distribuciones de temperatura T en la sección media inclinada y horizontal de la cavidad con paredes laterales inclinadas para $Ra = 10^6$

La figura 2 presenta la distribución del flujo de calor en la pared oeste en función de Ra , T_0 y κ . Para cada Ra , el incremento de la temperatura produce un importante incremento en la radiación térmica, teniendo una gran influencia en el modo combinado. También se advierte como la simetría horizontal en la distribución del flujo de calor por radiación se refleja en el modo combinado a medida que aumenta la temperatura. Se aprecia además, que con el aumento de la temperatura, la distribución de q , para el caso de radiación y

modo combinado, se separa notablemente de la correspondiente distribución por convección, dejando en evidencia su poca importancia en el modo combinado. Para $T_0 = 300$, en las cercanías de la pared sur, donde se ubican los máximos de q por convección, se puede observar que el flujo de calor por convección supera al de radiación, y la distribución de q en el modo combinado sigue la forma de la distribución de convección. Se observa que en las cercanías de la pared norte, el flujo de calor por radiación supera al del modo combinado en una porción mayor de la pared a medida que aumenta T_0 . Finalmente, se aprecia que κ tiene mayor influencia en la radiación y el modo combinado a medida que aumenta el Ra y T_0 debido al incremento de las dimensiones de la cavidad.

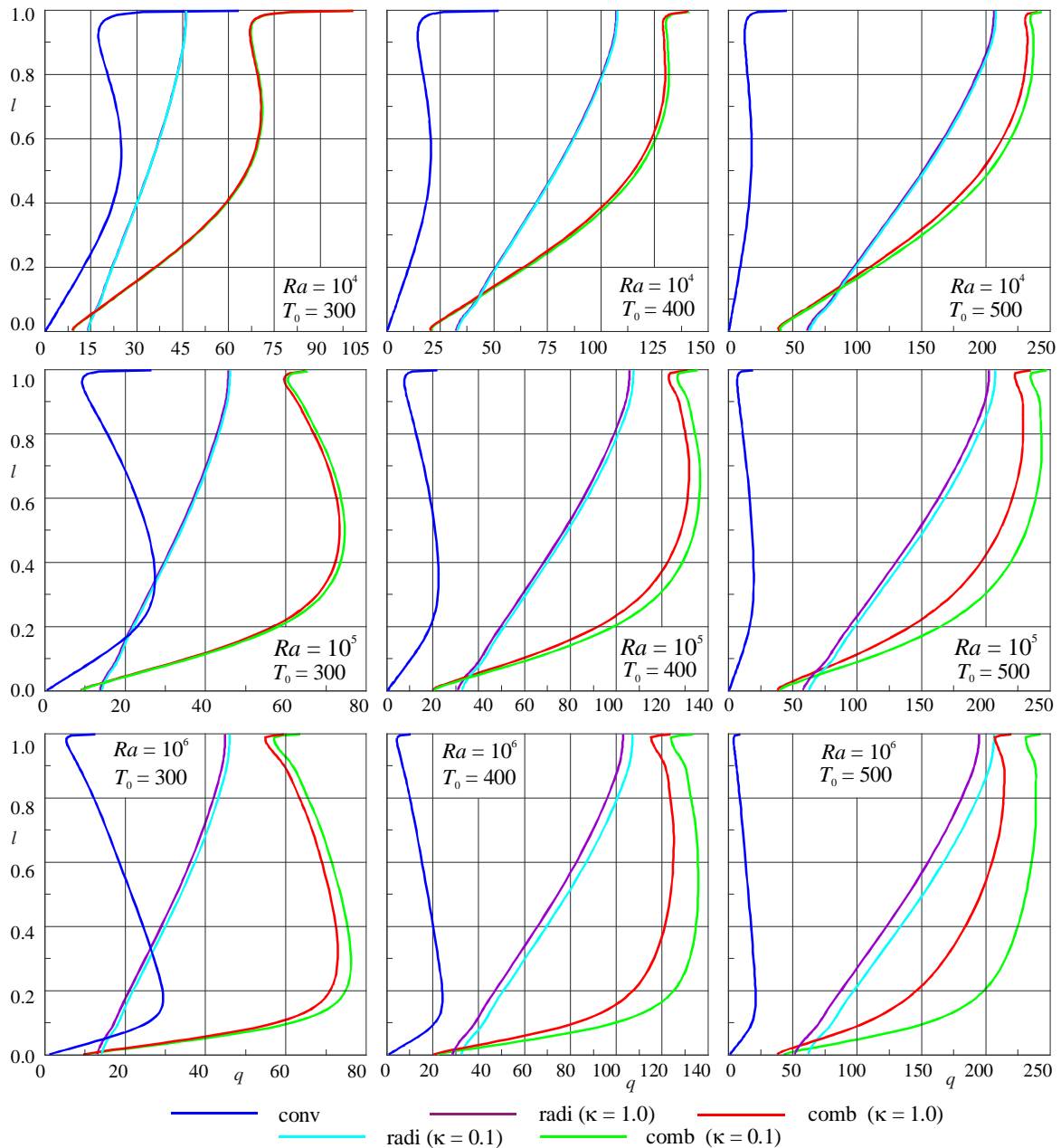


Figura 4: Distribuciones del flujo de calor q en la pared oeste de la cavidad con paredes laterales inclinadas

Los flujos de calor medio en la pared oeste de la cavidad cuadrada, para convección, radiación y modo combinado, se presentan en la figura 7. Se advierte que el flujo de calor medio combinado presenta el

mismo comportamiento, respecto a T_0 y Ra , que el mostrado por la radiación, siendo sus valores un poco mayor. Se puede comprobar que los incrementos del flujo de calor, con la temperatura, en el modo combinado, son un poco menor que los correspondientes a radiación, llegando a tomar valores del 73.5 % y del 199.4 %, para $Ra = 10^4$, del 74.7 % y del 199.4 % para $Ra = 10^5$ y del 74.5 % y 195.2 % para $Ra = 10^6$, todos referidos a $\kappa = 1.0$.

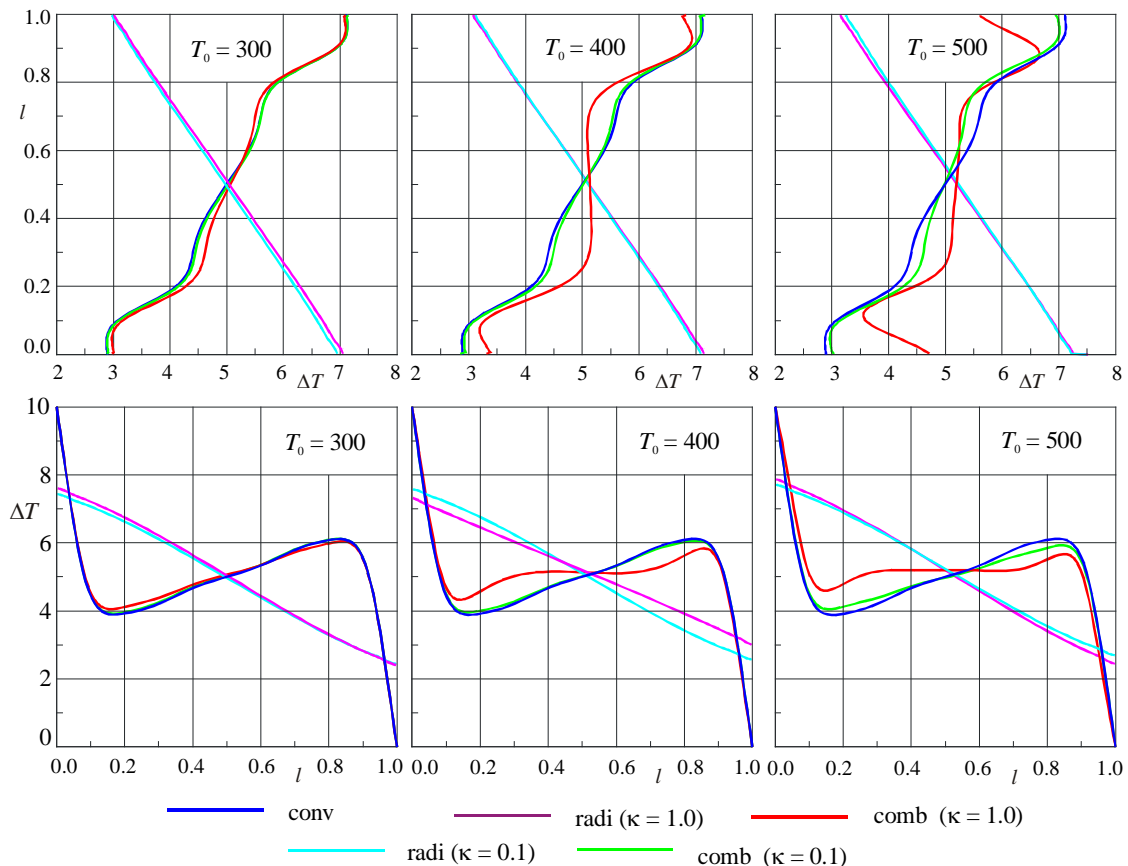


Figura 5: Distribuciones de temperatura T en la sección media vertical e inclinada de la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas para $Ra = 10^6$

La figura 3 muestra los perfiles de temperatura en la sección media inclinada y horizontal respectivamente, para convección, radiación y modo combinado con los coeficientes de absorción y temperaturas de referencia consideradas y $Ra = 10^6$. Allí puede verse como, a medida que aumenta T_0 , el perfil en la sección media inclinada, del modo combinado, abandona el de convección tratando de adoptar el correspondiente a radiación, siendo más evidente a medida que aumenta κ . En la sección media horizontal la influencia de la temperatura y del coeficiente de absorción es menor. Se advierte que la radiación tiene un efecto de enfriamiento en la sección media superior de la cavidad y de calentamiento en la sección media inferior, si se lo compara con la convección. Comparando con la cavidad cuadrada, se advierte que el perfil de radiación sufre una inclinación en el sentido de la diagonal menor, siendo la temperatura en el punto medio de la pared norte menor que la correspondiente a la pared sur, ejerciendo una mayor influencia en el perfil combinado.

La figura 5 muestra la distribución del flujo de calor q en la pared oeste para convección, radiación y modo combinado. Se observa que para cada Ra , al incrementarse T_0 , el flujo de calor por radiación crece

notablemente con respecto al de convección, siendo mayor el incremento en la mitad superior de la cavidad. Para $T_0 = 300$ y $Ra = 10^4$, el máximo de flujo de calor por convección supera al de radiación en la proximidad de la pared norte, para $Ra = 10^5$ y 10^6 , lo hace en la mitad inferior de la pared. En las proximidades de la pared sur, el flujo de calor por radiación supera al correspondiente al modo combinado, incrementándose esta diferencia con T_0 y reduciéndose con el Ra . Se advierte además que en el modo combinado, a bajas temperaturas, la distribución es semejante a la de la convección, y al aumentar la temperatura, esta distribución se va modificando acercándose a la de la radiación. El coeficiente de absorción tiene una mayor influencia con el incremento del Ra y T_0 , debido al mayor tamaño de la cavidad, siendo más evidente en el modo combinado que en radiación.

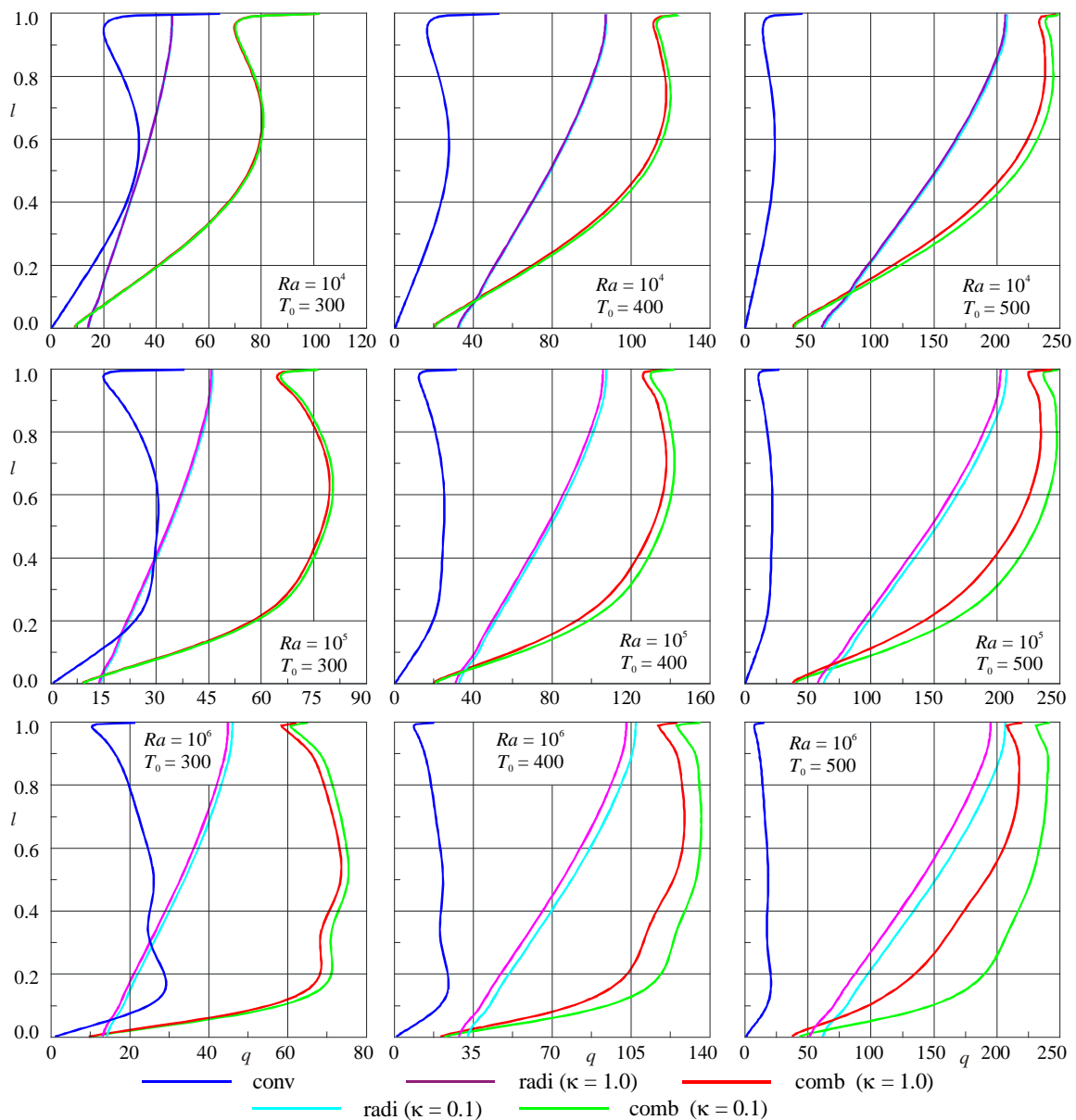


Figura 6: Distribuciones del flujo de calor q en la pared oeste de la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas

Los flujos de calor medio en la pared oeste de la cavidad con paredes laterales inclinadas, para convección, radiación y modo combinado, se presentan en la figura 7. Se advierte que, como ya se destacó en el

análisis correspondiente a la cavidad cuadrada, el flujo de calor medio combinado presenta el mismo comportamiento, respecto a T_0 , que el mostrado por la radiación, se incrementa respecto al valor correspondiente a $Ra = 10^4$, siendo un poco errático. Se puede comprobar que los incrementos del flujo de calor, con la temperatura, en el modo combinado, son un poco menor que los correspondientes a radiación, llegando a tomar valores del 80.8 % y del 214.5 %, para $Ra = 10^4$, del 79.9 % y del 201.4 % para $Ra = 10^5$ y del 74.8 % y 177.1 % para $Ra = 10^6$, todos referidos a $\kappa = 1.0$. Respecto al Ra , los flujos de calor medio se incrementan en un 11.6 % y 16.1 %, para $T_0 = 300$, en un 11.1 % y 12.3 % para $T_0 = 400$, y en un 7.0 % y 2.3 % para $T_0 = 500$, respecto de los valores correspondientes a $Ra = 10^4$. Se advierte que los valores del flujo de calor medio son menores que los correspondientes a la cavidad cuadrada.

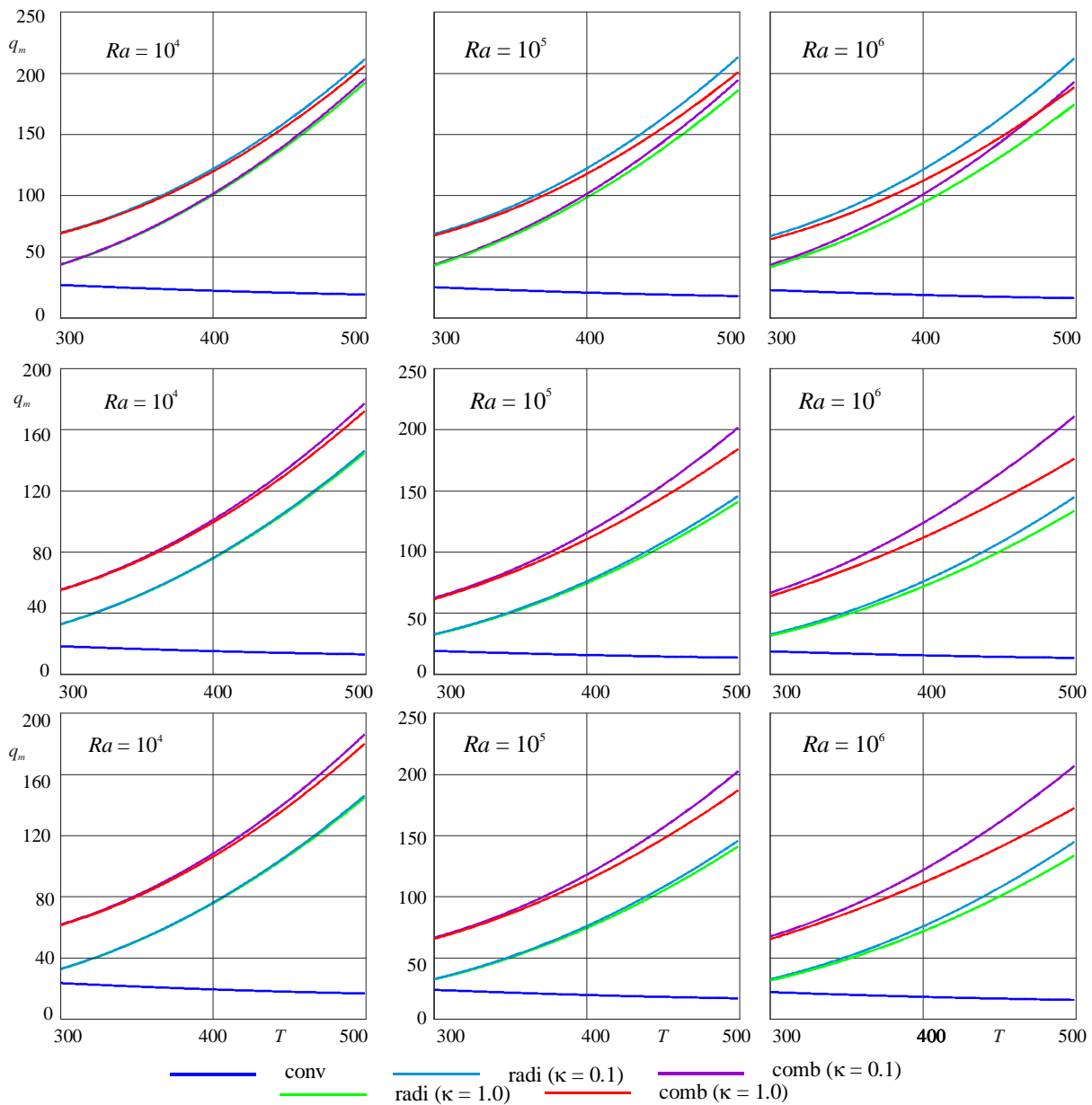


Figura 7: Flujo de calor medio q_m en la pared oeste de las cavidades cuadrada (arriba), paredes laterales inclinadas (medio) y paredes inferior y superior inclinadas (abajo)

Los perfiles de temperatura en la sección media vertical e inclinada de la cavidad se muestran en la figura 5.

Se advierte que en el perfil vertical correspondiente al modo combinado se produce una reducción de temperatura en la mitad superior, siendo esto más evidente con el aumento de T_0 . En la mitad inferior ocurre lo contrario. En el perfil inclinado del modo combinado se observa un incremento de temperatura en la mitad izquierda y una reducción en la mitad derecha.

La distribución del flujo de calor en la pared oeste para los Ra , temperaturas de referencia y coeficientes de absorción considerados en este estudio se muestran en la figura 6 para el caso de convección, radiación y modo combinado. Allí puede verse como, para cada Ra , a medida que aumenta la temperatura, el flujo de calor por radiación, y como consecuencia el correspondiente al modo combinado, se apartan notablemente del correspondiente a convección. A medida que aumenta la temperatura, la distribución del flujo de calor en el modo combinado va cambiando, para $T_0 = 300$ tiene una distribución semejante al de convección, y para $T_0 = 500$, es semejante al de radiación. Nuevamente, como ocurre con la cavidad de paredes laterales inclinadas, el flujo de calor en el método combinado es menor que el de radiación en la zona próxima a la pared sur. Se advierte que para las temperaturas menores, el flujo de calor por convección iguala, para $Ra = 10^4$, y supera, para $Ra = 10^5$ y 10^6 , al flujo de calor por radiación en la región de los máximos de convección. En las proximidades de la pared norte, el flujo de calor por radiación va tomando valores más próximos al del modo combinado, a medida que se incrementa T_0 y el Ra . También puede observarse como el coeficiente de absorción tiene mayor influencia al aumentar el Ra y la temperatura, siendo más notable en el modo combinado.

Los flujos de calor medio para el modo combinado en la pared oeste de la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas, para cada Ra considerado, se presentan en la figura 7. Se advierte que, como ya se destacó en el caso de las cavidades analizadas anteriormente, el flujo de calor medio combinado presenta el mismo comportamiento, respecto a T_0 , que el mostrado por la radiación, siendo sus valores un poco mayor. Los incrementos del flujo de calor combinado, con la temperatura, llegan a tomar valores del 73.1 % y del 194.7 %, para $Ra = 10^4$, del 73.0 % y del 186.6 % para $Ra = 10^5$ y del 70.7 % y 165.1 % para $Ra = 10^6$, todos referidos a $\alpha = 1.0$. Las variaciones del flujo de calor medio para $Ra = 10^5$ y 10^6 respecto a los valores correspondientes a $Ra = 10^4$ son del 6.8 % y 6.3 % para $T_0 = 300$, del 6.8 % y 4.9 % para $T_0 = 400$ y del 3.9 % y -4.3 % para $T_0 = 500$. Se advierte que los valores del flujo de calor medio son menores que los correspondientes a la cavidad cuadrada, excepto para $Ra = 10^6$ y $T_0 = 300$, son y mayores que los correspondientes a la cavidad con paredes laterales inclinadas excepto para $Ra = 10^6$ y $T_0 = 400$ y 500.

5 CONCLUSIONES

Del análisis anterior se puede concluir que la presencia de la radiación térmica tiene un efecto importante en la modificación de los campos de temperatura y velocidad del fluido. El aumento de la temperatura de referencia tiene un efecto negativo en la convección y positivo en la radiación, siendo este último mucho mayor.

Para la cavidad cuadrada, la eficiencia térmica combinada es similar a la suma de las eficiencias térmicas convectiva y radiativa, por lo que se puede considerar que existe un débil acople entre convección y radiación. En las cavidades con paredes inclinadas, este acople es mucho mayor. La máxima eficiencia térmica convectiva se obtiene con $Ra = 10^4$ en todo el rango de temperaturas ensayado, disminuyendo con

la temperatura y con el Ra . Lo mismo sucede para el caso de radiación y modo combinado, con coeficiente de absorción $\alpha = 1.0$, en todo el rango de temperaturas considerado. La eficiencia térmica radiativa y combinada, crece fuertemente con la temperatura, y disminuyen con el Ra .

En el caso de la cavidad con paredes laterales inclinadas, su eficiencia térmica convectiva también se reduce con la temperatura, pero con el Ra crece y luego disminuye, por lo que debe existir un valor crítico del Ra para el cual se obtiene la mayor eficiencia térmica convectiva. Los valores máximos de la eficiencia térmica convectiva se logran con un $Ra = 10^5$. La eficiencia térmica radiativa, como en el caso de la cavidad cuadrada, crece fuertemente con la temperatura y disminuye débilmente con el Ra . En el modo combinado, existe un cruce en $T_0 = 419$, por lo que la máxima eficiencia térmica combinada se obtiene con $Ra = 10^6$ para $T_0 < 419$, y con $Ra = 10^5$, para $T_0 > 419$.

Para la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas, el efecto de la temperatura en la eficiencia térmica convectiva es el mismo que en las anteriores, pero el Ra tiene un efecto más importante que en la cavidad con paredes laterales inclinadas. En el modo combinado, la máxima eficiencia térmica se obtiene con $Ra = 10^5$ en todo el rango de temperaturas. Para $T_0 < 360$, los valores correspondientes a $Ra = 10^5$ y 10^6 están muy próximos y no es posible diferenciarlos con facilidad.

Las mayores tasas de transferencia de calor, en el modo combinado, corresponden a la radiación, en todo el rango de temperatura ensayado, poniendo en evidencia el error cometido al despreciar la radiación en problemas de transferencia de calor a bajas temperaturas, tales como enfriamiento de componentes electrónicos. El método de los volúmenes finitos es eficiente. Los resultados son coincidentes con los publicados en la literatura.

REFERENCIAS

1. Fusegi T., Ishii K., Farouk B., Kuwahara K., Natural convection – radiation interactions in a cube filled with a nongray gas, *Numerical Heat Transfer*, A, 19:207-217, 1991.
2. Tan Z., Howell J. R., Combined radiation and natural convection in a two-dimensional participating square medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34:785-793, 1991.
3. Morales J. C., Campo A., Radiative effects on natural convection of gases confined in horizontal, isothermal annuli, *ASME Developments in Radiative Heat Transfer*, 203:231-238, 1992.
4. De Groh H. C., Kassemi M., Effect of radiation on convection in a top heated enclosure, *Journal of Thermophysics Heat Transfer*, 7:561-568, 1993.
5. Rousse D. R., Numerical predictions of multidimensional conduction, convection, and radiation heat transfer in participating media, PhD Thesis, McGill University, Montreal, Canada, 1994.
6. Hasani S. M. F., Combined natural convection and radiation in a triangular enclosure, PhD Thesis, University of Akron, 1998.
7. Lan C. H., Radiative combined mode heat transfer in a multi dimensional participating medium using spectral methods, PhD Thesis, University of Texas at Austin, 2000.
8. Ferziger J. H., Peric M., *Computational Methods for fluids dynamics*, Springer-Verlag, 1999.
9. Fletcher C. A. J., *Computational techniques for fluid dynamics*, vol. I y II, Springer – Verlag, Berlin Heidelberg, 1991.
10. Modest M. F., *Radiative heat transfer*, Mc Graw-Hill, 1993.
11. Holman J. P., *Heat transfer*, McGraw-Hill, 1990.
12. Rebollo D., Soluciones Benchmark para el Problema de la Transferencia de Calor por Convección Natural en Cavidades Bidimensionales a Diferentes Temperaturas, XVI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, Córdoba, Argentina, 2007.
13. Rebollo D., Simulación numérica de la transferencia de calor por convección natural en cavidades bidimensionales, 1º Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, Bahía Blanca, Argentina, 2008.