



II CAIM 2010
Segundo Congreso Argentino
de Ingeniería Mecánica
San Juan - Noviembre 2010

CONTROL DE UN POSICIONADOR LINEAL PARA MÁQUINAS HERRAMIENTAS DE ALTA VELOCIDAD

Agustín Casquero¹, Rogelio Hecker², Diego Vicente³ y Gustavo Flores⁴

¹²³⁴ **Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de la Pampa**
Calle 110 y 9, (6360) General Pico, La Pampa
TE: 02302-430497

¹ agustincasquero@gmail.com

² hecker@ing.unlpam.edu.ar

³ vicente@ing.unlpam.edu.ar

⁴ gmflores@ing.unlpam.edu.ar

² **CONICET – Facultad de Ingeniería - UNLPam**

RESUMEN

Las máquinas herramientas modernas requieren de sistemas de posicionamiento capaces de seguir, con errores reducidos, trayectorias con valores elevados de velocidad y aceleración. Para ello, estos sistemas deben ser diseñados y controlados para obtener un ancho de banda adecuado y buena robustez a las perturbaciones externas y a las no linealidades del sistema.

Por lo tanto, este trabajo presenta el modelo identificado de un dispositivo de posicionamiento lineal compuesto por: un motor eléctrico, un sistema tornillo-tuerca de bolas recirculantes y un carro que se desliza sobre guías lineales, también de bolas recirculantes. Además, se incluye un modelo de fricción representado por un valor de la fricción de Coulomb dinámica.

Luego se presenta un esquema de control compuesto por: ubicación de polos de lazo cerrado mediante la técnica de variables de estado, más un prefiltro que tiene en cuenta la dinámica del sistema (Zero Phase Error Tracking Controller, ZPETC) y adicionalmente un compensador para la fricción dinámica.

Finalmente, se muestran resultados experimentales donde se constatan valores de error reducidos en seguimiento de trayectorias exigentes. Para trayectorias a velocidad constante entre dos posiciones determinadas, incluyendo arranque y parada, se detecta un error medio menor a $41 \mu\text{m}$ y para trayectorias sinusoidales se observa un error medio menor a $38 \mu\text{m}$. siendo estos valores apropiados para máquinas herramientas modernas.

Palabras Claves: Posicionador lineal, Control, Seguimiento de trayectorias, Maquinado.

1. INTRODUCCIÓN

Los ejes de posicionamiento de las máquinas herramientas modernas se encuentran comandados por lazos de control que deben cumplir con ciertos requerimientos en cuanto a velocidades y aceleraciones máximas, errores de posicionamiento, rechazo de perturbaciones, etc. La tendencia actual es la de aumentar las velocidades de corte, para disminuir los tiempos de mecanizado y aumentar la producción de piezas [1], lo que se conoce como maquinado de alta velocidad. Esto trae aparejado un aumento en cuanto a las velocidades y aceleraciones a las que está sometido el sistema, por lo que sus lazos de control deben tener un ancho de banda adecuado para seguir estas referencias manteniendo un error bajo.

Existen diversas técnicas de control que se pueden emplear con éxito en los posicionadores lineales. En el caso de contar con un modelo adecuado del sistema, junto con sus parámetros representativos, se pueden utilizar las técnicas de control clásicas por función transferencia (PID o similares, [2]), o las técnicas de variable de estado. Además, para disminuir los errores de seguimiento se deben compensar las perturbaciones externas [1], como ser las fuerzas de maquinado y las fuerzas de roce, implementando algún algoritmo de compensación, como los presentados en [3] y [4]. También se puede agregar un prefiltro que tenga en cuenta la dinámica del sistema a lazo cerrado, con el fin de aumentar el ancho de banda para el seguimiento de referencias, como ser el prefiltro ZPETC que se explica en [5].

En el presente trabajo se analiza un sistema de posicionamiento lineal compuesto por un motor rotacional y un sistema de transmisión tipo tornillo-tuerca. Este sistema fue diseñado teniendo en cuenta los requerimientos de esfuerzos, velocidades y aceleraciones para el maquinado de alta velocidad. Con el objetivo de realizar el seguimiento de referencias típicas del maquinado, se diseñó e implementó un esquema de control basado en un modelo rígido del sistema, el cual se ensayó experimentalmente para medir su desempeño.

En la sección 2 se hace una descripción detallada del sistema en estudio, luego se plantea un modelo adecuado para su representación y por último se presentan los parámetros identificados de este modelo. Luego, en la sección 3, se describe el esquema de control utilizado en los experimentos para el seguimiento de trayectorias. En la sección 4, se presentan los resultados experimentales obtenidos con el sistema para el seguimiento de trayectorias típicas en maquinado, como son las trayectorias sinusoidal y los movimientos a velocidad constante. Por último, en la sección 5, se presentan las conclusiones del presente trabajo.

2. SISTEMA FÍSICO

2.1. Descripción del sistema

El sistema en estudio es un eje lineal de posicionamiento, el cual está compuesto por un servo-motor, un tornillo de bolas recirculantes, guías lineales con patines de bolas y un carro, como se muestra en la Figura 1.

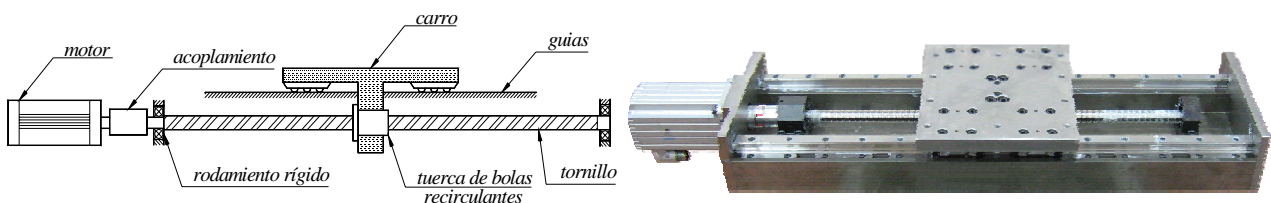


Figura 1: Esquema del sistema en estudio

El servomotor tiene una velocidad máxima de 3600 rpm , un torque nominal de $3,53 \text{ Nm}$ y un torque máximo de $12,2 \text{ Nm}$. Este motor está unido a un tornillo de bolas recirculantes con un paso de 10 mm/rev , el cual está fijado a la base del sistema por medio de dos rodamientos, uno rígido en un extremo (el más cercano al motor) y uno flotante en el otro extremo. La tuerca del tornillo de bolas está pretensada, para reducir al mínimo el juego mecánico, y se encuentra unida rígidamente al carro por medio del soporte de tuerca. El carro se desliza sobre dos guías lineales de bolas recirculantes, las cuales soportan las cargas verticales y laterales, y permiten que el carro se mueva en línea recta.

El motor posee un encoder rotacional de 1024 pulsos de salida que se convierten en 4096 cuentas debido al decodificado que realiza la placa adquisidora (TTLx4) y que combinado con el paso del tornillo resulta en una resolución lineal de $2,5 \mu\text{m}$. El sistema mecánico se encuentra conectado a un sistema de control en tiempo real que está montado en una PC, y que sirve de interfase entre el usuario y el sistema. El sistema de control se conecta con el sistema físico por medio de una señal analógica que comanda el torque motor y una señal de realimentación que consiste en la posición del motor.

2.2. Modelo del sistema

Para poder aplicar técnicas de control sobre el sistema, es deseable contar con un modelo que lo represente, con cierto grado de complejidad. En este caso, se planteó un modelo rígido del sistema que tiene en cuenta la fricción viscosa, como se explica en [6]. Planteando las ecuaciones de movimiento para la parte rotacional se obtiene:

$$J_c \ddot{\theta} = T_m - B_\theta \dot{\theta} - T_r \quad (1)$$

Y para la parte lineal se tiene:

$$M \ddot{x} = F_r - B_x \dot{x} - F_p \quad (2)$$

Donde θ y x son las coordenadas rotacional y lineal, respectivamente (medidas en $[\text{rad}]$ y $[\text{m}]$); J_c es el momento de inercia combinado del motor, el acoplamiento y el tornillo ($[\text{kg m}^2]$); T_m es el torque motor ($[\text{N m}]$); B_θ es el coeficiente de viscosidad rotacional ($[\text{N m}]$); T_r es el torque resistente ejercido por la mesa ($[\text{N m}]$); M es la masa del carro y la pieza soportada ($[\text{kg}]$); F_r es la reacción al torque resistente aplicado por la mesa ($[\text{N}]$); B_x es el coeficiente de viscosidad lineal ($[\text{kg/s}]$) y F_p son las fuerzas de perturbación del sistema ($[\text{N}]$).

Combinando la Ecuación (1) y la Ecuación (2), y teniendo en cuenta que el sistema es rígido, por lo que la coordenada angular y lineal se encuentran relacionadas por el paso del tornillo r ($x = r\theta$), obtenemos la ecuación que representa la dinámica del sistema:

$$T_m = \frac{\ddot{x}}{r} (J_c + r^2 M) + \frac{\dot{x}}{r} (B_\theta + r^2 B_x) + r F_p \quad (3)$$

Esta ecuación se puede simplificar definiendo parámetros combinados del sistema, como ser la inercia combinada $J = J_c + r^2 M$ y la viscosidad combinada del sistema $B = B_\theta + r^2 B_x$.

Discretizando la Ecuación (3) con un retenedor de orden cero (ZOH), considerando nula la fuerza de perturbación, se obtiene la ecuación de transferencia discreta del sistema como

$$\frac{X(z)}{T_m(z)} = \frac{k_1 z + k_2}{(z-1)(z-p)} \quad (4)$$

La cual se utiliza más adelante para la identificación de parámetros. Donde

$$p = \exp\left(-\frac{B}{J} T\right) \quad k_1 = \frac{rJ}{B^2} \left(T \frac{B}{J} - 1 + p\right) \quad k_2 = \frac{rJ}{B^2} \left[1 - p \left(T \frac{B}{J} + 1\right)\right] \quad (5)$$

Por otro lado, de la Ecuación (3) se puede plantear un modelo continuo en variables de estado, de donde se obtiene lo siguiente

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -B/J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ r/J \end{bmatrix} \cdot T_m + \begin{bmatrix} 0 \\ -r^2/J \end{bmatrix} \cdot F_P$$

$$y = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$
(6)

Una vez conocidos los parámetros B y J , esta ecuación se puede discretizar para utilizarla en el control del sistema, como se explica en [7].

2.3. Identificación de parámetros

Una vez planteado el modelo, es necesario obtener valores para las constantes que representen a nuestro sistema físico, dentro del rango de frecuencias de interés. Para esto, se realizó una identificación utilizando mínimos cuadrados, junto con un modelo de fricción que tiene en cuenta la parte dinámica de la fricción de Coulomb, como se explica en [6]. Este modelo de fricción se utilizó principalmente para disminuir la desviación entre los valores identificados de B y J , y su valor real, como se explica en [9], y a su vez para obtener un valor aproximado de la fricción dinámica.

En el proceso de identificación se probaron dos tipos de entradas: Una sucesión de escalones de altura variable, y una sucesión de escalones de altura constante y frecuencia variable. Ambos tipos de señales se probaron con distintos valores de torque máximo. Luego de varios experimentos, se determinó que la señal de escalones de altura variable presentaba valores más próximos a los reales. Esta conclusión se obtuvo luego de compara el valor identificado de inercia combinada J con el valor calculado analíticamente (en base a las propiedades de los componentes), donde se apreciaba que los valores teóricos e identificados tendían a un mismo valor a medida que se aumentaba el torque motor. Desafortunadamente, el aumento del torque se vio limitado por la velocidad máxima del motor, ya que cuando ésta se alcanza las suposiciones de linealidad en el sistema ya no se cumplen y los valores identificados tienen mayor error. Por lo tanto, se tomaron como valores identificados de B y J los que más se acercaban al valor teórico de inercia combinada J , los cuales se muestran en la Ecuación (7). Los detalles se pueden observar en [6].

$$\hat{J} = 8,885 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \quad \hat{B} = 6,061 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \quad \hat{T}_{din}^+ = 0,605 \text{ Nm} \quad \hat{T}_{din}^- = 0,620 \text{ Nm}$$
(7)

3. ESQUEMA DE CONTROL

Una vez obtenido un modelo del sistema, válido dentro de la región de frecuencia de interés, se deben aplicar técnicas de control que permitan el seguimiento de trayectorias y que mantengan acotado el error. En este caso, se planteó un esquema de control con realimentación de estado, junto con una compensación de la fricción de Coulomb dinámica y un prefiltro dinámico que permite aumentar el ancho de banda del sistema a lazo cerrado. El esquema de control propuesto se ilustra en la Figura 2. A continuación se detallan los cálculos de los distintos componentes del sistema de control.

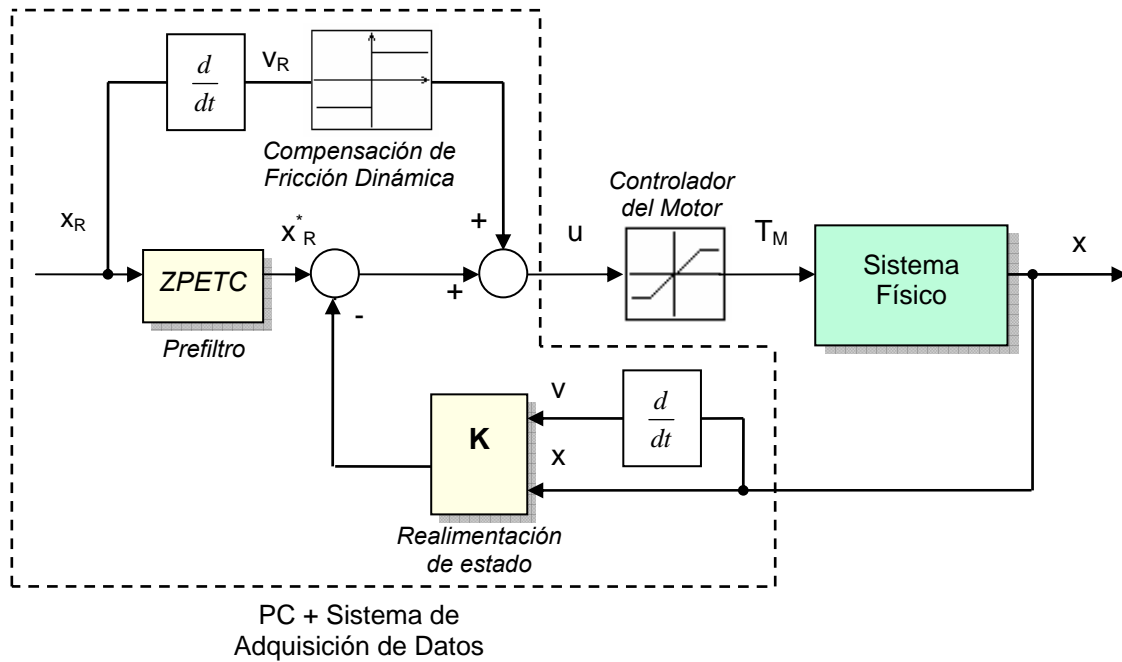


Figura 2: Esquema de control con realimentación de estado, prefiltro dinámico y compensación de la fricción dinámica

3.1. Modelo del sistema

En primer lugar, se obtiene el modelo discreto del sistema en variable de estado, para lo cual se reemplazan los valores identificados de la inercia del sistema J y la constante de viscosidad B en la Ecuación (6). Luego, discretizando el sistema para un período de muestreo T de 1 ms , se obtienen las siguientes matrices del modelo discreto:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 9,9966 \cdot 10^{-4} \\ 0 & 0,9993 \end{bmatrix} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 8,95 \cdot 10^{-7} \\ 1,79 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0] \quad (8)$$

Hay que aclarar que la posición lineal se obtuvo de la medición de la posición angular mientras que la velocidad se calculó mediante derivación discreta, por medio de una función provista por la placa adquisidora, por lo que no se utilizaron estimadores.

3.2. Realimentación de estado

Para calcular la ganancia \mathbf{K} hay que definir una ubicación de los polos de lazo cerrado. Esto consiste básicamente en un equilibrio entre el error de seguimiento deseado y el torque motor aplicado: Si se aumenta la ganancia, aumentando la frecuencia natural de los polos, se disminuirá el error pero también aumentará el torque motor y su fluctuación. Estas variaciones en el torque, producto de la amplificación del ruido en las mediciones, puede hacerse muy grande y excitar los modos de vibración del sistema físico, lo cual no es deseable.

Luego de varias pruebas y simulaciones, se obtuvieron ubicaciones de los polos que resultaron en un buen compromiso entre el error de seguimiento y el torque motor aplicado. El valor de \mathbf{K} adoptado se muestra a continuación, junto con los valores de frecuencia natural f_n y coeficiente de amortiguamiento ξ para los polos continuos.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 4.640,8 \\ 71,6 \end{bmatrix} \quad (f_n = 15\text{ Hz} \quad \xi = 0,707) \quad (9)$$

3.3. Compensación de la fricción

Para realizar la compensación de la fricción se calcula de antemano el signo de la velocidad de referencia, y luego se suma a la señal de control un valor de torque de fricción cuyo signo depende del signo de la velocidad. Para obtener el valor del torque de compensación se usaron los datos obtenidos de la identificación, Ecuación (7), y debido a que la fricción es similar para el sentido positivo y negativo se utilizó una sola constante, lo cual facilita la implementación final del controlador. El valor de torque de compensación utilizado, T_{cf} , es de $0,52 Nm$, el cual es un poco menor que los valores identificados, para evitar que el sistema quede oscilando alrededor de la posición de equilibrio.

3.4. Prefiltro dinámico

Para disminuir los errores de seguimiento, se utiliza un prefiltro del tipo ZPETC. Este filtro se diseña invirtiendo la ecuación del sistema a lazo cerrado, con lo que se obtiene una ganancia unitaria y una fase cero dentro del rango de frecuencias de validez del modelo rígido utilizado.

Hay que destacar que, si bien este prefiltro aumenta el ancho de banda del sistema respecto a la señal de referencia, no sucede lo mismo con las perturbaciones, las cuales serán rechazadas en mayor o menor medida por la realimentación del sistema, dependiendo del diseño del lazo de control.

Para diseñar el prefiltro, se debe conocer la ecuación de la planta a lazo cerrado, que se puede expresar como:

$$G_{cl}(z^{-1}) = \frac{z^{-d} B^-(z^{-1}) B^+(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (10)$$

Donde $A(z^{-1})$ son los polos de lazo cerrado del sistema, d representa un retardo puro, $B^+(z^{-1})$ son los ceros cancelables del sistema (dentro del círculo unitario), y $B^-(z^{-1})$ contiene los ceros no cancelables y los ceros próximos a -1 . Luego, el filtro está representado de la siguiente manera:

$$G_{ZPETC}(z^{-1}) = \frac{z^d A(z^{-1}) B^-(z)}{B^-(1)^2 B^+(z^{-1})} \quad (11)$$

Donde $B^-(z)$ se obtiene de reemplazar z por $z-1$ en la función $B^-(z^{-1})$ y $B^-(1)$ es un escalar que se obtiene tomando $z=1$ y se utiliza para compensar la ganancia en bajas frecuencias. Esta función de transferencia cancela los polos del sistema y los ceros cancelables, y compensa la fase de los ceros no cancelables, con lo que se obtiene una función de transferencia total con ganancia unitaria y fase cero para un rango amplio de frecuencias. Como desventaja, el filtro agrega un retardo temporal, debido a que la función transferencia del filtro tiene más ceros que polos. Este retardo se puede eliminar si se conoce de antemano la trayectoria a seguir.

Teniendo en cuenta el modelo de la planta utilizado, Ecuación (6), se calcula el prefiltro para el sistema, de donde se obtiene:

$$G_{zpetc} = \frac{z^3 - 0,8665 z^2 - 0,9919 z + 0,8752}{3,581^6 z} \quad (12)$$

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Una vez implementado el esquema de control propuesto, se realizaron experimentos para analizar su desempeño. Para esto se utilizaron trayectorias típicas para maquinado, como son referencias sinusoidales y movimientos a velocidad constante. Este tipo de trayectorias son comunes cuando se tienen dos ejes perpendiculares formando una mesa XY y se quiere maquinar un círculo o una forma de diamante. Hay que

destacar que se utilizan trayectorias con limitación de choque, que se generan a partir de un perfil trapezoidal de velocidad, como se puede ver en [8]. Este tipo de trayectorias tienen la ventaja de contar con referencias de posición, velocidad y aceleración continuas, con lo que se evitan componentes de alta frecuencia en el torque motor que podrían excitar los modos de vibración del sistema mecánico [8].

Para los dos tipos de trayectorias se limitó la velocidad máxima a 170 mm/s , y también se limitaron la aceleración y el choque, a 2.000 mm/s^2 y 50.000 mm/s^3 , respectivamente. Para la trayectoria sinusoidal se tomó una amplitud máxima de 35 mm (radio del círculo), mientras que para el movimiento a velocidad constante se tomó una distancia de 35 mm . Estos valores de referencia se tomaron de [10].

Luego, se corrieron varias veces los mismos experimentos para poder hacer un análisis estadístico de los resultados. Con los datos obtenidos, se calculó el valor medio y el desvío estándar para los valores máximos de error de seguimiento en cada experimento. Se obtuvo un error medio de $40,4 \mu\text{m}$ con un desvío estándar de $7,0 \mu\text{m}$ para la trayectoria sinusoidal, y un error medio de $37,0 \mu\text{m}$ y un desvío estándar de $11,0 \mu\text{m}$ para la trayectoria a velocidad constante.

En la Figura 3 se muestra la trayectoria de referencia, el torque motor y el error de seguimiento para una trayectoria con limitación de choque, utilizando el esquema de control propuesto. Como se puede apreciar, el error de seguimiento máximo está próximo a los $40 \mu\text{m}$, mientras que el torque motor está por debajo de su valor nominal ($3,53 \text{ Nm}$).

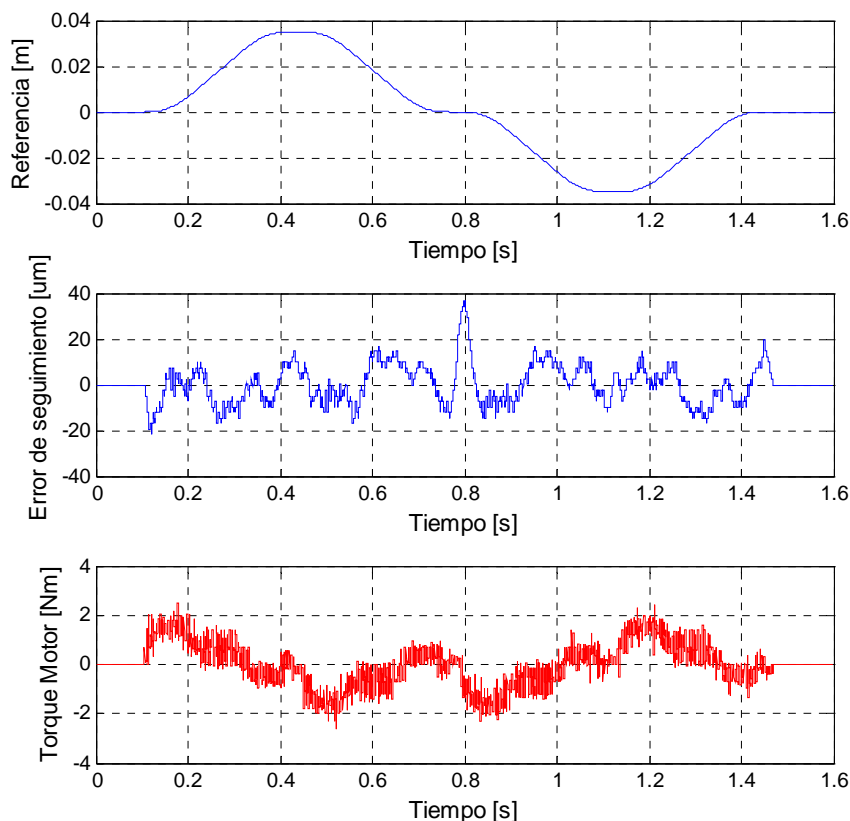


Figura 3: Posición de referencia, Error de seguimiento y Torque motor para una trayectoria a velocidad constante.

También se utilizó una señal de referencia sinusoidal, como se mencionó anteriormente. En la Figura 4 se muestran los valores obtenidos para el error de seguimiento y el torque motor, junto con la señal de referencia. Como se puede apreciar, el error máximo de seguimiento es de $38 \mu\text{m}$ aproximadamente, mientras que el torque motor no supera los 2 Nm .

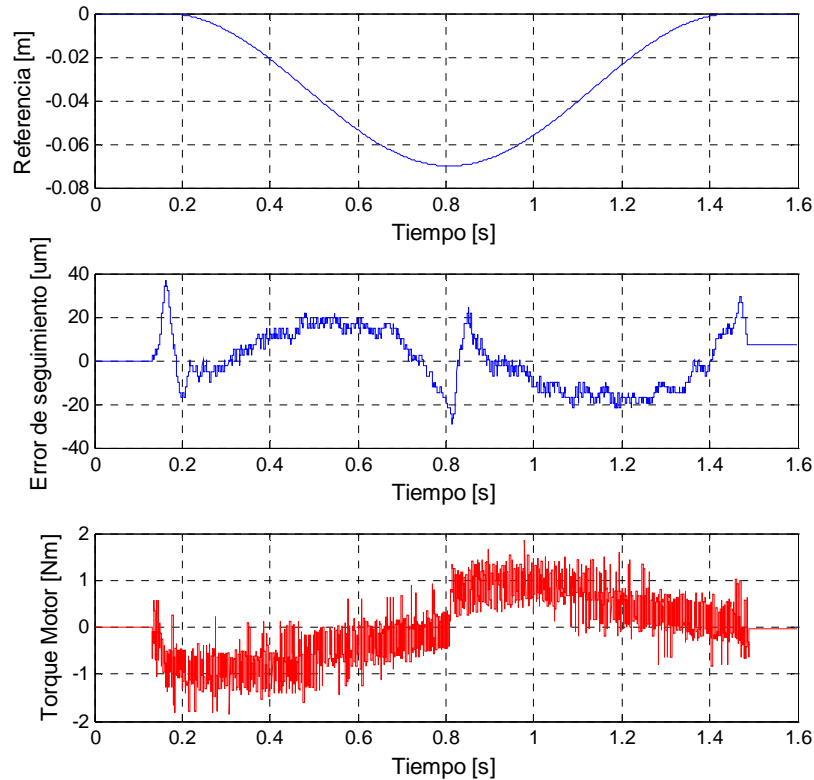


Figura 4: Posición de referencia, Error de seguimiento y Torque motor para una trayectoria sinusoidal.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se presentó el diseño e implementación de un esquema de control para sistemas de posicionamiento lineal. El mismo está basado en un modelo rígido del sistema, por lo que su rango de validez se ve limitado por el modo de vibración más bajo del sistema. No obstante, con este esquema de control se obtuvieron buenos resultados experimentales con un controlador de 15 Hz de ancho de banda a lazo cerrado. Los errores medios de posicionamiento, para trayectorias senoidales y a velocidad constante, no superan los 41 μm , el cual es un valor apropiado para máquinas herramientas modernas.

6. REFERENCIAS

- [1] R. Hecker, G. Flores, Q. Xie, y R. Haran, "Servocontrol of Machine-Tools: A Review", *Latin American Applied Research – An International Journal*, Vol. 38, No. 1, 85-94 (2008).
- [2] Y. Koren, "Control of Machine Tool", *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol 119, 749-755 (1997).
- [3] B. Yao; M. Al-Majed and M. Tomizuka, "High Performance Robust Motion Control of Machine Tools: An Adaptive Robust Control Approach and Comparative Experiments", *Proceeding of the American Control Conference*, Albuquerque, New Mexico, 2754-2758 (1997).
- [4] E.D. Tung, G. Anwar and M. Tomizuka, "Low velocity Friction Compensation and Feedforward Solution Based on Repetitive Control", *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol 115, 279-284 (1993).
- [5] M. Tomizuka, "Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol 109, 65-68 (1987).

- [6] A. Casquero, R. Hecker, D. Vicente, G. Flores, *COBEM 09, "Parameter Identification of a Feed Drive for High Speed Machine Tools"*, Gramado, Brasil (2009).
- [7] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. Workman, "*Digital Control of Dynamic Systems*", 3ª edición, Addison Wesley, 1998.
- [8] Y. Altintas, "*Manufacturing Automation*", Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
- [9] K. Erkorkmaz and Y. Altintas, "High speed CNC system design. Part II: modelling and identification of feed drives", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol 41, 1487-1509 (2001).
- [10] K. Erkorkmaz and Y. Altintas, "High speed CNC system design. Part III: high speed tracking and contouring control of feed drives", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol 41, 1637-1658 (2001).