



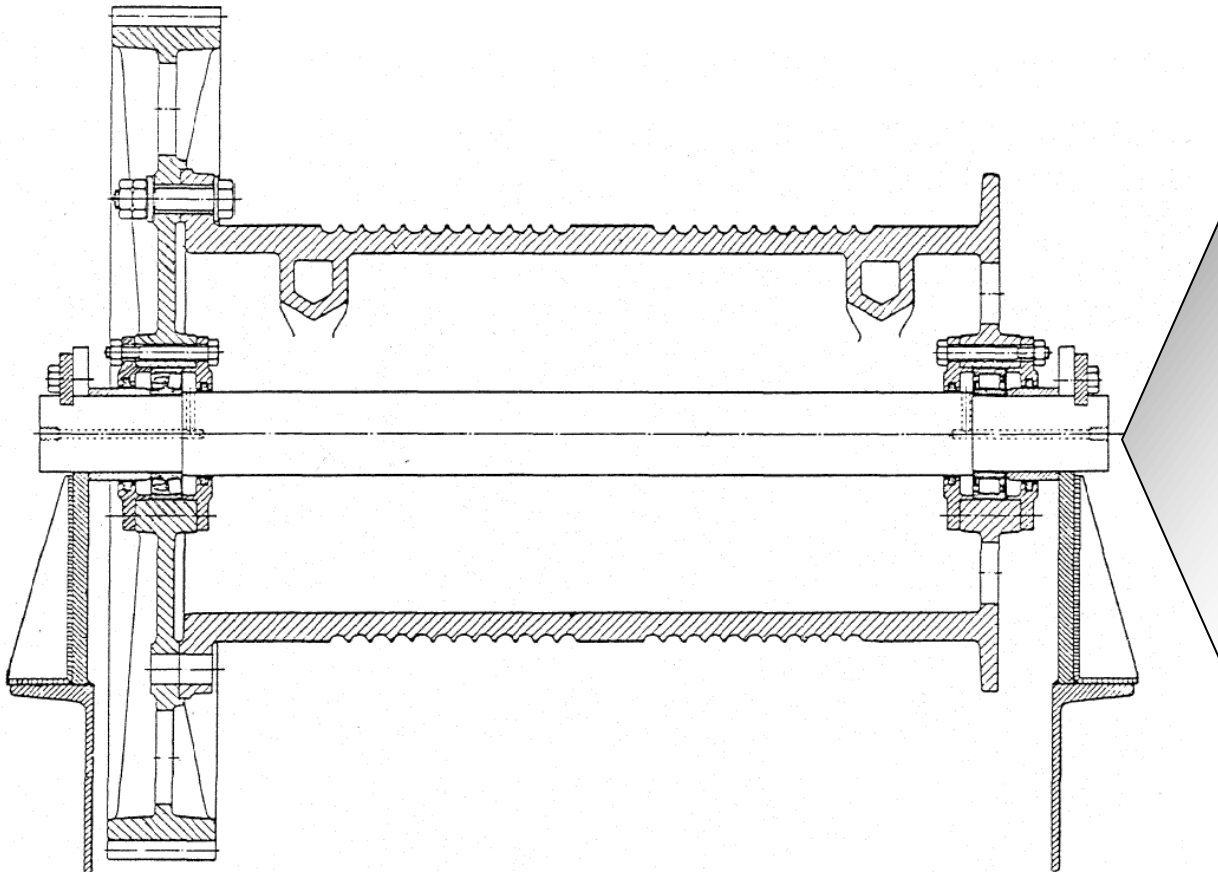
***ARBOL DE TRANSMISION
DE POTENCIA
(Criterios de diseño
y proyecto)***



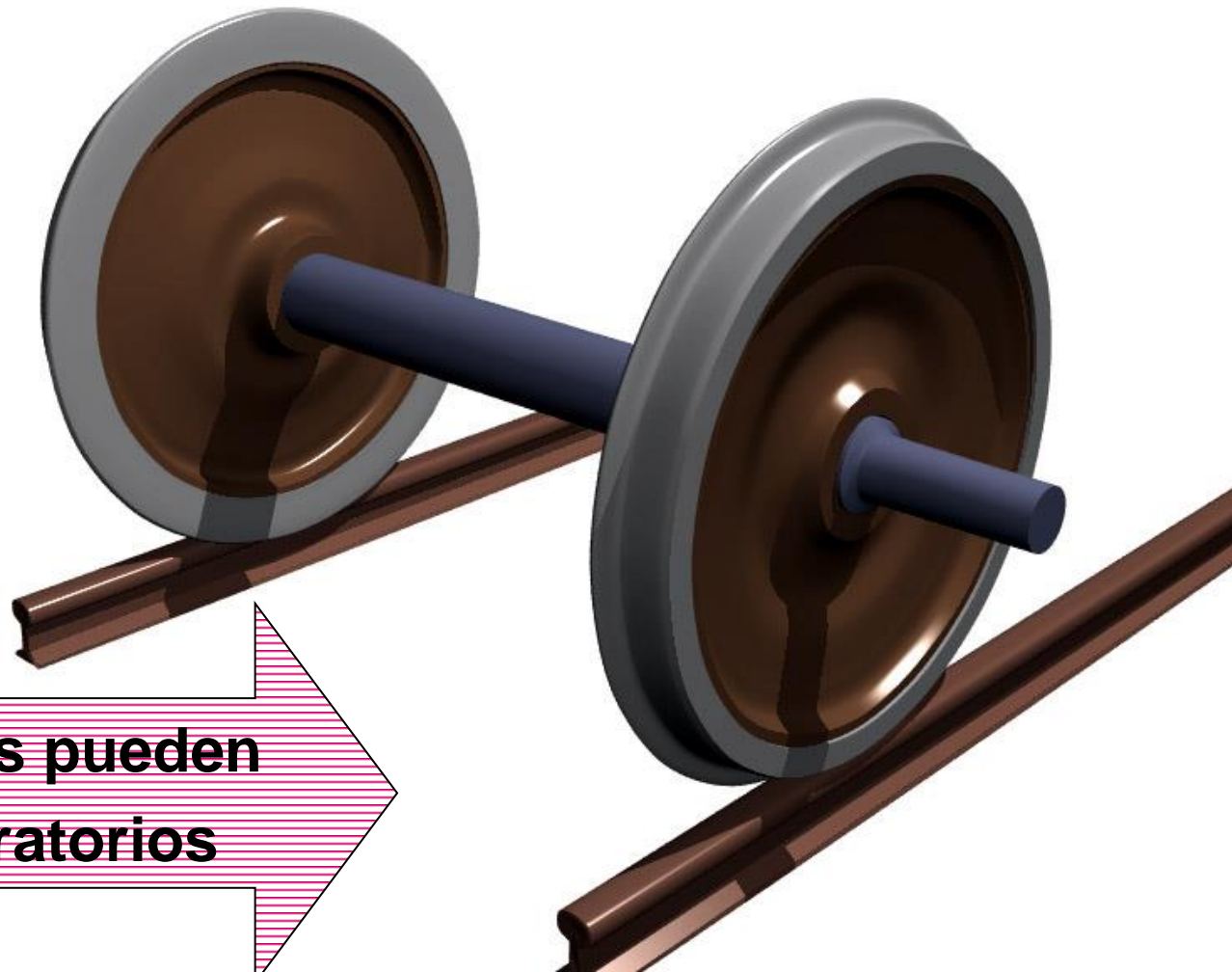
Llamamos *eje o árbol* al elemento de máquina, que sirve de sostén a las partes giratorias de una máquina, que concuerda con el eje geométrico de rotación de éstas.

E J E

**aquel que sólo está sometido
a esfuerzos de flexión**



**Los ejes
pueden
estar fijos
respecto
a los
elementos
asentados
en ellos**



**Los ejes pueden
ser giratorios**

EJE

Se encuentra sometido a esfuerzos de flexión y NO transmiten potencia

ARBOL

Se encuentra sometido a esfuerzos de torsión o esfuerzos combinados de flexo-torsión y transmiten potencia

Diseño de árbol

**De acuerdo a la aplicación
específica**

**Cómo irán caladas las piezas
sobre ellos**

**De acuerdo con las condiciones
de transmisión del esfuerzo**

De acuerdo al montaje

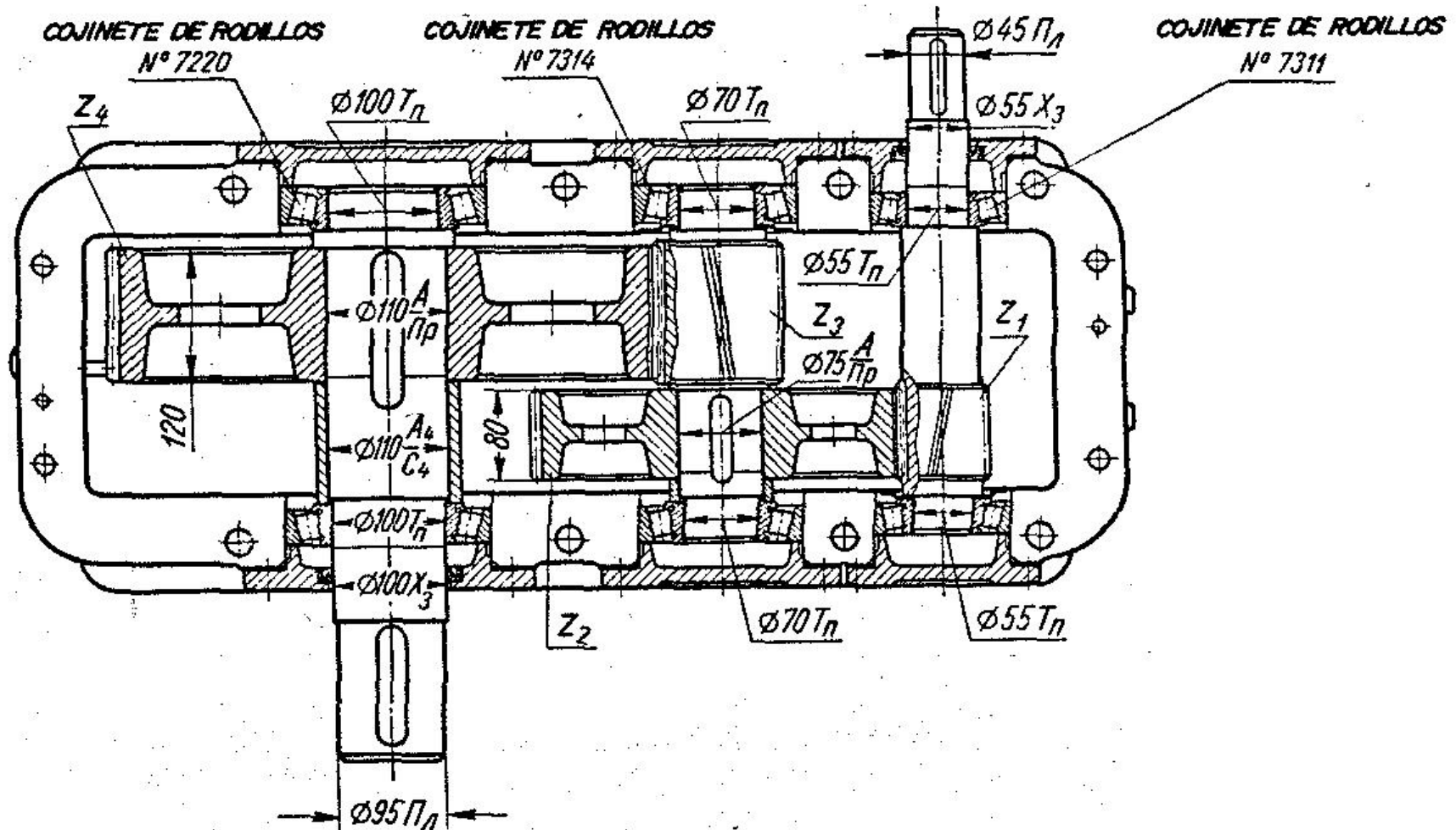
**De acuerdo al material a utilizar
en su construcción**

**De acuerdo a la tecnología de
fabricación**

En general son de sección circular, y se fabrican en un torno mediante el cilindrado de una barra redonda laminada o trefilada, o de una pieza forjada atendiendo a sus dimensiones.



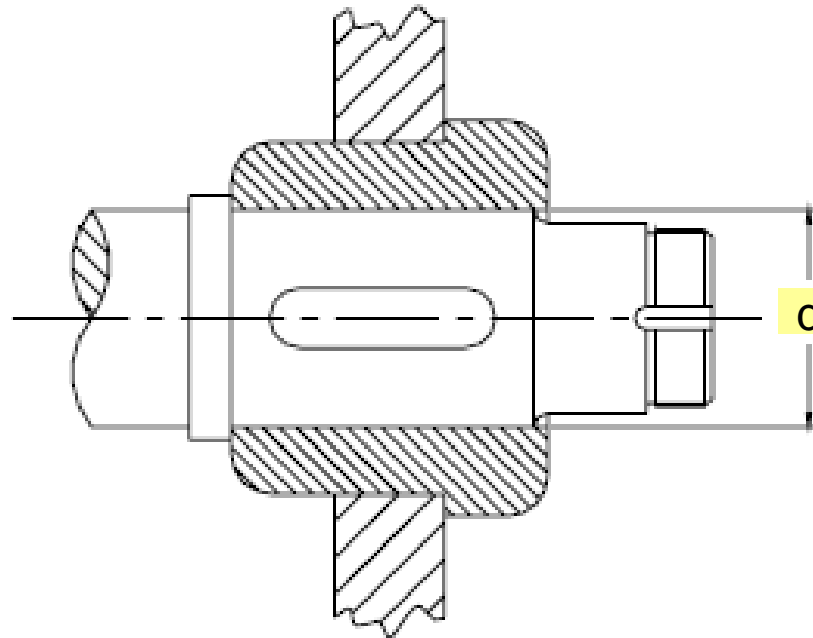
Raramente estas piezas resultan lisas en un solo tramo, dado que la necesidad de topes de las piezas caladas y el criterio de igual resistencia llevan a la construcción de un árbol perfilado o escalonado.



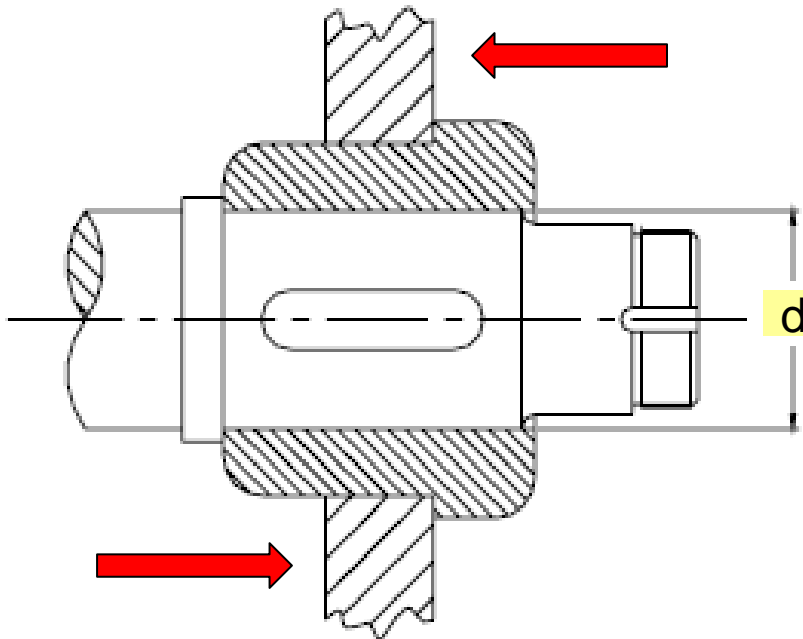


Las partes del árbol que están apoyados en los cojinetes, se denomina ***muñón o gorrón***, y salvo el montaje con manguito de fijación, requiere que la superficie sea rectificada para un montaje apropiado.

También deben rectificarse las partes del árbol que llevarán caladas cubos de piezas y es recomendable endurecer y rectificar la zona donde trabajen los labios de los retenes.



La longitud de cada sector del árbol donde irá el cubo de una pieza deberá ser entre **$1,2 d$** a **$2 d$** .



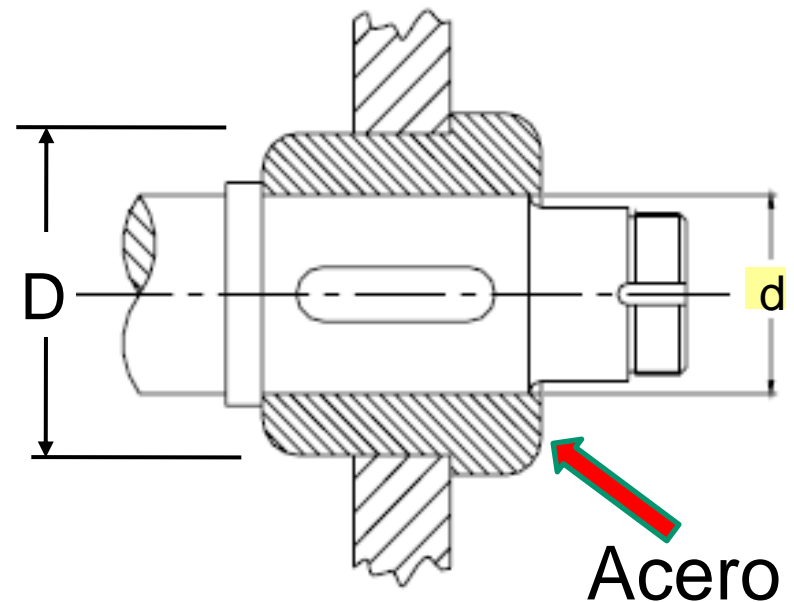
Esto alivia la superficie del árbol a presiones de contacto y minimiza la posibilidad de giro sobre el mismo de la pieza por montaje erróneo con holgura.

Los cojinetes escapan a esta condición, estando normalizado en los rodamientos el ancho de acuerdo al diámetro y en los cojinetes de deslizamiento se reduce el ancho mínimo a $0,4 d$ (s/Niemann).

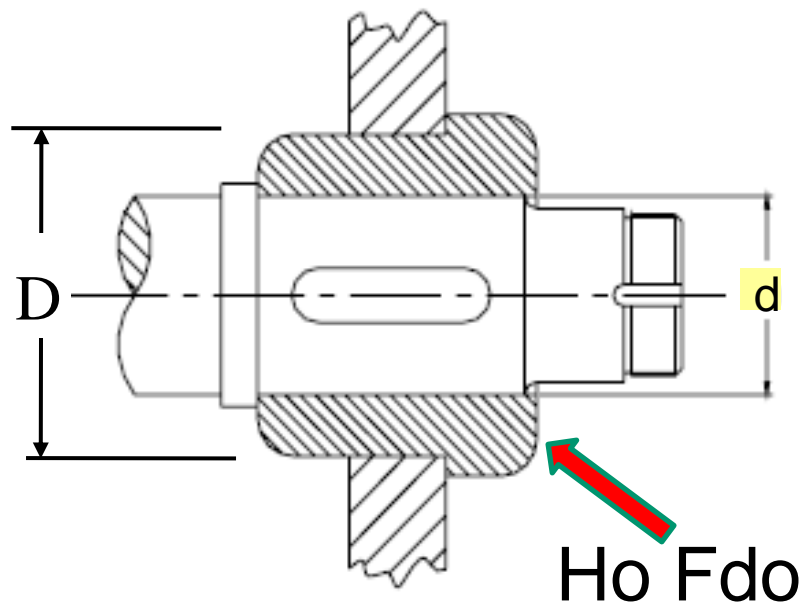
Debe además cumplirse una relación de diámetros entre el cubo y el árbol o eje.



Si el diámetro del árbol es “d ” y el cubo de diámetro “D” es de acero o acero forjado la relación conveniente es $D = 1,5 \text{ á } 1,6 d$

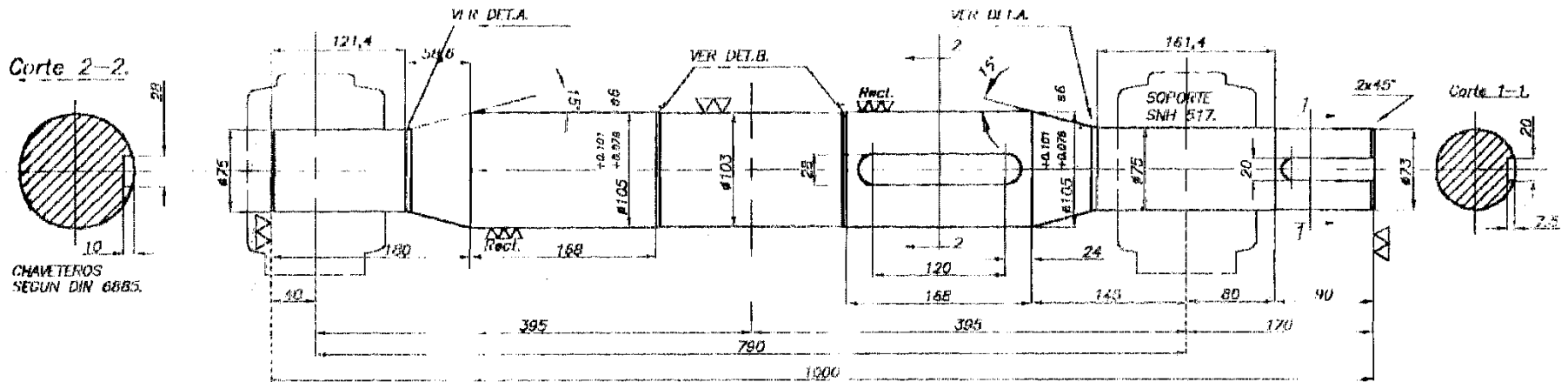


Debe además cumplirse una relación de diámetros entre el cubo y el árbol o eje.

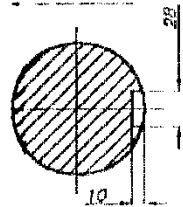


Si el diámetro del árbol es “d” y el cubo de diámetro “D” es de hierro fundido la relación conveniente es $D = 1,7 \text{ á } 1,8 d$

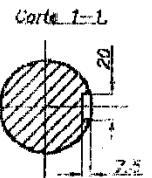
Al determinar la forma del árbol escalonado conviene prever el pasaje de las piezas a calar para elegir los diámetros definitivos de los escalones, de modo que cada una de las piezas que se montará, pase sin esfuerzo por el árbol hasta su posición.



Corte 2-2.



CHAVETEROS
SEGUN DIN 6885.



VVVV
Rect.
(VVV VVV)

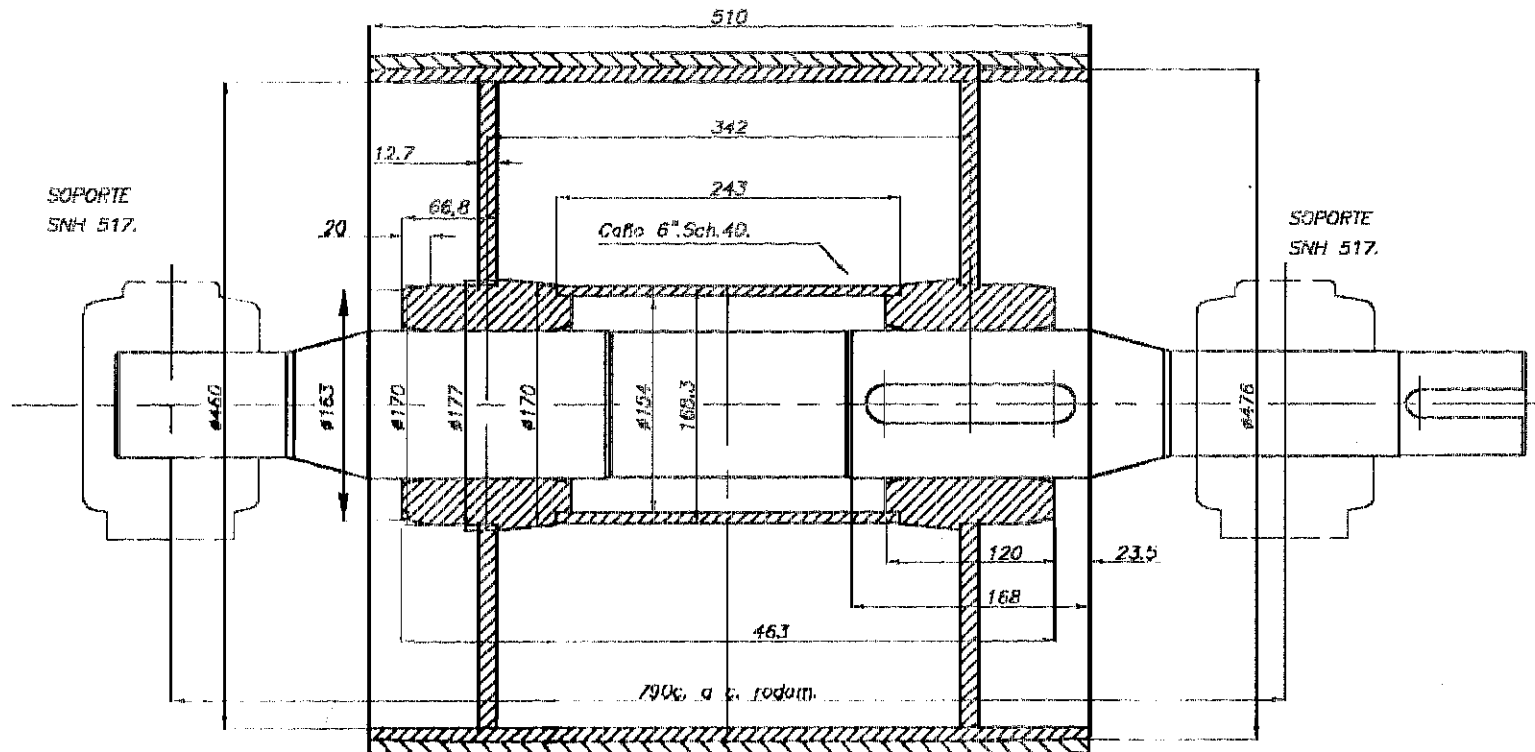
ARBOL DE LA POLEA DE MANCO.

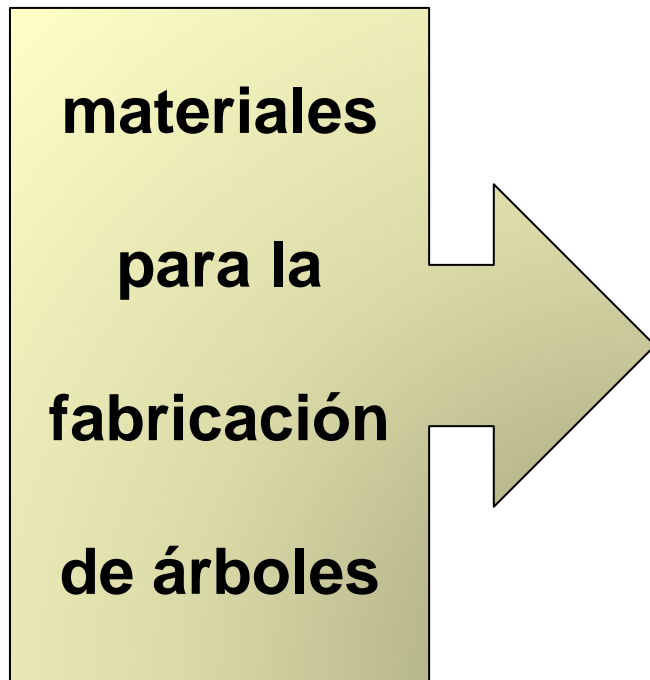
ESC. 1:2.5.

MAT.: ACERO SAE 1045 NORMALIZADO.

POLEA ARMADA.

ESC. 1:2,5.





Buena resistencia mecánica

**Mínima sensibilidad a los
concentradores de tensión**

**Capacidad para ser tratados
térmicamente y mejorar
resiliencia y tenacidad**

Buena maquinabilidad.

Por los motivos indicados el material más utilizado es el acero.

En maquinarias agrícolas los aceros más utilizados son SAE 1020 y SAE 1045. Este último puede estar tratado térmicamente (normalizado o bonificado) o no.

De utilizar de barras de trefilado, este proceso mejora su calidad por endurecimiento mecánico que aumenta su resistencia.

En máquinas en general se prefieren utilizar los aceros SAE 1045, SAE 4140 y SAE 4340 tratados térmicamente.



En la construcción de árboles solidarios con engranes, se utilizan además aceros SAE 3115, SAE 3315 y SAE 8620. En estos casos que el engrane se cementa, templea y reviene, se recomienda mecanizar la zona no dentada, para quitar la capa endurecida superficial dado que la pieza trabajará a flexo-torsión.

En la industria automotriz se suele utilizar fundición inoculada para la construcción de cigüeñales.

La aplicación del bronce y del acero inoxidable se utilizan en casos en que las propiedades químicas de resistencia a la corrosión lo hacen necesario o conveniente.

Las fallas en los árboles suelen ser críticas, motivando paradas de producción.

La causa de mayor relevancia por la cual un árbol suele fallar, es consecuencia de las tensiones de fatiga favorecidas por los concentradores de tensión

sobrecargas imprevistas

**esfuerzos de tiro radiales por
mandos de correas o de cadena**

desalineación de los acoplamientos

errores de montaje de la máquina

deformaciones inadmisibles

fallas propias del material

**vibraciones cercanas a la frecuencia
de resonancia**

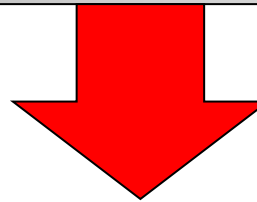
OTRAS

CAUSAS



La solución a estos problemas, aparte de las correcciones de montajes incorrectos, no pasa en general por modificar el material o aumentar las dimensiones del árbol de reemplazo, sino por un diseño y proyecto criterioso del mismo.

Para diseñar y dimensionar un árbol a la resistencia mecánica y rigidez.



No es posible el dimensionamiento directo.



Se realiza un cálculo previo o cálculo de primera orientación, en base al cual se diseña y proyecta estimativamente el árbol.



El árbol estimado, se verifica para comprobar si cumple con la resistencia a fatiga contemplando las entallas y si cumple con las condiciones por rigidez en cada sección crítica (donde hay cargas, apoyos, variación de sección, chaveteros, agujeros, muescas).

**Podemos calcularlo como una viga
simplemente apoyada**

**Con dos rodamientos rígidos de bolas
como apoyos**

**Con rodamientos de bolas o rótulas
autoalineantes**

**Uno rígido de bolas y el otro de rodillos
cilíndricos**

**Debemos calcularlo como una viga
empotrada - empotrada**

**Con dos rodamientos de bolas de contacto
angular como apoyos**

**Con dos rodamientos de rodillos cónicos
como apoyos**



Si el árbol está montado sobre cojinetes de contacto plano o fricción, y la longitud de estos es menor o igual al diámetro, podemos considerar que las reacciones de apoyo están aplicadas ***a la mitad de la longitud*** de los cojinetes.



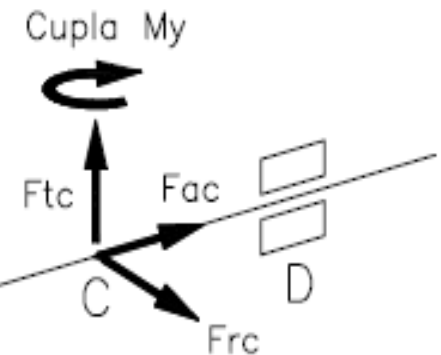
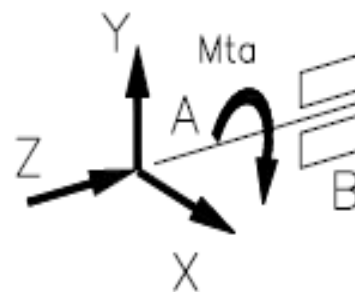
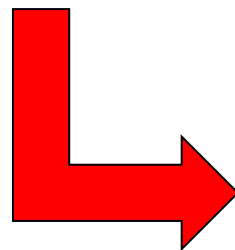
La influencia del peso propio y del peso de los elementos calados para el cálculo por resistencia, se puede tener en cuenta como cargas agregadas o puede hacerse por superposición de efectos.



Salvo algún caso que sea necesario una extrema precisión en el cálculo, se desprecian la magnitud de las fuerzas de rozamiento en los cojinetes.

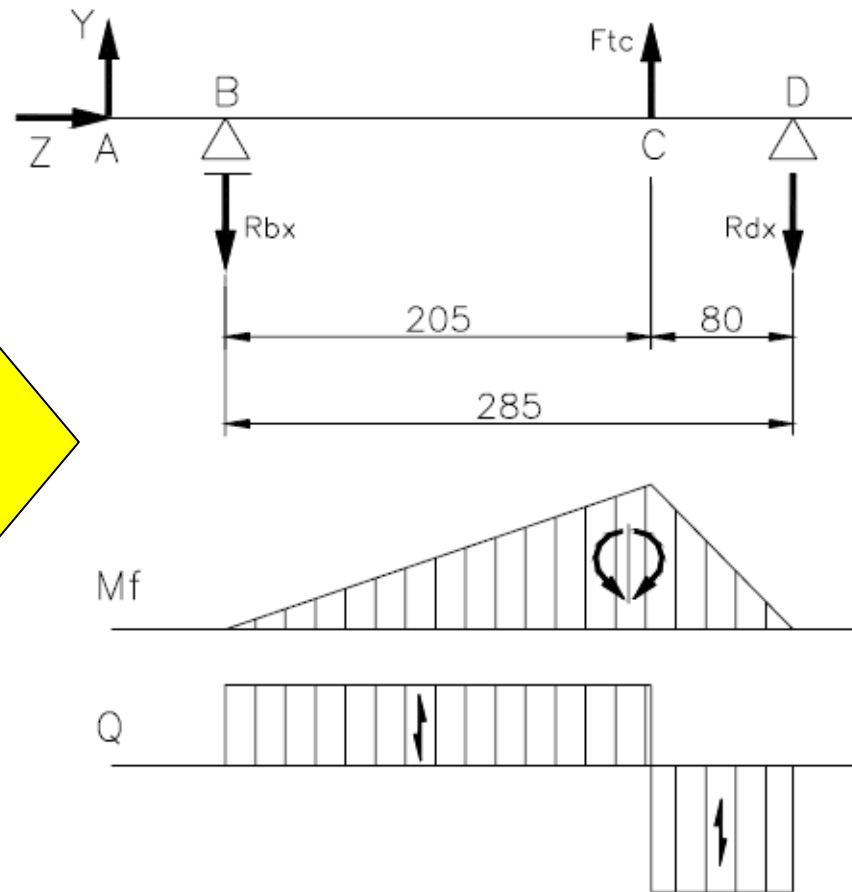
Debemos optar por un sistemas de ejes coordenados y esquematizar el estado de cargas.

Árbol que recibe la potencia en un extremo y cuenta con un engrane helicoidal calado



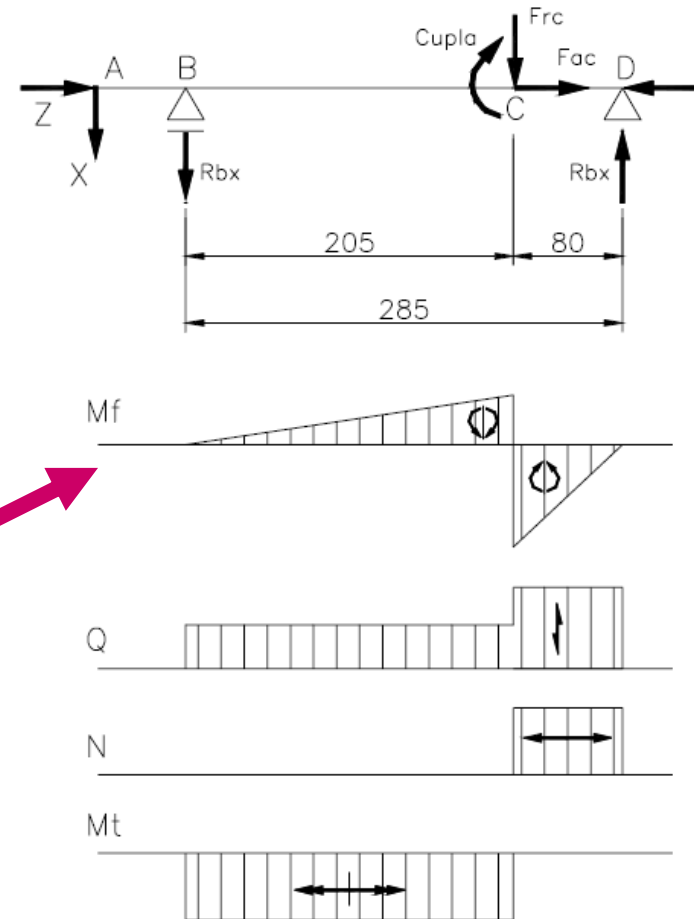
- PLANO Y - Z

Debemos resolver en los dos planos, horizontal y vertical, trazando los diagramas de esfuerzos correspondientes.



- PLANO X - Z

**Observar el
diagrama de
momentos flectores
en el ejemplo de la
derecha a ambos
lados del punto
crítico.**



Se calculan las reacciones horizontales y verticales.

Los momentos flectores se calculan en los dos planos de carga: horizontal y vertical.

Luego se calculan los momentos flectores combinados por cada sección con la formula:

$$Mf_{com} = \sqrt{Mf_h^2 + Mf_v^2}$$

Un árbol sometido a torsión pura de sección circular llena

$$W_P = \frac{J_P}{r_{MAX}} = \frac{\pi * d^4}{32 * d / 2} = \frac{\pi * d^3}{16} \cong 0,2 * d^3$$

La resistencia del árbol resulta:

$$\tau_{MAX} = \frac{M_{torsor}}{W_P} \leq \tau_{ADM}$$

y el cálculo del diámetro requerido

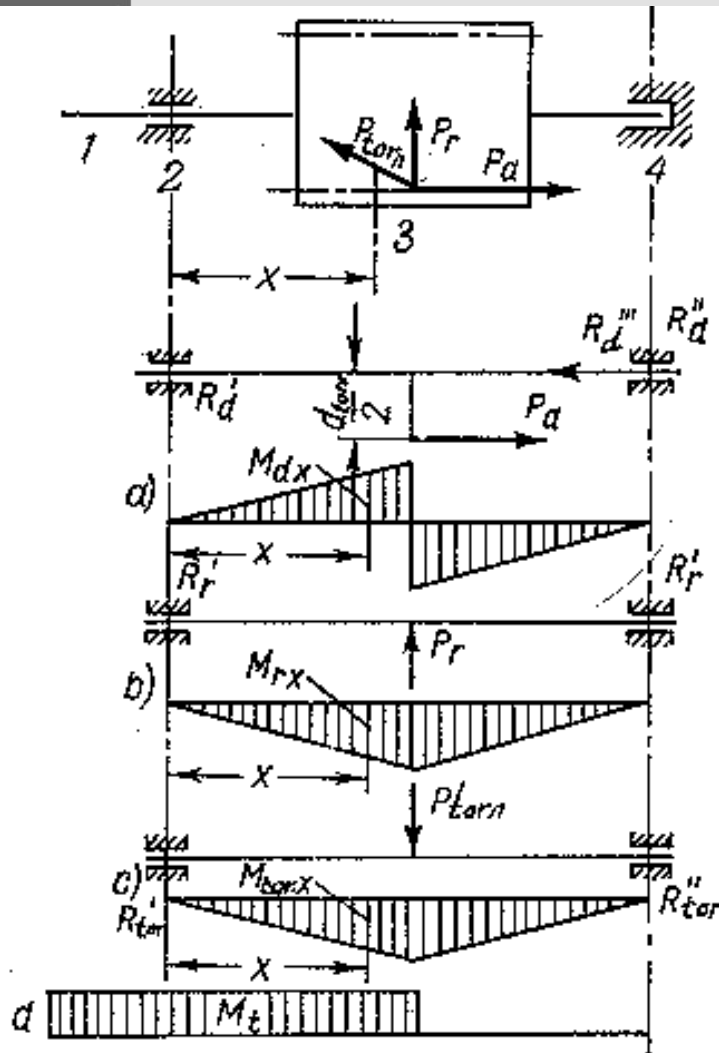
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{5 * M_{torsor}}{\tau_{ADM}}}$$

Para una sección circular anular

$$W_P = \frac{2 * J_P}{D} = \frac{\pi * (D^4 - d^4)}{16 * D} = \frac{\pi * D^3}{16} * \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right] \cong 0,2 * D^3 * \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$$

Si $\beta = \frac{d}{D}$ el cálculo del diámetro requerido:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{5 * M_{torsor}}{[1 - (\beta)^4] * \tau_{ADM}}}$$



Definidos los momentos flectores en cada sección crítica, deben considerarse aquellas que estén afectadas además por momentos de torsión.

Luego se calcula el momento flector equivalente o ideal (que contempla la incidencia del momento torsor como un momento flector transitorio, y por ello se denomina Momento Flector Equivalente).

Hay distintas hipótesis basadas en los criterios de falla o de rotura.

HIPOTESIS DE RANKINE: (máxima tensión normal)

$$\sigma_{Fluencia} = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{\sigma^2 + 4 * \tau^2}$$

HIPOTESIS DE GUEST (máxima tensión transversal o de desgarramiento)

$$\sigma_{Fluencia} = \sqrt{\sigma^2 + 4 * \tau^2}$$

HIPOTESIS DE MARIOTTE-SAINT VENANT (Del alargamiento máximo)

$$\sigma_{Fluencia} = 0,35 * \sigma + 0,65 * \sqrt{\sigma^2 + 4 * \tau^2}$$

HIPOTESIS DE BELTRAMI (de la máxima energía de deformación)

$$\sigma_{Fluencia} = \sqrt{\sigma^2 + 2 * (1 + \nu) * \tau^2}$$

En los aceros:

$$\sigma_{Fluencia} = \sqrt{\sigma^2 + 2,6 * \tau^2}$$

TEORIA DE HÜBER, VON MISES Y HENCKY

(del trabajo de distorsión)

$$\sigma_{Fluencia} = \sqrt{\sigma^2 + 3 * \tau^2}$$

En el caso de Torsión pura:

Según Ranking $\Rightarrow \sigma_{FLUENCIA} = \tau_{FLUENCIA}$

Según Guest $\Rightarrow \sigma_{FLUENCIA} = 2 * \tau_{FLUENCIA} \Rightarrow \tau_{FLUENCIA} = 0,5 * \sigma_{FLUENCIA}$

Según Mariotte-Saint Venant

$$\Rightarrow \sigma_{FLUENCIA} = 1,3 * \tau_{FLUENCIA} \Rightarrow \tau_{FLUENCIA} = 0,77 * \sigma_{FLUENCIA}$$

Según Beltrami

$$\Rightarrow \sigma_{FLUENCIA} = 1,61 * \tau_{FLUENCIA} \Rightarrow \tau_{FLUENCIA} = 0,62 * \sigma_{FLUENCIA}$$

Según H, V.M. y Hencky

$$\Rightarrow \sigma_{FLUENCIA} = 1,73 * \tau_{FLUENCIA} \Rightarrow \tau_{FLUENCIA} = 0,577 * \sigma_{FLUENCIA}$$



En general en todas las hipótesis

$\sigma_{FLUENCIA} = \varphi * \tau_{FLUENCIA}$ donde φ es el número

que antecede a $\tau_{FLUENCIA}$ para cada hipótesis

Es habitual introducir el factor α_0 , relación de tensiones o relación de fatiga, que corresponde a la expresión:

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{ADM}}{\varphi * \tau_{ADM}}$$

que tiene en cuenta la influencia de cada tipo de carga y material

Llevado a las expresiones de las hipótesis en tensiones:

Según Rankine
$$\sigma_{FLUENCIA} = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{\sigma^2 + 4 * \alpha_0^2 * \tau^2}$$

Según Guest
$$\sigma_{fluencia} = \sqrt{\sigma^2 + 4 * \alpha_0^2 * \tau^2}$$

Según Mar.-S.Venant
$$\sigma_{Fluencia} = 0,35 * \sigma + 0,65 * \sqrt{\sigma^2 + 4 * \alpha_0^2 * \tau^2}$$

Según Beltrami
$$\sigma_{Fluencia} = \sqrt{\sigma^2 + 2,6 * \alpha_0^2 * \tau^2}$$

Según H, V.M. y H.
$$\sigma_{Fluencia} = \sqrt{\sigma^2 + 3 * \alpha_0^2 * \tau^2}$$

Si tenemos en cuenta las expresiones siguientes para una sección circular

$$\sigma = \frac{Mf}{\frac{\pi * d^3}{32}} \cong \frac{10}{d^3} * Mf$$

$$\tau = \frac{Mt}{\frac{\pi * d^3}{16}} \cong \frac{5}{d^3} * Mt$$

Podremos expresar el momento flector equivalente o momento ideal de flexión reemplazando tensiones.

Llevado a las expresiones en momentos:

Según Rankine
$$M_{Eq} = \frac{Mf}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{Mf^2 + \alpha_0^2 * Mt^2}$$

Según Guest
$$M_{Eq} = \sqrt{Mf^2 + \alpha_0^2 * Mt^2}$$

Según Mar.-S.Venant
$$M_{Eq} = 0,35 * Mf + 0,65 * \sqrt{Mf^2 + \alpha_0^2 * Mt^2}$$

Según Beltrami
$$M_{Eq} = \sqrt{Mf^2 + 0,65 * \alpha_0^2 * Mt^2}$$

Según H, V.M. y H.
$$M_{Eq} = \sqrt{Mf^2 + 0,75 * \alpha_0^2 * Mt^2}$$

Cálculo por resistencia de las secciones circulares críticas del árbol para realizar un proyecto de primera orientación del mismo, aplicando la expresión siguiente.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10 * M_{feq}}{\sigma_{ADM FATIGA}}}$$

Determinadas las secciones críticas mínimas, deberá verificarse el proyecto del árbol a rigidez.



Marcha del dimensionamiento:

01^o) Plantear el estado de carga global y en dos planos.

02^o) Calcular reacciones, momentos flectores en cada sección crítica y trazar diagramas de esfuerzos.

03^o) Calcular los momentos flectores combinados en las secciones críticas.



04º) Calcular el M_{feq} en las secciones críticas.

05º) Calcular la tensión por flexión admisible (o fatiga admisible considerando las entallas).

06º) Determinar los diámetros de las secciones críticas por resistencia y plantear el proyecto del árbol.

07º) Verificar a fatiga por tensiones considerando las entallas (si no se usó antes tensión admisible a fatiga con las entallas).

08º) Verificar a rigidez torsional (ángulo de distorsión - $\theta \leq \theta_{ADM}$ en °/m) .

09º) Verificar la deformación por deflexión elástica $f \leq f_{ADM}$



10^o) Verificar la velocidad crítica de flexión si corresponde.

11^o) verificar la velocidad crítica de torsión si corresponde.

12^o) Determinar el proyecto definitivo del árbol.



Nota: La bibliografía alemana tiende a proyectar el árbol en primera orientación sin considerar las entallas y realizar una primera verificación del árbol a la fatiga considerando las mismas sección por sección y verificando en tensiones (Ver Niemann o Decker obras citadas)



Disertante:

Ingeniero Profesor Alberto Romeo

Departamento Técnico de E.R.H.S.A.

ventasro@erhsa.com – www.erhsa.com

Ingeniero Consultor en Transmisiones

Electro-mecánicas – apromeoing@gmail.com

Profesor Dir- de cátedra de Elementos de Máquinas,

Proyecto y Máquinas de elevación y transporte



FIN DE LA PRESENTACION.

GRACIAS POR

VUESTRA ATENCION

PREGUNTAS..?_