



**II CAIM 2010**  
**Segundo Congreso Argentino**  
**de Ingeniería Mecánica**  
**San Juan - Noviembre 2010**

## **Péndulo invertido rotatorio educativo**

Alfredo E. Puglesi, María Susana Bernasconi, Ernesto. B. Paz, Jorge P. Solanes

**Facultad de Ingeniería**  
**Universidad Nacional de Cuyo**  
**Centro Universitario, Parque Libertador Gral. San Martín**  
**Mendoza - Argentina**

Tel/Fax: +54-2614494079

[apuglesi@uncu.edu.ar](mailto:apuglesi@uncu.edu.ar), [sbernasc@uncu.edu.ar](mailto:sbernasc@uncu.edu.ar), [benjopaz@gmail.com](mailto:benjopaz@gmail.com), [jorgesolanes@gmail.com](mailto:jorgesolanes@gmail.com)

### **RESUMEN**

En el marco del convenio con la Escuela Nacional de Ingenieros de Brest, dos alumnos de la carrera de Ingeniería en Mecatrónica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo, desarrollaron en el 2007, este Proyecto Final de Estudios (PFE) de 600 horas de duración. El PFE debe desarrollar un dispositivo, equipo o máquina que integre el concepto mecatrónico (mecánica, electrónica, control e informática).

Se tomó el caso del péndulo invertido rotatorio que consiste en una varilla vertical que posee un grado de libertad en unión pivot con un brazo horizontal, a su vez, este gira alrededor de un eje vertical sobre el cual se ejerce, mediante un motor de CC, una cupla con la que se intenta estabilizar la varilla o péndulo en posición vertical que resulta ser de equilibrio inherentemente inestable.

La metodología utilizada consistió, a partir de la revisión bibliográfica, modelado y simulación, en el diseño del péndulo invertido, su mecanizado, diseño e implementación de la electrónica de potencia y finalmente el control con Matlab<sup>®</sup> Simulink<sup>®</sup> corriendo en tiempo real.

Los alumnos y tutores desarrollaron, con esta experiencia, un espíritu de equipo que permitió sortear las dificultades encontradas en las distintas etapas y construir un equipo didáctico útil para realizar prácticas de laboratorio de los futuros alumnos de la carrera. Se puede concluir, como beneficio adicional, que los equipos comerciales con similares prestaciones tienen un costo varias veces superior. Estas experiencias nos animan a opinar que los PFE contribuyen de una forma efectiva y eficaz en la formación de los ingenieros.

**Palabras Claves:** mecatrónica, control, lógica difusa, innovación, educación

## 1. INTRODUCCIÓN

El péndulo invertido rotatorio consiste en una varilla vertical que posee un grado de libertad en unión pivót con un brazo horizontal, a su vez, este gira alrededor de un eje vertical sobre el cual se ejerce, mediante un motor de CC, una cupla con la que se intenta estabilizar la varilla o péndulo en posición vertical, equilibrio inherentemente inestable [1].

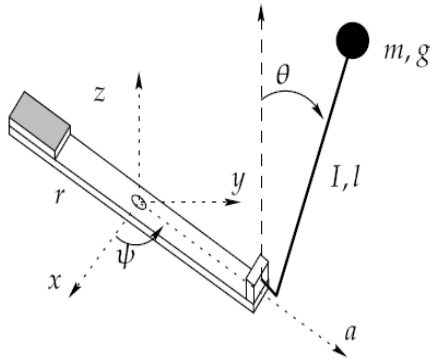


Figura 1

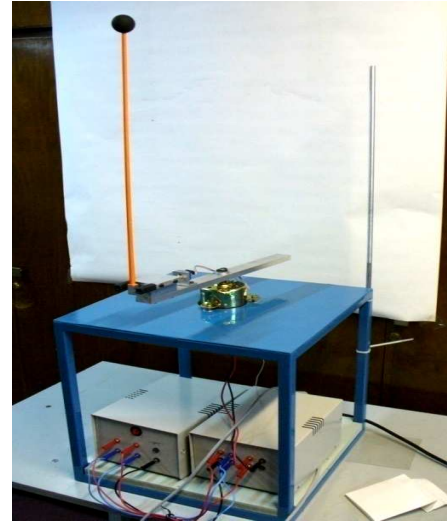


Figura 2

La Figura 1 muestra el esquema del péndulo invertido montado en pivót con el que se desarrolló el modelo matemático del sistema, y la Figura 2 muestra el prototipo terminado (en su base se observa la fuente de alimentación e interfaz de potencia).

## 2. DESARROLLO DEL TRABAJO

### 2.1. Diseño mecánico

Las piezas y componentes se diseñaron empleando el software Inventor® versión 6.0. La simulación del conjunto resultó de gran ayuda para sortear cuellos de botella, minimizando los problemas de mecanizado y ensamblado. La Figura 3 muestra un detalle en perspectiva de la varilla y la barra horizontal en la etapa de diseño y simulación y la Figura 4, la pieza terminada.

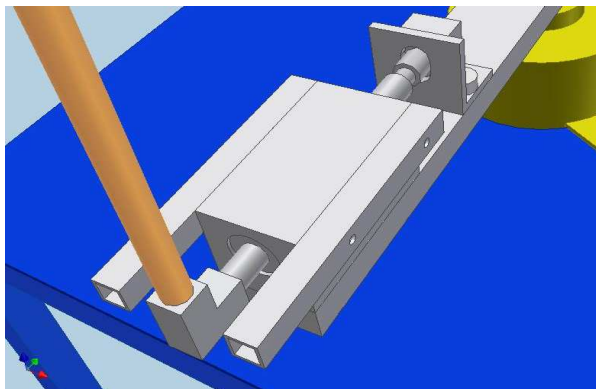


Figura 3

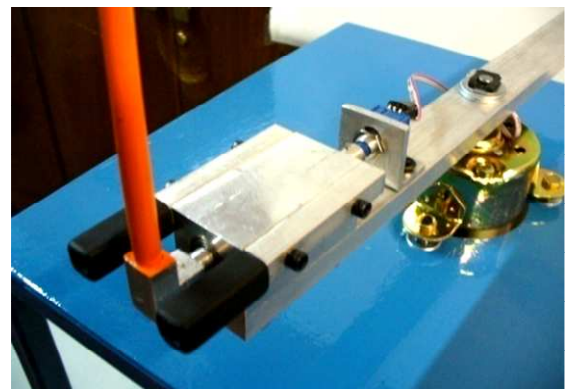


Figura 4

Las Figuras 5 y 6 muestran también un detalle del motor y brazo horizontal en las etapas de diseño y realización.

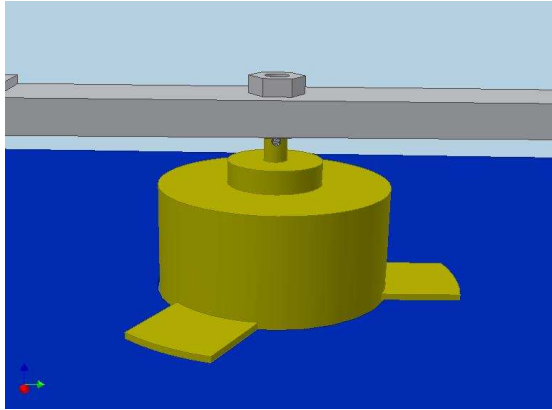


Figura 5



Figura 6

La estructura principal, de forma cúbica tiene 40 cm. de arista, en su cara superior posee una planchuela de acero que soporta el motor y el resto del mecanismo.

El armazón fue construido de caño estructural de 20 x 20 mm y el ensamblaje esta hecho por soldadura TIG.

Se eligió un motor de corriente continua de un electro-ventilador de automóvil que provee la cupla necesaria para mantener en equilibrio la varilla. La elección del mencionado motor fue hecha a partir de las necesidades del proyecto y en función del costo más aceptable.

Para la nivelación del mismo se utilizó un sistema de trípode que permite regular la altura de cada pata y así lograr la verticalidad del eje.

El brazo horizontal es de aluminio de sección rectangular de 40 cm de largo encastrada en su punto medio al eje del motor. En un extremo está el soporte del péndulo, que es un bloque de aluminio con un orificio de cada lado donde se insertan los rodamientos que sostienen el eje. La varilla o péndulo, consiste a su vez de tres piezas: una varilla de fibra de vidrio, una bola en su extremo de mayor peso que la varilla misma y un codo de aluminio que une solidariamente el conjunto al eje. Finalmente el eje posee un orificio en su extremo, dentro del cual se acopla el sensor de ángulo.

Una dificultad que se presentó en el desarrollo de este proyecto y resultó crítica, fue la alineación del eje del sensor con el eje que sostiene la varilla que debe ser lo más perfecta posible a los efectos de disminuir al máximo el rozamiento, lo que podría interferir en la medición. También fue necesario evitar todo tipo de juego muerto desde el motor hasta el péndulo en si, ya que la existencia de este juego muerto entre las diferentes piezas puede entorpecer el control (tanto la medición de la señal como la transmisión de movimiento). El sistema debió contar con la simetría suficiente para que la medición en ambas direcciones sea también simétrica y, respecto al eje del motor debe estar lo mas vertical posible para evitar la variación del punto de equilibrio a lo largo de la trayectoria.

Las Figuras 7 y 8 muestran el acoplamiento entre los ejes de la varilla y sensor en la etapa de diseño y realización.

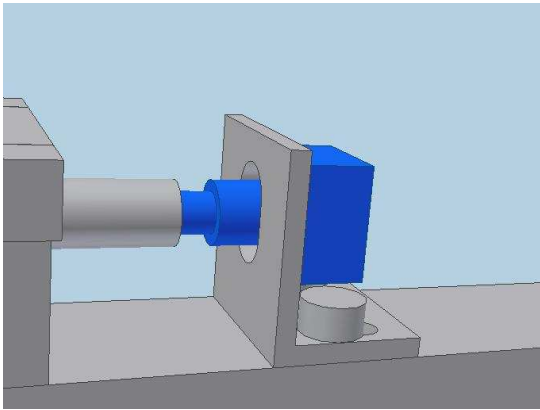


Figura 7

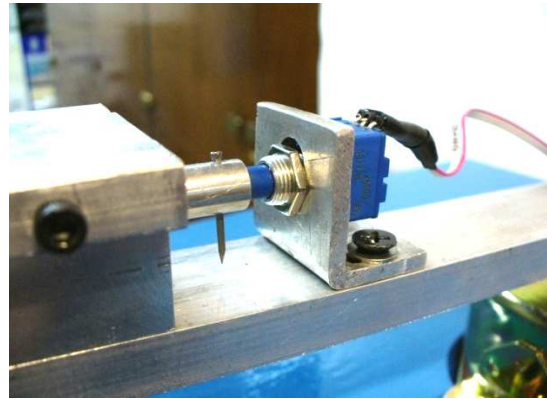


Figura 8

## 2. 2. Diseño del controlador

La señal de entrada al controlador es el ángulo de inclinación del péndulo respecto de la vertical, mientras que la salida es la cupla ejercida sobre el brazo horizontal. Para el control se usó una PC corriendo el software Matlab® / Simulink® en tiempo real, y haciendo uso de archivos tipo .dll (acrónimo de dynamic linking library, bibliotecas de enlace dinámico) incorporados como funciones de Matlab®. Estos archivos .dll se desarrollaron en C++ por [2] y posibilitan la interfase entre la plaqueta ADC/DAC de bajo costo y el referido software, comprobándose confiabilidad operativa y alto grado de robustez, ya que han sido probados anteriormente sobre otros sistemas con un desempeño similarmente satisfactorio [3]. La Figura 9 muestra el lazo de control que permite implementar con Simulink® desde lazos de control “clásicos” como el PID ejemplificado por [4] hasta recursos basados en Inteligencia Artificial [5]. A los fines didácticos, esto permite que los alumnos puedan probar y comparar ambas prestaciones.

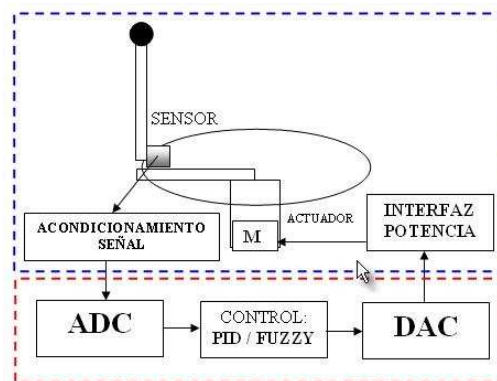


Figura 9. Detalle del sistema y controlador asociado

Para el controlador difuso, se empleó la Toolbox específica del paquete Matlab® / Simulink® [6], que exigió en primer término un planteamiento verbal en términos difusos sobre lo que se debería hacer cada vez que la varilla perdía la verticalidad, generando así los términos lingüísticos asociados a las variables de entrada / salida, grados de pertenencias (o de membresía) y las reglas de inferencias que el control difuso requiere para su implementación, tal como lo describe [7]. No se abundará aquí sobre la teoría que da base a la

lógica difusa, que por otra parte está ampliamente difundida, pero sí se recalcará que es otro interesante recurso y una alternativa más en el empleo de controladores de procesos, equipos y sistemas electromecánicos como el presente. La idea en este caso particular es plantearse, instante a instante que debe hacer el sistema de control cuando el error (tomado como la diferencia entre el valor deseado (verticalidad) y el ángulo real de la varilla) para provocar la variación necesaria de la alimentación del motor para que gire en el sentido correcto y con la cupla adecuada. El rango de la entrada es de 0 a + 5,00 voltios, por lo que el valor deseado corresponde a + 2,50 voltios.

Una innovación interesante es la inclusión de un lazo de realimentación sobre el controlador difuso, esto es, tomar la salida como una segunda entrada al controlador, con un retraso de un ciclo.

El controlador difuso fue creado a través del editor FIS (Fuzzy Inference Systems) que dispone Matlab®. En la Figura 10 se destaca la variable error, sus variables lingüísticas y grados de pertenencias. El error puede ser cero, pequeño positivo, pequeño negativo, muy positivo, muy negativo, gran positivo y gran negativo. La entrada realimentada y retrasada (retro\_salida) puede ser cero, positiva o negativa, como se aprecia en la Figura 11.

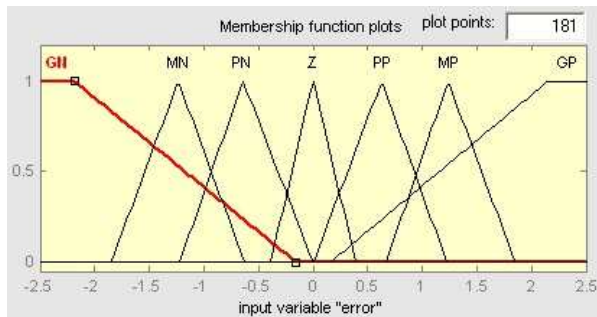


Figura 10. Variable "error".

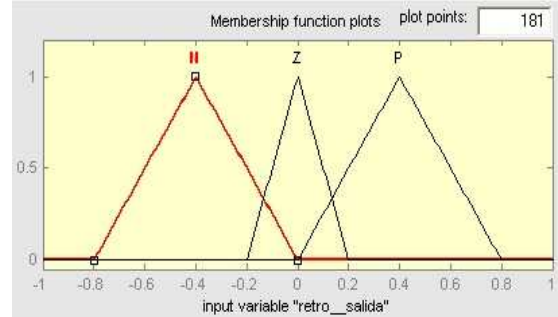


Figura 11. Variable "retro\_salida".

La Figura 12, por otro lado, muestra la tensión de salida que puede ser cero, pequeña positiva, pequeña negativa, muy positiva, muy negativa, gran positiva, gran negativa y excesivamente positiva o negativa.

La Figura 13 corresponde a la grafica en 3D, que muestra las relaciones de las entradas con la salida, pudiéndose rotar para ver en detalle las alinealidades que pueden presentar el sistema en distintas condiciones de trabajo.

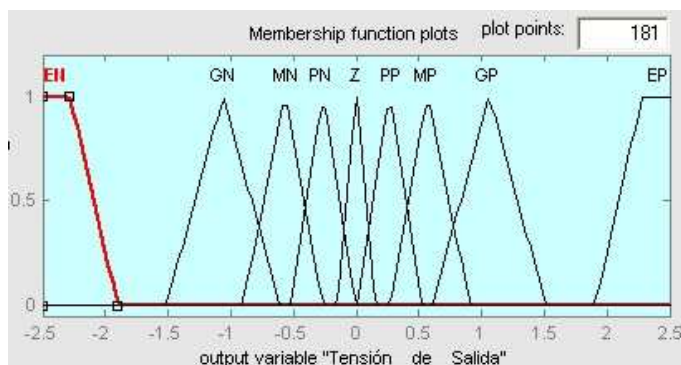


Figura 12. Variable "Tensión de Salida"

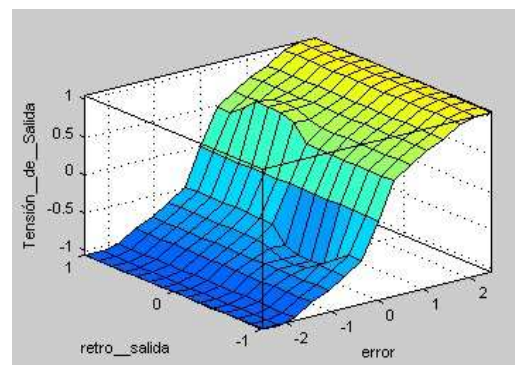


Figura 13. Relación en 3D de entradas / salida.

Finalmente la Figura 14 muestra el modelo realizado en Simulink®.

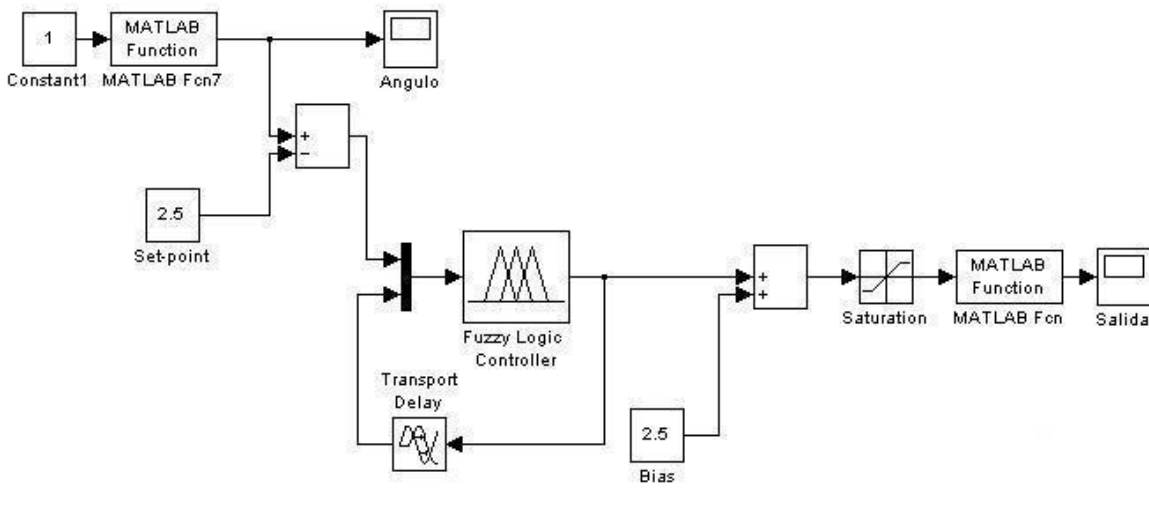


Figura 14. Controlador difuso corriendo en tiempo real con Simulink®

### 2. 3. Diseño electrónico

De la observación de la Figura 9, se desprende que fue necesario acondicionar la señal de entrada al ADC e implementar una interfaz de potencia entre la salida del DAC en la PC y el DAC.

El potenciómetro utilizado como sensor es de 10KΩ con una carrera de 270°. Se estimó apropiado el acondicionamiento de la señal de tal modo que en el tercio medio del recorrido del mismo haya una variación de 0 a 5V y saturación de estos valores si se sale de esta zona. Es decir que la señal en función del ángulo de giro del potenciómetro sea (Figura 15):

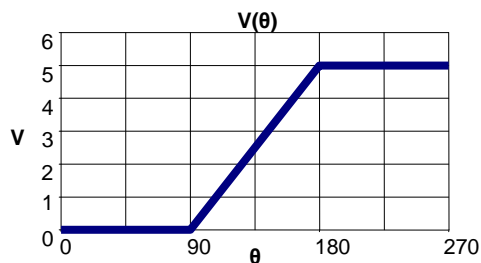


Figura 15. Tensión entrada al ADC en función del ángulo de la varilla.

Sabiendo que el conversor ADC de la tarjeta es de 8 bits, se obtiene una resolución de:  $90^\circ/28=0,35^\circ$

De no haberse modificado la señal del potenciómetro, la resolución sería tres veces mayor, ya que:  $270^\circ/28=1,05^\circ$ .

En cuanto a la interfaz de potencia (Figura 16), la salida del DAC de la tarjeta en la PC es una señal en tensión comprendida entre 0 y 5V la cual es ingresada al amplificador operacional de potencia LM12CLK, en su configuración no inversora, y se obtiene una salida de alimentación al motor de corriente continua comprendida entre -18,4 a +18,4V, lo que asegura un buen torque en ambos sentidos de rotación.

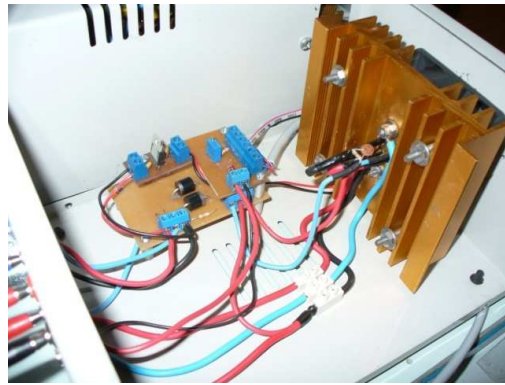


Figura 16. Interfaz de potencia, entre la salida del DAC y el motor de corriente continua.

### 3. CONCLUSIONES

#### 3.1 Respecto del controlador

La Figura 17 brinda una gráfica del sistema controlado durante una corrida de 2 minutos aproximadamente. Las oscilaciones mayores son debidas al inicio de las perturbaciones de tipo impulso introducidas al tocar la varilla, con el fin de observar la reacción del sistema, el que finalmente logra mantener la verticalidad (2000 y 6000 en valores de la escala relativa en el gráfico). Al final, se corta la alimentación al motor y la varilla cae hacia un lado.

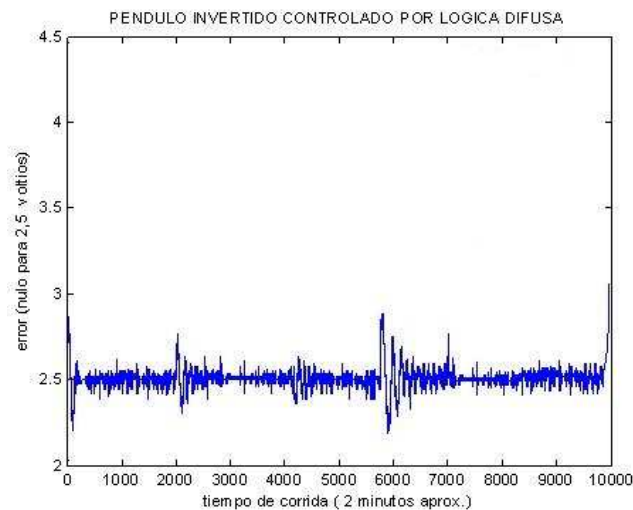


Figura 17. Corrida en tiempo real del controlador difuso, la verticalidad exacta corresponde a 2,5 voltios

En general se observa que el controlador absorbe las perturbaciones, pero el péndulo queda en oscilación permanente alrededor del punto de equilibrio deseado. La posibilidad de utilizar el software Matlab® Simulink® en tiempo real fue de gran utilidad, ya que se pudieron desarrollar y modificar los distintos controladores y ser ensayados en forma sencilla. Al poder almacenar los datos obtenidos se pudo hacer posteriormente los análisis y ajustes de las variables lingüísticas y de las reglas de inferencia del controlador difuso. Esta tarea, pese a ser muy laboriosa debido a los múltiples ensayos, permitió lograr la experiencia necesaria para configurar un controlador que tiene como ventaja adicional, permitir compensar las asimetrías y no linealidades del sistema mecánico.

Comparando este desempeño con el que presentaría un controlador convencional tipo proporcional-integral, se concluyó que el controlador difuso, al tener una respuesta no lineal apropiada, absorbe mejor las oscilaciones del péndulo y se alcanza un mayor ángulo de control con él.

Entre las limitaciones, se encontró que el sensor tiene una fricción interna que altera levemente el comportamiento del péndulo.

Una mejora para solucionar este problema de fricción, es utilizar un sensor que no implique contacto entre las piezas, como un encoder o un sensor magnético. Otra posible mejora para el sistema sería la medición de la posición angular de la barra, así se conocería su velocidad de cambio y, al ingresarla como una entrada más al controlador difuso, mejorar el desempeño de la respuesta.

### 3.2 Conclusiones generales

Los alumnos afectados a este PFE (en la actualidad Ingenieros en Mecatrónica), han tenido que trabajar en estrecha relación con sus tutores, desarrollando espíritu de equipo, tal como lo propicia [8] y logrando complementar la investigación teórica con la concreción efectiva de un prototipo, integrando el saber y el hacer, habilidades necesarias en el ingeniero de hoy. Al construir este prototipo, se pudo resolver problemas de diseño, mecanizado y armado del conjunto, la electrónica de acondicionamiento e interfaz con el motor de corriente continua, la fuente de alimentación, probar la respuesta a diferentes perturbaciones y encontrar la técnica de control mas adecuada.

En la actualidad, disponiendo del equipo y del entorno de control basado en Matlab® Simulink® corriendo en tiempo real, se espera ensayar otros sistemas de control, por ejemplo un controlador neuro-fuzzy, o los que surjan a partir de la combinación adecuada de las diferentes "toolboxes" que el mencionado software dispone.

Este equipo, como otros realizados como PFE [9], queda a disposición de los alumnos de la carrera, para hacer prácticas y ensayos de laboratorio durante el cursado de materias afines.

Es importante destacar, como beneficio adicional, que otros equipos comerciales con similares prestaciones tienen un costo varias veces superior, habida cuenta que en general son de importación. Por todo ello pensamos que los PFE contribuyen de una forma efectiva y eficaz en la formación de los ingenieros, logrando reunir conocimientos teóricos y habilidades prácticas, cuando éstos resultan de la sinergia de distintas competencias en torno de un Proyecto en común, como lo describe [10].

## 4. REFERENCIAS

- [1] S. Awatar y otros, *Inverted pendulum systems: rotary and arm-driven – a mechatronic system design case study*, *Mechatronics Journal*, Number 12, pages 357-370, 2002.
- [2] A.E. Puglesi, *Diseño, Construcción y Control en Tiempo Real mediante Simulink de Planta Didáctica Multivariable*, Editorial Ex-Libris, Mendoza, Argentina, 2004.
- [3] A.E. Puglesi y M.S. Bernasconi, *Actas de V CAEDI, Planta Piloto Multivariable para la enseñanza del Control Automático de Procesos en la Facultad de Ingeniería*, Vol. II, 961-968, Mendoza, Argentina, 2006.

- [4] G.F.Franklin y otros, *Feedback Control of Dynamics Systems* – Third Edition, Addison-Wesley, EEUU, 1995.
- [5] Sung- Kwun Oh y otros, *Parameter estimation of fuzzy controller and its application to inverted pendulum*, *Engineering Application of Artificial Intelligence Journal*, Number 17, pages 37-60, 2004.
- [6] The MathWork Co., *Fuzzy Logic Toolbox. User's Guide version 2*, Natick, EEUU, 2002.
- [7] B. Kosko, *Fuzzy Engineering*, Prentice Hall, New Jersey, EEUU, 1997.
- [8] D.Brandt y otros, *Integrating Technical and Non-technical Issues in Control Education*, *Control Eng. Practice*, **Vol. 4**, N° 5, 655 - 662, 1996.
- [9] A.E.Puglesi y M.S. Bernasconi, *Anales de la XII Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control. (RPIC), Control difuso en tiempo real sobre planta didáctica Motor-Generador*, Universidad Nacional de la Patagonia Austral, Unidad Académica Río Gallegos (UNPA - UARG), 2007.
- [10] P. Horacek, *Laboratory Experiments for Control Theory Courses: a Survey*, *Annual Reviews in Control*, **Vol. 24**, 151 -162, 2000.

#### Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean agradecer a la Asociación Cooperadora de la Facultad de Ingeniería (ACOFI) de la Universidad Nacional de Cuyo, por el apoyo económico brindado para el diseño y construcción de este equipo didáctico.