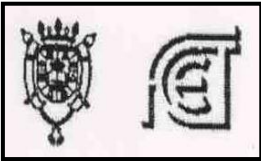
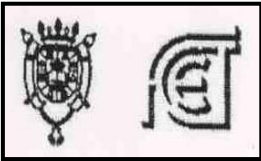


Los sistemas hiperestáticos son aquellos donde $I > E$ (hay mayor número de incógnitas que número de ecuaciones que podemos plantear mediante las condiciones de equilibrio que utilizamos para resolver sistemas isostáticos).



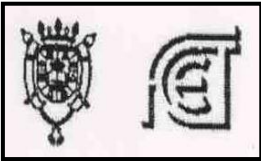
Utilizaremos el ***Método de las Fuerzas.***

Se denomina así el método, por cuanto las incógnitas son fuerzas que se determinan planteando ecuaciones de compatibilidad entre deformaciones.

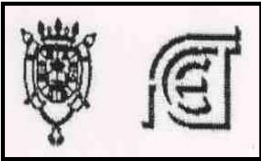


La base del método consiste :

- 1) En la eliminación de los vínculos que producen la hiper estaticidad, de manera de obtener un sistema isostático.

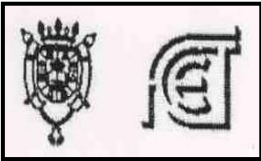


2) La aplicación de fuerzas equivalentes (que serán las incógnitas hiperestáticas) según los vínculos eliminados para restablecer el equilibrio. El sistema así determinado lo denominados: ***Sistema Fundamental.***

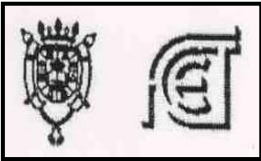


• 3) Resolvemos el sistema fundamental por la acción exclusiva del agente externo que origina los esfuerzos (ED) sin considerar la acción de las fuerzas equivalentes. A este sistema lo denominamos estado cero (E_0).

Trazamos los diagramas de esfuerzos respectivos que llamamos M_{f_0} , N_0 , Q_0 , M_{t_0} .



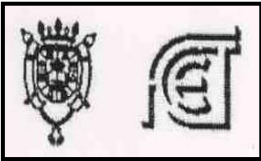
- 4) Luego damos valores particulares a las fuerzas equivalentes ($x_i =$ incógnitas hiperestáticas), preferentemente unitarios, considerando la acción de una por vez, determinando así estados de carga virtuales ($\overline{E.C.}$), que resolvemos uno por uno.



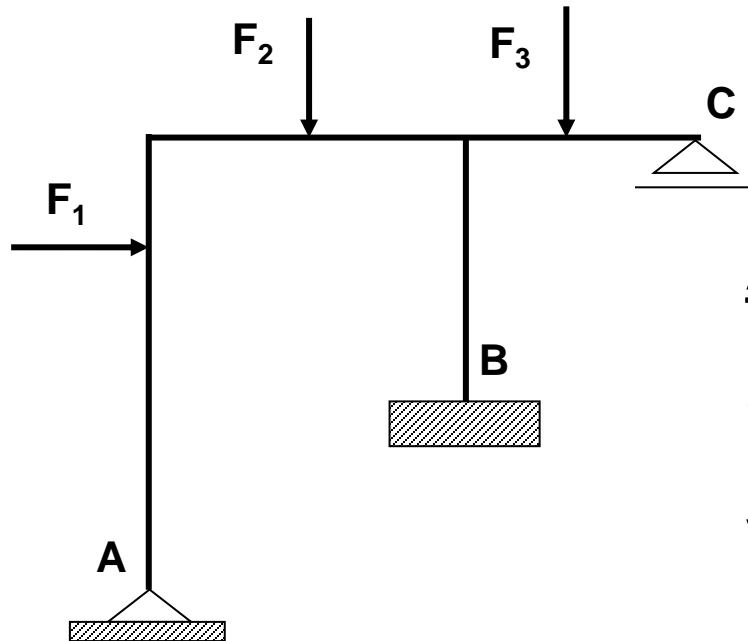
A cada uno de estos sistemas los llamamos estado 1, 2, 3, n. (E_1 , E_2 , E_3 , E_n).

- 5) Trazamos para cada uno los diagramas de esfuerzos respectivos que llamamos M_{f1} , N_1 , Q_1 , M_{t1} .

Indicando el subíndice cuál estado de carga virtual estamos analizando.

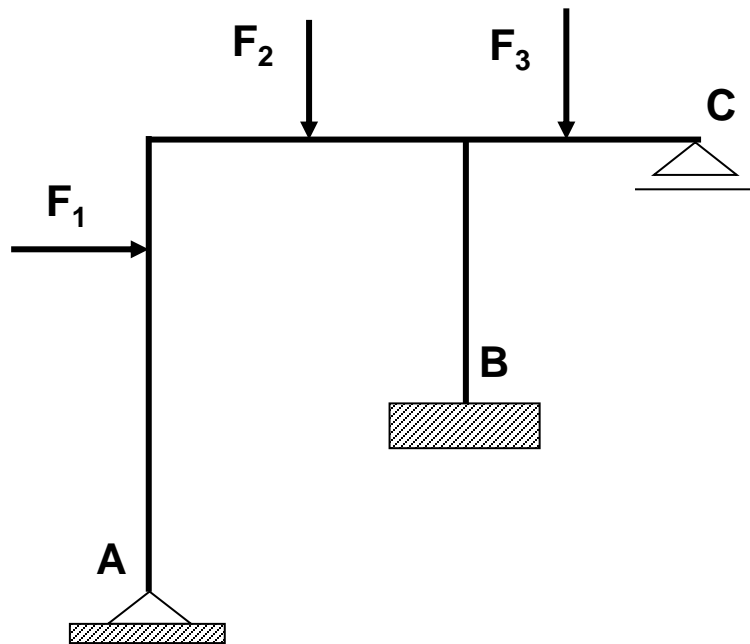


- 6) Por último determinamos el verdadero valor de las incógnitas hiper estáticas, planteando el valor de deformaciones conocidas por superposición.



Lo aclaramos mediante
un ejemplo:

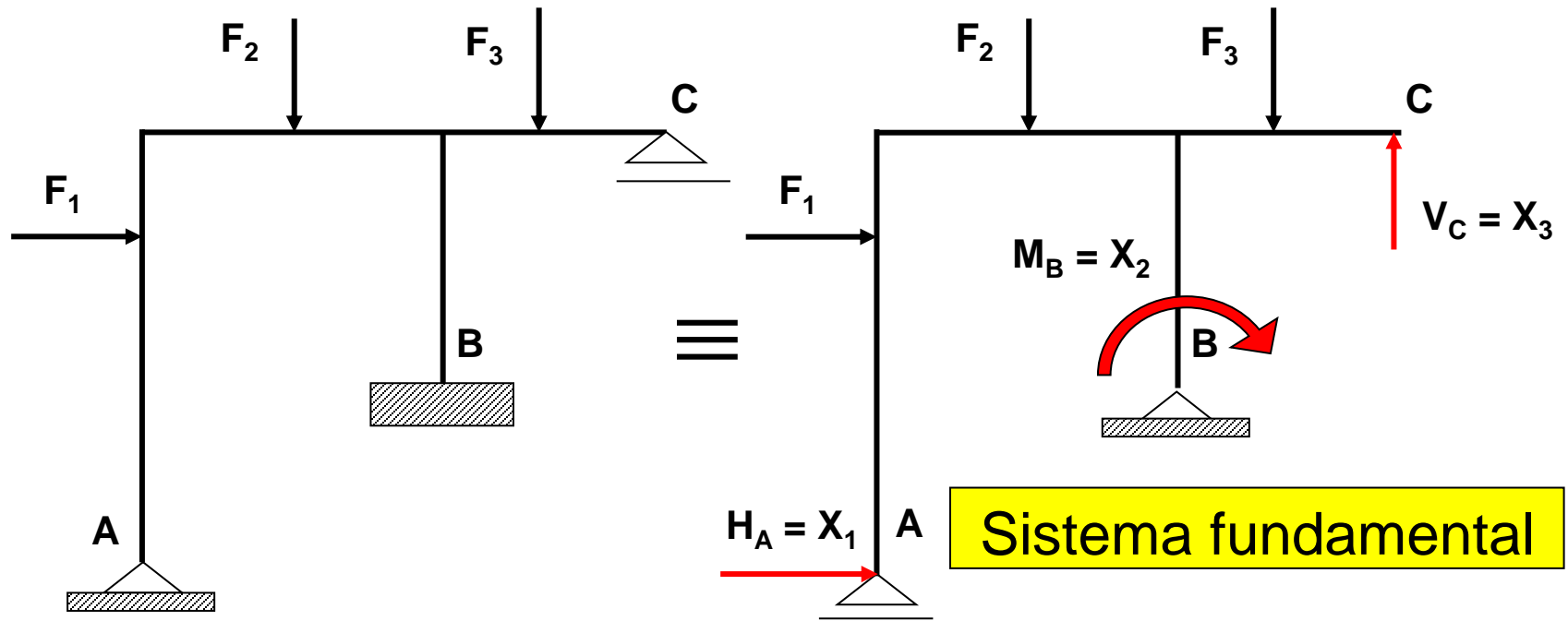
Agente exterior: un sistema
de fuerzas actuantes F_1 , F_2
y F_3 . El ejemplo es una
estructura lineal continua
(una única chapa).



Se trata de un hiperestático de tercer orden (H-3) dado que $I = 6$ y $E = 3$; $I > E$

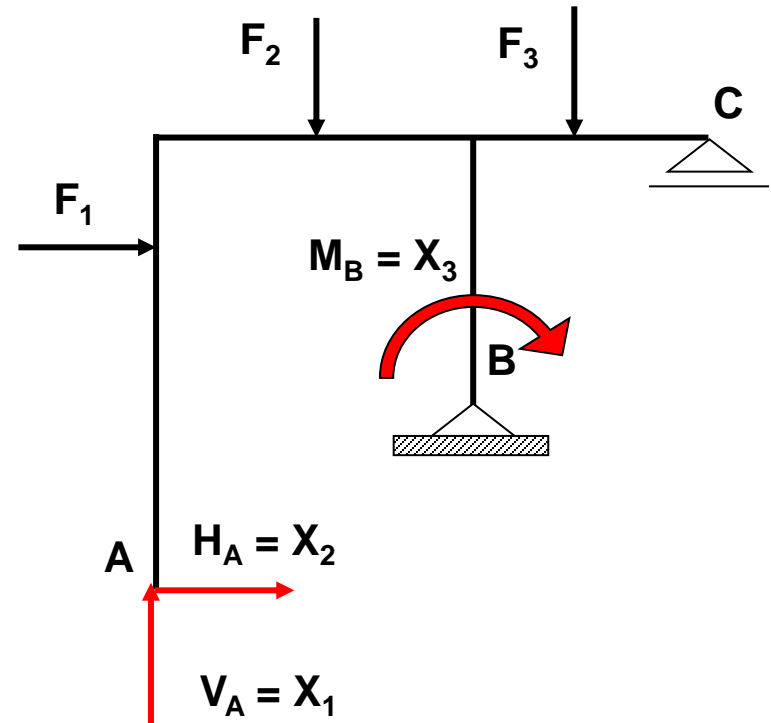
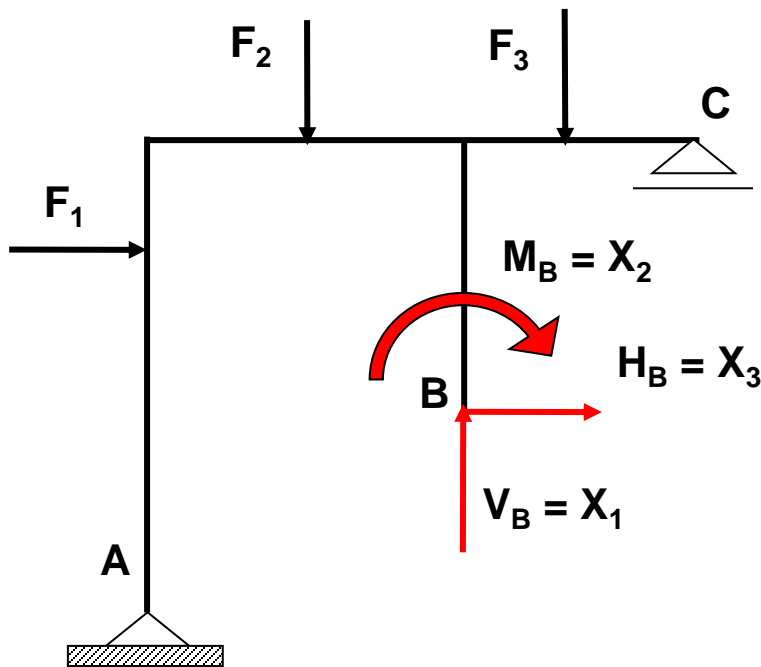
Vamos a necesitar entonces otras tres ecuaciones.

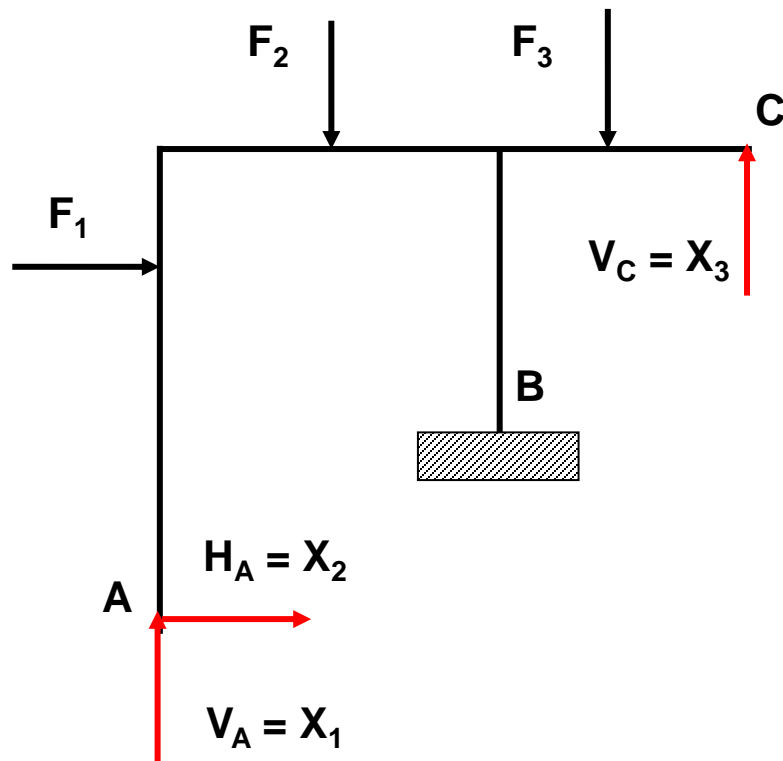
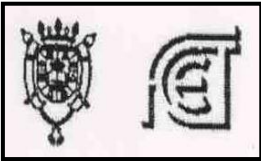
Elegiremos un sistema fundamental, cuidando que el mismo no resulte un sistema isostático crítico.



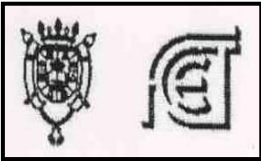
Elegimos un fundamental reemplazando el vínculo horizontal en A , la restricción del giro en B y el vínculo vertical en C

Podemos elegir otros sistemas fundamentales

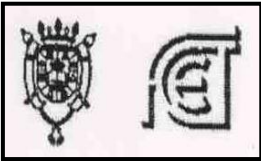




De los \neq sistemas fundamentales debemos procurar elegir el que resulte más sencillo para resolver, teniendo cuidado de **NO** adoptar un sistema isostático crítico.



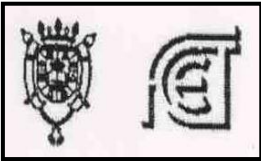
Las fuerzas que aplicamos en los vínculos eliminados son las incógnitas hiperestáticas x_1 , x_2 , x_3 , x_n , por lo que cuando adoptamos un sistema fundamental, estamos eligiendo las incógnitas que vamos a resolver.



Un efecto E cualquiera, en el fundamental elegido (Corrimiento, p. e.) es el mismo E_0 producido por el agente externo, en nuestro caso un sistema de fuerzas.

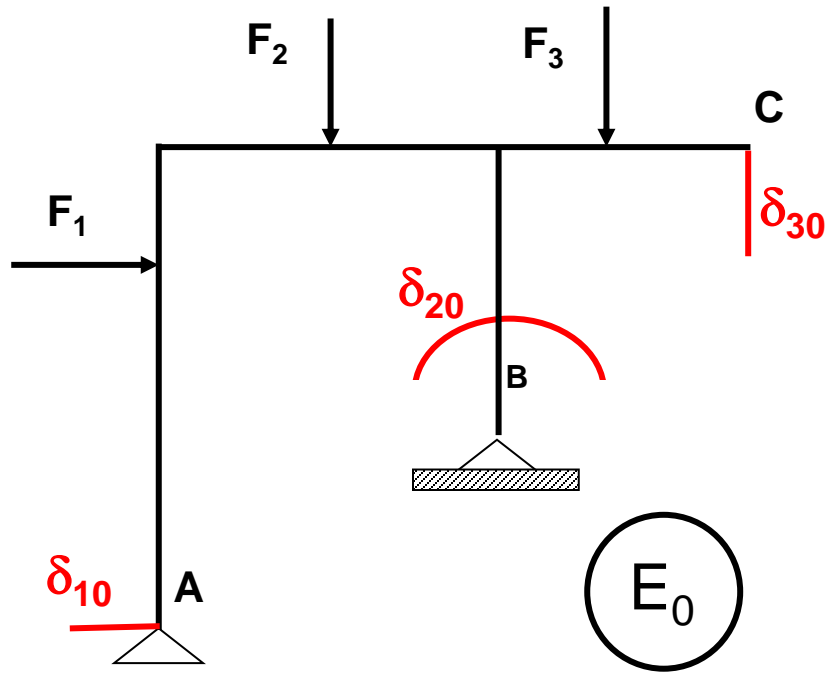
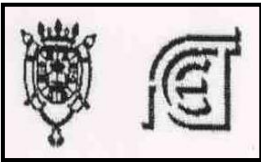
Estos efectos los calculamos:

$$E = E_0 + E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)$$



Si calculamos X_i , podremos calcular $E (X_i)$ y tendremos el problema resuelto.

En el ejemplo, en el desarrollo del método, resolveremos cuatro veces el sistema isostático fundamental (por superposición de efectos).



Estado E_0

Reacciones:

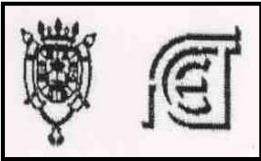
V_{A0} ; H_{B0} y V_{B0}

Diagramas:

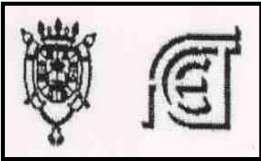
M_0 ; Q_0 ; N_0

Corrimientos:

δ_{10} ; δ_{20} y δ_{30}

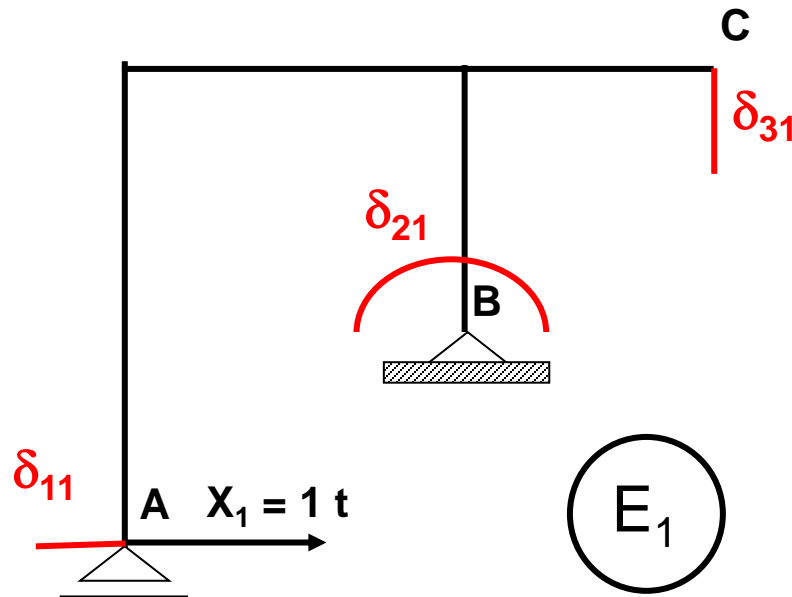
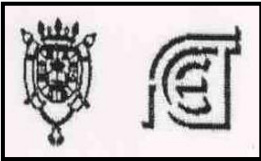


Calcularemos las reacciones, diagramas de esfuerzos y componentes de deformaciones hiperestáticas en cada una de estas cuatro resoluciones, coordinadas con las componentes hiperestáticas, es decir, según los vínculos eliminados y reemplazados por las incógnitas.



Llamaremos a los corrimientos (sean desplazamientos o rotaciones) δ_{ij} , (con dos subíndices: el primero, i , indica el lugar y tipo de deformación; y el segundo, j , la causa o el estado de carga que corresponde a la deformación).

Por ejemplo δ_{10} significa el corrimiento en el lugar 1 debido al estado de carga E_0 .



Estado E_1

Reacciones:

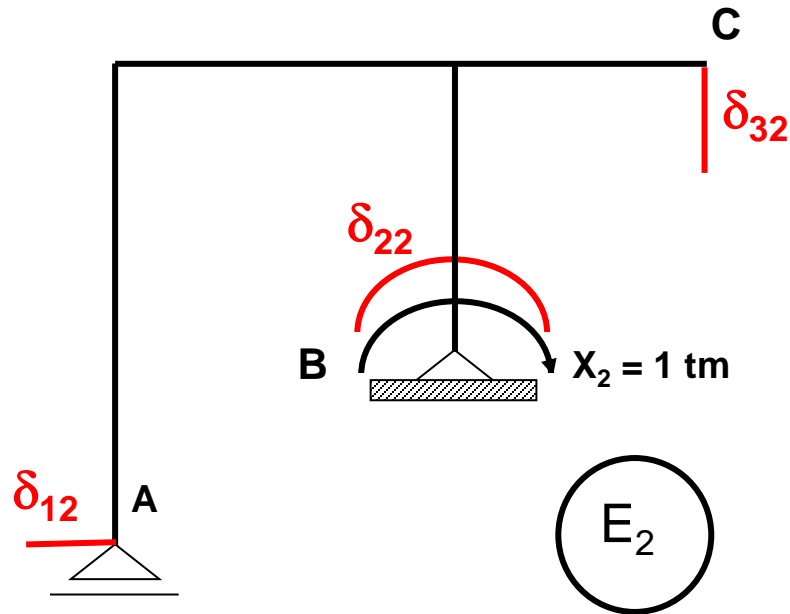
V_{A1} ; H_{B1} y V_{B1}

Diagramas:

M_1 ; Q_1 ; N_1

Corrimientos:

δ_{11} ; δ_{21} y δ_{31}



Estado E_2

Reacciones:

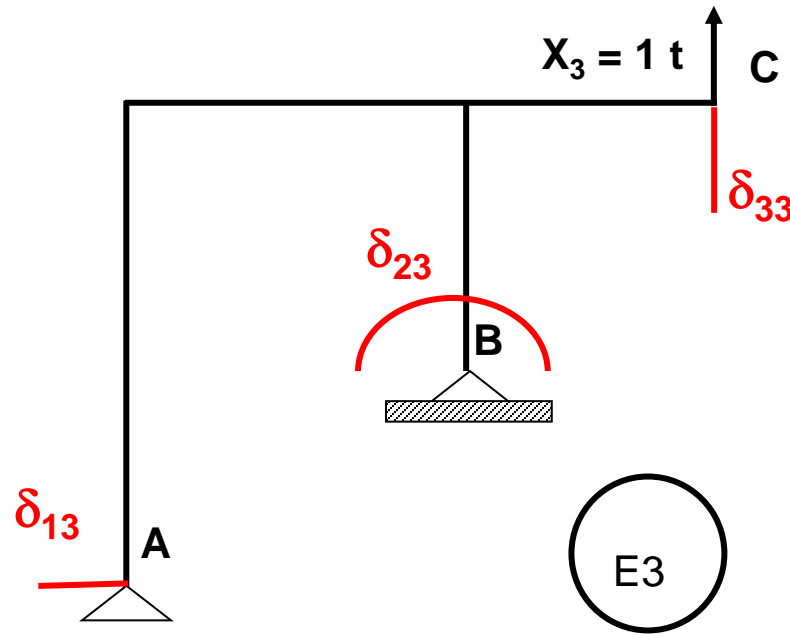
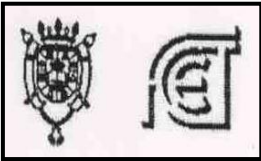
V_{A2} ; H_{B2} y V_{B2}

Diagramas:

M_2 ; Q_2 ; N_2

Corrimientos:

δ_{12} ; δ_{22} y δ_{32}



Estado E₃

Reacciones:

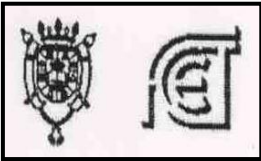
V_{A3} ; H_{B3} y V_{B3}

Diagramas:

M_3 ; Q_3 ; N_3

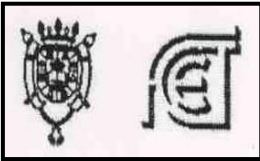
Corrimientos:

δ_{13} ; δ_{23} y δ_{33}



Calculamos entonces reacciones, diagramas de momentos, esfuerzo de corte, esfuerzo normal y las deformaciones que produce X_i en el fundamental, repitiendo estos cálculos para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ -

Resolveremos en total $n+1$ veces el sistema fundamental.



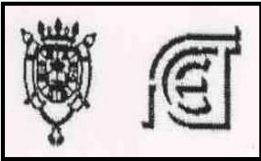
El efecto producido por $E (X_i)$ está relacionado con el efecto E_i por cuanto éste es el efecto que produce el estado de carga X_i

$$E (X_1) = X_1 * E_1$$

$$E (X_2) = X_2 * E_2$$

$$E (X_3) = X_3 * E_3$$

$$E (X_i) = X_i * E_i$$



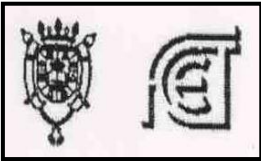
Un efecto E cualquiera resulta entonces por superposición de efectos

$$E = E_0 + X_1 * E_1 + X_2 * E_2 + X_3 * E_3 + \dots + X_i * E_i$$

Pero para poder resolver el problema necesitamos obtener

$$X_1 ; X_2 , X_3 ; X_i$$

Como lo resolvemos?



Planteando valores conocidos de efectos \Rightarrow p.e.: $\delta_B = 0$

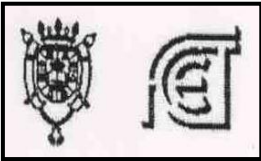
En general vemos que hemos reemplazados restricciones (vínculos) por las incógnitas hiperestáticas.

En nuestro ejemplo:

$\delta_1 = 0$ (El corrimiento horizontal del hiperestático está restringido por el apoyo fijo en A)

$\delta_2 = 0$ (El giro en el hiperestático está restringido en B) y

$\delta_3 = 0$ (El corrimiento vertical está restringido por el apoyo simple en C)

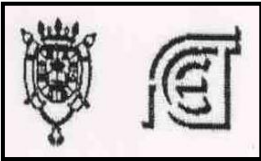


Aplicando la ecuación de sumatoria de efectos, tenemos en consecuencia:

$$\delta_1 = \delta_{10} + X_1 * \delta_{11} + X_2 * \delta_{12} + X_3 * \delta_{13} = 0$$

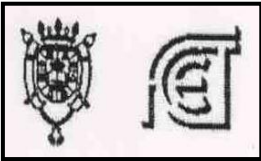
$$\delta_2 = \delta_{20} + X_1 * \delta_{21} + X_2 * \delta_{22} + X_3 * \delta_{23} = 0$$

$$\delta_3 = \delta_{30} + X_1 * \delta_{31} + X_2 * \delta_{32} + X_3 * \delta_{33} = 0$$



Sistema de ecuaciones homogéneas que corresponden al sistema de ecuaciones de compatibilidad.

Se denomina Sistemas de Ecuaciones Canónicas

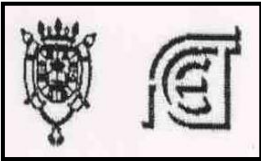


La expresión general de las ecuaciones canónicas es:

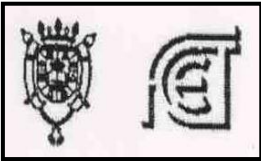
$$\delta_i = \delta_{i0} + \sum_{j=1}^n X_j * \delta_{ij} = 0$$

Donde “n” es el grado de hiper estaticidad

Para el cálculo de los δ_{i0} (términos independientes), y de los coeficientes δ_{ij} , podemos aplicar el principio de los trabajos virtuales.

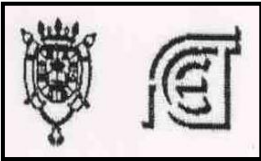


Al calcular sistemas estáticamente indeterminados por el método de las fuerzas, se eligen en calidad de incógnitas hiperestáticas, las fuerzas o momentos que sustituyen la acción de los vínculos reemplazados.

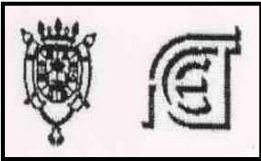


Para calcular los sistemas hiperestáticos por el método de las fuerzas seguimos el siguiente orden:

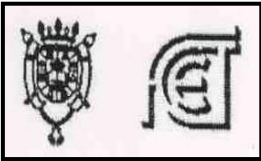
- 1) Se determina el grado de hiperestaticidad del sistema. ($I > E$)
- 2) Se elige un ***sistema base o fundamental***, que obtenemos sustituyendo los vínculos que sobran por las incógnitas hiperestáticas.



- 3) Se plantean los estados de carga.
- 4) Se resuelven los distintos estados de carga mediante el cálculo de reacciones y se trazan los diagramas de esfuerzos internos.
- 5) Se obtienen las deformaciones o desplazamientos, aplicando el principio de los trabajos virtuales.



6) Se plantean las ecuaciones que expresan las condiciones de compatibilidad de las deformaciones del sistema fundamental con el sistema hiperestático en análisis, teniendo en cuenta que los desplazamientos en las direcciones de los vínculos eliminados, elegidos correctamente, no existen.



- 7) Se resuelven las ecuaciones obtenidas y se obtiene el valor de las incógnitas hiperestáticas.
- 8) Una vez calculadas las incógnitas hiperestáticas se calculan los esfuerzos internos en los elementos del sistema hiperestático, (momentos flectores, esfuerzos cortantes, etc.). por superposición de efectos.
- 9) Se trazan los diagramas definitivos de esfuerzos.