



*II CAIM 2010
Segundo Congreso Argentino
de Ingeniería Mecánica
San Juan - Noviembre 2010*

Templado de acero – Un modelo matemático

Leonor de la Torre, Zulma Millán, Laura Oliva, María Berenguer

*Departamento de Matemática- Facultad de Ingeniería-
Universidad Nacional de San Juan
Av. Libertador San Martín 1109 oeste San Juan Argentina
Tel/Fax: +54-2644211700*

etorre@unsj.edu.ar

zmillan@unsj.edu.ar,

loliva@unsj.edu.ar,

mcbere@unsj.edu.ar

RESUMEN

Los tratamientos térmicos son procesos para modificar propiedades mecánicas de los materiales. El temple es uno de los tratamientos térmicos más usados en aceros, cuya finalidad es obtener mayor dureza y mayor resistencia mecánica. En este proceso, el tiempo durante el cual se temple una pieza de acero y la temperatura de temple son factores importantes que deben ser prefijados de acuerdo con la composición del acero, la forma y el tamaño de la pieza y las características que se desean obtener.

El templado de aceros puede modelarse matemáticamente usando la ecuación del calor junto con adecuadas condiciones iniciales y de frontera.

Este trabajo presenta la solución numérica de un modelo de templado que permite obtener la distribución de temperaturas en el tiempo en los puntos de una pieza de acero y las velocidades de enfriamiento de estos puntos a una temperatura determinada.

A través del modelo aquí abordado se puede determinar resultados del proceso de temple de aceros en forma computacional sin requerir de la experimentación, recurso muy utilizado en esta área.

Por medio de la simulación numérica se puede controlar si todos los puntos de la pieza logran las velocidades de enfriamiento adecuadas observando, sobre todo, qué ocurre en los puntos del centro de la pieza donde la accesibilidad suele ser complicada en procedimientos experimentales.

Es posible además predecir propiedades que pueden adquirir, por medio del proceso de temple, distintos aceros en distintos medios de temple sólo cambiando características de los aceros y del medio.

Palabras Claves: modelo, numérico, templado, acero.

1. INTRODUCCIÓN

Los tratamientos térmicos son procesos que tienden a modificar propiedades mecánicas de los materiales, para que puedan ser utilizados en forma eficaz.

Para el acero, estos tratamientos desempeñan un papel importante, ya que mediante la variación de la velocidad de calentamiento y de enfriamiento se puede obtener determinadas estructuras y con ello variar considerablemente las propiedades de este material y de las piezas fabricadas con él.

Uno de los tratamientos térmicos es el temple que tiene por finalidad aumentar la dureza, la tenacidad y la resistencia del acero a esfuerzos. El proceso se lleva a cabo calentando el acero a una temperatura que está por encima del punto de transformación que lleva a obtener una estructura cristalina austenítica. Luego se enfría más o menos rápidamente en un fluido como agua, aceite, aire, llamado medio de temple, para obtener una estructura martensítica que proporciona a los aceros una dureza elevada.

Los factores que influyen en el proceso de temple son: la concentración de carbono en el acero, la presencia de aleantes, la temperatura, el tiempo de calentamiento de la pieza de acero, la velocidad de enfriamiento, el medio de temple, el tamaño y la forma de la pieza de acero a templar.

El proceso de temple se completa con el proceso de revenido que aumenta la tenacidad y disminuye la fragilidad del acero, eliminando las tensiones internas que se generan durante el templado. El acero luego del revenido pierde algo de dureza.

La investigación de la templabilidad de los aceros ha dado origen a numerosos estudios, siendo de gran importancia contar con herramientas informáticas que permitan simular los procesos térmicos y así obtener resultados aproximados sobre el comportamiento de los distintos aceros.

Este trabajo presenta la solución numérica de un modelo de templado que permite obtener la distribución de temperaturas en el tiempo en los puntos de una pieza de acero y las velocidades de enfriamiento de estos puntos a una temperatura determinada. Por medio de la simulación numérica se puede analizar la influencia del medio de temple en las velocidades de enfriamiento, teniendo en cuenta que éstas no deben ser muy elevadas ni muy suaves, ya que provocarían deformaciones irreversibles en el material durante el proceso de temple. Se puede controlar además si todos los puntos de la pieza logran las velocidades de enfriamiento adecuadas observando qué ocurre en el centro de la pieza donde la accesibilidad es complicada en los procedimientos experimentales.

2. MODELO MATEMÁTICO

El estudio de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y su relación con los procesos de transferencia de calor constituyen el marco apropiado para el desarrollo de este trabajo.

La ecuación del calor, denominada así porque rige el flujo de calor dentro de un objeto es una ecuación diferencial en derivadas parciales de segundo orden, de tipo parabólica. Permite describir problemas transitorios de transferencia de calor, variables con el tiempo.

Esta ecuación de calor, junto con adecuadas condiciones iniciales y de frontera es apta para modelar matemáticamente el proceso de templado de aceros.

Para formular aquí un modelo matemático que facilite el estudio del proceso de templado de acero, se considera una barra cilíndrica de acero de longitud infinita cuya sección transversal se muestra en la Figura 1.

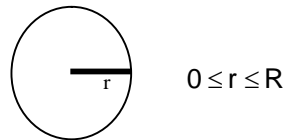


Figura 1. Sección transversal de la pieza de acero

Dada la geometría de la pieza, es conveniente utilizar la ecuación de difusión en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

donde $T(r, \theta, z, t)$ es la función temperatura, r , θ y z son las coordenadas cilíndricas de cualquier punto de la pieza y t es la variable temporal.

Debido a que se asume que la barra en estudio tiene longitud infinita, se puede considerar

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

Dado que la sección transversal presenta simetría con respecto al centro y teniendo en cuenta que el fluido circundante envuelve toda la pieza, se puede aceptar que la distribución de temperaturas es la misma en todos y cada uno de los radios de la sección circular. Es por este motivo que

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = 0 \quad (3)$$

Entonces, considerando la geometría del problema (simetría de la sección transversal) y las condiciones inicial y de frontera, resulta el siguiente modelo matemático

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad 0 < r < R \quad 0 < t < t_{final} \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial r}(0, t) = 0 \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k \frac{\partial T}{\partial r}(R, t) = -\alpha (T(R, t) - T_f) - \sigma (T^4(R, t) - T_f^4) \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(r, 0) = T_0 \end{array} \right. \quad (7)$$

Donde

$T(r, t)$: función temperatura que depende de la variable espacial r y la variable temporal t .

$a = \frac{k}{c\rho}$: difusividad térmica del material de la barra.

k : conductividad térmica del material de la barra.

c : capacidad térmica del material.

ρ : densidad del material de la barra.

R : longitud del radio de la sección de la barra.

α : coeficiente de película

T_0 : temperatura inicial del objeto.

T_f : temperatura del fluido que rodea al objeto.

σ : coeficiente de radiación llamado constante de Stefan-Boltzman .

En la formulación matemática del problema, la Ecuación (4) es la ecuación de difusión y las ecuaciones (5) y (6) corresponden a las condiciones de frontera. Dado que en el centro del disco de la Figura 1 no hay intercambio de calor debido a la simetría del problema, la primera de las condiciones mencionadas es de tipo Neumann. La segunda es de tipo Robin y modela los procesos de transferencia de calor por convección y por radiación que surgen por el intercambio de calor entre el objeto y el fluido.

La Ecuación (7) corresponde a la condición inicial del problema.

Se observa que la ecuación de difusión (4) presenta una discontinuidad en $r=0$. Salvando dicha discontinuidad [1] se obtiene la Ecuación (8):

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{r=0} = 2a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) \Big|_{r=0} \quad (8)$$

3. MODELADO NUMÉRICO

Para la solución numérica del problema se usa el método de Crank-Nicolson cuyas ecuaciones nodales son:

$$\left\{ \begin{array}{l} -2(\lambda+1)T_0^{j+1} + 2\lambda T_1^{j+1} = 2(-1+\lambda)T_0^j - 2\lambda T_1^j \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4i} \right) T_{i-1}^{j+1} + (\lambda+1)T_i^{j+1} + \left(-\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4i} \right) T_{i+1}^{j+1} = \\ = \left(\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4i} \right) T_{i-1}^j + (1-\lambda)T_i^j + \left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4i} \right) T_{i+1}^j \quad 1 \leq i \leq Ne-1 \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\lambda T_{Ne-1}^{j+1} + 2 \left[m\lambda \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4Ne} \right) + I\lambda \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4Ne} \right) (T_{Ne}^{j+1})^3 + \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda}{2} \right) \right] T_{Ne}^{j+1} = \\ = \lambda T_{Ne-1}^j + \left[2 \left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4Ne} \right) (-m - I(T_{Ne}^j)^3) + 1 - \lambda \right] T_{Ne}^j + \\ + \left[4m \left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4Ne} \right) \right] T_f - 4I \left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4Ne} \right) (T_f)^4 \end{array} \right. \quad (11)$$

La primera de las ecuaciones se logra discretizando en la forma habitual la Ecuación (8), considerando la correspondiente condición de frontera.

La última de las ecuaciones surge a partir de la condición de frontera (6) y evidentemente hace que el sistema de ecuaciones algebraicas que se obtiene no sea lineal.

Esta no-linealidad es introducida por la condición de frontera que modela el efecto de transferencia de calor por radiación [2], y puede resolverse por distintos procedimientos.

En este caso se utilizó una linealización computacional de la Ecuación (11), introduciendo un procedimiento iterativo con cierto nivel de precisión prefijado.

De la aplicación del método de Crank-Nicolson [3] surge un sistema de ecuaciones algebraicas con matriz de coeficientes tridiagonal. Para la solución del mismo se diseñó un procedimiento computacional usando el Algoritmo de Thomas [4], apropiado para sistemas con las características mencionadas. De este modo se obtiene la distribución de temperaturas en el tiempo en los puntos de una barra de acero de sección circular. También es posible encontrar las velocidades de enfriamiento de estos puntos a una temperatura determinada (704°C) mediante una aproximación en diferencias centrada tal como

$$\frac{\partial T}{\partial t} \cong \frac{T_i^{j+1} - T_i^{j-1}}{2\Delta t} \quad (12)$$

Conocidas las velocidades de enfriamiento se pueden predecir valores de dureza en piezas construidas con acero templado mediante la utilización de las denominadas curvas Jominy.

El ensayo Jominy consiste en templar una probeta cilíndrica de determinadas dimensiones por medio de un chorro de agua que enfría solamente la base inferior. Con los datos que se obtienen a partir de este ensayo, se llega a conocer las velocidades de enfriamiento que son necesarias para conseguir una dureza, una microestructura y un conjunto de características determinadas.

Conociendo las durezas obtenidas al efectuarse el ensayo Jominy de un acero y las velocidades de enfriamiento de los puntos de la probeta, se puede conocer la dureza que se obtiene en el interior de una pieza enfriada con la misma velocidad de enfriamiento [5]. Esta relación se basa en la teoría de Jominy la cual supone que si un acero al enfriarse desde la temperatura de austenización, tiene al llegar a los 704°C la misma velocidad de enfriamiento que la medida en la probeta Jominy, las durezas que se obtienen, tanto en la probeta como en la pieza, son siempre aproximadamente iguales.

3.1 Estudio de la distribución de las temperaturas

En la simulación numérica efectuada para obtener la distribución de temperaturas se utilizaron los siguientes datos:

$T_f = 60^\circ C$: Temperatura del fluido

$\alpha = 5000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$: Conductividad térmica del fluido

$T_0 = 850^\circ C$: Temperatura inicial de la barra de acero

$k = 50 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$: Conductividad térmica del acero

$c = 460 \frac{Ws}{kg \cdot ^\circ C}$: Capacidad térmica del acero

$r = 7840 \frac{kg}{m^3}$: Densidad del acero

$\sigma = 5.669 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$: Constante de Stefan-Boltzman

3.1.1 Resultados Obtenidos

La Figura 2 muestra la evolución de los perfiles de temperatura a través del tiempo en los distintos nodos del radio de la pieza estudiada. La curva señalada con (▲) muestra la evolución de la temperatura en el nodo más cercano al fluido, en ella se observa que el decaimiento de temperatura es mucho más rápido que en los otros nodos.

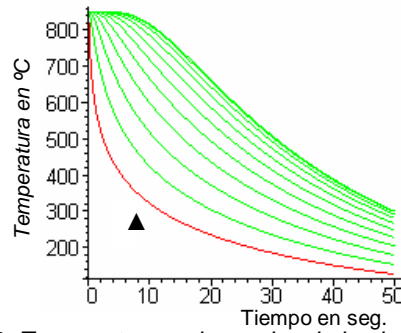


Figura 2 Temperatura en los nodos de la pieza vs tiempo.

La Figura 3 muestra una representación de la temperatura en los puntos del radio de la barra. Las curvas graficadas se lograron cuando había transcurrido un tercio, dos tercios y el total del tiempo final asignado al experimento. La curva señalada con la letra "a" corresponde a la primera lectura realizada, la curva señalada con "b" corresponde a la segunda y la curva "c" a la temperatura al final del intervalo de tiempo asignado.

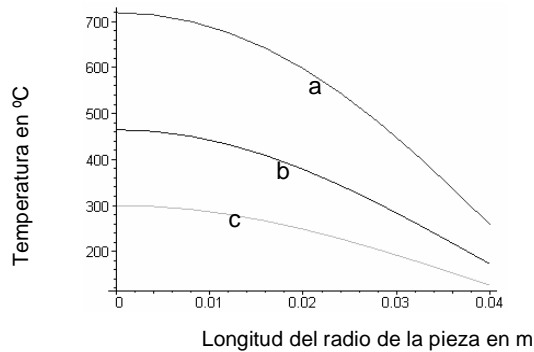


Figura 3 Representación de temperatura en el radio de la barra

En las tres curvas de la gráfica anterior se observa que en los puntos de la barra en contacto con el medio de temple, la temperatura es menor que en el centro de la barra y conforme el tiempo avanza, la temperatura en la barra va tendiendo a la temperatura del fluido.

3.2 Estudio de la velocidad de enfriamiento

La velocidad de enfriamiento es de gran importancia en el proceso de temple.

Se llama velocidad crítica a la velocidad de enfriamiento a partir de la cual se comienza a formar la martensita. Para cada tipo de acero existe una velocidad crítica.

Para el estudio de las velocidades de enfriamiento se han utilizado características propias del acero tales como la densidad, el calor específico y la conductividad térmica. También se han considerado variables tales como el tamaño de la pieza, la temperatura de austenización (en general se trabajó ésta a 850°C), el tiempo de temple y características del medio de temple, tales como la temperatura del mismo y su coeficiente de película.

3.2.1 Resultados obtenidos

3.2.1.1 Influencia del tamaño y de la forma de la pieza a templar

Para templar una pieza de acero, como ya se señaló, debe ser primero calentada y posteriormente enfriada en un medio que puede ser líquido o gaseoso. Al introducir la pieza en el medio de enfriamiento, el calor acumulado dentro de ella se pierde a través de la superficie.

Para realizar este estudio se considera una pieza de acero de forma cilíndrica, con una longitud tal que la pérdida de calor por las bases sea despreciable. Cuando la forma de la pieza es irregular y compleja se deben hacer consideraciones prácticas adecuadas a la forma analizada [5].

La Figura 4 muestra las velocidades de enfriamiento en dos piezas de acero cilíndricas de distintos radios, una de 4 cm y otra de 8 cm respectivamente.

Se observa que en la pieza de menor superficie expuesta al medio de temple la velocidad de enfriamiento es mayor. Para esto se comparan las velocidades de enfriamiento en dos nodos ubicados a igual distancia del borde templado. En este caso se consideraron nodos a 2 mm del borde exterior en dos piezas de 4 cm y de 8 cm de radio.

Se observa que la velocidad de enfriamiento es mayor en piezas de menor tamaño.

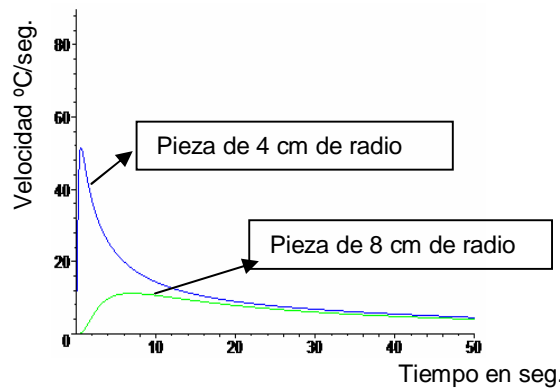


Figura 4. Velocidades de enfriamiento en piezas de 4 cm de radio y de 8 cm de radio en dos nodos ubicados a 2mm del borde en cada caso.

3.2.1.2 Influencia de la posición de los puntos en la pieza a templar

Cada punto de la pieza tiene su velocidad de enfriamiento, esto es la velocidad de enfriamiento depende de la posición. Así la velocidad de enfriamiento de los puntos en la superficie es mayor que la velocidad de enfriamiento en los puntos interiores de la pieza a templar [5, 6].

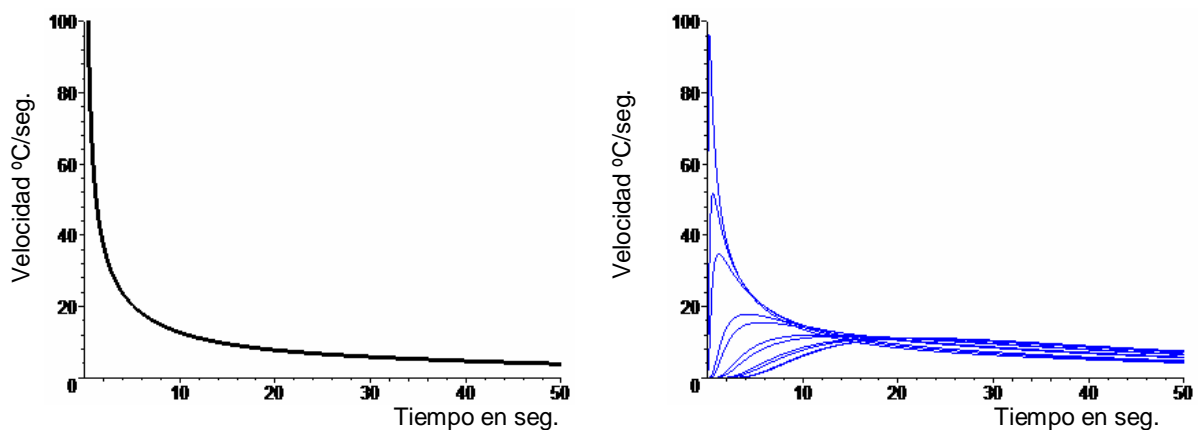


Figura 5. Curvas de velocidad de enfriamiento

La Figura 5 muestra curvas de velocidades de enfriamiento en puntos de una pieza de acero templada en aceite a 60°C. La curva de la izquierda muestra la velocidad de enfriamiento en el nodo que está en contacto con el medio de temple para una pieza de 4 cm de radio. Puede observarse que esta curva tiende a infinito en el instante inicial debido a que aquí el gradiente térmico es muy grande por el gran contraste entre la temperatura de la pieza, 850°C, y la del medio refrigerante, 60°C. La gráfica de la derecha muestra el comportamiento de las velocidades de enfriamiento en algunos otros nodos interiores.

Cuando la pieza de acero es una barra cilíndrica, la velocidad de enfriamiento disminuye en forma simétrica desde la superficie hasta el centro de la barra. Así todos los puntos que están a una distancia r_i del centro de la pieza se enfrían con una velocidad v_i , para todo $i = 1, 2, \dots, n$ [6].

En el gráfico de la izquierda de la Figura 6 se muestra la distribución de temperatura de una pieza de acero de 4 cm de radio, templada en aceite a 60°C. Allí se grafican las temperaturas en un nodo del centro de la pieza, en uno cercano a la superficie expuesta y en el nodo de la superficie. Se ve que las pendientes de estas curvas, indicativas de las velocidades de enfriamiento, son más suaves a medida que nos acercamos al centro de la pieza. En el gráfico de la derecha, se observa un comportamiento similar para las temperaturas en nodos distribuidos del mismo modo en una pieza templada empleando otro medio de enfriamiento. En este caso, agua a 32°C con un coeficiente de película de 5000.

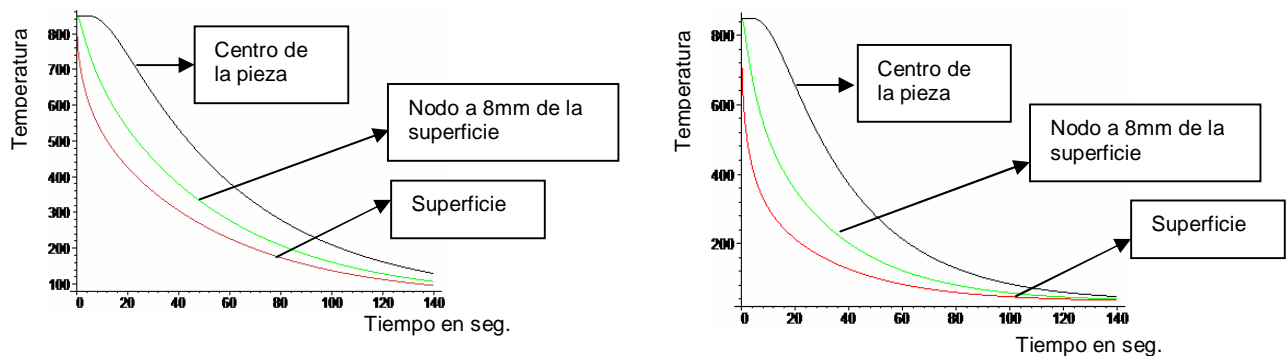


Figura 6. Temperatura en tres nodos de una pieza templada en aceite a 60° y Temperatura en una pieza templada en agua a 32°.

3.2.1.3 Influencia del contenido de carbono del acero a templar

Se considera que piezas con igual forma y tamaño, aunque sean de distinto acero se enfrían en el mismo medio, prácticamente con igual velocidad [5].

Para comprobar esto se utilizaron dos piezas de acero de forma cilíndrica de 4 cm de radio de dos aceros al carbono distintos, uno con 0,5% de carbono y la otra con 1% de carbono. Utilizando el programa diseñado, se modificaron los valores de densidad, calor específico y conductividad térmica del acero constituyente de cada pieza y se obtuvieron curvas de velocidad de enfriamiento en distintos puntos de la pieza.

La Figura 7 muestra curvas de velocidad en el centro de la pieza (I), a 6 mm del centro (II) y luego a 14 mm (III) y a 2 mm (IV) de la superficie de la pieza, respectivamente. La pieza ha sido templada en agua a 32°C durante 140 segundos. Aquí se observa que la velocidad de enfriamiento en las dos piezas no se modifica sustancialmente a pesar de la diferencia del material.

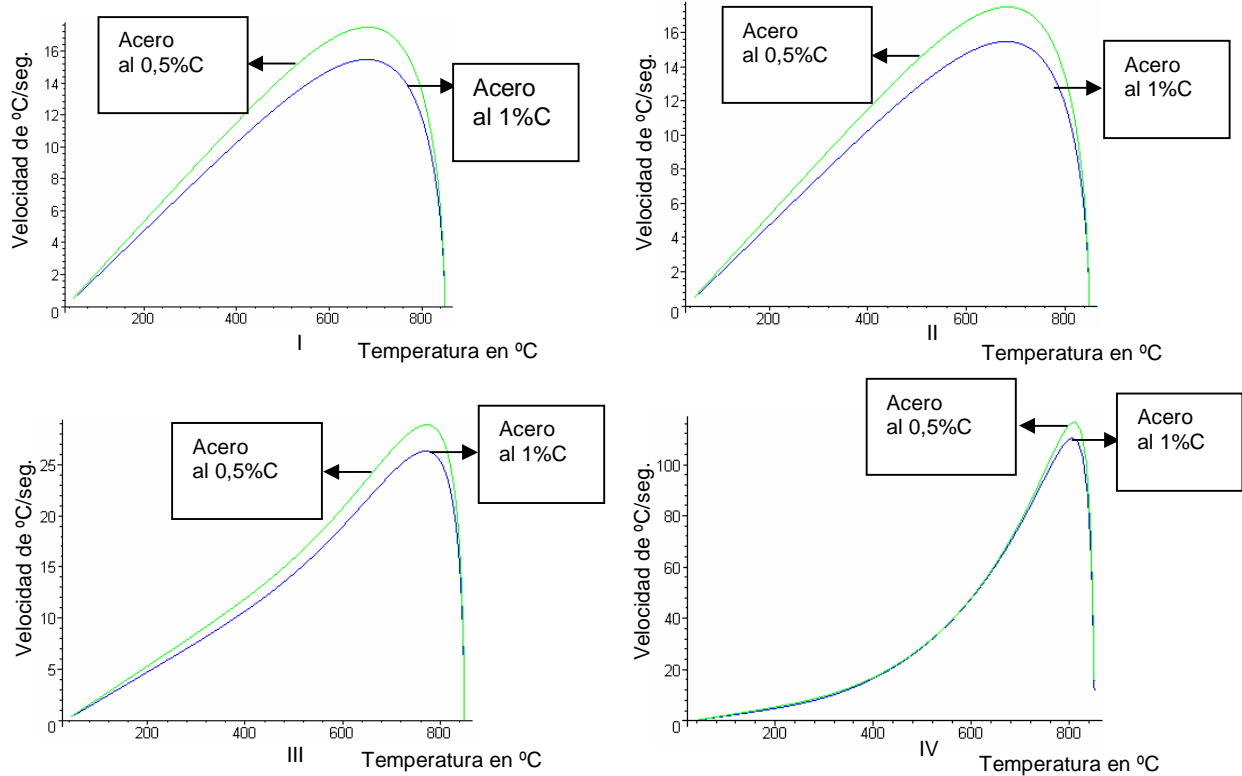


Figura 7. Representación de velocidad en función de la temperatura

3.3 El medio de enfriamiento

Como ya se señaló, luego de calentar la pieza de acero a la temperatura de temple deseada ésta se introduce en el medio de temple elegido para el posterior enfriamiento. El medio de temple es el encargado de que la pieza elimine a través de su superficie el calor interior en forma continua y con una velocidad definida.

Los medios de temple utilizados son agua, aceite y aire.

La velocidad de enfriamiento se puede controlar modificando el medio de enfriamiento [6].

Esto se puede verificar observando la distribución de temperaturas en el nodo central de la pieza de acero templada durante 140 segundos en tres diferentes medios de temple.

La Figura 8 muestra que los perfiles de temperatura son más abruptos para el agua a 32°C, moderados para el aceite como medio de temple y más suaves para el agua a 55°C. Debe destacarse que no sólo influye la temperatura del medio sino también el coeficiente de película del medio, el cual es menor en el agua a 55°C, intermedio para el aceite y el mayor corresponde al agua a 32°C.

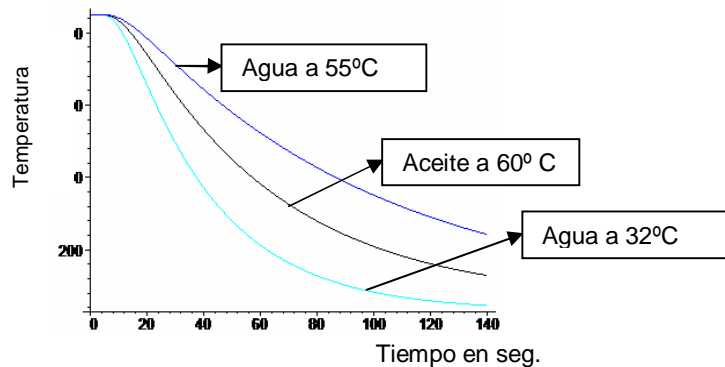


Figura 8. Perfiles de temperatura del nodo central de una pieza de acero sometida a temple en tres medios distintos.

Debe recordarse que la velocidad crítica es única para cada acero, de modo que en el temple para obtener la estructura martensítica, minimizar las deformaciones y evitar fisuras se debe elegir un medio de enfriamiento con el cual los puntos de la pieza que se enfrían más lentamente alcancen una velocidad de enfriamiento superior a la velocidad crítica [6].

La Figura 9 muestra para el nodo central la velocidad de enfriamiento versus la temperatura de la pieza y se observa que las máximas velocidades de enfriamiento se producen entre los 680°C y los 730°C para una pieza cilíndrica de 4 cm de radio sumergida en agua a 32°C.

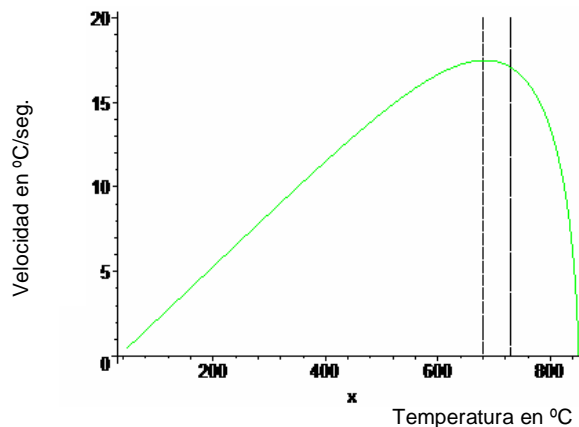


Figura 9. Velocidad-Temperatura en el nodo central de una pieza

3. COMENTARIOS FINALES

En un proceso de templado la forma, el tamaño de la pieza a templar así como el medio de enfriamiento son factores importantes a tener en cuenta para determinar la velocidad de enfriamiento que define el nivel de dureza, resistencia a esfuerzos y tenacidad del acero templado.

El modelado matemático aquí descrito ha permitido, prefijando las variables adecuadas, obtener resultados de utilidad para predecir propiedades en puntos de una pieza templada.

La posibilidad de salvar la discontinuidad que se presenta en este modelo y la de reducir un problema no lineal a uno lineal, permite dar una solución numérica sencilla a los procesos de templado de aceros bajo las condiciones iniciales y de frontera dadas.

4. REFERENCIAS

- [1] Smith, G.D. Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods. Oxford University Press, U.S.A, 1985.
- [2] Özisik, M. N. , Basic Heat Transfer. Ed. Robert E. Krieger Publishing Company, U.S. A., 1987.
- [3] Gerald, C. & P. Wheatley, Análisis Numérico con Aplicaciones. Ed. Pearson Educación U.S.A., 2000.
- [4] Fletcher, C. Computational Techniques for Fluid Dynamics. Volumen I. Ed. Springer-Verlag. , Berlin, 1987.
- [5] Apraiz Barreiro, J., Tratamientos térmicos de los aceros. Ed. Dossat. , España, 1985.
- [6] Callister, William, Introducción a la Ciencia e Ingeniería de los Materiales. Ed. Reverté. España, 2002.