



*II CAIM 2010
Segundo Congreso Argentino
de Ingeniería Mecánica
San Juan - Noviembre 2010*

Sistema de Bola y Barra: diseño, construcción y control

Alfredo E. Puglesi, María Susana Bernasconi, Gustavo Monjo, Gonzalo Garrido

*Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Cuyo
Centro Universitario, Parque Libertador Gral. San Martín
Mendoza - Argentina*

Tel/Fax: +54-2614494079

apuglesi@uncu.edu.ar, sbernasc@uncu.edu.ar, gustavo_dms@hotmail.com, gonzagarrido@gmail.com

RESUMEN

Mediante convenio con la Escuela Nacional de Ingenieros de Brest, cada año, un par de alumnos argentinos interesados en Ingeniería Mecatrónica, desarrollan el ciclo básico en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo, para luego continuar la carrera en Francia, a su regreso deben realizar un Proyecto Final de Estudios (PFE) de 600 horas de duración.

Este trabajo aborda el tópico de la enseñanza y para ello describe el PFE ejecutado en el segundo semestre del 2008, por parte de dos alumnos y dos docentes de la carrera de Ingeniería en Mecatrónica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo, que debe ser un dispositivo, equipo o máquina que integre el concepto mecatrónico, a su vez y desde la óptica local, debe servir para práctica y experimentación de los cohortes subsiguientes.

Para este PFE se tomó el caso de una bola que se puede desplazar sobre una barra, en cuyo centro, mediante engranajes reductores, se vincula al eje de un motor de CC. La consigna es posicionar la bola en cualquier parte de la barra, para ello el motor ejerce una cupla para desplazarla a la posición indicada y mantenerla allí, aún en presencia de disturbios en forma de impulsos.

Palabras Claves: diseño, mecanizado, modelado, control en cascada, educación.

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo describe el diseño y la construcción de un sistema que consiste en posicionar una bola en cualquier parte de una barra acanalada, cuyo centro y mediante un subsistema de engranajes la vinculan a un motor de CC de forma tal que éste ejerce una cupla para desplazar la bola a la posición indicada y mantenerla allí, aún en presencia de disturbios en forma de impulsos, tomando los antecedentes de [1].

Este trabajo es un resumen de las tareas realizadas por los alumnos, con la conducción y experiencia de un par de tutores, para llevar a cabo su Proyecto Final de Estudios (PFE).

Se eligió la construcción de un sistema de “bola y barra” con el propósito de aplicar en forma integrada los conocimientos adquiridos en los años de estudio previos. Por otra parte, dado que una de las piedras angulares del proyecto es el control de un sistema intrínsecamente no lineal, es también un aporte para la explicación de este tipo de sistemas en el dictado y prácticas de la cátedras afines a los sistemas de control.

En este trabajo se describirá la concepción mecánica, el modelado del sistema obteniendo las respectivas funciones de transferencia, los componentes electrónicos principales y el control necesario para cumplir el objetivo.

2. DESARROLLO

Como metodología se realizó en una primera instancia una revisión bibliográfica, luego el diseño mecánico, mecanizado y ensamblaje, posteriormente se procedió al modelado y simulación para dar paso al diseño de la electrónica de potencia necesaria y del control. Con Matlab[®] / Simulink[®] corriendo en tiempo real, se culminó la integración de las partes y posterior período de prueba y puesta a punto.

El punto de partida es el diagrama de bloque a lazo abierto mostrado en la Figura 1, donde $v(t)$ es la tensión aplicada al motor de CC y $x(t)$ la posición de la bola:

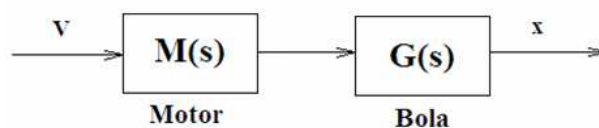


Figura 1 Diagrama de bloque a lazo abierto

La literatura menciona algunas variantes para vincular el actuador con la barra, cada una con ventajas e inconvenientes, en este caso se prefirió la disposición del eje en el centro de la barra ya que disminuye la cantidad de piezas mecánicas y facilita el modelado del sistema, en comparación con otros modelos, por ejemplo con eje en un extremo de la barra. La Figura 2 brinda un esquema simplificado que contempla la reducción implementada, ya que ésta juega un papel muy importante debido a que la resolución del motor elegido tiene una distancia angular de giro mínima de unos 5° , observándose que si bien esto no implica un gran cambio en el centro de la barra de 100 centímetros de longitud, hacia los extremos significa un cambio considerable de altura de 4,36 centímetros. Para reducir esta variación se utilizó un sistema piñón engranaje con un coeficiente de reducción $\rho = \frac{1}{4}$. Se logra así una variación mínima de $1,25^\circ$ que se traduce en un cambio de altura de 1,09 centímetros en los extremos de la barra.

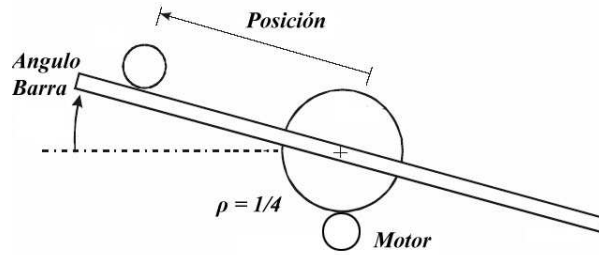


Figura 2 Esquema del sistema, incluyendo la reducción

2.1. Concepción mecánica

La concepción mecánica del modelo de bola y barra se ideó con el objetivo de disminuir las vibraciones causadas por el motor y el movimiento mismo de la barra sobre su eje. De esta manera se lograron buenas condiciones para la captación de señales por parte de los sensores de posición y de ángulo, mejorando de este modo el desempeño de los controladores, a continuación se describen sus partes principales.

2.1.1 Soporte de la Barra

El soporte tiene como finalidad sostener los rodamientos que guían al eje, el cual es solidario a la barra. Éste fue construido con caños estructurales de 40 mm por 20 mm soldados entre sí. La Figura 3 muestra la pieza en el diseño CAD, como su realización, esquema que se repetirá con las otras piezas componentes del sistema.

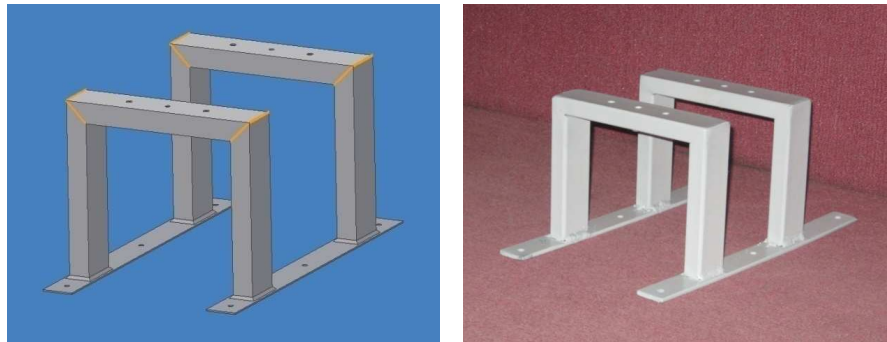


Figura 3 Soporte de la barra

A su vez la Figura 4 corresponde a la barra, que es el elemento donde se desplaza la bola. Este componente debe ser rígido y liviano, por lo que se eligió aluminio. Su perfil posee una forma estandar y permite que la bola se transporte sin problemas. Se realizaron tres agujeros de 5 mm de diámetro para hacer la barra solidaria al eje y al engranaje. Además se maquinó una canaleta de 3 décimas de milímetro en donde va adherido el alambre de nicrom con el que se desarrolla un potenciómetro lineal, indicando la posición de la esfera.

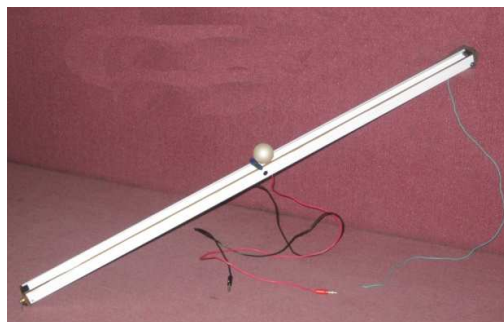


Figura 4 Barra y bola, los conductores corresponden al sensor de posición

2.1.2 Plataforma y soporte del motor

Con la plataforma se buscó obtener rigidez pero también la posibilidad de transportar el equipo completo. Por este motivo se diseñó una que pudiera albergar las fuentes de alimentación y la electrónica de potencia. Figura 5.

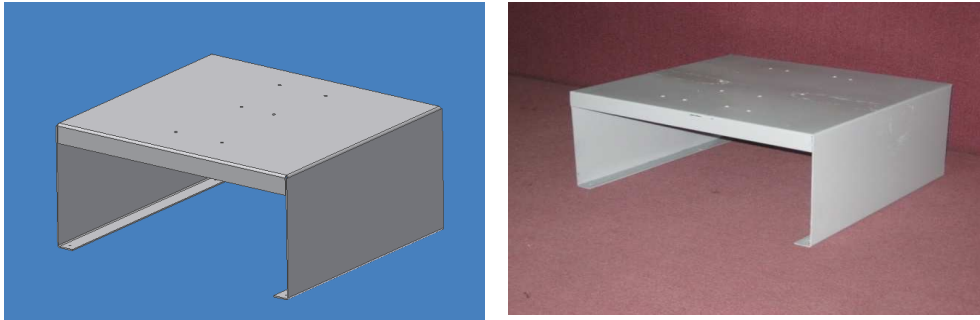


Figura 5 Plataforma del motor

En tanto el soporte del motor, como se puede ver en la Figura 6, es la pieza intermedia entre la plataforma y el motor. Sus componentes son láminas de acero de espesor 1,5 mm soldadas entre sí. El soporte está vinculado al motor y a la plataforma a través de bulones. Una prolongación está destinada a alojar el potenciómetro sensor del ángulo que se puede observar en la parte delantera. También se colocó una planchuela de polietileno entre el soporte y la plataforma con el objetivo de absorber las vibraciones provenientes del motor.

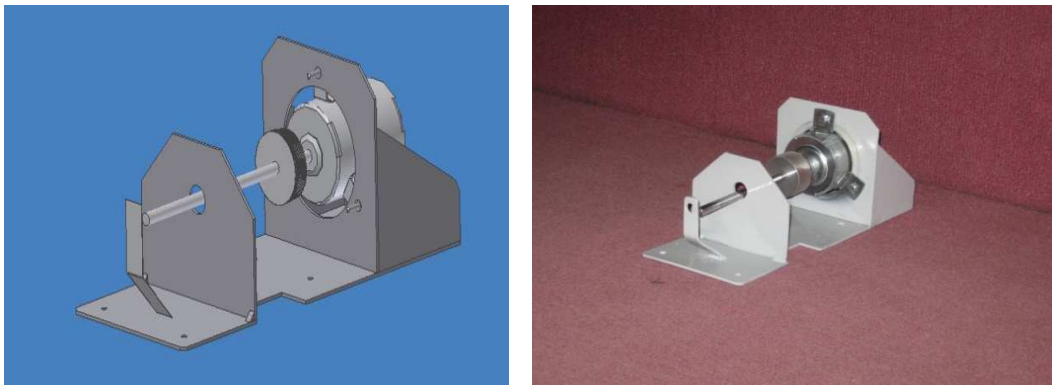


Figura 6 Soporte y motor

2.1.3 Subsistema reductor de velocidad

Como ya se mencionara y como puede verse más adelante en la Figura 9, se diseñaron dos engranajes que constituyen un reductor de velocidad.

Se optó por una transmisión por engranaje, ya que esta era más adecuada que una transmisión por correas, la cual además de agregar partes al proyecto, supone la concepción de un sistema de tensado. Esto complicaría el diseño mecánico y aumentaría la cantidad de piezas.

Entre las transmisiones por engranajes se consideró más adecuado el de tipo cilíndrico. El material debía ser liviano por lo que se eligió hacerlo en aluminio; además para disminuir el efecto de la inercia, al final del

mecanizado, se torneó la corona quitándole masa de forma radial desde los 10 mm hasta los 90 mm de radio, conservando a su vez, la resistencia para soportar los esfuerzos en los dientes.

Para su dimensionamiento se debió definir el módulo en función de la potencia a transmitir y de la relación de transmisión deseada. Como el torque resistente y las inercias eran pequeñas, la potencia a transmitir se pudo despreciar y se procedió a elegir la relación de transmisión adecuada. El motor iba a trabajar a velocidades no muy altas en el estado estacionario pero con una velocidad de reacción considerable en los transitorios. Estaba claro que para estabilizar la bola, el ángulo de la barra debía variar rápido en función de la consigna de control enviada. Siguiendo estas pautas y usando la bibliografía recomendada, se eligió la relación de transmisión de $\frac{1}{4}$. A su vez se consideraron las ventajas de un dentado helicoidal, este es más silencioso, duradero y suave en la transmisión del movimiento. Como el proyecto requería precisión para estabilizar la bola, y la diferencia de precio entre el mecanizado de uno y otro no era significativa, se optó por el dentado helicoidal, según se muestra en la Figura 7.

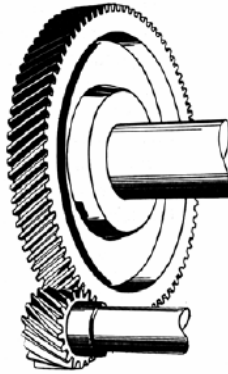


Figura 7 subsistema reductor de velocidad, dentado helicoidal

Para los cálculos de los engranajes helicoidales, se utilizaron los recomendados por [2]. Como conclusión, la transmisión por engranajes helicoidales seleccionada supone un buen aporte al sistema ya que a través de ésta se mejora la resolución del ángulo de la barra y se facilita el control de la posición de la bola.

2.1.4 Ensamblaje completo

A continuación y mediante la Figura 8, se puede observar el ensamblaje completo, la estructura final resultó compacta y fácil de transportar.

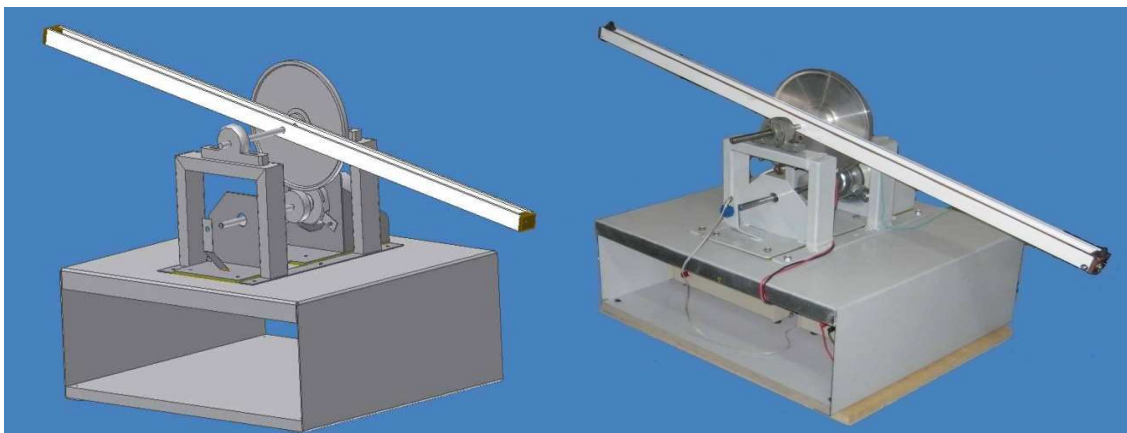


Figura 8 Ensamblaje completo

2.2. Modelo matemático - Función de transferencia (FT)

Las ecuaciones matemáticas derivan de la concepción mecánica del sistema [3]. La Figura 9 muestra una representación esquemática del modelo. Para modelarlo se eligió un enfoque Lagrangeano, en vez de aplicar directamente las ecuaciones de Newton.

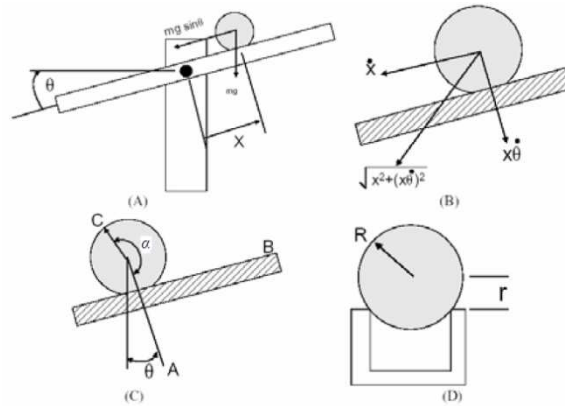


Figura 9 Modelado del sistema

En este problema, se asumió que la bola gira sin resbalamiento y que la fricción entre la barra y la bola es despreciable. Como el efector del sistema es un motor de corriente continua, no hay elasticidad en el sistema. El Lagrangeano es por lo tanto la energía cinética U , dada por la Ecuación 1:

$$U = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} I_b \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} I_a \cdot \theta^2 \quad (1)$$

Donde m es la masa de la bola, v la velocidad de traslación de la bola, w la velocidad angular de la bola, θ el ángulo de la barra, I_a la inercia de la barra, e I_b la inercia de la bola. Debido a que los sensores del sistema miden la posición de traslación de la bola x y el ángulo de la barra θ , se procedió a escribir la ecuación anterior en términos de sólo estas dos variables.

Como resultado de la elaboración del cálculo, la Ecuación 2 representa el modelo del sistema a partir de los puntos de equilibrio donde g es la aceleración de la gravedad. Se asume que el sistema de control, para pequeñas perturbaciones, actúa de tal forma que lleva la bola al reposo con un mínimo movimiento de la barra. De este modo, el ángulo de la barra y sus derivadas se asumen pequeñas ($\sin\theta \rightarrow \theta$).

$$\left(m + \frac{I_b}{r^2}\right) \ddot{x} = m \cdot g \cdot \theta \quad (2)$$

La FT del modelo de la planta se obtiene tomando la transformada de Laplace de la ecuación precedente, por lo que la Ecuación 3 representa la FT:

$$G(s) = \frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{mg}{m + \frac{I_b}{r^2}} \cdot \frac{1}{s^2} \quad (3)$$

Como la bola utilizada es una pelota de ping-pong, pintada con pintura a la plata, para tornarla conductora, el momento de inercia de una esfera homogénea hueca de masa m , radio interior a y radio exterior R , está dada por la Ecuación 4:

$$I_b = \frac{2}{5} m \cdot \frac{R^5 - a^5}{R^3 - a^3} \quad (4)$$

Reemplazando (4) en (3), y simplificando la masa, se obtiene la Ecuación 5:

$$G(s) = \frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{g}{1 + \frac{5 R^3 - a^3}{r^2}} \cdot \frac{1}{s^2} \quad (5)$$

Donde r es el rotacional efectivo sobre la barra, como se puede ver en la Figura 10 y es calculado por el teorema de Pitágoras:

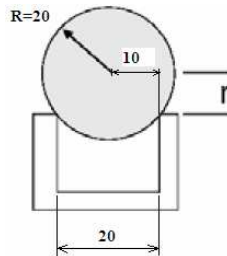


Figura 10 radio rotacional o efectivo

La aceleración de la gravedad g depende de la altitud, de la latitud y de la topografía del lugar donde se haga el experimento. Para este caso se tomó $g = 9,793 \text{ m/s}^2$. Con este valor de g y $R = 2 \text{ cm}$, $a = 1,824 \text{ cm}$ y $r = 1,73 \text{ cm}$ se obtiene la FT para este sistema en particular, Ecuación 6:

$$G(s) = \frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{5,3984}{s^2} \quad (6)$$

En cuanto al motor de corriente continua, su FT $M(s)$, se encuentra en la literatura especializada, no obstante, para este caso, no resultó posible conocer los parámetros tales como K_t (constante de armadura), K_e (constante del motor, b (constante de amortiguamiento) y la inductancia L , por ser un motor de CC de bajo costo y no disponer de las especificaciones del fabricante.

Es por ello que se tuvo que seguir un método indirecto para caracterizarlo. El método consistió en analizar la respuesta del motor a un escalón y así obtener la FT de la relación velocidad - tensión a partir de la Ecuación 7, simplificada como de primer orden y así poder estimar los valores de K_m y τ_m

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{K_m}{s\tau_m + 1} \quad (7)$$

Para ello se construyó un encoder asociado a un circuito integrado HEF40106B y al software Labview®. La Figura 11 muestra el diagrama de bloque y la Tabla 1 indica los valores experimentales:

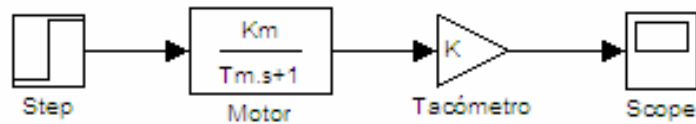


Figura 11

Tabla 1

Escalón PC	$V_{teórica}$	V_{real}	K_m	τ_m
1.1	-10.27	-10.24	28.51	0.17
1.4	-8.07	-8.07	28.57	0.13
1.7	-5.87	-5.9	32.21	0.11
2.0	-3.67	-3.64	22.79	0.15
2.7	1.47	1.44	15.16	0.15
3.0	3.67	3.75	20.16	0.1
3.3	5.87	5.88	25.22	0.12
3.6	8.07	8.01	27.47	0.13
3.9	10.27	10.19	27.58	0.17

El K_m promedio resultó 25,30 y el τ_m promedio 0,14. Luego la FT voltaje-posición se obtuvo integrando la Ecuación 7. La Figura 12 corresponde al diagrama en bloques y la Ecuación 8, la FT:

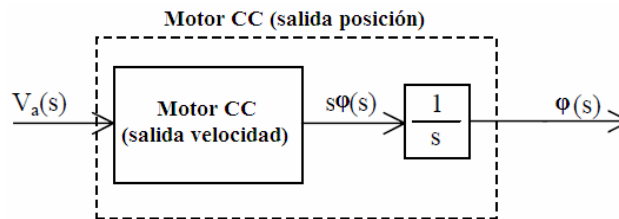


Figura 12

$$M(s) = \frac{\Phi(s)}{V(s)} = \frac{K_m}{s^2 \tau_m + s} = \frac{25,66}{0,14 \cdot s^2 + s} \quad (8)$$

Obtenidas las FT del sistema (6) y del efector (8), resultó sencillo simular el sistema a lazo cerrado en Matlab®, aspecto que fue de utilidad al momento de encontrar los valores más apropiados para los parámetros de los algoritmos de control PID en el lazo realimentado.

2.3 CONTROL Y ELECTRÓNICA ASOCIADA

Como se adelantara, el ángulo de la barra se midió con un potenciómetro angular y la posición de la bola con un potenciómetro lineal desarrollado mediante un alambre de nicrom a lo largo de la barra. El control se realizó con una PC con Matlab® / Simulink® corriendo en tiempo real [4], .dll específicas establecen una interfaz con una placa ADC / DAC, con un rango de tensión tanto para las entradas como para las salidas de 0 a +5Vcc. La Figura 13 muestra el esquema del sistema completo.

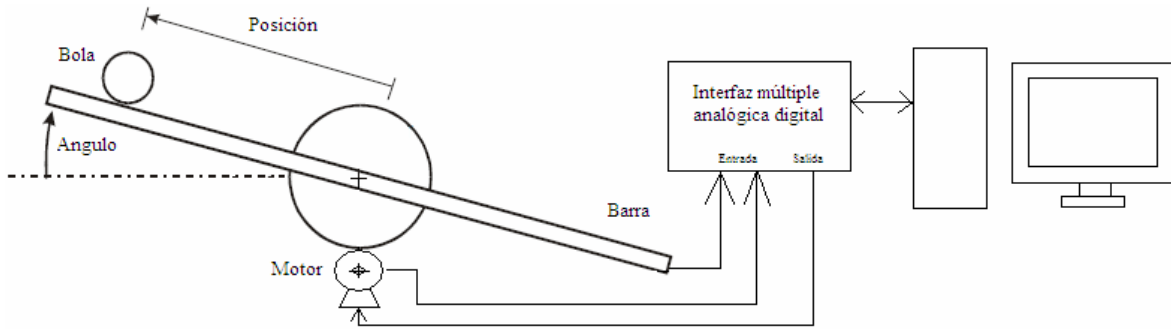


Figura 13 – Esquema completo del sistema de bola y barra, incluyendo el hardware de control

A su vez la Figura 14 corresponde al circuito de interfaz entre la salida del DAC y la alimentación del motor de CC, que debe girar en ambos sentidos.

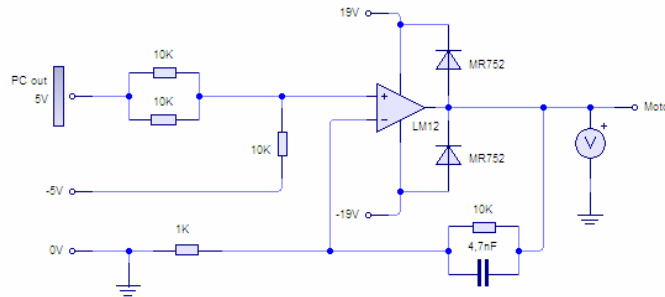


Figura 14 Interfaz DAC con alimentación en ambos sentidos del motor de CC

Se ensayaron distintas estrategias de control, en este trabajo se expone solo la realizada con lógica difusa en una estructura en cascada [5], esto es, la salida de un controlador “maestro o externo”, cuya variable controlada es la posición de la bola, es el valor deseado de un controlador “esclavo o interno” donde su variable controlada es el ángulo de la barra y su salida maneja a través del DAC maneja la tensión de alimentación del motor de CC tanto en magnitud como en polaridad, permitiendo velocidad de reacción y sentido de giro del mismo. La figura 15 muestra el esquema de control mencionado:

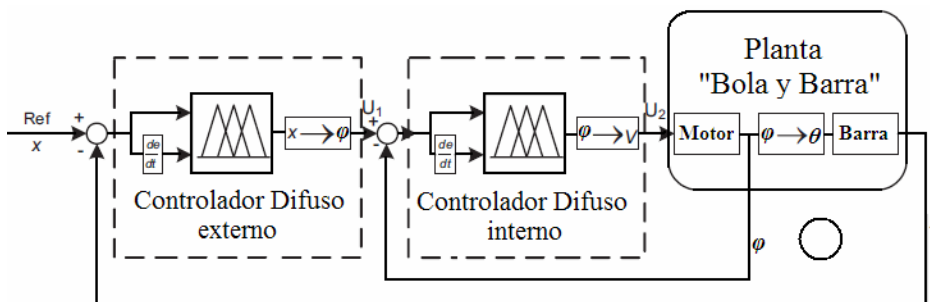


Figura 15 Control en cascada con lógica difusa

Los controladores difusos son del tipo Sugeno y ambos fueron diseñados con el mismo procedimiento. Las variables de entrada para el primero son el error E y la derivada del error ΔE . Sus funciones de pertenencia fueron etiquetadas de la siguiente manera, siguiendo la bibliografía en inglés:

NB: Negative Big, NM: Negative Medium, NS: Negative Small, ZO: Zero, PS: Positive Small, PM: Positive Medium y PB: Positive Big, Figura 16.

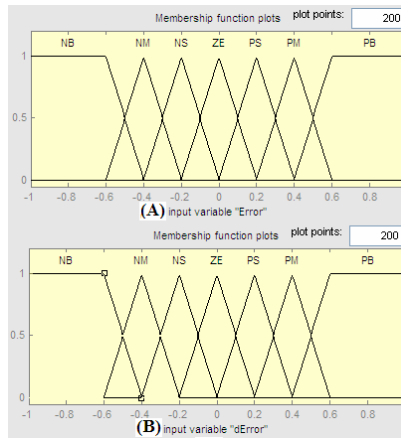


Figura 16 funciones de pertenencia de las entradas al controlador externo: E por error y ΔE por su derivada

Ahora, la salida del controlador tiene la siguiente semántica: $-m3$, $-m2$, $-m1$, 0 , $m1$, $m2$ y $m3$. Figura 18

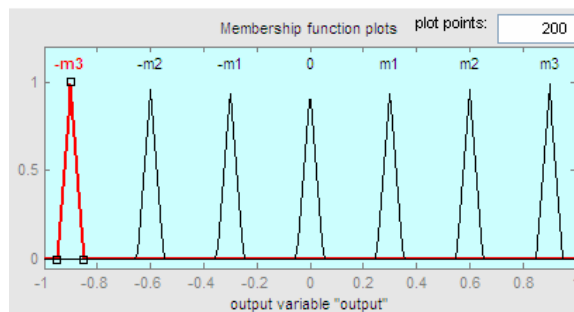


Figura 17 funciones de pertenencia de la salida del controlador externo

Las reglas de inferencia entre las entradas y la salida son sencillas de establecer, por lo que no se abundará en ese tema. En forma similar se establecieron funciones de pertenencia de la entrada – salida para el controlador difuso “esclavo o interno”. En la Figura 18 se destaca una corrida en tiempo real del sistema bola y barra controlado mediante lógica difusa.

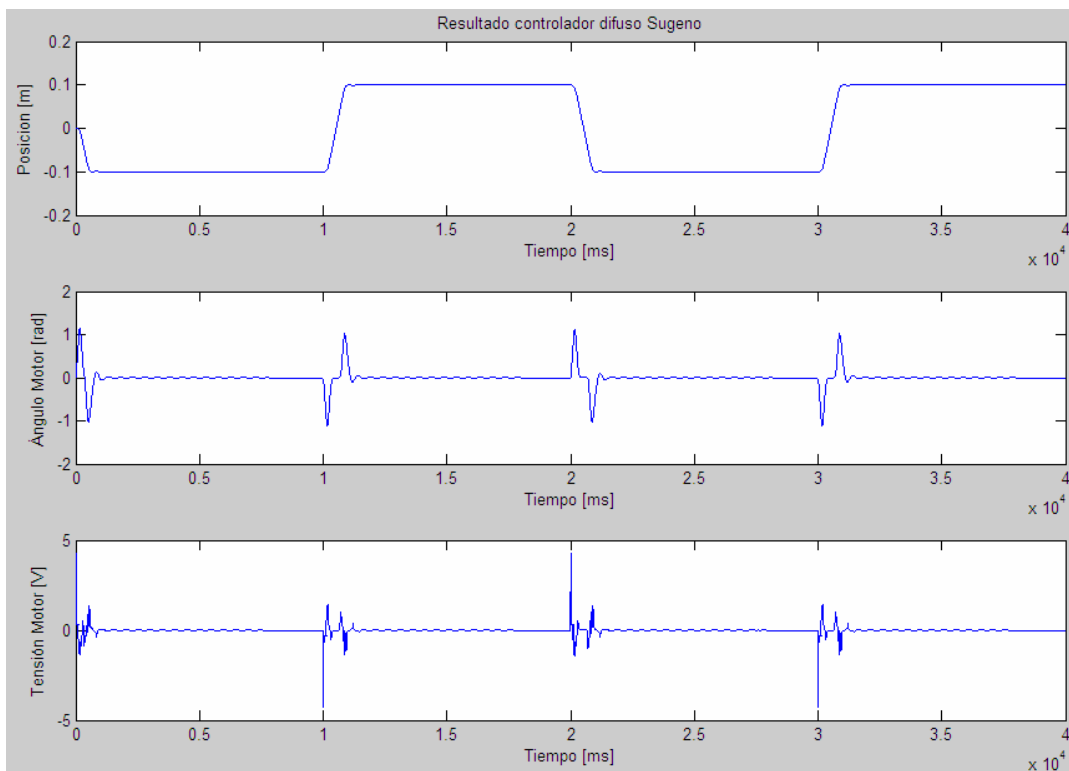


Figura 18 corrida en tiempo real

3. CONCLUSIONES

En este proyecto se logró diseñar y construir un aparato de bola y barra cuyo control demostró ser aceptable. Al comienzo se trabajó paralelamente en el diseño mecánico y en el desarrollo de la electrónica. En la concepción mecánica, no surgió ningún inconveniente y se podría decir que ésta fue la adecuada ya que mirando retrospectivamente, se puede apreciar que la utilización de engranajes helicoidales fue una decisión acertada. En la etapa final se llevó a cabo el control del sistema, esta fue la de mayor complejidad debido a la gran cantidad de métodos existentes, además de las variadas combinaciones posibles. Primero se utilizó control en cascada con PID. Aunque se lograron buenos resultados con este método se sabía que el controlador PID no es eficiente en cuanto a las no linealidades. Por ello el valor deseado de la bola debe permanecer no muy lejos del centro de la barra ya que esa es la zona en donde el comportamiento del sistema se aproxima al de uno lineal. Luego la introducción de la lógica difusa permitió que el controlador fuera capaz de adaptarse a las no linealidades que el sistema de bola y barra presenta. Si bien generalmente la puesta en marcha de este tipo de controlador es compleja y tediosa debido a la gran cantidad de ensayos que se deben realizar, las prestaciones del controlador difuso en cuanto a sistemas no lineales son superiores a los del PID ensayado previamente. Fue de gran ayuda las simulaciones realizadas off line con Matlab® / Simulink® utilizando las FT desarrolladas en el punto 2.2.

Al igual que con otros PFE y como conclusión final, alumnos y tutores, muy motivados por el desafío, desarrollaron un espíritu de equipo que permitió sortear las dificultades encontradas en las distintas etapas, con un beneficio adicional, ya que los equipos comerciales con similares prestaciones tienen un costo varias veces superior. Estas experiencias nos animan a opinar una vez más, que los PFE contribuyen de una forma efectiva y eficaz en la formación de los ingenieros [6].

4. REFERENCIAS

- [1] E.A. Rosales, *A Ball-on-Beam Project kit*, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 2004
- [2] ANSI/AGMA 2101-D04, *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Helical Gear Teeth (Metric Edition)*, 2004
- [3] M. Virseda, *Modeling and Control of the Ball and Beam Process*, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 2004.
- [4] A.E. Puglesi, *Diseño, Construcción y Control en Tiempo Real mediante Simulink® de Planta Didáctica Multivariable*, Editorial Ex-Libris, Mendoza, Argentina, 2004.
- [5] S.K. Oh, et al., *The design of a fuzzy cascade controller for ball and beam system: A study in optimization with the use of parallel genetic*, Engineering Applications of Artificial Intelligence – Elsevier, Article in Press, 2008.
- [6] A.E. Puglesi y M.S. Bernasconi, Actas de V CAEDI, *Planta Piloto Multivariable para la enseñanza del Control Automático de Procesos en la Facultad de Ingeniería*, Vol. II, 961-968, Mendoza, Argentina, 2006.

Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean agradecer a la Asociación Cooperadora de la Facultad de Ingeniería (ACOFI) de la Universidad Nacional de Cuyo, por el apoyo económico brindado para el diseño y construcción de este equipo didáctico.