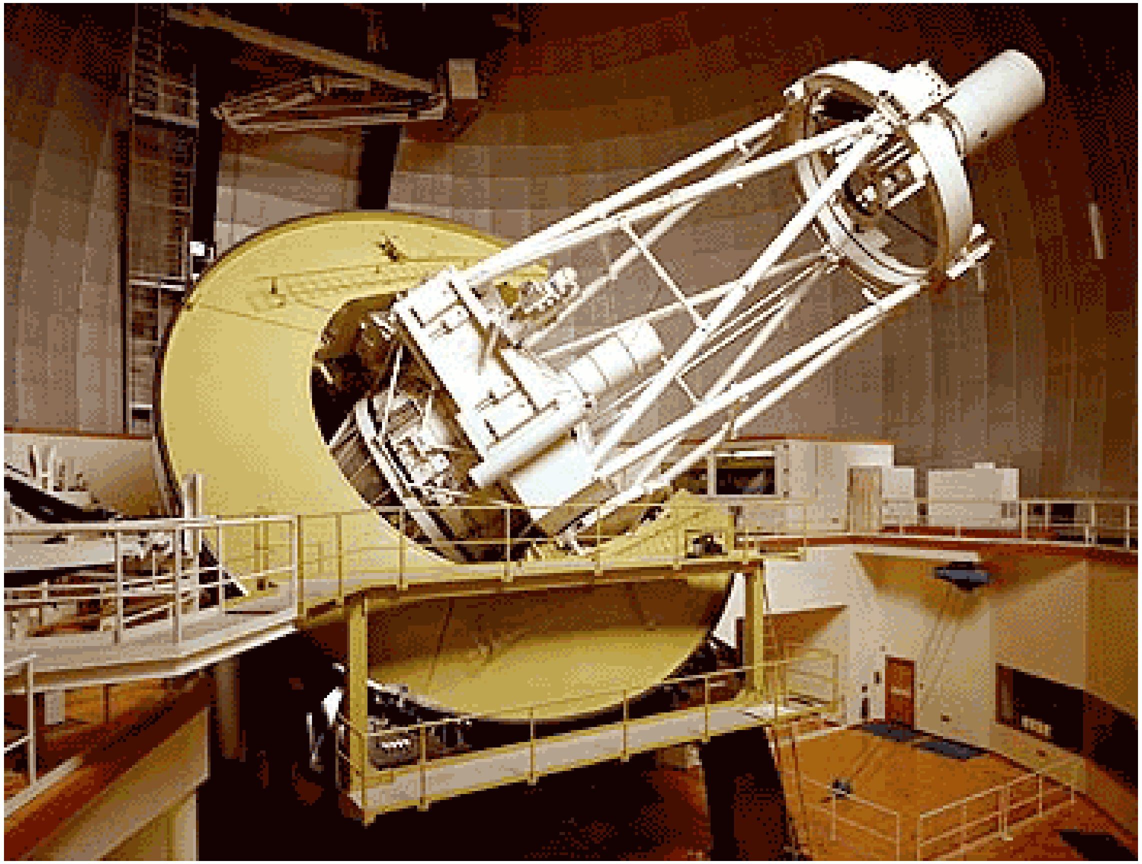
ÍNDICE DE LA PRESENTACIÓN

Introducción

Objetos que tienen movimiento en el espacio deben ser seguidos desde la superficie de la tierra.

Elementos en la superficie de la tierra se deben ubicar en determinadas posiciones en relación a la bóveda celeste.

Concentradores parabólicos de tres dimensiones de radiación solar.



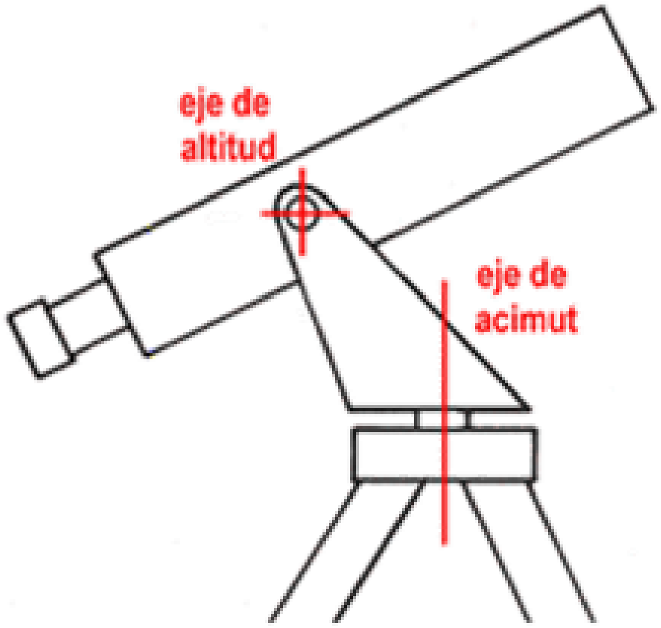
Telescopio Anglo Australiano (AAT 3,9 m), tiene un peso de 258 toneladas tiene una apertura de 3,9 m

Los radiotelescopios (radiación electromagnética) deben posicionarse en cualquier dirección del espacio con gran precisión en el orden de las milésimas de grado.

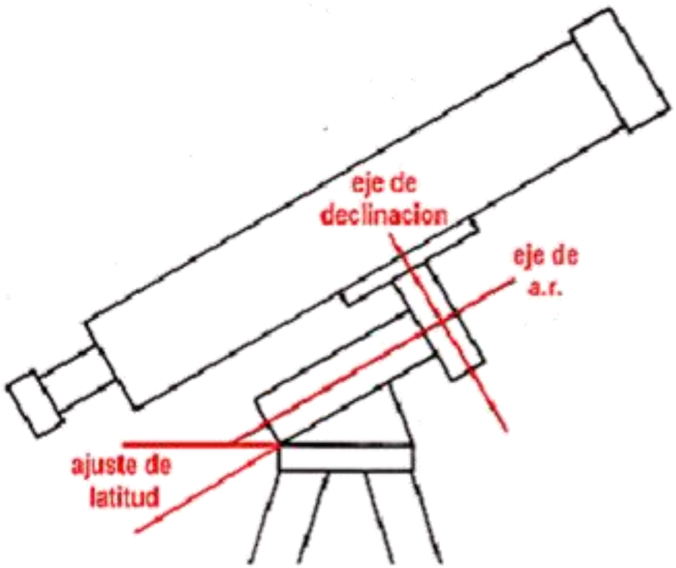
Example of final corner reflector design for the SNAP program as installed in the field.

Sistemas de seguimiento / posicionamiento actuales

Los sistemas de seguimiento/posicionado más utilizados en la actualidad son la montura ecuatorial y la altiazimutal.



Montura altiazimutal



Montura ecuatorial

Desarrollo

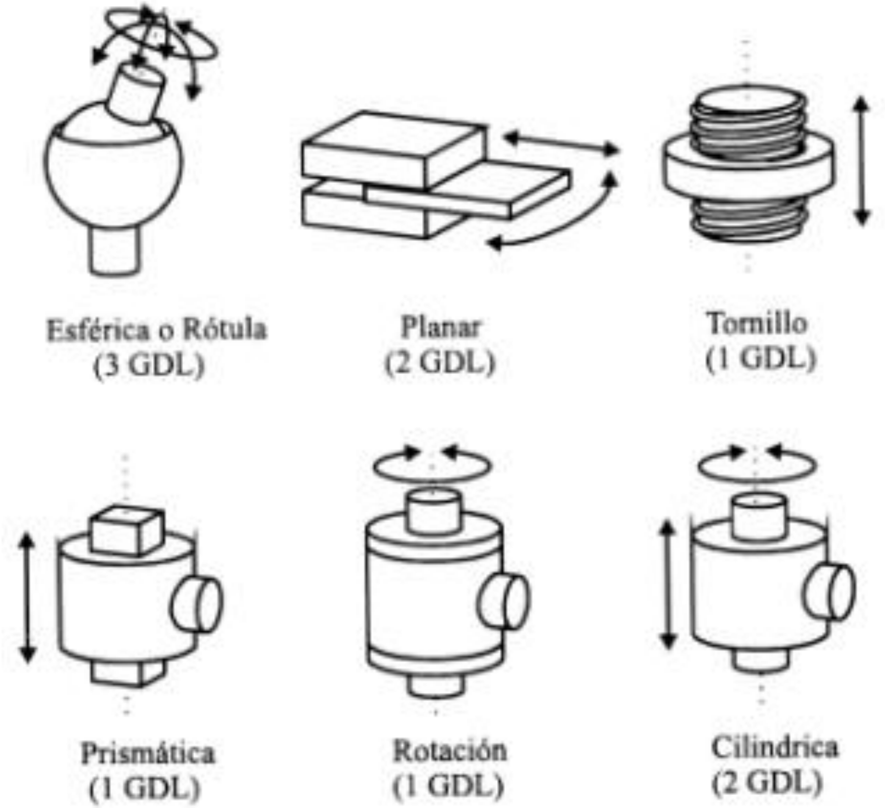
Estructura mecánica de mecanismos.

Están formados por elementos ó eslabones que está unidos por juntas.

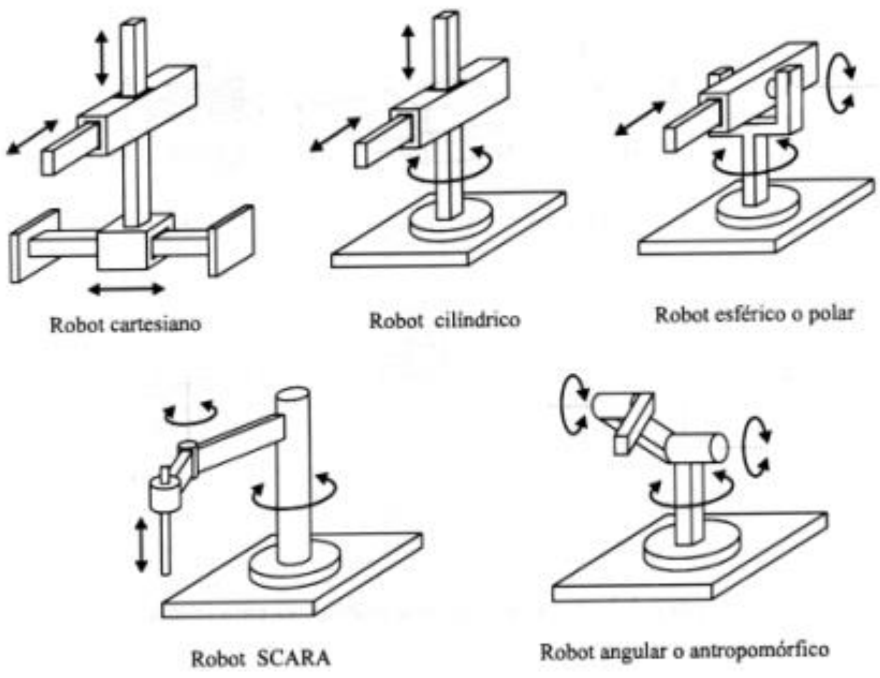
Las juntas permiten el movimiento relativo entre elementos consecutivos.

Las juntas tienen movimientos de giro o de desplazamiento ó una combinación de ambos.

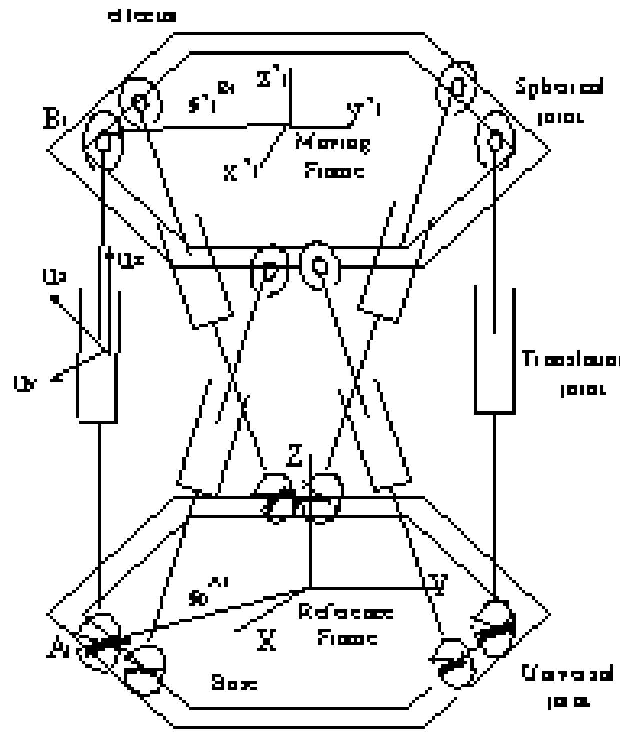
Elementos y juntas pueden formar cadenas abiertas ó cerradas


Esférica o Rótula
(3 GDL)
Planar
(2 GDL)
Tornillo
(1 GDL)
Prismática
(1 GDL)
Rotación
(1 GDL)
Cilindrica
(2 GDL)

Cuando se emplean diferentes juntas en un robot da origen a diferentes configuraciones de los mismos.



Configuraciones seriales



Configuraciones paralelas

Diferencias entre manipuladores seriales y paralelos

Manipuladores paralelos	Manipuladores seriales
Alta rigidez, poca deformación	Rigidez limitada
Gran capacidad de carga	Capacidad de carga limitada
Precisión en la posición final	Baja precisión en posición final
No acumula errores de movimiento	Acumula errores de movimiento
Espacio de trabajo limitado	Gran espacio de trabajo
Dificultades en el cálculo	Facilidad en el cálculo
Baja inercia	Gran inercia
Estructuras ligeras	Estructuras robustas
Posee juntas no actuadas	Todas las juntas son actuadas
Peso repartido en los miembros	Todos los miembros soportan el peso
Altas velocidades de trabajo	Velocidades de trabajo medianas

Grados de libertad

Los movimientos independientes que puede realizar cada barra con respecto a la anterior unidas por una junta se le llama grado de libertad

Los grados de libertad de un mecanismo está dado por la expresión matemática

$$F = \lambda(n - j - 1) + \sum_i f_i$$

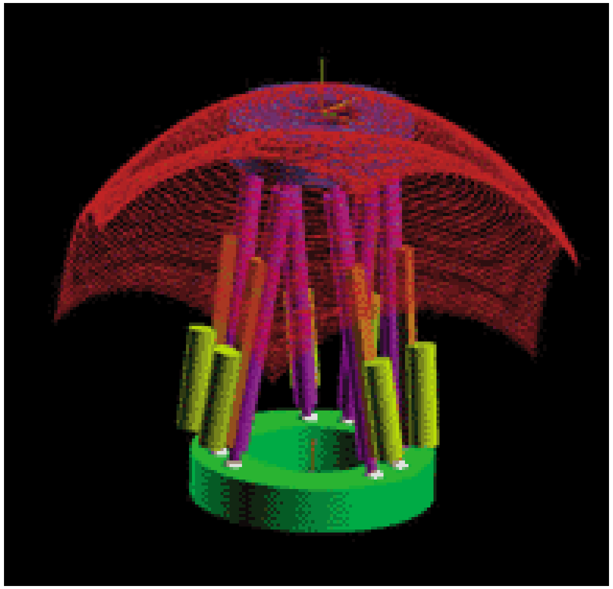
Donde:
F: grados de libertad del mecanismo.
f_i : grados de libertad permitidos por la junta i.
j : número de juntas de un mecanismo, suponiendo que todas las juntas son binarias.
n : número de barras del mecanismo, incluyendo el bastidor
λ : grados de libertad del espacio en el cual el mecanismo es insertado

Espacio de trabajo

Puntos del espacio que pueden ser alcanzados por el end efector del manipulador

Espacio de trabajo alcanzable

Espacio de trabajo dextrous

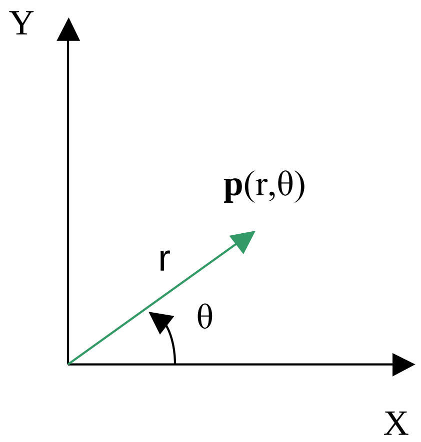


Posición y orientación

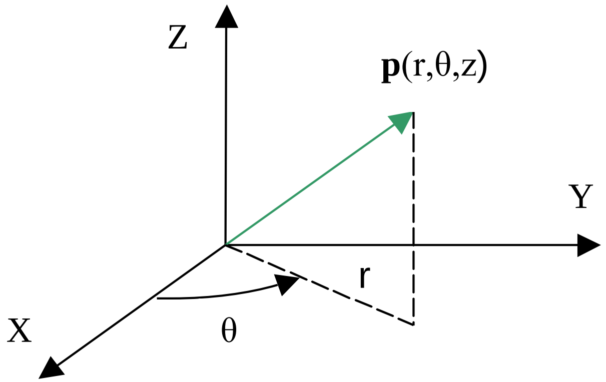
<u>Posición</u>

Para la posición la forma más intuitiva y utilizada de especificar la posición de un punto son coordenadas cartesianas **p**(*x,y,z*). Tres componentes L.I.

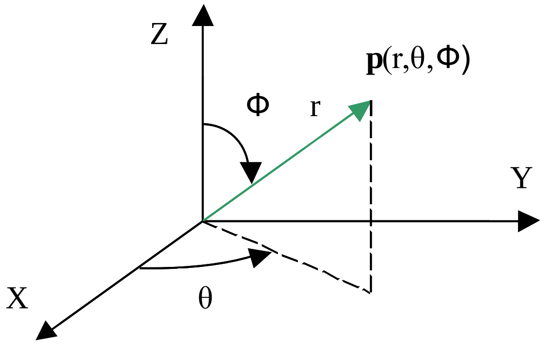
También coordenadas polares (2D), y las esféricas y cilíndricas (3D).



Coordenadas polares.



Coordenadas cilíndricas.



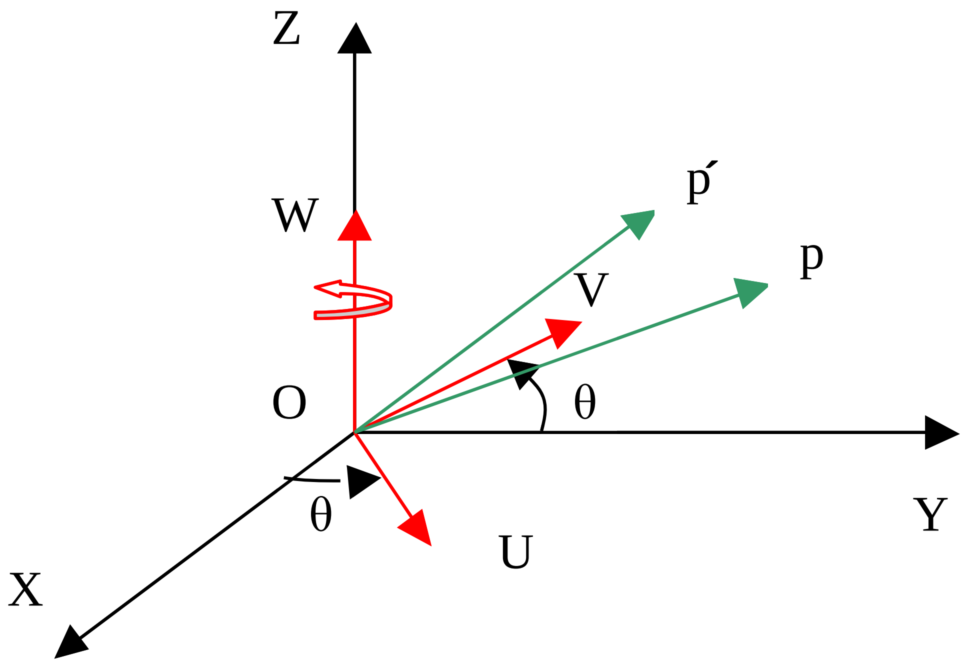
Coordenadas esféricas.

Orientación

Para la orientación, 4 métodos: Matrices de rotación, ángulos de Euler, par de rotación y cuaternios.
Matrices de rotación, comodidad álgebra matricial.

Orientación respecto de un sistema de referencia, en 3D, tiene 3 componentes L.I.

Terna móvil solidaria al cuerpo que se desplaza



Encontrada la relación espacial entre la terna móvil y la fija, queda definida la orientación del cuerpo

$$\begin{bmatrix} \mathrm{p_x} \\ \mathrm{p_y} \\ \mathrm{p_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\mathrm{sen}\,\alpha & 0 \\ \mathrm{sen}\,\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \\ p_w \end{bmatrix} \qquad \mathrm{R}(\mathrm{z},\theta) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\mathrm{sen}\,\alpha & 0 \\ \mathrm{sen}\,\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para los otros ejes se hace lo mismo obteniéndose

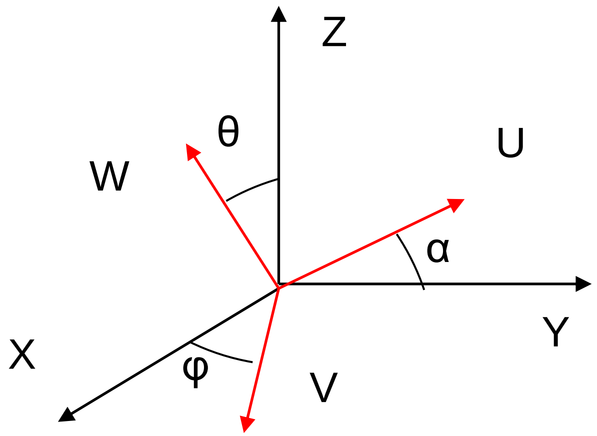
$$\mathrm{R}(\mathrm{x},\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\mathrm{sen}\,\alpha \\ 0 & \mathrm{sen}\,\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \qquad \mathrm{R}(\mathrm{y},\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \mathrm{sen}\,\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{sen}\,\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix}$$

Matriz de rotación para terna móvil girada respecto de los tres ejes de la terna fija.

Giro α en OX

Giro φ en OY

Giro θ en OZ



Composición de matrices (multiplicación)

El orden de producto de matrices es inverso al orden de los giros (propiedades de matrices)

$$\mathbf{T = R(z, \theta)\ R(y, \varphi)\ R(x, \alpha)}$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\mathrm{sen}\theta & 0 \\ \mathrm{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \mathrm{sen}\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{sen}\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\mathrm{sen}\alpha \\ 0 & \mathrm{sen}\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{T} = \begin{bmatrix} \mathrm{C}\theta\mathrm{C}\varphi & -\mathrm{S}\theta\mathrm{C}\alpha + \mathrm{C}\theta\mathrm{S}\varphi\mathrm{S}\alpha & \mathrm{S}\theta\mathrm{S}\alpha + \mathrm{C}\theta\mathrm{S}\varphi\mathrm{C}\alpha \\ \mathrm{S}\theta\mathrm{C}\varphi & \mathrm{C}\theta\mathrm{C}\alpha + \mathrm{S}\theta\mathrm{S}\varphi\mathrm{S}\alpha & -\mathrm{C}\theta\mathrm{S}\alpha + \mathrm{S}\theta\mathrm{S}\varphi\mathrm{C}\alpha \\ -\mathrm{S}\varphi & \mathrm{C}\varphi\mathrm{S}\alpha & \mathrm{C}\varphi\mathrm{C}\alpha \end{bmatrix}$$

Ubicación de un cuerpo en el espacio

Para la representación conjunta de posición y orientación de un cuerpo en un espacio cualquiera se utilizan matrices de transformación homogéneas.

Coordenadas homogéneas

Un espacio n-dimensional en coordenadas homogéneas tiene (n+1) dimensiones

p (x,y,z) → **p** (wx,wy,wz,w)

p = 2**i**+3**j**+4**k** → **[4, 6, 8, 2] ó [-6, -9, -12, -3]**

Matriz de transformación homogénea

$$T = \begin{bmatrix} R_{3x3} & p_{3x1} \\ f_{1x3} & w_{1x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ \text{Perspectiva} & \text{Escalado} \end{bmatrix}$$

Para la ubicación de cuerpos en el espacio

$$T = \begin{bmatrix} R_{3x3} & p_{3x1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Representa posición y orientación de OUVW respecto de OXYZ

Rotación seguida de traslación

Como las transformaciones espaciales no son conmutativas por lo cual es importante el orden de la transformación.

Rotación α según OX, seguida de la traslación p_{xyz}.

$$T((x,\alpha),p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ 0 & \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T((x,\alpha),p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & p_y \\ 0 & \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Traslación seguida de rotación

Traslación p_{xyz}, seguida de la rotación α según OX

$$T(p,(x,\alpha)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ 0 & \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T(p, (x,\alpha)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & p_y\cos\alpha - p_z\operatorname{sen}\alpha \\ 0 & \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & p_y\operatorname{sen}\alpha + p_z\cos\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Una transformación compleja podrá descomponerse en transformaciones simples (giros básicos y traslaciones), al componer las matrices de cada una de las transformaciones simples se encontrará la matriz de la transformación compleja

Giro α respecto de OX, giro φ respecto de OY, finalmente giro θ respecto de OZ

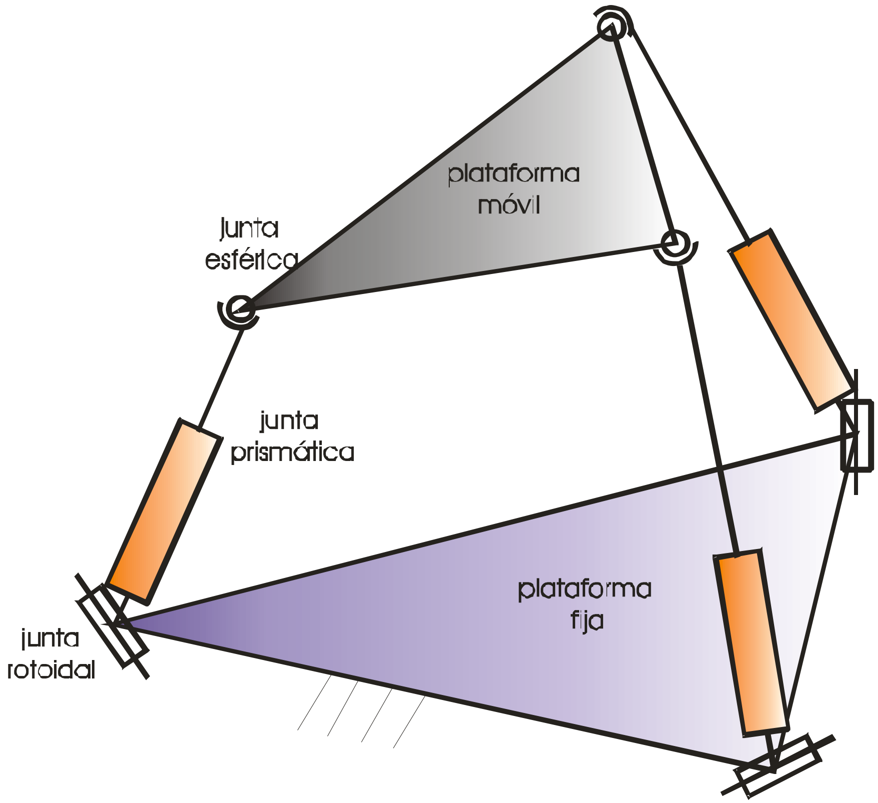
$$T = T(z,\theta) * T(y,\varphi) * T(x,\alpha)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\mathrm{sen}\theta & 0 & 0 \\ \mathrm{sen}\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \mathrm{sen}\varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\mathrm{sen}\varphi & 0 & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\mathrm{sen}\alpha & 0 \\ 0 & \mathrm{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} C\theta C\varphi & -S\theta C\alpha + C\theta S\varphi S\alpha & S\theta S\alpha + C\theta S\varphi C\alpha & 0 \\ S\theta C\varphi & C\theta C\alpha + S\theta S\varphi S\alpha & -C\theta S\alpha + S\theta S\varphi C\alpha & 0 \\ -S\varphi & C\varphi S\alpha & C\varphi C\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

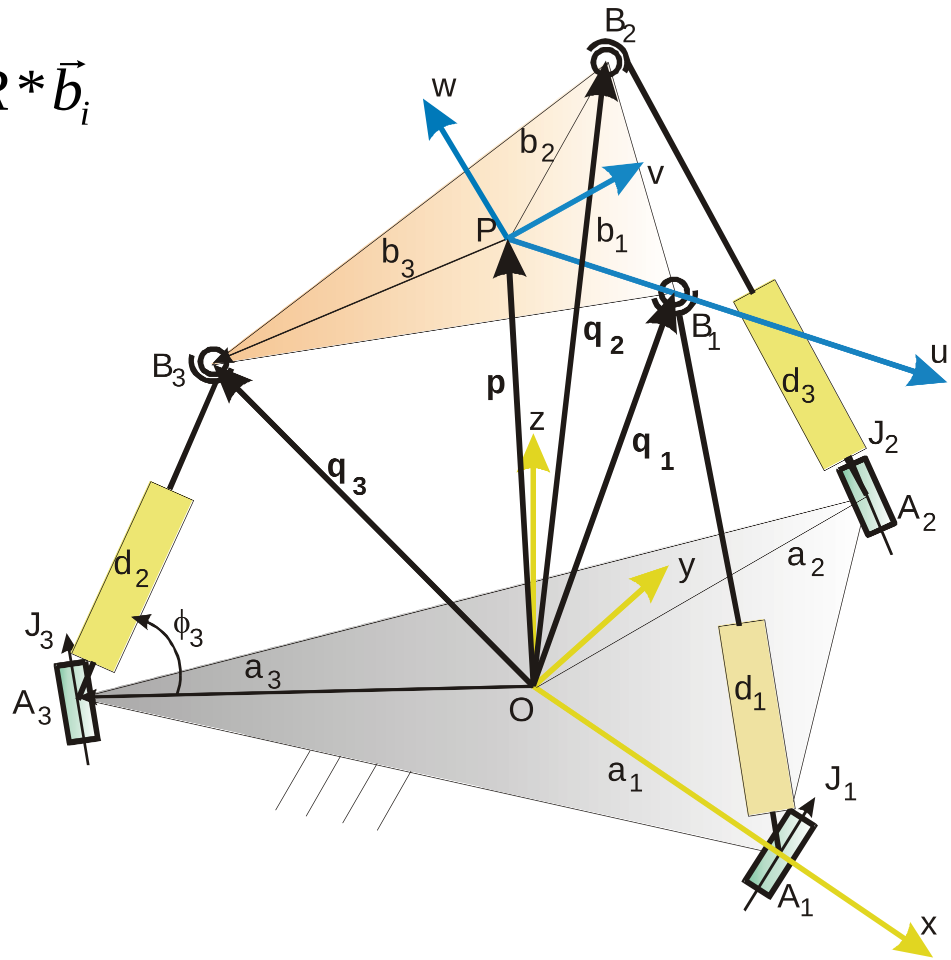
Aplicación

Encontrar posición y orientación de la plataforma móvil de un manipulador 3RPS



Ubicación de las ternas móvil y fija

$$\vec{q}_i = \vec{p} + R * \vec{b}_i$$



La ubicación (posición y orientación) de la plataforma móvil a través de un punto cualquiera de la misma respecto de la terna fija.

$$\vec{q}_i = \vec{p} + R * \vec{b}_i$$

A través del álgebra matricial en coordenadas homogéneas, la ecuación anterior queda

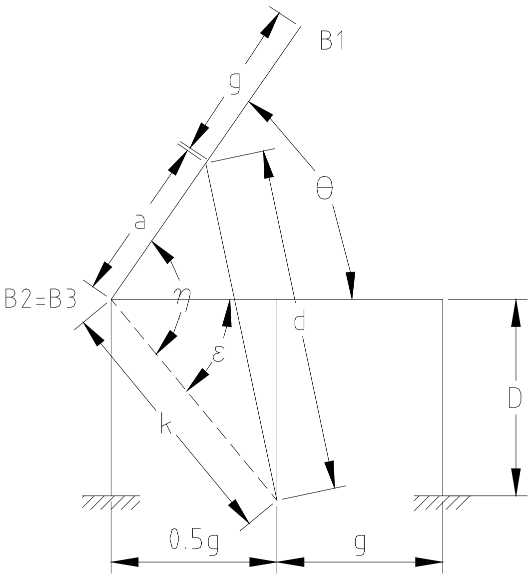
$$\vec{q}_i = T * \vec{b}_i \qquad T = S * S_1$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad S_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sen\,\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Los valores de las componentes del vector p de desplazamiento del origen la terna móvil están dados por:

p_x = 0.5*g*(1-cosθ)
p_y = 0
p_z = 0.5*g*senθ + D

Se obtienen de la figura siguiente:



$$a = 0.5 * g$$

$$k = \sqrt{a^2 + D^2}$$

$$d^2 = a^2 + k^2 - 2 * a * k * \cos\eta \quad \Rightarrow \quad \eta = \arccos\left(\frac{a^2 + k^2 - d^2}{2 * a * k}\right)$$

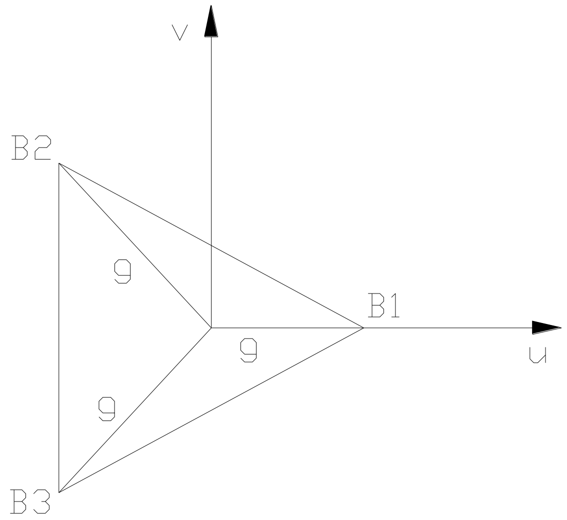
$$\varepsilon = \arctan\left(\frac{D}{0.5 * g}\right)$$

$$\theta = \eta - \varepsilon$$

La posición de los vértices de la plataforma móvil, en relación a la terna móvil:

B1 = [g, 0, 0, 1]
B2 = [-0.5*g, 0.866*g, 0, 1]
B3 = [-0.5*9, -0.866*g, 0, 1]

Se obtienen de la figura:



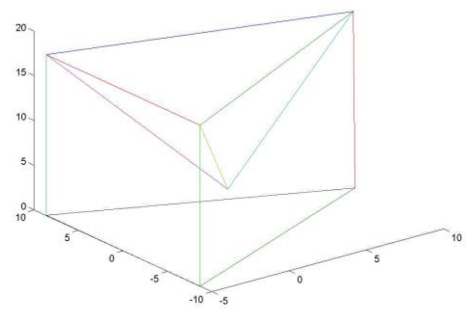
Las ecuaciones a resolver para encontrar las coordenadas de los puntos B1, B2 y B3 respecto de la terna fija son las siguientes:

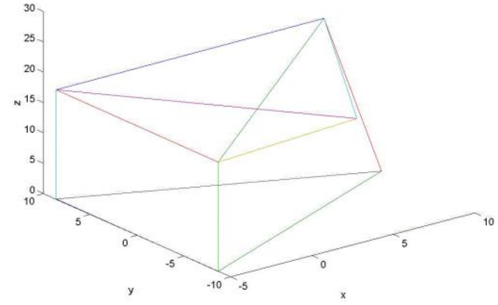
$$\mathbf{B_{1F}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5g(1-\cos\theta) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5g\,\mathrm{sen}\theta + D \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \mathrm{sen}\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\mathrm{sen}\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

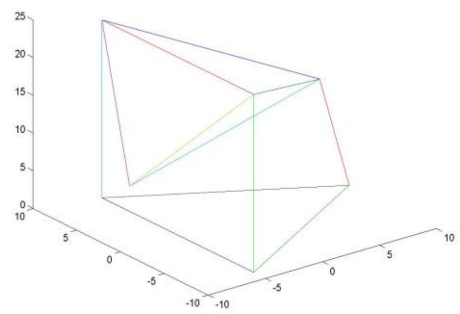
$$\mathbf{B_{2F}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5g(1-\cos\theta) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5g\,\mathrm{sen}\theta + D \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \mathrm{sen}\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\mathrm{sen}\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.5g \\ 0.866g \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

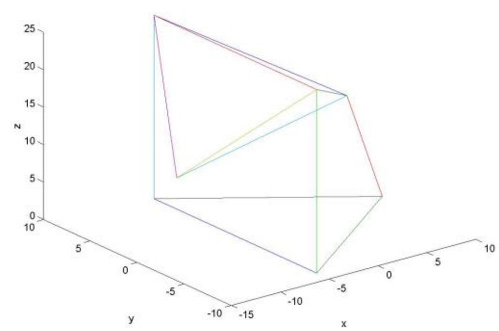
$$\mathbf{B_{3F}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5g(1-\cos\theta) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5g\,\mathrm{sen}\theta + D \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \mathrm{sen}\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\mathrm{sen}\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.5g \\ -0.866g \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones anteriores se resuelven a través de MATLAB

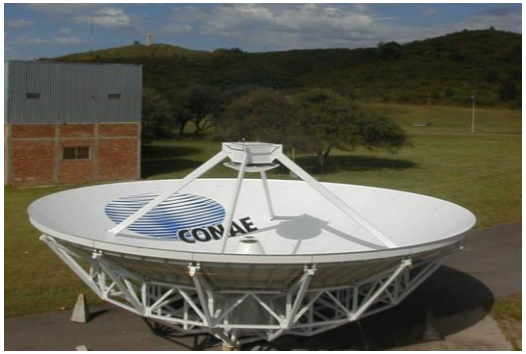


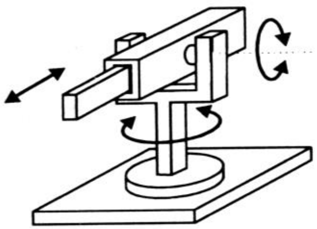




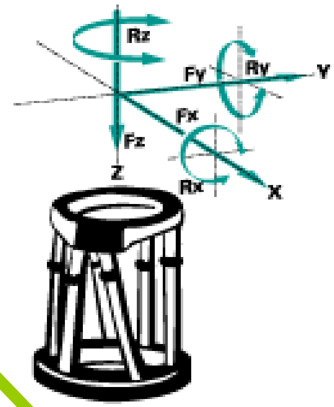


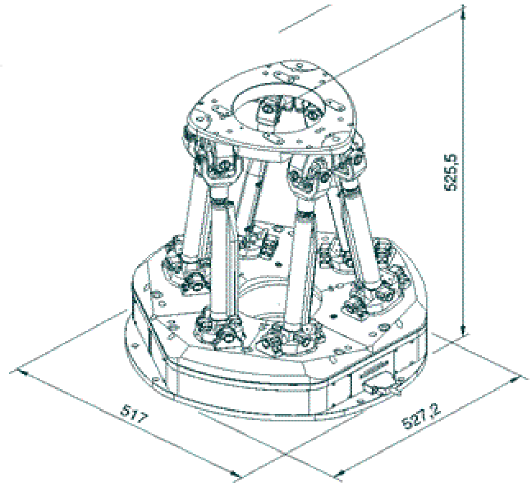
ROBOT ESFERICO -ANTENA DE SEGUIMIENTO SATELITAL DE 2 EJES

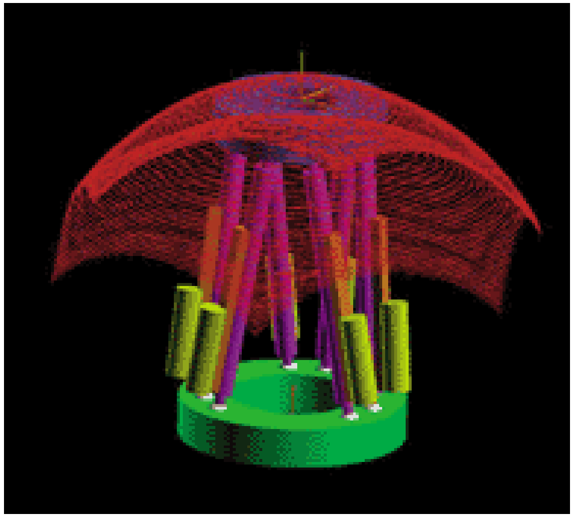




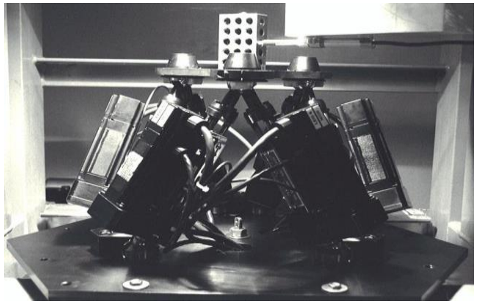
Robot esférico o polar

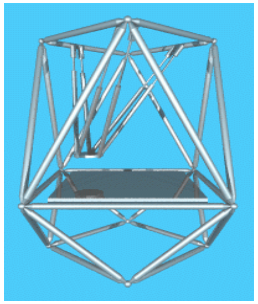

Rz
Ry
Fy
Y
Fx
Fz
Z
Rx
X

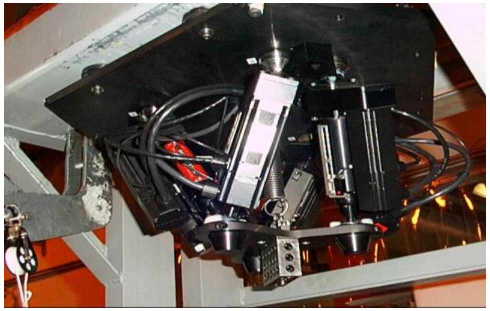

525,5
517
527,2



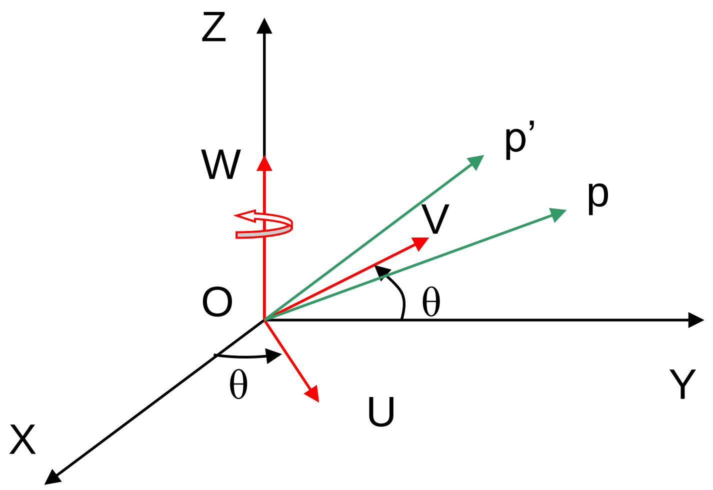

E.V.S.







Determinación de matriz de rotación en 3D



Terna móvil expresada en fija

$\mathbf{u_f}$ = cosθ **i** + senθ **j** + 0 **k** (a)
$\mathbf{v_f}$ = - senα **i** + cosα **j** + 0 **k**
$\mathbf{w_f}$ = 0 **i** + 0 **j** + 1 **k**

Punto P en función terna fija

$\mathbf{p_f} = p_x\,\mathbf{i} + p_y\,\mathbf{j} + p_z\,\mathbf{k}$ (b)

Punto P en función terna móvil

$\mathbf{p_m} = p_u\,\mathbf{u} + p_v\,\mathbf{v} + p_w\,\mathbf{w}$ (c)

Punto P en terna fija depende de posición relativa de móvil y fija

$$\mathbf{p_f} = p_u\,\mathbf{u_f} + p_v\,\mathbf{v_f} + p_w\,\mathbf{w_f}$$

$$\mathbf{p_f} = p_u\,(\cos\theta\,\mathbf{i} + \operatorname{sen}\theta\,\mathbf{j} + 0\,\mathbf{k}) + p_v\,(-\operatorname{sen}\theta\,\mathbf{i} + \cos\theta\,\mathbf{j} + 0\,\mathbf{k}) + p_w\,(0\,\mathbf{i} + 0\,\mathbf{j} + 1\,\mathbf{k})$$

$$\mathbf{p_f} = (p_u\cos\theta - p_v\operatorname{sen}\theta + 0)\,\mathbf{i} + (p_u\operatorname{sen}\theta + p_v\cos\theta + 0)\,\mathbf{j} + (0 + 0 + p_w)\,\mathbf{k}$$

$\mathbf{p_f}$ = (p_u cosθ - p_v senθ + 0) **i** + (p_u senθ + p_v cosθ + 0) **j** + (0 + 0 + p_w)**k**

Comparando la última con $\mathbf{p_f} = p_x\,\mathbf{i} + p_y\,\mathbf{j} + p_z\,\mathbf{k}$ (b)

$p_x = p_u \cos\theta - p_v \,\mathrm{sen}\,\theta + 0$
$p_y = p_u \,\mathrm{sen}\,\theta + p_v \cos\theta + 0$
$p_z = 0 + 0 + p_w$

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\mathrm{sen}\theta & 0 \\ \mathrm{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \\ p_w \end{bmatrix}$$

$$R(z,\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\mathrm{sen}\theta & 0 \\ \mathrm{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para los otros ejes se hace lo mismo obteniéndose

$$R(x,\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\mathrm{sen}\alpha \\ 0 & \mathrm{sen}\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$R(y,\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \mathrm{sen}\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{sen}\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix}$$

Permite conocer las coordenadas r_{xyz} a partir de r_{uvw} en el sistema móvil rotado y trasladado.

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} r_u \\ r_v \\ r_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotación y traslación de un vector r_{xyz}, respecto del sistema fijo, y obtener r'_{xyz}.

$$\begin{bmatrix} r'_x \\ r'_y \\ r'_z \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

Traslación:

Sistema OUVW se traslada p(px,py,pz) respecto del sistema OXYZ

$$T(p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \mathrm{p_x} \\ 0 & 1 & 0 & \mathrm{p_y} \\ 0 & 0 & 1 & \mathrm{p_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Un vector en el sistema OUVW (r_{uvw}), en el sistema OXYZ será:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \mathrm{p_x} \\ 0 & 1 & 0 & \mathrm{p_y} \\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{p_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_u \\ r_v \\ r_w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_u + p_x \\ r_v + p_y \\ r_w + p_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si el vector r_{xyz} se desplaza según T se tendrá r'_{xyz}

$$\begin{bmatrix} r'_x \\ r'_y \\ r'_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \mathrm{p}_\mathrm{x} \\ 0 & 1 & 0 & \mathrm{p}_\mathrm{y} \\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{p}_\mathrm{z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x + p_x \\ r_y + p_y \\ r_z + p_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotación:

Si el sistema móvil OUVW se encuentra solamente rotado respecto del fijo OXYZ, la matriz de que define la rotación será:

$$\mathrm{T} = \begin{bmatrix} \mathrm{R}_{3x3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Existen tres matrices de rotación, una para cada eje

$$\mathbf{T(Z,\theta)} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T(Y,\varphi)} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \operatorname{sen}\varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\operatorname{sen}\varphi & 0 & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T(X,\alpha)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ 0 & \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Un vector r_{uvw} (en el sistema rotado) se pueden obtener sus componentes en el sistema fijo r_{xyz} como:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} r_u \\ r_v \\ r_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

Un vector en el sistema fijo r_{xyz} rotado según T tendrá componentes r'_{xyz}:

$$\begin{bmatrix} r'_x \\ r'_y \\ r'_z \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotación φ según OY, seguida de la traslación p_{xyz}.

$$T((y,\varphi),p)=\begin{bmatrix}\cos\varphi & 0 & \operatorname{sen}\varphi & p_x\\ 0 & 1 & 0 & p_y\\ -\operatorname{sen}\varphi & 0 & \cos\varphi & p_z\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Rotación θ según OZ, seguida de la traslación p_{xyz}.

$$T((z,\theta),p)=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 & px\\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 & py\\ 0 & 0 & 0 & pz\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Traslación p_{xyz}, seguida de la rotación φ según OY.

$$T(p,(y,\varphi)) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \mathrm{sen}\varphi & \mathrm{p_x}\cos\varphi + \mathrm{p_z}\mathrm{sen}\varphi \\ 0 & 1 & 0 & \mathrm{p_y} \\ -\mathrm{sen}\varphi & 0 & \cos\varphi & \mathrm{p_z}\cos\varphi - \mathrm{p_x}\mathrm{sen}\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Traslación p_{xyz}, seguida de la rotación θ según OZ.

$$T(p,(z,\theta)) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\mathrm{sen}\theta & 0 & \mathrm{p_x}\cos\theta - \mathrm{p_y}\mathrm{sen}\theta \\ \mathrm{sen}\theta & \cos\theta & 0 & \mathrm{p_x}\mathrm{sen}\theta + \mathrm{p_y}\cos\theta \\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{p_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Comparación serial con paralelo

3RPS

Análisis de movimiento

Análisis matemático

Comparación de azimutal con paralelo

Conclusiones