



II CAIM 2010  
Segundo Congreso Argentino  
de Ingeniería Mecánica  
San Juan - Noviembre 2010

## Una actividad de cátedra basada en una analogía entre flexión pura y flujo laminar en el área de la Mecánica de Materiales

José Di Paolo <sup>1</sup>, Marcelo Berli <sup>2</sup> y Hugo Tosone <sup>3</sup>

<sup>1,3</sup> *Cátedra Estática y Resistencia de Materiales*

<sup>1,2</sup> *Cátedra Mecánica de los Fluidos*

*Departamento Ingeniería Industrial*

*Facultad Regional Santa Fe – Universidad Tecnológica Nacional*

*Lavaise 610, 3000 Santa Fe, Argentina*

*Tel.: 54 – 342 – 4608585, int. 268*

e-mail: [josedp@santafe-conicet.gov.ar](mailto:josedp@santafe-conicet.gov.ar)

### RESUMEN

En la naturaleza existen muchos fenómenos que suceden de manera analógica y esto, en el campo de la Física en general, ha dado lugar a las denominadas analogías. Es decir, modelos matemáticos análogos para describir fenómenos del mismo tipo en escalas diferentes o bien fenómenos distintos en escalas distintas.

Como ejemplos de fenómenos análogos pueden mencionarse: la cinemática y la dinámica de traslación de una partícula y la de rotación de un cuerpo rígido, los osciladores mecánicos y los eléctricos, los circuitos eléctricos y los circuitos hidráulicos, entre otros. En cada par de fenómenos citados existen formulaciones matemáticas análogas de las cuales pueden obtenerse soluciones también análogas. Ello fundamenta el análisis experimental de un fenómeno a través de otro de más sencilla implementación o visualización.

En el área de la Mecánica de Materiales también existen analogías y una de las más básicas es la que se presenta entre la línea elástica de un tramo de viga sometido a momento flector constante y el perfil de velocidades de un flujo laminar entre placas paralelas sometido a un gradiente de presión constante. Esta analogía es muy útil de aprovechar para dar al alumno un enfoque integrador de la Mecánica de Materiales.

En este trabajo se presenta la propuesta de un ejercicio práctico para alumnos de 3º año de Ingeniería Industrial de la Facultad Regional Santa Fe de la Universidad Tecnológica Nacional (FRSF-UTN) que cursan en paralelo Mecánica del Sólido y Mecánica de los Fluidos. El ejercicio propone el planteo y solución de los problemas mencionados, visualizando la analogía entre ambos y estableciendo la base experimental para conocer el perfil de velocidades del flujo midiendo la deformación un tramo de una viga sujeto a un momento flector constante. Puede concluirse desde la opinión de los alumnos que la propuesta es motivadora y convocante.

**Palabras Claves:** enseñanza en ingeniería, analogías, mecánica de materiales.

## 1. INTRODUCCIÓN

En la naturaleza existen muchos fenómenos que suceden de manera análoga y esto, en el campo de la Física en general, ha dado lugar a las denominadas analogías. Es decir, modelos matemáticos análogos para describir fenómenos del mismo tipo en escalas diferentes o bien fenómenos distintos en escalas distintas. Una analogía es el reconocimiento de que una cosa es como otra [1]; por ejemplo, la analogía que dice que el átomo es como el sistema solar. Puede asegurarse que en este caso como en otros, siempre hay un acto creativo cuando se construye una analogía y ésta se convierte en una poderosa herramienta que guía la intuición física, sirviendo para establecer relaciones entre los objetos del mundo y permitiendo el paso de lo conocido a lo desconocido. La analogía es el proceso fundamental del conocimiento, tanto que los niños conocen lo complejo por analogía con lo más simple.

Las analogías complementan lo abstracto haciéndolo comprensible, visible, sensible. Estas pueden usarse en un doble sentido: para ayudar a comprender un fenómeno, un hecho, una ley o un principio, que se nos hace abstracto; o bien para compartir con alguien la comprensión que uno tiene de algo. En cualquiera de los dos casos la analogía permite acercarnos a lo desconocido. En general puede decirse que las analogías sirven para: explicar, generalizar, formular hipótesis, modelar, validar y predecir; en lo académico, en lo científico y en lo pedagógico.

A nivel pedagógico la analogía presenta una utilidad indudable porque permite al docente compartir lo que comprende con sus alumnos, renovar soluciones tradicionales y hacer clases de mayor alcance, porque la comprensión última de una situación física requiere el conocimiento directo y preciso sobre diferentes situaciones físicas análogas a la estudiada. Asimismo, permite al estudiante sensibilizar lo abstracto y conocer a partir de lo conocido. A nivel científico las analogías permiten al investigador especular cualitativa y cuantitativamente sobre lo desconocido y comparar resultados novedosos con los de la teoría más análoga a la nueva.

Sin embargo, debe entenderse a la analogía como un medio para alcanzar un nuevo conocimiento evitando confundirla con el conocimiento mismo. La analogía es un camino más corto, un atajo para una nueva comprensión.

Tabla 1 Analogías en los movimientos de traslación y rotación

Movimiento de traslación	Movimiento de rotación
Posición ( <b>x</b> )	Posición angular ( $\theta$ )
Velocidad ( <b>v</b> )	Velocidad angular ( $\omega$ )
Aceleración ( <b>a</b> )	Aceleración angular ( $\alpha$ )
Masa ( <b>m</b> )	Momento de inercia ( <b>I</b> )
Fuerza ( <b>F</b> )	Torque ( <b>T</b> )
Cantidad de movimiento ( <b>p</b> )	Cantidad de movimiento angular ( <b>L</b> )

Como ejemplos de fenómenos análogos pueden mencionarse: la cinemática y la dinámica de traslación de una partícula y la de rotación de un cuerpo rígido, los osciladores mecánicos y los eléctricos, los circuitos eléctricos y los circuitos hidráulicos, entre otros. En cada par de fenómenos citados existen formulaciones matemáticas análogas de las cuales pueden obtenerse soluciones también análogas. Ello fundamenta el

análisis experimental de un fenómeno a través de otro de más sencilla implementación o visualización (ver Tabla 1).

En el área de la Mecánica de Materiales también existen analogías y una de las más básicas es la que se presenta entre la línea elástica de un tramo de viga sometido a un momento flector constante y el perfil de velocidades de un flujo laminar entre placas paralelas sometido a un gradiente de presión constante. Esta analogía es muy útil de aprovechar para dar al alumno un enfoque integrador de la Mecánica de Materiales. En este trabajo se presenta la propuesta de un ejercicio práctico para alumnos de 3º año de Ingeniería Industrial de la Facultad Regional Santa Fe de la Universidad Tecnológica Nacional (FRSF-UTN) que cursan en paralelo Mecánica del Sólido y Mecánica de los Fluidos. El ejercicio propone el planteo y solución de los problemas mencionados, visualizando la analogía entre ambos y estableciendo la base experimental para conocer el perfil de velocidades del flujo laminar midiendo la deformación de un tramo de viga sujeto a un momento flector constante.

## 2. DESARROLLO

Puede decirse que en la Mecánica de Materiales, o más precisamente la Mecánica de los Medios Continuos, la ley fundamental es el principio del momento lineal o segunda ley de Newton. Este principio tiene expresión integral o macroscópica y formulación diferencial o microscópica; en este último caso la ecuación es la siguiente [2, 3]:

$$\delta \left( \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \underline{\nabla} \underline{v} \right) = \delta \underline{g} + \underline{\nabla} \cdot \underline{T} \quad (1)$$

Donde  $\delta$  es la densidad,  $\underline{g}$  la aceleración de la gravedad,  $\underline{v}$  el campo de velocidad del medio y  $\underline{T}$  el tensor de tensiones. La forma en que se vincule  $\underline{T}$  con el campo de velocidades definirá el medio continuo con el que se esté trabajando y ello se logra a través de las llamadas leyes o ecuaciones constitutivas. No obstante, en los casos elastoestáticos, es decir aquellos donde el material está en equilibrio (reposo en general), es sólido, elástico y pueden despreciarse las fuerzas gravitacionales, la ecuación (1) toma la forma reducida que sigue:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{T} = 0 \quad (2)$$

### 2.1. Mecánica del Sólido: Línea elástica en flexión de vigas rectas de sección constante y pequeñas deformaciones

La sollicitación por flexión es uno de los estados de cargas básicos y es quizás el más frecuente en estructuras y elementos de máquinas. Su estudio particular permite obtener expresiones para el cálculo de tensiones y deformaciones para el dimensionamiento de piezas nuevas o comprobación de piezas existentes. La linealidad de la ecuación (2) hace posible la aplicación del principio de superposición de modo que en una sollicitación compuesta de una determinada pieza o parte de estructura, las tensiones y deformaciones tendrán el aporte de las debidas a flexión; por este motivo es de suma importancia el estudio particularizado de este tipo de sollicitación [4, 5].

En el caso de vigas rectas de sección constante construidas con un material sólido elástico lineal, un análisis geométrico de la viga sometida a un momento flector constante permite obtener la llamada ley de Navier a través de la utilización de la ley de Hooke:

$$\sigma = -\frac{E}{\rho} y \quad (3)$$

Donde  $\rho$  es el radio de curvatura,  $E$  el módulo elástico del material que constituye la viga y  $y$  la posición de la fibra tensionada respecto a la neutra. Un análisis de equilibrio entre los momentos externos e internos en cada sección, transforma la ecuación (3) en la siguiente:

$$\sigma = -\frac{M_z}{I_z} y \quad (4)$$

Donde  $M_z$  es el momento flector e  $I_z$  el momento de inercia de la sección recta respecto al eje  $z$ , es decir el eje respecto al cual rota la sección recta haciendo posible la deformación.

Se define la línea elástica como la intersección del plano neutro –el formado por todas las fibras no tensionadas- y el plano medio ortogonal a éste. Es decir que la línea elástica es la fibra no tensionada que pasa por los centroides de la secciones rectas que, sin cambiar de longitud, cambia de forma cuando la viga se solicita con fuerzas y momentos flectores.

Puede encontrarse una ecuación diferencial cuya solución es la función deformación de una viga flexionada. Para el caso más común de carga constituido por fuerzas verticales y momentos flectores que actúan en el plano de la viga, puede obtenerse dicha ecuación diferencial de un modo directo si se realiza la simplificación de pequeñas deformaciones y se desprecian los desplazamientos horizontales frente a los desplazamientos verticales que experimentan las secciones de la viga. La evaluación de la deformación de una viga es útil para el dimensionamiento o comprobación de la misma según requisitos funcionales, es decir cuando la deformación máxima no deba superar un valor admisible.

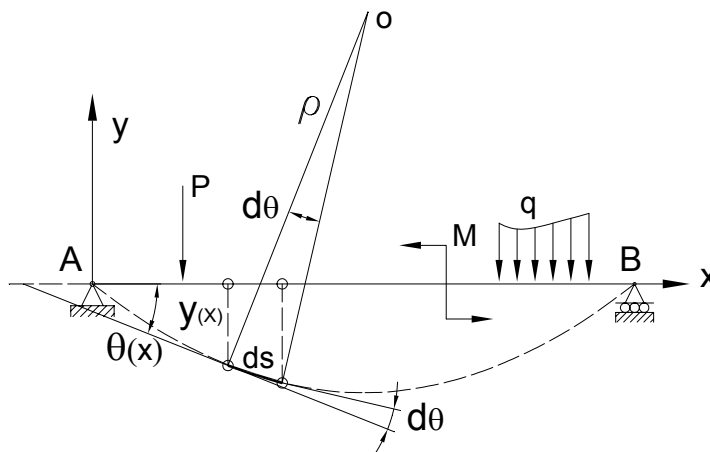


Figura 1 Esquema genérico de la deformación de una viga flexionada e isostáticamente sustentada

Asumiendo el esquema genérico de la Figura 1 donde el eje  $x$  coincide con la línea neutra antes de la deformación, el eje  $y$  positivo apunta hacia el centro de curvatura y las cargas verticales actúan de arriba hacia abajo, la viga sufrirá una deformación con curvatura convencionalmente definida como positiva.

Si las deformaciones son pequeñas, la pendiente de la línea deformada es despreciable y por ende la curvatura puede asimilarse a la derivada segunda de la función deformación. Es decir:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}, \text{ pero si } y' \approx 0, \frac{1}{\rho} = y'' \quad (5)$$

Por otra parte, la curvatura por flexión puede expresarse desde la fórmula de Navier como (ver ecuaciones 3 y 4):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EI_z} \quad (6)$$

Combinando las ecuaciones (5) y (6) se obtiene una ecuación diferencial lineal para la línea elástica:

$$y'' = \frac{M_z}{EI_z} \quad (7)$$

La doble integración de la ecuación diferencial (7) permite obtener la función  $y(x)$  de la línea elástica conociendo la función  $M_z(x)$ . Si esta última es una función constante, la viga estará sometida a un estado de flexión pura en todo el tramo en donde se verifique la constancia del momento flector. Es decir, si  $M_z(x)=M$  (constante), la doble integración dará la siguiente expresión:

$$y(x) = \frac{1}{EI_z} M \frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2 \quad (8)$$

Donde  $c_1$  y  $c_2$  son constantes de integración que deben ser evaluadas con convenientes condiciones de contorno. Para la viga de la Figura 2, isostáticamente sustentada, las condiciones de contorno son:

$$\begin{aligned} x = 0, \quad y(x) = 0 \quad (a) \\ x = L, \quad y(x) = 0 \quad (b) \end{aligned} \quad (9)$$

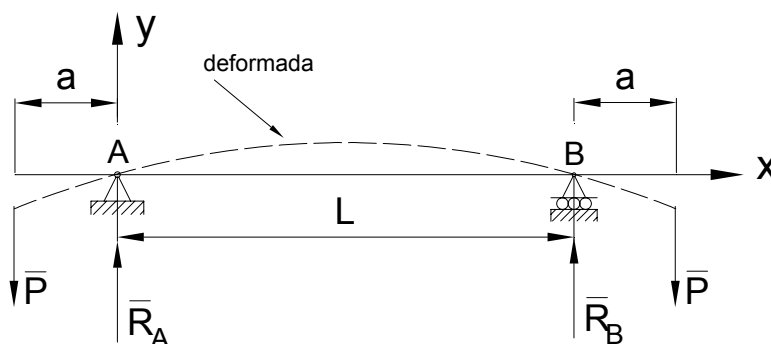


Figura 2 Esquema de la deformación de una viga donde el tramo A - B está sujeto a un momento flector constante.

La satisfacción de las condiciones (9-a) y (9-b) en la ecuación (8) permite obtener la expresión final de  $y(x)$ :

$$y(x) = \frac{1}{2EI_z} M(x^2 - xL) \quad (10)$$

La expresión (10) es válida para cualquier valor real constante del momento flector. Si  $M < 0$  como se verifica en el caso de la Figura 2, la función  $y(x)$  será positiva para todo el intervalo  $0 < x < L$ .

El montaje del esquema de la Figura 2 puede realizarse en un laboratorio y verificarse las predicciones de la expresión (10) tomando medidas con un comparador.

## 2.2. Mecánica de Fluidos: Flujo laminar de un fluido newtoniano e incompresible entre placas paralelas y en estado estacionario

El movimiento de un fluido newtoniano e incompresible esta gobernado por la denominada ecuación de Navier-Stokes, que se deriva de la ecuación (1) cuando al tensor de tensiones se le da la siguiente relación con el campo de velocidades [3, 6]:

$$\underline{\underline{T}} = -p\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{\tau}}, \text{ con } \tau_{i,j} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (11)$$

Donde  $\underline{\underline{I}}$  es el tensor o matriz unidad,  $p$  el campo de presión y  $\mu$  la viscosidad del fluido, constante; las  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) son las coordenadas espaciales. Luego, la expresión (1) se convierte en:

$$\delta \left( \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla \underline{v} \right) = \delta \underline{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \underline{v} \quad (12)$$

La ecuación (12) posee tres componentes y una gran cantidad de términos para modelar cualquier flujo en el espacio con dependencia del tiempo, no obstante, un flujo como el esquematizado en la Figura 3, unidireccional y estacionario entre dos placas paralelas fijas e impulsado por una diferencia de presión, queda modelado únicamente por dos términos correspondientes a la componente  $x$  de la ecuación (12), es decir:

$$\frac{dv_x}{dz^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (13)$$

El conocimiento del perfil de velocidades de un flujo como este, puede ser de utilidad cuando se analizan procesos de intercambio entre superficies sólidas formando microcanales planos ya que el flujo dominará la intensidad del intercambio.

La ecuación diferencial sólo puede ser válida si las derivadas en ambos miembros son constantes, puesto que una función de  $y$  no puede ser igual a una función de  $x$  a menos que ambas sean la misma constante. Luego, una doble integración en la variable  $y$  permite obtener la incógnita  $v_x$ :

$$v_x = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} z^2 + k_1 z + k_2 \quad (14)$$

Las constantes de integración  $k_1$  y  $k_2$  deben ser evaluadas con convenientes condiciones de contorno que para el flujo de la Figura 3 serán:

$$\begin{aligned} z = 0, \quad v_x &= 0 \quad (a) \\ z = h, \quad v_x &= 0 \quad (b) \end{aligned} \quad (15)$$

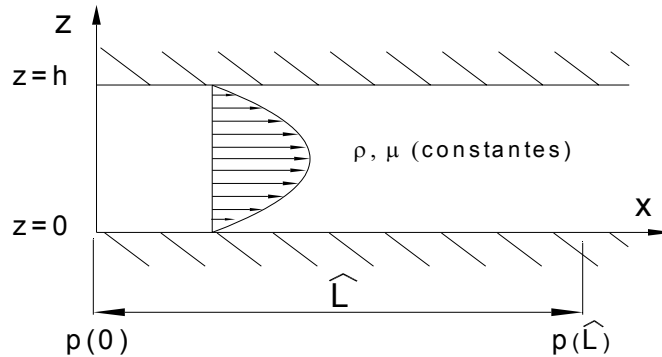


Figura 3 Esquema del flujo laminar de un fluido newtoniano entre placas paralelas fijas

La satisfacción de las condiciones de borde (15) en la ecuación (14) nos dará el perfil de velocidad del flujo de la Figura 3:

$$v_x = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (z^2 - zh) \quad (16)$$

Donde el gradiente de presión es una constante negativa, razón esencial para que haya un flujo en la dirección de  $x$  creciente.

Un flujo como el aquí analizado se presenta en condiciones de muy pequeñas escalas ( $h$  menor a un milímetro) con lo cual se vuelve compleja la medición por medios estándares y por ello es muy difícil validar experimentalmente las predicciones de velocidad de las partículas de fluido que ofrece la expresión (16).

### 3. Analogía

Los problemas abordados en los puntos 2.1 y 2.2, si bien pertenecen a fenómenos distintos, presentan soluciones matemáticas análogas en los siguientes aspectos: son funciones de una variable, de signo positivo en todo el dominio donde están definidas y tienen la forma de una constante por un polinomio de 2º grado. Luego, esta analogía permite mapear un dominio en otro, es decir:  $x$  es a  $L$  como  $y$  es a  $h$

$$\frac{x}{L} = \frac{z}{h} \Rightarrow z = \frac{h}{L} x \quad (17)$$

Dado que la deformación de la viga del apartado 2.1 puede medirse por medios disponibles en un laboratorio de Mecánica con relativa facilidad y, dado que la velocidad del fluido entre placas paralelas del apartado 2.2 no tiene la misma facilidad de medida, puede establecerse una correspondencia basada en la analogía matemática entre los dos problemas que permita la medición indirecta del perfil de velocidades por medio de la medición de la deformación de una viga sometida a flexión pura.

Sea  $\widehat{L}$  la longitud de las placas paralelas y  $dp/dx = \Delta p / \widehat{L}$  el gradiente de presión constante que interviene en la ecuación (16). Expresando la variable  $y$  de la ecuación (14) en términos de  $x$  como indica la ecuación (17) y reordenando, se tiene:

$$v_x = \frac{1}{2\mu} \frac{\Delta p}{\widehat{L}} \left(\frac{h}{L}\right)^2 (x^2 - xL) \quad (18)$$

Dividiendo miembro a miembro la ecuación (16) por la (8), se tiene:

$$\frac{v_x}{y(x)} = \frac{\frac{1}{2\mu} \frac{\Delta p}{\widehat{L}} \left(\frac{h}{L}\right)^2}{\frac{M}{2EI_z}}$$

De donde:

$$v_x = \frac{EI_z}{M\mu} \frac{\Delta p}{\widehat{L}} \left(\frac{h}{L}\right)^2 y(x) \quad (19)$$

La ecuación (19) otorga la posibilidad de obtener valores experimentales indirectos de  $v_x$  en función de las mediciones realizadas para  $y(x)$ . Dicha ecuación cumple con el requisito dimensional ya que  $v_x$  resulta en  $m/s$  si  $E$  se da en  $Pa$ ,  $I_z$  en  $m^4$ ,  $\Delta p$  en  $Pa$ ,  $M$  en  $N.m$ ,  $\mu$  en  $Pa.s$ ,  $L$ ,  $\widehat{L}$ ,  $h$  y  $y(x)$  en  $m$ . La relación de proporcionalidad directa que establece la ecuación (19) es válida para cualesquier valor de los parámetros involucrados en tanto sus valores aseguren deformación en el campo elástico lineal y flujo laminar de un fluido newtoniano.

### 3.1 Discusiones acerca de la analogía

La teoría que sustenta los modelos de los problemas establecidos como análogos en este trabajo radican en una hipótesis fundamental de la Física y la Ingeniería en general: *la hipótesis de los medios continuos*. Como se ha visto en el ítem 2 la ecuación fundamental de la dinámica, planteada de un modo general, puede ser adaptada luego a cada medio del que se trate. Más allá que en los fenómenos aquí estudiados los medios son distintos, la situación dinámica en la que se hallan es, en ambos casos, el equilibrio.

Por esta razón el modelo para cada problema es la ecuación (2) y una ley constitutiva lineal; en un caso la del sólido elástico lineal o ley de Hooke y en el otro, la ley de Newton para flujos viscosos. Si bien los fenómenos físicos de la deformación de una viga sujeta a momento flector constante y el flujo laminar entre placas paralelas son distintos, estos responden a las mismas leyes dado que los elementos estudiados son *materia continua en equilibrio*; y ello convierte a ambas descripciones matemáticas en análogas.

### 4. Dispositivo experimental

Como se ha dicho en el párrafo 2.1, la deformación de un tramo de viga sometido a un momento flector constante puede medirse con métodos e instrumentos que pueden encontrarse en un laboratorio de

Mecánica de Materiales. El dispositivo que se propone en este trabajo es el que aparece en la Figura 4 donde, con un comparador pueden medirse las deformaciones de la viga respecto al punto de apoyo en donde se encuentra la articulación fija. En dicho punto el comparador debe ponerse a cero para luego trasladarse en la dirección  $x$  e ir registrando las alturas correspondientes. Dicha traslación puede realizarse con el auxilio de una escala graduada para la localización de la medición, esto es: el valor de  $x$ .

La viga puede realizarse con una sección recta "doble T"; ello permitirá realizar las articulaciones de los soportes con pernos pasantes en orificios practicados en el centro del alma del perfil. Las cargas  $P$  que darán origen al momento flector constante pueden materializarse con pesas en portapesas que permitan agregarlas o quitarlas, de modo de obtener mediciones de deformación para distintos momentos flectores (recordar que  $M = - P \cdot a$ ).

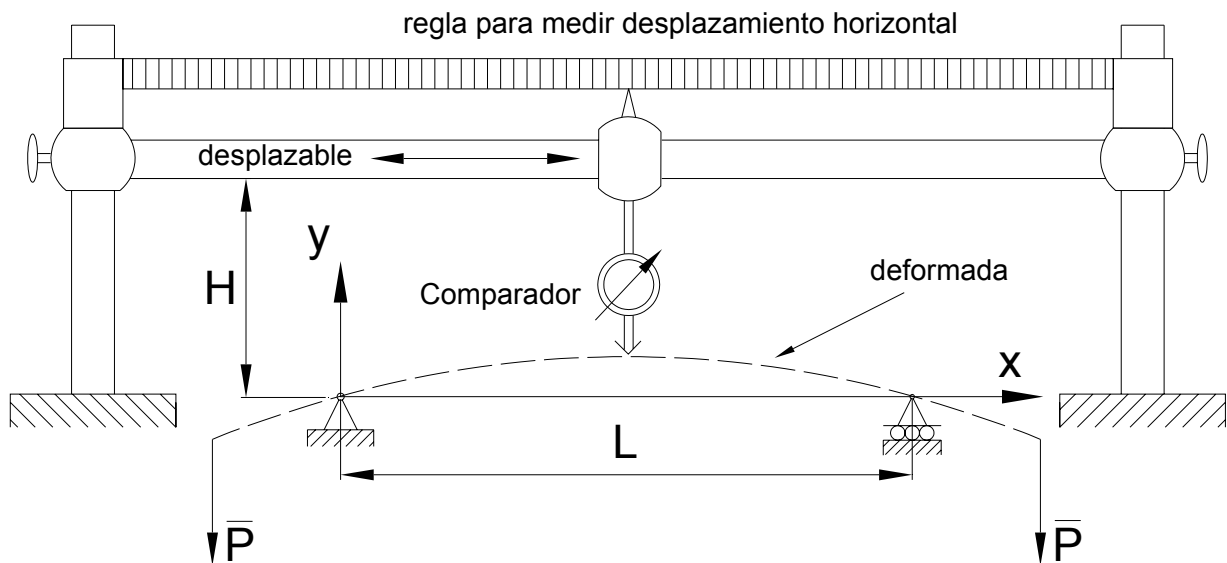


Figura 4 Esquema del dispositivo para la experiencia de medición de la deformación de un tramo de viga sujeto a un momento flector constante y su uso analógico para un flujo laminar entre placas paralelas fijas

Tabla 2 Tabla para el ordenamiento y evaluación de las mediciones y predicciones teóricas de la deformación de un tramo de viga sometido a un momento flector constante

Resultados para $M = - P_1 \cdot a$ .			
X	$y_1(x)$	$y_1(x)$ teórico	Desviación %

Las mediciones de deformación realizadas en la viga para cada momento flector pueden compararse con las predicciones teóricas que arroja la expresión (10), pudiéndose analizar de este modo el entorno de valores para los cuales hay mayor coincidencia entre la teoría y la experiencia. Todo ello puede ser volcado en una tabla (ver Tabla 2) y dado que la viga es la misma, se asumen como constantes el módulo elástico y el momento de inercia de su sección. Por otra parte debe tenerse bien en cuenta la precisión del comparador y la de la regla graduada que lo ubicará en cada posición.

También como se ha dicho, la validación experimental de la expresión (16) es en extremo dificultosa porque se produce en escalas muy pequeñas. Por ejemplo, podría utilizarse una metodología basada en el

seguimiento de marcadores inoculados en el fluido a través de fotografías obtenidas a tiempos regulares (podrían ser los fotogramas de una filmación digital) sobre una imagen ampliada por métodos ópticos. No obstante, el aprovechamiento de la analogía establecida en este trabajo permite que las mediciones efectuadas para la viga puedan utilizarse para obtener indirectamente los valores de velocidades a partir de la expresión (19) que luego se compararán con los predichos por la expresión (16).

Es decir, establecidos los parámetros del flujo laminar ( $\Delta p$ ,  $\mu$ ,  $\widehat{L}$ ,  $h$ ) pueden calcularse los valores de velocidad correspondientes a las deformaciones medidas y condensarse dichos resultados en una tabla como la que sigue:

Tabla 3 Tabla para el ordenamiento y evaluación de las mediciones indirectas y predicciones teóricas de la velocidad del flujo laminar entre placas paralelas fijas

Resultados experimentales indirectos del perfil de velocidades del flujo laminar					
X	y(x)	z	v(z)	v(z) teórico	Desviación %

Modificando los valores de los parámetros del flujo será posible establecer el entorno de valores para los cuales hay mayor coincidencia entre las mediciones y las predicciones teóricas.

#### 4.1 Una posible experiencia

Una viga de dimensiones aceptables para realizar la experiencia propuesta puede obtenerse mecanizando por frezado, a partir de una barra maciza, una barra con sección recta en forma de doble T como indica la Figura 5, la cual poseerá un momento de inercia de  $1,21 \times 10^{-8} m^4$ . Si la viga es de acero ( $E = 2,1 \times 10^{11} Pa$ ), con una distancia entre apoyos de  $0,70 m$ , una distancia entre las líneas de acción de las cargas y las articulaciones de  $0,15 m$ , sufrirá una deformación máxima de  $5,0 \times 10^{-4} m$  cuando esté sujeta a un momento flector constante de  $20,74 N.m$ . Esto implicará cargas en los portapesas de  $138,3 N$  (aproximadamente  $14,1 kg$  fuerza), tal como lo predice la ecuación (10). Para corroborar que la viga se encuentra en el campo elástico puede calcularse la tensión máxima a partir de la ecuación (4), lo que arroja un valor de  $1,2 \times 10^7 Pa$  (aproximadamente  $122 kgf/cm^2$ ) muy inferior al límite elástico de un acero de bajo carbono, lo cual aleja la posibilidad del pandeo de las alas inferiores del perfil que se encuentran comprimidas.

La analogía discutida en este trabajo indica que la velocidad máxima de un flujo laminar, que es proporcional a la deformación máxima de la viga, podrá ser calculada a partir de la ecuación (19). Por ejemplo, ésta será de  $1,25 \times 10^{-3} m/s$  si la altura entre placas es de  $5,0 \times 10^{-4} m$ , la longitud de las placas es de  $0,05 m$ , el fluido es un aceite industrial de densidad  $900 kg/m^3$  y viscosidad de  $1,0 Pa.s$  y la diferencia de presión es de  $2 \times 10^3 Pa$ . El número de Reynolds ( $Re$ ) que resulta de estos resultados es del orden de  $10^{-3}$  lo que asegura que la analogía ha sido empleada para un flujo laminar (convencionalmente se establece como límite superior para flujo laminar  $Re \leq 2.000$ ).

## 5. CONCLUSIONES

Se ha presentado un trabajo conteniendo una propuesta de ejercicio teórico y práctico basado en la utilización de la analogía entre la deformación de un tramo de viga sujeto a momento flector constante y el

perfil de velocidades de un flujo newtoniano y laminar entre placas paralelas fijas debido a un gradiente de presión. Se ha mostrado que dos fenómenos físicos diferentes terminan siendo análogos en la ecuación que los gobierna, tanto que uno puede servir para entender, validar o experimentar indirectamente con el otro. Por ello se ha propuesto una experiencia de laboratorio para medir las deformaciones de una viga de modo de validar la predicción teórica y, al mismo tiempo, utilizar tales mediciones como medidas indirectas de las velocidades del flujo laminar entre placas paralelas.

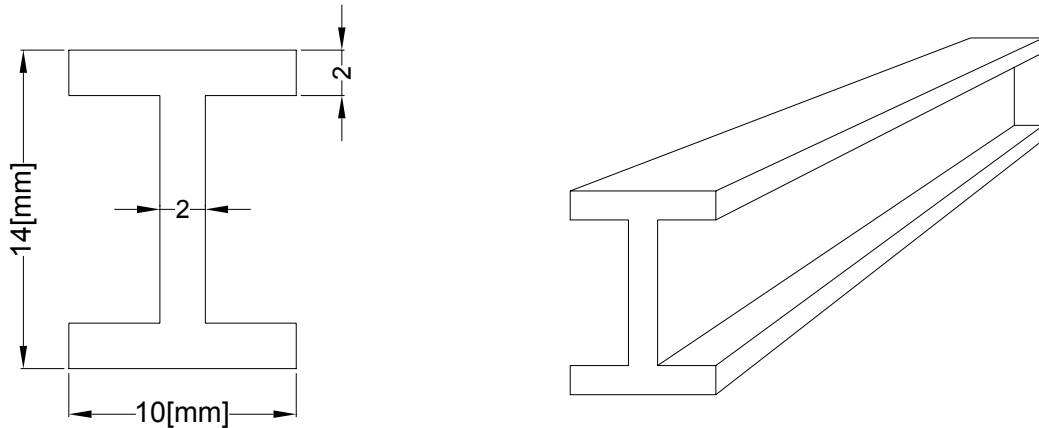


Figura 5 Sección recta tipo doble T de la viga para la práctica experimental y su vista en perspectiva

El abordaje teórico de ambos problemas muestra que la analogía se debe a que en los dos casos las ecuaciones fundamentales plantean el equilibrio de materia continua a través de ecuaciones lineales. Luego, desde el punto de vista práctico se propone un arreglo experimental para el aprovechamiento de la analogía. Los alumnos que cursan paralelamente las disciplinas de Mecánica del Sólido y Mecánica de los Fluidos, se muestran sorprendidos por la analogía planteada y las posibilidades que de ella se desprenden, además de ver un lazo integrador de toda la Mecánica de Materiales.

## 6. REFERENCIAS

- [1] L.A. Godoy, Sobre la estructura de las analogías en ciencias, *Inter ciencia*, **Vol. 27**, Número 8, pp. 422 – 429, agosto 2002.
- [2] W.M. Lai, D. Rubin, E. Krempf, *Introduction to Continuum Mechanics*, Butterworth and Heinemann, Burlington, MA, 1993.
- [3] S. Whitaker, *Introduction to Fluid Mechanics*, Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 1981.
- [4] L. Ortiz Berrocal, *Resistencia de Materiales*, Mc Graw Hill, Madrid, 1991.
- [5] J.M. Gere; *Mecánica de Materiales*, 6º edición Ed. Thomson, Méjico, 2006.
- [6] R. Fox, A.T. Mc Donald; *Introducción a la Mecánica de los Fluidos*, Mc Graw Hill, México, 1995.

## Agradecimientos

Los autores de este trabajo agradecen al Departamento de Ingeniería Industrial de la FRSF de la UTN el apoyo prestado para la realización del mismo.